

# Технические науки

УДК 533.9

## ОЦЕНКА ДЖОУЛЕВЫХ ПОТЕРЬ И ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ФАКЕЛЬНОМ ПЛАЗМОТРОНЕ

В.А. Власов, И.А. Тихомиров, Ю.Ю. Луценко

Томский политехнический университет  
E-mail: vlasov@tpu.ru

Получены выражения, описывающие величину волнового сопротивления и величину джоулевых потерь в конструктивных элементах высокочастотного факельного плазмотрона, имеющего металлическую разрядную камеру. Анализ проводился на основе модели плазмотрона в виде коаксиальной линии с учетом отражения электромагнитной волны в выходной части плазмотрона. Анализ выражения, полученного для волнового сопротивления плазмотрона, позволил выделить частотный диапазон, соответствующий оптимальному режиму работы плазмотрона.

Высокочастотный факельный разряд (ВЧФР), горящий в широком диапазоне давлений и газовых сред, находит практическое применение прежде всего в качестве источника потоков низкотемпературной плазмы. С этой целью были разработаны ВЧ факельные плазмотроны, обладающие достаточно высокими КПД и имеющие большой ресурс работы. В этих плазмотронах металлический трубчатый корпус обычно используется в качестве разрядной камеры [1–3], в которой установлен центральный электрод (рис. 1).

Проведен расчет джоулевых потерь и волнового сопротивления для ВЧ факельного плазмотрона. Оценка волнового сопротивления ВЧ факельного плазмотрона позволяет решить вопрос о согласовании плазмотрона с ВЧ-генератором, а также выявить режимы работы плазмотрона, при которых его электрический КПД максимален.

Расчет будем проводить с учетом наличия отраженной электромагнитной волны в канале ВЧФР. С целью упрощения анализа предположим, что длина токоведущей части разряда совпадает с длиной раз-

рядной камеры плазмотрона. В этом случае мы можем считать, что отражение волны в конце плазмотрона носит синфазный характер.

Заметим, что цилиндрическая металлическая камера, расположенная соосно каналу горящего разряда, представляет собой коаксиальную линию [2], где внутренним проводником служит канал разряда, а внешним проводником является разрядная камера плазмотрона.

Пространственное распределение полей для коаксиальной линии (рис. 1) с внутренним проводником радиуса  $a_1$  и внешним цилиндром радиуса  $a_2$  в соответствии с работой [4], а также с учетом отражения электромагнитной волны на конце линии, будет иметь вид:

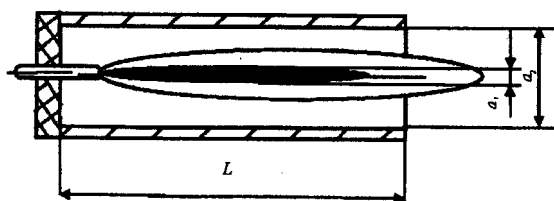


Рис. 1. Конструкция ВЧ факельного плазмотрона

$$E_{r1} = \frac{\omega \mu_1 h}{k_1^2} H_{\phi 1}; \quad (1)$$

$$E_{z1} = \frac{\omega \mu_1 \lambda_1}{k_1^2} \frac{J_0(\lambda_1 r)}{J_1(\lambda_1 a_1)} H_{\phi 1}; \quad (2)$$

$$H_{\phi 1} = \frac{k_1^2}{2\pi a_1 \omega \mu_1 \sigma_1} I \cdot \frac{J_1(\lambda_1 r)}{J_1(\lambda_1 a_1)}; \quad (3)$$

$$E_{r2} = \frac{\omega \mu_2 h}{k_2^2} H_{\phi 2}; \quad (4)$$

$$E_{z2} = -\frac{\omega \mu_2 h}{jk_2^2} \frac{AJ_0(\lambda_2 r) + BN_0(\lambda_2 r)}{AJ_1(\lambda_2 r) + BN_1(\lambda_2 r)} H_{\phi 2}; \quad (5)$$

$$H_{\varphi 2} = -\frac{jk_2^2}{\omega\mu_2\lambda_2} [AJ_1(\lambda_2 r) + BN_1(\lambda_2 r)] \times \text{ch}[(L-z) \cdot h]; \quad (6)$$

$$E_{r3} = \frac{\omega\mu_3 h}{k_3^2} H_{\varphi 3} \cdot \frac{1}{k_3^2} \cdot \frac{H_0^{(1)}(\lambda_3 r)}{H_1^{(1)}(\lambda_3 r)}; \quad (7)$$

$$E_{z3} = -\frac{\omega\mu_3\lambda_3}{k_3^2} H_{\varphi 3}; \quad (8)$$

$$H_{\varphi 3} = -\frac{jk_3^2}{\omega\mu_3\lambda_3} CH_1^{(1)}(\lambda_3 r) \times \text{ch}[(L-z) \cdot h]. \quad (9)$$

Здесь  $E_{ri}$ ,  $E_{zi}$ ,  $H_{\varphi i}$  – радиальные и осевые компоненты электрического и аксиальная компонента магнитного поля, соответственно (индексы  $i = 1, 2, 3$  относятся, соответственно, к областям  $r \leq a_1$ ;  $a_1 \leq r \leq a_2$ ;  $r \geq a_2$ )  $\omega$  – угловая частота электромагнитного поля;  $\sigma_i$  – проводимость в указанных областях;  $\epsilon_i$ ,  $\mu_i$ , соответственно, диэлектрическая и магнитная проницаемости  $i$ -ой области;  $J_0(\lambda_i r)$ ,  $N_0(\lambda_i r)$ ,  $H_0^{(1)}(\lambda_i r)$ ,  $J_1(\lambda_i r)$ ,  $N_1(\lambda_i r)$ ,  $H_1^{(1)}(\lambda_i r)$  – нулевые и первые функции Бесселя, Неймана и функции Ханкеля первого рода;  $I = I_0[\text{ch}(L-z)h]$  – полный ток разряда;  $L$  – длина плазмотрона;  $\lambda_i^2 = k_i^2 - h^2$ ;  $k_i^2 = \epsilon_i\mu_i\omega^2 + j\sigma_i\mu_i\omega$ ,  $h$  – волновое число электромагнитной волны, распространяющейся в разряде;  $k_i$  – волновые числа  $i$ -ой среды.

Заметим, что существенных отклонений от распределения компонент поля, описываемого выражениями (1–9), следует ожидать лишь на начальном и конечном участках плазмотрона, где для плазоида разряда выполняется условие  $d\epsilon/dr \approx d\epsilon/dz$ , т.е. условие сравнимости радиального и осевого градиентов комплексной диэлектрической проницаемости.

Величина волнового числа для случая экранированного факельного разряда определена авторами работы [2] и имеет следующий вид:

$$h^2 = k_2^2 - \frac{2}{a_1^2 \tilde{\epsilon}_1 \ln a_2/a_1}$$

Здесь:  $\tilde{\epsilon}_1 = \epsilon_1 + j \frac{\sigma_1}{\omega}$ .

Уменьшение величины затухания электромагнитной волны в плазмотроне по сравнению с затуханием электромагнитной волны в свободно горящем ВЧФР связано с отражением поверхностной волны от стенок металлической разрядной камеры, что, в свою очередь, приводит к локализации электромагнитной энергии внутри камеры плазмотрона.

Определим джоулевы потери в стенках разрядной камеры плазмотрона и, соответственно, их

вклад в суммарный энергетический баланс плазмотрона.

Из выражений (7) и (8) несложно видеть, что выполняется соотношение  $|E_{r3}| \ll |E_{z3}|$ . В этом случае величина джоулевых потерь в стенках разрядной камеры плазмотрона  $W_{p.k.}$  определится следующим образом:

$$W_{p.k.} = \int_V \sigma |E_{z3}|^2 dV = 2\pi \int_0^L dz \int_{a_3}^{a_3+\Delta} \sigma |E_{z3}|^2 r dr, \quad (10)$$

где  $\Delta$  – толщина стенки разрядной камеры.

Учтем, что в нашем случае  $|l_2 a_1| \ll 1$ ,  $|l_2 a_2| < 1$ ,  $|l_3 a_1| \ll 1$ ,  $|l_3 a_2| \gg 1$ . Интегрируя выражение (10) с использованием соответствующей аппроксимации функции Ханкеля, получим:

$$W_{p.k.} \approx 2\sqrt{2}\sigma_3 |C|^2 (\sigma_3\mu_3\omega)^{-1} \times e^{-\sqrt{2}(\sigma_3\mu_3\omega)^{1/2} \cdot a_2} \left[ 1 - e^{-\sqrt{2}(\sigma_3\mu_3\omega)^{1/2} \Delta} \right] \times \int_0^L [\text{ch} 2\beta z - \sin^2 \alpha z] dz. \quad (11)$$

Здесь:  $|C|$  – модуль комплексного коэффициента из выражения (9);  $\alpha$  и  $\beta$  – соответственно, действительная и мнимая части волнового числа  $h$ .

Используя соответствующие аппроксимации цилиндрических функций, а также уравнения сшивки тангенциальных компонент поля в точках скачкообразного изменения параметров среды, получим выражение для модуля коэффициента  $|C|$ , которое имеет следующий вид:

$$|C| \approx \frac{I_0}{2\pi a_1 \sigma_1} \frac{(\sigma_1 \mu_1 \omega)^{3/2}}{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times a_2^{1/2} \frac{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2}{|h| \cdot (\epsilon_3 \mu_3 \omega)^{1/4}} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_3 \mu_3 \omega)^{1/2} \cdot a_2} \quad (12)$$

При выводе формулы (12) нами предполагалось, что

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0, \quad \epsilon_1 = \epsilon_0, \quad \frac{a_2 |h|}{a_1} < \frac{(\sigma_1 \mu_1 \omega)^{3/2}}{\sqrt{2} \epsilon_0 \mu_0 \omega},$$

$$|h| = (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}.$$

Интегрируя выражение (11) по осевой координате и принимая во внимание формулу (12), для джоулевых потерь в стенках разрядной камеры плазмотрона получим следующее выражение:

$$W_{p.k.} \approx 2\sqrt{2}(\sigma_3\mu_3\omega)^{3/2} \times \sigma_3 a_2 \frac{I_0^2}{(2\pi a_1 \sigma_1)^2} \frac{(\sigma_1 \mu_1 \omega)^3}{|h|^2}$$

$$\times \left[ 1 - e^{-\sqrt{2}(\sigma_3 \mu_3 \omega)^{1/2} \Delta} \right] \times \left[ \frac{\text{sh} 2\beta L}{2\beta} + \frac{1}{4\alpha} \sin \alpha L \cos \alpha L - \frac{L}{2} \right]. \quad (13)$$

Найдем отношение джоулевых потерь в стенках разрядной камеры плазмотрона к мощности электромагнитной энергии, выделяемой в канале разряда. Мощность джоулевых потерь в разряде с учетом выражений (1–3) определится следующим образом:

$$W_p = 2\pi \int_0^L dz \int_0^{a_1} \sigma_1 |E_{z1}|^2 r dr \approx \frac{I_0^2}{\pi a_1^2 \sigma_1} \int_0^L (\text{ch} 2\beta z - \sin^2 \alpha z) dz. \quad (14)$$

Учитывая выражения (13) и (14), определим отношение джоулевых потерь в стенках разрядной камеры к мощности, выделяемой в канале разряда:

$$\frac{W_{p.k.}}{W_p} \approx \frac{\sqrt{2}}{4\sigma_1} \sigma_3 a_2 (\sigma_3 \mu_3 \omega)^{-3/2} \times \frac{(\sigma_1 \mu_0 \omega)^3}{|h|^2} \left[ 1 - e^{-\sqrt{2}(\sigma_3 \mu_3 \omega)^{1/2} \Delta} \right]. \quad (15)$$

Результаты численных расчетов величины  $\frac{W_{p.k.}}{W_p}$

для случая лабораторного высокочастотного факельного плазмотрона, имеющего мощность  $W_p \approx 1...2$  кВт, приведены в таблице. При этом:  $\sigma = 1 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$ ;  $a_2 = 0,05 \text{ м}$ ;  $|h| = 30 \text{ м}^{-1}$ ;  $\omega = 10^8 \text{ рад}^{-1}$ .

Как видно из результатов расчетов, приведенных в таблице, потери в разрядной камере плазмотрона незначительны при определении суммарных энергетических потерь. Заметим однако, что согласно

выражению (15) величина  $\frac{W_{p.k.}}{W_p}$  сильно возрастает при увеличении проводимости канала разряда и ча-

стоты электромагнитного поля, т.к.  $\frac{W_{p.k.}}{W_p} \approx \sigma_1^2 \omega^{1,5}$ .

Вследствие этого джоулевы потери в разрядной камере плазмотрона становятся сопоставимыми с

Таблица. Характеристики разрядных камер

Материал разрядной камеры	$\sigma_3 \cdot 10^{-7}, \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$	$\mu_3 / \mu_0$	$\frac{W_{p.k.}}{W_p} \cdot 10^6$
Медь	58	~1	1,15
Сталь	1	~300	9,42
Алюминий	37	~1	1,44

мощностью разряда при температуре  $T \geq 4,5...5 \cdot 10^3 \text{ К}$  и частоте электромагнитного поля в УВЧ или СВЧ диапазоне. В тоже время, условие ограничения величины групповой скорости электромагнитной волны в ВЧФР скоростью света, накладывает, в свою очередь, ограничение на проводимость канала разряда, которая соответствует температурам, не превышающим  $4,3...4,5 \cdot 10^3 \text{ К}$ . Вследствие этого джоулевы потери в разрядной камере мощного плазмотрона даже в УВЧ диапазоне не будут превышать нескольких процентов от мощности разряда.

Определим величину волнового сопротивления высокочастотного факельного плазмотрона. Волновое сопротивление плазмотрона будет определяться [2] отношением напряжения между стенкой разрядной камеры и каналом разряда к полному току, протекающему в разряде:

$$Z_0 = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}. \quad (16)$$

Величина напряжения между стенкой разрядной камеры и каналом разряда определяется следующим выражением:

$$\dot{U} = \int_{a_1}^{a_2} E_{r2} dr. \quad (17)$$

Преобразуем выражение (17) с учетом формулы (4) и малости величины  $|\lambda_2 a_1|, |\lambda_2 a_2|$ . Получим:

$$\dot{U} = -\frac{jh}{\lambda_2} \int_{a_1}^{a_2} \left[ \frac{A\lambda_2 r}{2} dr - \frac{2Br}{\pi\lambda_2} dr \right] \times \text{ch}[h(L-z)]. \quad (18)$$

Из условий сшивки тангенциальных компонент поля на границах разрыва среды определим величины  $A$  и  $B$ . Получим:

$$A \approx \frac{I_0}{\pi a_1^2 \sigma_1 k_1^2} - BN_0 (\lambda_2 a_1);$$

$$B \approx -\frac{I_0 \lambda_2^2}{4\sigma_1} \left[ \frac{k_1^2}{k_2^2} - 1 \right].$$

Учитывая, что в нашем случае

$$k_1^2 \approx j\sigma_1 \mu_0 \omega, \quad k_2^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2,$$

$$\lambda_2 \approx jh, \quad |N_0 (\lambda_2 a_1)| < |N_1 (\lambda_2 a_1)|,$$

проинтегрируем выражение (18). В результате получим следующее выражение для напряжения между каналом разряда и стенкой разрядной камеры плазмотрона:

$$\dot{U} \approx \dot{I}_0 \left\{ \left[ \frac{\beta a_2^2}{4\pi a_1 \sigma_1} + \frac{\alpha}{2\pi \omega \epsilon_0} \ln \frac{a_2}{a_1} \right] - j \left[ \frac{a_1^2 \alpha}{4\pi a_1^2 \sigma_1} - \frac{\beta}{2\pi \epsilon_0 \omega} \ln \frac{a_2}{a_1} \right] \right\} \text{ch}[h(L-z)]. \quad (19)$$

Согласно выражению (16), волновое сопротивление плазмотрона определится из выражения (19) путем его деления на величину  $I_0 \text{ch}[h(L-z)]$ . Таким образом, для величины волнового сопротивления высокочастотного факельного плазмотрона получим следующее выражение:

$$z_b \approx \left[ \frac{\beta a_2^2}{4\pi\omega\sigma_1} + \frac{\alpha}{2\pi\omega\epsilon_0} \ln \frac{a_2}{a_1} \right] - j \left[ \frac{a_2^2 \alpha}{4\pi a_1^2 \sigma_1} - \frac{\beta}{2\pi\omega\epsilon_0} \ln \frac{a_2}{a_1} \right]. \quad (20)$$

Мнимая часть выражения (20) дает нам величину реактивного сопротивления плазмотрона. Вследствие этого из выражения (20) несложно получить формулы емкости  $C_{II}$  и индуктивности  $L_{II}$  плазмотрона, которые будут иметь следующий вид:

$$C_{II} = 2\pi\epsilon_0 / \beta \cdot \ln \frac{a_2}{a_1};$$

$$L_{II} = \frac{a_2^2 \alpha}{4\pi a_1^2 \sigma_1 \omega}.$$

При этом  $z_b = R - j(\omega L_{II} - 1/\omega C_{II})$  с учетом того, что электромагнитные колебания в нашем случае описываются выражением вида  $e^{-j\omega t}$ .

Заметим, что согласно выражению (20) при частоте поля  $\omega_0 = \frac{2a_1^2 \sigma_1 \beta}{a_2^2 \alpha \epsilon_0} \ln \frac{a_2}{a_1}$  реактивное сопротивление

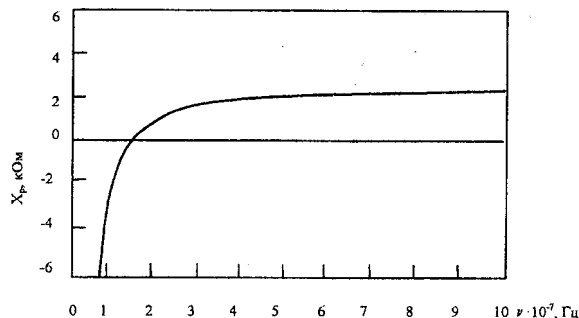


Рис. 2. Зависимость реактивного сопротивления плазмотрона  $X_p$  от частоты

ние плазмотрона становится равным нулю. В этом случае электрические потери в плазмотроне будут иметь чисто активный характер, и соответственно, вблизи частоты  $\omega_0$  коэффициент мощности плазмотрона будет максимальным. Кривая зависимости реактивного сопротивления  $X_p$  от частоты электромагнитного поля  $\nu = \omega/2\pi$  приведена на рис. 2 для лабораторного факельного плазмотрона мощностью 1...1,5 кВт. Как видно из рис. 2, реактивное сопротивление плазмотрона при частотах, на которых возможно горение ВЧФР, не превышает 2 кОм. В то же время реактивное сопротивление становится равным нулю при частоте  $\nu = 16$  МГц, что в свою очередь подтверждает результаты экспериментальных работ [1, 5] о большей эффективности горения ВЧФР на частотах, близких к пороговой для возбуждения разряда.

### Список литературы

1. Тихомиров И.А. Высокочастотные факельные плазмотроны и их практическое применение // Изв. СО АН СССР. – 1980. – Вып. 2. – С. 3–13.
2. Качанов А.В. и др. Экранированный ВЧ факельный разряд // Физика газоразрядной плазмы. – М., 1968. – Вып. 1. – С. 60–67.
3. Власов В.А., Тихомиров И.А., Мышкин В.Ф. Диагностика низкотемпературной плазмы высокочастотных разрядов и плазмы горения веществ. – М.: Энергоатомиздат, 2002. – 296 с.
4. Стрэттон Д. Теория электромагнетизма. – М.: Гостехиздат, 1948. – 548 с.
5. Сб.: Аппаратура и методы исследований ВЧ разрядов (по материалам семинара ВДНХ 16.01.1973 г.) / Под ред. проф. И.А. Тихомирова. – Томск: Изд-во ТГУ, 1976. – 64 с.