

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА НА ОСНОВЕ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ЕГО КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

А.М. Малышенко

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: mam@tpu.ru

DEFINING KINEMATIC EQUATIONS FOR A CRANK-SLIDER MECHANISM ON THE BASE STRUCTURAL-PEREMETRIC DESCRIPTION OF HIS KINEMATIC CHAIN

A.M. Malyshenko

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: mam@tpu.ru

Annotation. The report includes the author's proposed structural and parametric description of the kinematic chain of crank-slide mechanism (CSM) and the conclusion on its basis for KPM of kinematic equations.

Кривошипно-ползунные механизмы (КПМ) являются основными узлами в двигателях внутреннего сгорания автомобилей, в лесопильных рамах и поршневых насосах, в сельскохозяйственных уборочных комбайнах и косилках, других типов машин и по праву относятся к механизмам крупносерийного и массового производств.

Предлагаемый автором в докладе способ структурно-параметрического описания кинематической цепи (КЦ) кривошипно-ползунного механизма заметно упрощает вывод для них уравнений кинематики и может быть использован для автоматизации такого вывода на компьютерах, а также для формирования банков данных о структурах и параметрах проектируемых и изготовленных КПМ.

В настоящее время получило применение лишь символьное описание структур механизмов с использованием условных обозначений входящих в них сочленений типа P – для призматических сочленений, R – для вращательных 5-го класса и т.п., предложенное в [1]. Согласно этому способу кинематическая цепь КПМ (рисунок 1) может быть описана как $\underline{RRR\underline{P}}$, если энергия привода КПМ прикладывается к его кривошипу, или \underline{PRRR} – если к ползуну. В этих описаниях кроме указанных выше определений символов R и P использовано также \underline{R} – для обозначения сочленения вращательного типа кривошипа с основанием механизма, а \underline{P} – для сочленения призматического типа ползуна с этим же основанием.

Предложенный автором в [2] формализованный структурно-параметрический способ описания кинематических цепей механизмов, в частности манипуляторов, отражает не только структуру, но и параметры элементов кинематической цепи, а также их относительное положение. При этом для сочленений и звеньев КЦ механизмов используется единое по форме описание вида $I(m, \mathbf{n}, \mathbf{p})$, где I – идентификатор данного элемента КЦ; m – его принятый при описании порядковый номер; \mathbf{n} – вектор-строка с номерами входящих с описываемым элементом других элементов кинематической цепи, а \mathbf{p} – упорядоченный набор параметров описываемого элемента КЦ или оговоренных функций от них, причем применительно к звеньям в том же порядке, в каком указаны номера этих сочленений в вектор-строке \mathbf{n} . Более подробно с таким способом описания кинематических цепей механизмов можно ознакомиться в [2].

Для получения подобного описания кинематической цепи КПМ необходимо использовать системы ортогональных трехгранников осей, связанных с концами звеньев КЦ в центрах их сочленений. Применительно к КПМ набор таких трехгранников осей представлен на приведенном ниже рисунке. Здесь же приведены принятые номера и параметры звеньев и сочленений данного механизма.

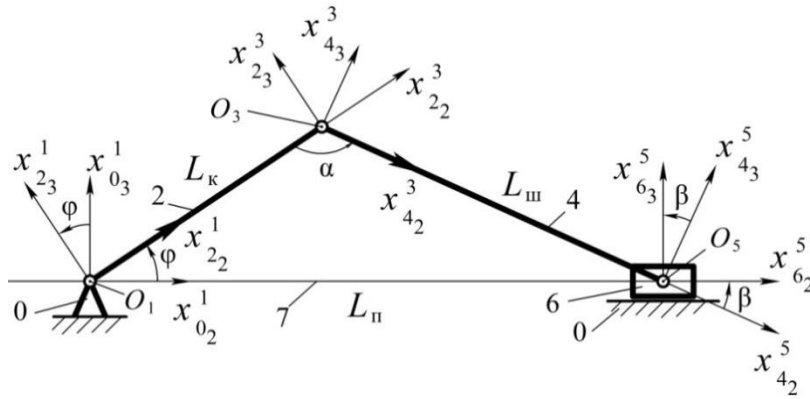


Рис. 1. Кинематическая цепь КПМ: 0 – основание, 2 – кривошип, 4 – шатун, 6 – ползун и их относительные положения

С учетом таких обозначений структурно-параметрическое описание КПМ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &LRP[0; 1; 6; \mathbf{WI}; \mathbf{WP2}(L_n; L_{sh} - L_k; L_{sh} + L_k)] && JB1R[1; 0; 2; \mathbf{WR1}(\varphi; -\infty; \infty; 0^0)] \\
 &LRR[2; 1; 3; \mathbf{WP2}(L_k)] && J1R[3; 2; 4; \mathbf{WR1}(-\alpha)] \quad (1) \\
 &LRR[4; 3; 5; \mathbf{WP2}(L_{sh})] && J1R[5; 4; 6; \mathbf{WR1}(\beta)] \\
 &LPR[7; 6; 1; \mathbf{WP2}(-L_n)] &&
 \end{aligned}$$

Здесь в идентификаторах элементов КЦ первый символ J означает, что данный элемент является сочленением, а L – звеном. В идентификаторах сочленений за символом J стоит число, отражающее количество обеспечиваемых им степеней подвижности, а вслед за этим числом указано символьное обозначение этого типа сочленения. В идентификаторах звеньев за их символьным обозначением L вписаны символьные обозначения тех сочленений, в которые входит это звено. При этом во множестве n номера этих сочленений, как уже было отмечено выше, представлены в том же порядке, как указаны символы этих сочленений в идентификаторе данного звена.

Отличие приведенного выше описания (1) от тех, что рекомендованы в [2], состоит в использовании для параметрической характеристики элементов кинематической цепи КПМ матриц однородных преобразований $\mathbf{W}...$. При этом $\mathbf{WP2}(L_k)$ означает матрицу однородных преобразований, соответствующую линейному перемещению на L_k вдоль второй оси соответствующего трехгранника, а матрица $\mathbf{WR1}(\chi)$ соответствует матрице однородных преобразований, описывающей поворот относительно первой оси трехгранника на угол χ . Последующие за L или χ величины характеризуют соответственно их минимальные, максимальные и начальные значения. Матрица \mathbf{WI} в (1) это единичная матрица однородных преобразований.

Для вывода уравнений кинематики этого механизма необходимо предварительно определить матрицу однородных преобразований, например, от основания в точке его

сочленения с кривошипом O_1 через кривошип, шатун и ползун до этой же части основания в этой же точке O_1 . Она определяется как

$$\mathbf{W}_{1,1} = \mathbf{WR1}(\varphi) \cdot \mathbf{WP2}(L_k) \cdot \mathbf{WR1}(-\alpha) \cdot \mathbf{WP2}(L_{III}) \cdot \mathbf{WR1}(\beta) \cdot \mathbf{WP2}(-L_{II}). \quad (2)$$

и должна быть равна единичной матрице \mathbf{WI} :

$$\mathbf{WR1}(\varphi) \cdot \mathbf{WP2}(L_k) \cdot \mathbf{WR1}(-\alpha) \cdot \mathbf{WP2}(L_{III}) \cdot \mathbf{WR1}(\beta) \cdot \mathbf{WP2}(-L_{II}) = \mathbf{WI}. \quad (3)$$

Подстановка в (3) соответствующих матриц дает следующее уравнение:

$$\begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_k \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -C\alpha & S\alpha & 0 & 0 \\ -S\alpha & -C\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{III} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\beta & -S\beta & 0 & 0 \\ S\beta & C\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -L_{II} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

которое можно представить в виде:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & 0 & M_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

Заметим, что в силу свойств матриц однородных преобразований

$$M_{11} = M_{22}; \quad M_{12} = -M_{21}.$$

После вычисления элементов M_{11}, M_{12}, M_{14} и M_{24} в матрице M по левой части уравнения (4) и приравнивания их соответствующим элементам единичной матрицы в его правой части получаем совокупность уравнений, описывающих кинематику КППМ:

$$S\beta \cdot S(\alpha + \varphi) - C\beta \cdot C(\alpha + \varphi) = 1; \quad (6)$$

$$S\beta \cdot C(\alpha + \varphi) + C\beta \cdot S(\alpha + \varphi) = 0; \quad (7)$$

$$L_{II} \cdot C\beta \cdot C(\alpha + \varphi) - L_{II} \cdot S\beta \cdot S(\alpha + \varphi) - L_{III} \cdot C(\alpha + \varphi) + L_k \cdot C\varphi = 0; \quad (8)$$

$$L_{II} \cdot C\beta \cdot S(\alpha + \beta) + L_{II} \cdot S\beta \cdot C(\alpha + \beta) - L_{III} \cdot S(\alpha + \beta) = 0. \quad (9)$$

При замене в них суммы углов α и φ , исходя из соотношения углов в треугольнике $\Delta O_1 O_3 O_5$ на рисунке 2 на $(180^\circ - \beta)$, уравнения (6), (7) превращаются в тождества, а уравнения (8) и (9) примут вид:

$$-L_{II} + L_{III} \cdot C\beta + L_k \cdot C\varphi = 0, \quad (10)$$

$$L_k \cdot S\varphi - L_{III} \cdot S\beta = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) определяем угол β в функции угла поворота кривошипа:

$$\beta = \arcsin \frac{L_k}{L_{III}} \sin \varphi. \quad (12)$$

Уравнение (10) дает расчетную формулу для определения положения ползуна:

$$L_{II} = L_{III} \cdot C\beta + L_k \cdot C\varphi,$$

которая после подстановки в нее β из (12) определит зависимость положения ползуна L_{Π} и связанного с ним рабочего инструмента кривошипно-ползунного механизма от угла φ поворота кривошипа в виде:

$$L_{\Pi} = \sqrt{L_{\text{ш}}^2 - L_{\text{к}}^2 \sin^2 \varphi} + L_{\text{к}} \cdot \text{C}\varphi.$$

Заметим, что в [3] приведена аналогичная зависимость, но в принятых в этой статье обозначениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hartenberg R.S., Denavit J. Kinematic synthesis of linkages. – New York: McGraw-Hill, 1964. – 435.
2. Малышенко А.М. Формализованное описание структур и параметров кинематических цепей манипуляторов // Известия АН СССР. Машиноведение. – 1989. – № 4. – С. 61–67.
3. Гутров М.А. Уравнения движения кривошипно-ползунного механизма привода режущего аппарата жатки с учетом наличия шатуна // Вестник Челябинского государственного аграрного университета. – 2009. – Т. 55. – С. 48–54.