

На правах рукописи

Драпико Евгений Анатольевич

**Разработка методов и средств реконструкции физических
полей в термоядерной установке – токамак КТМ**

Специальность 01.04.01 - Приборы и методы экспериментальной физики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2007

Работа выполнена в Томском политехническом университете

Научный руководитель: кандидат технических наук,
доцент Дядик В.Ф.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор Тихомиров А.А.
кандидат физико-математических наук
Соколов М.М.

Ведущая организация: Троицкий институт инновационных
и термоядерных исследований
г. Троицк Моск. обл.

Защита состоится “ 27 ” апреля 2007 г. в “ 14 ” часов в аудитории 228 10 учебного корпуса на заседании диссертационного совета ДС 212.025.01 при Томском политехническом университете (634050, г.Томск, пр.Ленина, 30)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского политехнического университета.

Автореферат разослан “ _____ ” _____ 2007г.

Ученый секретарь диссертационного совета:
доктор технических наук, профессор

Орлов А.А.

Актуальность исследования. Важнейшей задачей современной теоретической и экспериментальной физики, является получение энергии от управляемой термоядерной реакции.

От создания полноценного энергетического реактора, мировое термоядерное сообщество отделяет ряд актуальных научных проблем, на решение которых направлены основные исследования в области управляемого термоядерного синтеза (УТС) в настоящее время. К отмеченным проблемам, в частности, относятся: поиск перспективных материалов для элементов конструкции термоядерного реактора, разработка высокоэффективных алгоритмов управления параметрами плазмы.

Последняя проблема является особенно актуальной в виду специфики объекта управления, то есть плазмы. Одной из основных сложностей в управлении плазмой, является большая скорость протекания плазмо-физических процессов. Характерные времена для большинства из них составляют доли микросекунд.

Установка КТМ (Казахстанский Токамак Материаловедческий), создаваемая в настоящее время в республике Казахстан, является материаловедческим токамаком, предназначенным для исследований кандидатных материалов для первого международного термоядерного энергетического реактора ITER. Геометрические параметры КТМ предполагают высокую динамику плазмо-физических процессов, кроме того назначение установки требует управления параметрами плазменного шнура в реальном масштабе времени.

В свою очередь, первоочередную значимость для управления установкой, имеют системы, обеспечивающие получение информации об объекте управления, то есть информации о плазмо-физических процессах, протекающих в токамаке. Системы, предоставляющие измерительную информацию о параметрах плазмы, принято называть диагностическими системами, либо – диагностиками. Каждая диагностическая система является, по сути, уникальным измерительным комплексом, выполняющим функции восприятия, измерения, обработки и передачи данных о состоянии плазмы и установки в целом. При этом, часть информации используется в контуре оперативного управления в реальном масштабе времени. Очевидно, что для успешного решения задачи управления плазмой в термоядерных установках типа токамак, необходимо обеспечить получение первичной информации в адекватные циклу управления временные рамки, что в свою очередь, невыполнимо без использования современных высокопроизводительных структурных, аппаратных и программных решений.

Для методов измерений, используемых в диагностике термоядерной плазмы, вопрос о достоверности информации является очень актуальным. Это в первую

очередь связано с тем, что зачастую невозможно провести дополнительные измерения отличным от используемого методом. Каждое измерение уникально, и проверка его адекватности не может быть выполнена, в виду отсутствия альтернативной методики с большей точностью, или заведомо адекватной. В дополнение, большинство искомых параметров плазмы являются косвенными, лишь небольшое их количество может быть измерено непосредственно. В связи с этим, адекватность расчетных методик является столь же критичной. Особо следует отметить специфику методов обработки данных. Большинство задач, связанных с определением пространственно- временных распределений параметров, сводятся к так называемым некорректным задачам, при решении которых малейшие изменения во входных данных (измерительной информации) могут привести к полному искажению результата. В настоящее время, многие методы, используемые для решения таких задач, могут быть значительно усовершенствованы, благодаря использованию более сложных и ресурсоемких алгоритмов, выполнение которых, благодаря наличию более совершенной вычислительной техники, возможно для соответствующих режимов работы установки.

Целью работы является исследование, разработка и усовершенствование средств и методов измерения параметров ряда физических полей термоядерной установки - токамака КТМ, а также, методов послеэкспериментальной обработки измерительной информации.

Научная новизна:

1. Разработаны оригинальные математические модели измерений для двух диагностических систем установки КТМ, позволяющие увеличить точность при решении задач реконструкции, а также позволяющие повысить точность модельных экспериментов.
2. Предложен способ модификации классического метода Пирса для реконструкции поля радиационных полей, позволяющий повысить точность реконструкции.
3. Разработаны алгоритмы первичной обработки измерительной информации.
4. Разработан оригинальный метод восстановления формы плазменного шнура.
5. Разработан алгоритм для вычисления эллиптических интегралов первого и второго родов.

Практическая ценность работы Разработанные алгоритмические, программные и аппаратные решения могут быть применены на токамаках и других физических установках. Предлагаемые решения были проверены посредством вычислительных экспериментов и на основе реальных экспериментальных данных с установки Т-11М г. Троицк и теплотехническом стенде Eagle г. Курчатова.

На защиту выносятся:

1. Результаты модификации метода Пирса путем использования квадратурных формул высшего порядка точности. Показано, что за счет использования интерполяционных квадратурных формул, точность реконструкции может быть увеличена на 20%.
2. Разработанные модели измерений поля радиационных потерь и электромагнитного поля. Использование данных моделей при вычислительных экспериментах позволило оценить адекватность алгоритмов реконструкции.
3. Метод расчета положения плазменного шнура. Показана устойчивость метода к погрешностям измерений и независимость от формы поперечного сечения плазменного шнура.
4. Метод восстановления формы плазменного шнура, сочетающий преимущества нитевой и параметризованной моделей плазменного шнура.
5. Метод быстрого расчета эллиптических интегралов первого и второго рода, позволяющий получать точное до 15 знака после запятой значение за 100 операций сложения и умножения.

Апробация работы Результаты работы докладывались на научных семинарах кафедры электроники и автоматики физических установок томского политехнического университета, на семинарах российской команды разработчиков систем сбора данных и управления международного термоядерного реактора ITER в институте ядерного синтеза Курчатовский институт. По результатам работы опубликовано 6 статей в журналах “Приборы и системы. Управление контроль диагностика”, “Известия вузов. Серия физика”, принято участие в конференциях “Современные техника и технологии” г. Томск 2000, 2002, 2003 гг., “Инженерные проблемы термоядерных реакторов” г. Санкт-Петербург 2002 г., “Диагностика высокотемпературной плазмы X, IX” г. Троицк 2003, 2005 гг.

Публикации Основное содержание диссертации опубликовано в 17 трудах, в том числе: 6 статьях, 2 тезисах, 8 докладах, 1 научный отчет.

Личный вклад заключается в постановке задачи, в разработке моделей измерений электромагнитных полей и поля радиационных потерь, в разработке структуры аппаратной части подсистем сбора данных с диагностических систем, в разработке алгоритмов реконструкции, в проведении вычислительных экспериментов, в обработке и интерпретации экспериментальных данных.

Структура и объем диссертации Диссертация изложена на 146 листах машинописного текста, иллюстрирована 74 рисунками и 2 таблицами, состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 150 наименований.

Содержание работы

В главе I проанализированы особенности измерений параметров плазмы на установках типа токамак, рассмотрена общая постановка задачи измерения поля радиационных потерь и электромагнитных полей. Определена постановка обратной задачи для каждого типа измерений. Для выяснения наиболее перспективных методов реконструкции физических полей, проанализированы подходы к решению обратных задач. Выделены три типа характерных для установок типа токамак интегральных измерений. Исходя из данного анализа выявлены общие черты в математическом описании моделей измерений. Исходные задачи реконструкции для болометрии и электромагнитной диагностики (ЭМД) удалось формализовать в виде алгебраизованных интегральных уравнений, то есть, сводимых в конечном счете к линейным системам алгебраических уравнений для поля радиационных потерь и для электромагнитной конфигурации соответственно.

Для поля радиационных потерь алгебраизация (сведение интегральных уравнений к системам линейных уравнений) может быть осуществлена на основе следующего подхода. Искомое распределение заменяется ступенчатой функцией в виде набора локальных объемов (площадей в случае тороидальной симметрии) обладающих искомым параметром. Линия наблюдения каждого детектора, в зависимости от расположения, будет проходить через определенное количество таких объемов. Показания датчика можно рассматривать как сумму локальных значений для каждого элемента объема с некоторым весовым коэффициентом. Очевидно, весовые коэффициенты должны соответствовать вкладу каждого локального значения в показания датчика, в простейшем случае это длина участка линии наблюдения, проходящего через объем. Обозначив Ω_j – локальные значения параметра для j -ого объема, $A_{i,j}$ – весовые коэффициенты, I_i – показания i -го детектора, можно записать:

$$I_i = \sum_{j=1}^n A_{i,j} \Omega_j \quad (1)$$

Данный метод в литературе называют линейно-аддитивным алгебраическим методом, либо методом Пирса. Можно сказать, что в основе метода Пирса лежит использование формулы численного интегрирования типа прямоугольников.

За счет аддитивности воздействий на датчик локальных значений, использование замены интегралов по пространственной координате вполне соответствует физической природе измерений, связанных с излучением. При этом, при необходимости, учет явлений поглощения и рефракции, возможен путем простого введения

дополнительных весовых коэффициентов для каждого локального значения.

Второй типовой случай интегральных измерений. Датчик, в зависимости от конструкции, воспринимает определенный параметр магнитного поля текущей электромагнитной конфигурации, состоящей из суперпозиций полей, создаваемых обмотками электромагнитной системы установки и поля тороидального тока плазмы. Причем, воспринимает суммарное значение от всех токонесущих элементов: обмоток, тока плазмы, конструктивных элементов с индуцированными токами. Запишем выражение для напряженности и индукции магнитного поля создаваемого проводником произвольной формы в среде с магнитной проницаемостью $\mu_r = 1^1$.

$$B = H = \frac{1}{c} \int \frac{[jR]}{R^3} dV \quad (2)$$

Где: j – плотность тока; R – расстояние от точки наблюдения до элемента объема dV .

Данная задача во многом схожа с предыдущей, отличие заключается лишь в том, что в первом случае на коллимированный датчик воздействует только определенный набор элементов объема расположенных на линии наблюдения, во втором же случае, датчик детектирует значение поля создаваемого плазменным шнуром в целом. Ток с любой формой функции плотности можно рассматривать как совокупность элементарных токонесущих элементов. При этом, выбор данных элементов будет определять, во-первых, модель плазменного шнура, и во-вторых, вид искомых локальных характеристик распределения. В простейшем случае, тороидальный ток может быть представлен в виде набора тонких токовых нитей.

Поле, создаваемое линейным круговым током, может быть описано следующим выражением:

$$A_\phi = \frac{J}{c} \oint \frac{\cos(\varphi) dl}{R} = \frac{2J}{c} \int_0^\pi \frac{r' \cos(\varphi) d\varphi}{(r'^2 + r^2 + (z - z')^2 - 2r'r \cos(\varphi))^{1/2}} \quad (3)$$

где: r, z, r', z' – координаты точки наблюдения и токовой нити соответственно, φ – тороидальный угол, J – ток текущий в нити, c – скорость света. Здесь A_ϕ – векторный потенциал, связанный с магнитной индукцией выражением $B = rot(A)$. Данное выражение может быть проинтегрировано в аналитическом виде, результат выглядит следующим образом:

$$A_\phi = \frac{4J}{ck} \sqrt{\frac{r'}{r}} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) K - E \right] \quad (4)$$

¹Здесь и далее используется система СГСЕ

где $k^2 = \frac{4r'r}{(r'+r)^2+(z-z')^2}$, а K и E полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода:

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(\theta)}}, \quad E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2(\theta)} d\theta \quad (5)$$

Подобные аналитические выражения могут быть записаны для отдельных компонент индукции B_r, B_z (B_τ, B_η)¹ и магнитного потока Ψ .

$$B_r = \frac{2}{c} \frac{z - z'}{r \sqrt{(r - r')^2 + (z - z')^2}} \left[-K(k) + \frac{r'^2 + r^2 + (z - z')^2}{(r - r')^2 + (z - z')^2} E(k) \right] \quad (6)$$

$$B_z = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{(r - r')^2 + (z - z')^2}} \left[K(k) + \frac{r'^2 - r^2 - (z - z')^2}{(r - r')^2 + (z - z')^2} E(k) \right] \quad (7)$$

$$\Psi = \frac{8\Pi}{c} \sqrt{\frac{rr'}{k^2}} \left[(1 - k^2/2)K(k) - E(k) \right] \quad (8)$$

Что, в свою очередь, является решением прямой задачи, то есть, расчета показаний датчиков по найденному варианту распределения. Как видно из выражения (4), значение характеристик электромагнитного поля (компонент индукции, потока) зависит от величины тока в токовом элементе (в данном случае токовой нити) и от расстояния от точки наблюдения (расположение датчика) до токовой нити. Таким образом, заменяя исходное распределение линейными круговыми токами, можно алгебраизировать задачу. Процедура алгебраизации аналогична описанной выше для реконструкции поля радиационных потерь, а именно, аналогом весовых коэффициентов будут выступать выражения типа (4) без умножения на величину тока в элементе. При фиксированной геометрии, то есть, известных координатах нитей и датчиков, результат будет выглядеть в виде матрицы взаимовлияний каждого элемента на каждый датчик. Таким образом, решаемая задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений, результатом решения которой являются значения токов. Соответствующая система будет выглядеть следующим образом:

$$D_i = \sum_{i=1}^n D_{i,j}^* I_i \quad (9)$$

где D_i – набор диагностических данных (B_τ, B_n, Ψ и т.п.); $D_{i,j}^*$ – коэффициенты отражающие вклад каждого токового элемента в показания каждого датчика; I_i – искомые токи в токовых элементах.

¹Нормальная и тангенциальная компоненты полоидального поля

Не обращая внимания на разницу в обозначениях, очевидно, что системы (1) и (9) идентичны. В обоих случаях присутствует сумма произведений некоторого локального значения параметра (I_i, E_i) на соответствующий весовой коэффициент, отражающий влияние каждого локального значения на соответствующие измерения. Отличие состоит лишь в том, что в первом случае, в зависимости от геометрии измерений, каждая строка системы будет содержать ограниченный набор коэффициентов при локальных значениях, во втором же случае, в каждой строке будут содержаться все коэффициенты. Практически же, указанное отличие сведется к тому, что в первом случае некоторые элементы матрицы будут нулевыми (в случае одного ракурса матрица будет треугольной), во втором же случае, матрица будет заполненной полностью. Схожесть результирующих систем вытекает из общего, для обоих типов полей, свойства аддитивности воздействий локальных значений на чувствительный элемент детектора, и может косвенно говорить о физической адекватности решения задач в таком виде. Очевидно, что оба выражения представляют собой линейные операторные выражения типа:

$$A\omega = I \quad (10)$$

Таким образом, была выбрана методика решения обратных задач для рассматриваемых подсистем. Предлагаемая унификация подходов к решению позволяет унифицировать математическое и специальное программное обеспечение [4, 5].

Особое внимание было уделено прямым задачам (расчету показаний датчиков по модельному распределению поля), была проанализирована постановка такой задачи для каждого из рассматриваемых полей. В результате, были получены соответствующие модели для каждого из измерений. Данные модели были впоследствии использованы для постановки вычислительных экспериментов для определения модельных показаний датчиков, а также непосредственно для восстановления пространственно-временных распределений полей.

В заключение были показаны особенности аппаратной реализации для рассматриваемых диагностических подсистем. Было отмечено, что для диагностики радиационных потерь наиболее целесообразно использовать оборудование в стандарте `compactPCI`. Для электромагнитной диагностики, как более требовательной к динамическим характеристикам подсистеме, лучше использовать оборудование в `VME` стандарте [7, 6, 11, 12, 13].

Глава II посвящена разработке аппаратного, программного и математического обеспечений для диагностики радиационных потерь. В первую очередь проведён анализ первичных преобразователей для детектирования излучения в требуемом диапазоне. Предъявляемым требованиям удовлетворяют три типа датчиков,

а именно: болометры, пироэлектрические приёмники излучения и AXUV диоды. Для использования в подсистеме диагностики предложено использовать пироэлектрические датчики в качестве обзорных детекторов и линейки AXUV диодов для хордовых измерений. Такой выбор продиктован прежде всего тем, что данные датчики являются стандартными и нет необходимости в их изготовлении. Кроме отмеченного, предлагаемая номенклатура датчиков позволит дифференцировать энергию уносимую нейтралами.

Подробно проанализированы варианты построения измерительных каналов. Выбраны оптимальные с точки зрения помехозащищённости и стоимости реализации с использованием современных аппаратных средств, составлены соответствующие структурно функциональные схемы и определена структура комплекса технических средств – рисунок 1 [7, 9, 16].

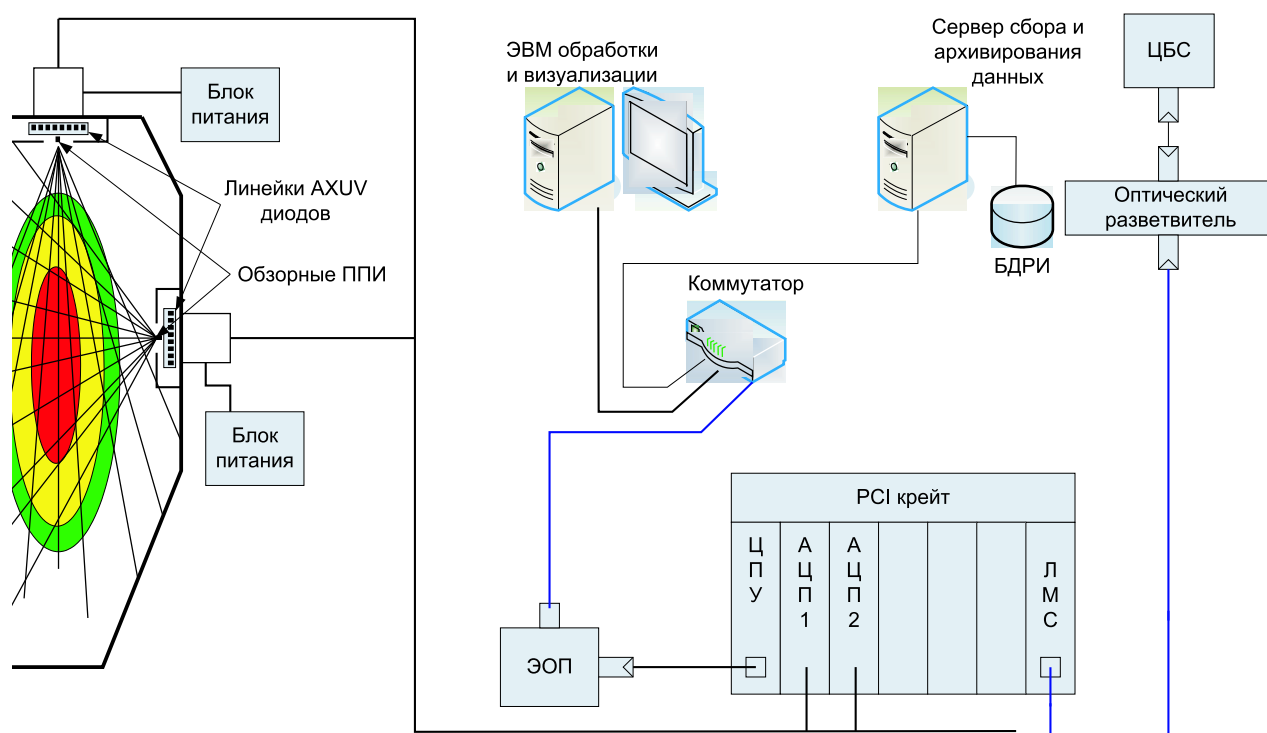


Рис. 1: Структура комплекса технических средств диагностики радиационных потерь.

Анализ методов реконструкции поля радиационных потерь, показал, что используемые в настоящее время методы обладают рядом недостатков. В виду того, что задача является крайне неустойчивой, необходимо использовать высокоточные алгоритмы. Как показал анализ, проведённый в первой главе, для хордовых измерений при небольшом количестве исходных данных, наиболее подходящими являются методы, основанные на сведении исходных интегральных уравнений к линейным системам. Примером такого метода является широко используемый в различных хордовых диагностиках метод Пирса. Датчик воспринимает инте-

гральное значение излучательной способности по хорде, на которую он сколимирован. В простейшем случае реконструкцию можно осуществить, используя аппарат численного интегрирования. Для этого все сечение плазменного шнура разбивается на зоны. Каждой зоне приписывается одно значение излучательной способности. Внутренние зоны имеют форму колец, а внешние - форму колец, разбитых на сектора. Причем, на сектора разбиваются те участки сечения, в которых предполагается наличие локальных краевых эффектов. Обозначив через I_i - интеграл от излучательной способности вдоль i - ой хорды (значение детектируемое датчиком), через E_j - излучательную способность j - ой зоны, через L_{ij} - рассчитанную длину i - ой хорды в j - ой зоне можно записать выражение, связывающее эти величины:

$$I_i = \sum_j L_{i,j} \cdot E_j, (i = 1, \dots, n) \quad (11)$$

Таким образом, получаем систему линейных алгебраических уравнений. Величины I_i и $L_{i,j}$ известны, и реконструкция заключается в определении из полученной системы уравнений значений излучательной способности каждой зоны.

Данный метод был модифицирован путём использования интерполяционных квадратурных формул [14, 17]. Рассмотрим интеграл вида (12)

$$\int_a^b p(x) f(x) dx \quad (12)$$

$[a, b]$ - любой конечный или бесконечный отрезок числовой оси, f - произвольная функция некоторого класса. Исходя из свойств пространственно-временного распределения радиационных потерь примем, что функция f является квазипериодической. Для дальнейшего изложения примем, $p(x)$ равным единице и интервал интегрирования $[0, 1]$. Наиболее распространенными в приложениях являются квадратурные формулы, позволяющие приближенно находить значение интеграла в форме линейной комбинации нескольких значений функции

$$\int_a^b p(x) f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k) \quad (13)$$

Сумму $\sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$ далее будем называть квадратурной суммой. Рассмотрим систему функций (14)

$$\omega_m(x) (m = 1, 2, \dots) \quad (14)$$

суммируемых на $[a, b]$. Образует линейную комбинацию

$$S_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k \omega_k(x) \quad (15)$$

Говорят, что равенство (13) имеет степень точности m относительно функций (14), если оно верно для $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots \omega_m$:

$$\int_0^1 \omega_m(x) dx = \sum_{k=1}^n A_k \omega_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (16)$$

и не верно для ω_{m+1} .

В качестве функций примем систему степеней $1, x, x^2, x^3, \dots, x^n$. В этом случае выражение (12) будет выглядеть следующим образом:

$$\int_0^1 x^i dx = \sum_{k=1}^n A_k x_k^i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

Функция ω_m , очевидно должна выбираться так, чтобы ее свойства были согласованы со свойствами интегрируемой функции. Так как функции распределения радиационных потерь носят квазипериодический характер, естественно выбрать в качестве функций ω_m – тригонометрические функции $\sin(kx), \cos(kx)$ ($k = 1, 2, \dots$). Если же принять полупериод интегрируемой функции равным единице, и учесть то, что на границах полупериода квазипериодические функции принимают нулевое значение, то можно выбрать в качестве функции ω_m – $\sin(k\pi x)$ ($k = 1, 2, \dots$).

Запишем выражение (12) с использованием совокупности гармоник в качестве функций ω_m :

$$\int_0^1 \sin(i\pi x) dx = \sum_{k=1}^n A_k \sin(i\pi x_k) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

Для исследования применимости интерполяционных квадратурных формул для решаемой задачи, были проведены вычислительные эксперименты с использованием специально разработанной модели измерений. Предлагаемая модель учитывает реальную геометрию измерений и позволяет рассчитывать показания датчиков для различных функций распределения радиационных потерь. Для проверки адекватности, были проведены вычислительные эксперименты, в которых исследовалась точность квадратурных формул в зависимости от вида подынтегральной функции и вариантов расположения узловых точек. Было показано, что для функций распределения радиационных потерь квазипериодического вида характерных для термоядерной установки типа токамак и возможных, исходя из

геометрии измерений размещений узлов, квадратурные формулы обеспечивают точность не менее 15 знаков после запятой.

Поскольку результаты верификации квадратурных формул говорят лишь о точности прямой задачи, для полного анализа методики была проведена серия экспериментов направленных на оценку адекватности методики в целом. Исследовалось влияние вида функции распределения поля радиационных потерь на точность реконструкции. Было показано, что для симметричных функций модифицированный метод дает более точные результаты. Для случая несимметричного распределения была выявлена зависимость точности реконструкции от места расположения максимума функции. А именно, в случаях когда максимум функции находится в месте минимальной плотности хорд наблюдения детекторов, точность ухудшается. Таким образом, предложенная модель измерений позволит в дальнейшем формировать дополнительные требования к размещению датчиков при наличии информации об особенностях поля потерь (например наличие локальных максимумов), с целью увеличения точности реконструкции.

В процессе проведения вычислительных экспериментов, также было показано что для решения получаемой в результате алгебраизации системы уравнений, в виду плохой обусловленности матрицы и большой размерности, прямые методы решения не пригодны. Попытка использования итерационных методов типа простых итераций и Зейделя тоже не дала положительных результатов. В дальнейшем, был использован релаксационный алгоритм для решения систем линейных уравнений. Суть данного алгоритма заключается в последовательном приближении к оценке локальных значений E^* , посредством нахождения промежуточных векторов $E^{(0)}$, $E^{(1)}$, $E^{(2)}$. Каждое следующее значения вектора $E^{(k+1)}$, получается путем воздействия на вектор $E^{(k)}$ специальной функцией α_k которая, очевидно должна зависеть от величины предыдущего значения вектора, размера зоны пересекаемой хордой и значения показания датчика для данной хорды. Таким образом можем записать:

$$E^{(k+1)} = \alpha_k(E^{(k)}, L_{i,k}, I'_{i,k}) \quad (19)$$

Где I'_i вектор значений интегральных излучательных способностей.

Выбор функции α_k на k -й итерации производился из следующих соображений:

- только те зоны, которые пересекаются i_k -й хордой, должны иметь измененные значения локальной излучательной способности;
- изменение значения излучательной способности в зоне должно быть пропорциональным разности $I_i - I'_i$, то есть разности между показаниями датчиков и

значениями интегральной излучательной способности вычисленной согласно формуле (11);

- изменение в j -й зоне должно быть пропорционально величине вектора $L_{i,k}$.

Таким образом функция α_k может иметь следующий вид:

$$\alpha_k(E^{(k)}, L_{i,k}, I'_{i,k}) = \begin{cases} E^{(k)}, & \text{если } \sum_{j=1}^n L_{i,j}^2 = 0 \\ E^{(k)} + L_{i,j} \cdot \lambda^{(k)} \cdot \frac{I_i - \sum_{j=1}^n L_{i,j} \cdot E_j}{\sum_{j=1}^n L_{i,j}^2}, & \text{если } \sum_{j=1}^n L_{i,j}^2 \neq 0 \end{cases} \quad (20)$$

В общем случае, при выполнении условия:

$$\sum_{j=1}^n L_{i,j}^2 \neq 0 \quad (21)$$

вектор значений локальных излучательных способностей, будет рассчитываться из следующего соотношения:

$$E^{(k)} + L_{i,j} \cdot \lambda^{(k)} \cdot \frac{I_i - \sum_{j=1}^n L_{i,j} \cdot E_j}{\sum_{j=1}^n L_{i,j}^2} \quad (22)$$

Где $\lambda^{(k)}$ – параметр релаксации, определяющий скорость сходимости метода. Для правильной работы алгоритма необходимо выполнение условия $0 < \lambda \leq 2$. Чем больше величина λ , тем быстрее сходится алгоритм и меньше точность решения.

В отличие от других итерационных алгоритмов, релаксационные методики не требуют знания начальный приближений для вектора E . Время выполнения любого итерационного метода, вообще говоря неограничено, поэтому, необходимо выбрать какой либо критерий завершения итераций. В случае, когда время выполнения алгоритма критично, проще всего ограничить количество итераций, однако, при этом необходимо учитывать, что достигаемая при этом точность решения может оказаться недостаточной. В данном конкретном случае, для нас более важна точность решения, поэтому в качестве критерия была выбрана скорость убывания среднеквадратичной ошибки, рассчитываемой по абсолютным значениям погрешности для каждой хорды согласно следующему выражению:

$$D^{(k)} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n I_i - \sum_{j=1}^n L_{i,j} \cdot E_j}{\sum_{j=1}^n L_{i,j}^2}} \quad (23)$$

и соответственно скорость убывания погрешности:

$$\delta^{(k)} = D^{(k)} - D^{(k-1)} \quad (24)$$

Данный метод обладает еще одним важным преимуществом, которое делает его применимым для решения некорректных обратных задач. А именно, позволяет достаточно просто ограничить класс решения. Для этой цели могут использоваться: сглаживание, неполная релаксация, ограничение возможных значений (верхнего, нижнего), нормировка и другие. Для решения рассматриваемой задачи, можно использовать, например, ограничение. А именно, исходя из какой либо априорной информации, можно ограничить возможные значения локальных характеристик. В простейшем случае, когда априорная информация минимальна, можно ввести ограничение на появление отрицательных значений локальных излучательных характеристик. В данном случае, в качестве априорной информации используется лишь вытекающее из свойств горячей плазмы предположение о том, что областей, поглощающих излучения (отрицательных значений излучательных характеристик) быть не может. Формальное выражение данного приема будет выглядеть следующим образом. Если нам известно, что при $1 \leq j \leq n$

$$\eta \leq E_j \leq \mu \quad (25)$$

$$E_j^{(k+1)} = \tau_{(k+1)}(\hat{E}^{(k+1)}) = \begin{cases} \eta, & \text{при } \hat{E}_j < \eta, \\ \hat{E}_j, & \text{при } \eta \leq E_j \leq \mu, \\ \mu, & \text{при } \mu < \hat{E}_j \end{cases} \quad (26)$$

При проведении вычислительных экспериментов, в частности, использовалось следующее ограничение. Поскольку исходная функция была известна, ограничивали не только нижнее значение, но и верхнее, то есть, максимальное значение излучательной способности.

Поскольку на практике максимальное значение излучательной способности едва ли будет известно точно, можно предположить, что оно не будет превышать значение энергии, вводимой в плазму посредством омического нагрева и других методов дополнительной накачки. Таким образом, отмеченные ограничения почерпнуты из сугубо физических соображений.

За счёт использования интерполяционных квадратурных формул точность реконструкции была увеличена на 20%, кроме того, была значительно увеличена устойчивость метода за счёт использования релаксационного алгоритма для решения результирующей системы уравнений. Благодаря предлагаемой модификации, впервые результат реконструкции может быть интерпретирован как набор значений функции в точках.

Глава III посвящена разработке аппаратного, математического и программного обеспечений для электромагнитной диагностики. Особенностью данной подсистемы является то, что информация с её датчиков используются в контурах оперативного управления в реальном масштабе времени. Требования к данной подсистеме были сформулированы исходя из того, что измерительная информация будет использована в системе цифрового управления [1, 2, 3].

Исходя из принципов функционирования установок типа токамак, можно сказать что большинство физических процессов происходящих в плазме должны отражаться в параметрах электромагнитного поля. Электромагнитная конфигурация формируется совокупностью источников поля, а именно тороидальным током плазмы, токами в обмотках электромагнитной системы, токами наведенными в элементах конструкции вакуумной камеры и витках пассивной стабилизации. В настоящее время, электромагнитная диагностика является “традиционным” источником информации для оперативного управления основными параметрами плазмы. Данная подсистема диагностики может быть отнесена к перечню подсистем без которых функционирование установки просто невозможно. Управление параметрами плазмы в реальном масштабе времени остается достаточно актуальной проблемой в настоящее время. Токамак КТМ относится к установкам с низким аспектным отношением, подобное решение дает ряд преимуществ с точки зрения достижения термоядерных параметров по сравнению с классическими установками, с круглым сечением плазменного шнура. Однако, вытянутость сечения шнура, возникающая при низких значениях аспектного отношения, приводит к значительному увеличению инкремента неустойчивости плазмы по вертикали. Кроме того, для не круглого плазменного шнура, возникает задача управления формой его сечения. В добавление к этому, исходя из назначения КТМ, необходимо осуществлять управление положением X-точки в реальном масштабе времени.

Электромагнитная диагностика позволяет определить следующие параметры: положение плазменного шнура, ток плазмы, напряжение на обходе плазменного шнура, вертикальный магнитный поток, форму поперечного сечения, диамагнитный поток, энергосодержание плазменного шнура, внутреннюю и полную индуктивность плазменного шнура, мощность омического нагрева, запас устойчивости,

характер МГД активности, напряженность тороидального магнитного поля. Из перечисленных выше параметров следует выделить положение плазменного шнура и форму поперечного сечения. Данные параметры не могут быть определены посредством прямых измерений, или путем элементарных операций типа интегрирования или фильтрации над измерительными сигналами. Данные параметры плазменного шнура определяются посредством достаточно сложных расчетных процедур. Кроме того, положение и форма плазменного шнура подлежат управлению в реальном масштабе времени. В добавление данные параметры взаимосвязаны.

Исходя из предъявляемых требований было рассмотрено несколько вариантов реализации подсистемы сбора данных с датчиков ЭМД. Следует разделить два принципиально отличающихся проектных решения. В первом, аналоговые сигналы после предварительной обработки, заключающейся в фильтрации нормализации и гальванической развязке, передаются по проводной линии связи для оцифровки и дальнейшей обработки на более высокие уровни информационно-измерительной системы (ИИС) и системы управления плазмой (СУП). При этом аппаратура подсистемы сбора данных (исключая блоки предварительной обработки) будет находиться на значительном удалении от установки, в том числе и в прилегающих помещениях. Во втором проектном решении предлагается производить аналого-цифровое преобразование непосредственно в блоках предварительной обработки сигналов. Передача на верхние уровни ИИС в данном случае осуществляется по волоконно-оптическим линиям связи.

Предлагаемая структура подсистемы (рисунок 2) предполагает преобразование сигналов в цифровой вид в блоках предварительной обработки, находящихся в непосредственной близости к установке. Дальнейшая передача сигнала осуществляется по цифровым оптическим линиям связи последовательным самосинхронизирующимся кодом. Такое решение позволяет значительно сократить количество подверженных наводкам проводных соединений. Кроме того, использование в блоках БПОС программируемых логических матриц, позволит выполнять некоторые достаточно сложные расчётные операции “на лету”.

В результате анализа методов расчета положения плазменного шнура было показано, что простейшие методики, основанные на небольшом количестве измерительных данных непригодны для вытянутых магнитных конфигураций, характерных для установки КТМ на стадиях плато тока. Исходя из анализа методов измерений положения, используемых на других установках с не круглым сечением, была определена методика использующая так называемый интеграл Шафранова $Y_m = \frac{c}{4\pi J} \oint (f_m B_\tau + X g_m B_\eta) dl$, позволяющий связать показания датчиков (B_τ ,

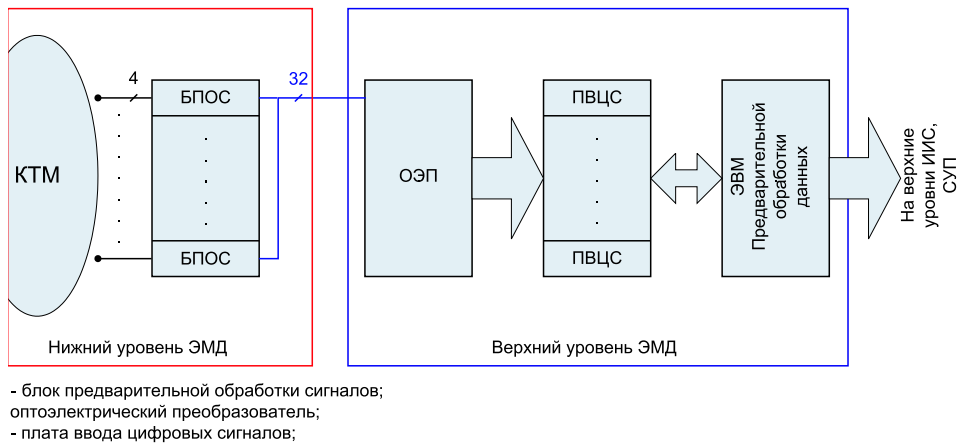


Рис. 2: Структурная схема типового измерительного канала

B_η) на измерительном контуре с положением источника поля (Y_m , при $m=1$). Причем, в процессе экспериментов было показано, что добавление других параметров поля (отсутствующих в исходном соотношении) в частности, магнитного потока, может значительно увеличить точность не усложняя при этом расчётной части. Для практического применения можно использовать следующее соотношение, в котором интегралы заменены суммами:

$$\Delta \cdot I_p = \sum_{i=1}^n \alpha_i B_i^r + \sum_{i=1}^n \beta_i B_i^\eta + \sum_{i=1}^m \gamma_i \Psi_i \quad (27)$$

где: n – количество датчиков B_p ; m – количество датчиков Ψ ; B_i^r , B_i^η , Ψ_i – показания датчиков; α , β , γ – весовые коэффициенты для каждого отдельного датчика. При этом, использование уже отмеченной ранее современной аппаратной части, а именно, программируемых логических матриц в структуре БПОС ЭМД, позволяет выполнять расчёт положения плазменного шнура непосредственно на нижнем уровне подсистемы. Благодаря чему, требуемые вычислительные мощности системы управления плазмой могут быть эффективно распределены, что особенно актуально для контура управления положением плазмы как самого динамичного в системе.

Точность формулы (27) определяется методом подбора весовых коэффициентов (α_i , β_i , γ_i). Процедура подбора кроме того является также самой ресурсоемкой частью алгоритма, выполнять которую лучше всего вне режима разряда. В связи с отсутствием экспериментальных данных, для расчета коэффициентов была предложена оригинальная методика. Поскольку даже при наличии экспериментальных данных найденный набор коэффициентов всего лишь определяет матрицу преобразования вектора диагностических данных в одно значение – положение плазменного шнура, можно использовать следующую процедуру. Зная

состав и координаты датчиков ЭМД, можно сформировать набор различных координат положения плазменного шнура, рассчитать показания датчиков для них, используя какую либо модель, в результате чего получится аналог базы данных распределений ставящей в соответствие определенную координату плазменного шнура с набором показаний датчиков. Далее можно воспользоваться выражением (27), но не для расчета положения плазмы, но для определения весовых коэффициентов $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$. Для этого выберем набор координат плазменного шнура с количеством возможных положений не менее требуемого количества искомым коэффициентов и составим следующую систему уравнений:

$$z_j \cdot I_j = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot B_{i,j}^{\tau} + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot B_{i,j}^{\eta} + \sum_{i=1}^m \gamma_i \cdot \Psi_{i,j}, \quad j = 1, \dots, k \quad (28)$$

где: z_j – возможное вертикальное положение плазменного шнура, k – количество моделируемых положений, I_j – ток протекающий в нити с координатой z_j .

Решив систему (28) относительно коэффициентов $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$, становится возможным использовать их значения для расчета положения плазменного шнура. Очевидно что точность данной формулы сильно зависит от набора возможных координат плазменного шнура. Решение системы (28) осложняется тем что она имеет достаточно большую размерность и при этом является прямоугольной, то есть переопределенной. Для решение таких систем можно использовать уже зарекомендовавший себя при реконструкции поля радиационных потерь релаксационный метод.

Данная формула даст точное (до ошибки округления) значение положения если реальный плазменный шнур¹ точно попадет в одну из моделируемых координат, и даст отличное (близкое) значение в других точках вакуумной камеры. Отсюда следует, что для расчета коэффициентов необходимо использовать такой набор модельных положений, которые наиболее вероятны. Причем можно использовать различные (расчитанные заранее) наборы коэффициентов определенные по различным реализациям наборов модельных положений, характерных для какой либо стадии разряда, либо серии разрядов. Путем выбора различных реализаций, можно вводить в расчет коэффициентов различную априорную информацию относительно возможного положения плазменного шнура. Например если известно что разряд с определенными параметрами может с большой вероятностью привести к срыву, можно расположить модельные положения равномерно по всей высоте камеры, или если определенная стадия разряда достаточно стабильна, расположить их с большей плотностью в центре камеры. При этом, если дан-

¹В данном случае токовая нить моделирующая плазменный шнур

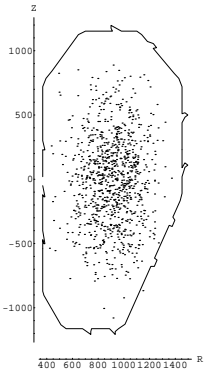


Рис. 3: Реализация модельных положений

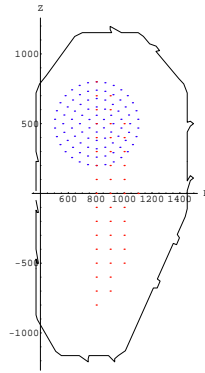


Рис. 4: Схема вычислительного эксперимента

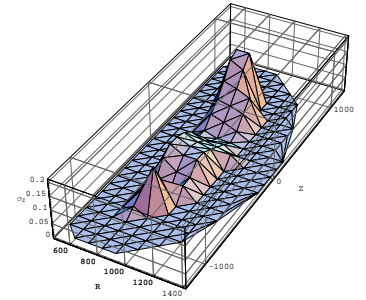


Рис. 5: Распределение отклонений для шнура радиусом 300 мм, $\sigma = 0.092$ мм

ный набор коэффициентов используется для расчета вертикального положения, смещение шнура по горизонтали не должно оказывать значительного влияния на результат. Для этого необходимо распределять модельные положения как по вертикали так и по горизонтали. Пример реализации модельных положений с использованием токовых нитей в качестве модели шнура представлен на рисунке 3. В данном случае координаты шнура задавались случайным образом по нормальному закону распределения с центром распределения в геометрическом центре вакуумной камеры.

В проводимых вычислительных экспериментах использовались различные наборы положений, но для сравнения использовался достаточно универсальный набор, а именно перекрывающий почти всю вакуумную камеру с большей плотностью в геометрическом центре. Для оценки адекватности методики были проведены вычислительные эксперименты, в которых определялось положение плазменного шнура показания датчиков при этом считались по более сложной модели. Схема эксперимента представлена на рисунке 4. Синими точками показаны токовые нити моделирующие плазменный шнур, красными точками показаны варианты расположения плазменного шнура. Результат эксперимента в виде распределения погрешности расчета положения представлен на рисунке 5.

Требования к контуру управления формой не такие высокие, однако, алгоритмы расчета формы плазменного шнура являются куда более ресурсоемкими. Анализ существующих в настоящее время методов показал, что наиболее при-

годным для быстрых расчётов является метод токовых нитей и параметризации токовой функции. При этом, прямая задача для метода параметризации может быть формализована в виде наборов токовых нитей [5]. В процессе вычислительных экспериментов было показано, что такое упрощение может в значительной мере ускорить процесс решения. В работе рассматривалась модель плазменного шнура описываемая следующим выражением:

$$I(I_p, r, z, L, r', z', \delta r, \delta z) = I_p \cdot e^{(-((\frac{r-r'}{L(r-\delta r)\delta r})^2 + (\frac{z-z'}{\delta z})^2))} \quad (29)$$

где: I_p – полный тороидальный ток, r' , z' – горизонтальное и вертикальное положения плазменного шнура; δr , δz – параметры определяющие горизонтальный и вертикальный размер шнура, L – параметр определяющий треугольность плазменного шнура.

Как видно из представленной формулы, токовая функция содержит 6 (не считая координат r, z) параметров. Причем, три из них, а именно I_p , r' , z' для упрощения задачи могут быть получены из других измерений. Данная функция не учитывает возможность возникновения распределений со скинированным током плазмы. Однако, для стационарных фаз разряда такие конфигурации могут быть не свойственны.

В результате задача поиска локальных значений токов (токов в нитях) может быть сведена к минимизации следующего функционала:

$$Q = \sum_{i=1}^{N_B} \{ [B_i^r - \sum_{j=1}^N I_j B_{i,j}^r]^2 + [B_i^\eta - \sum_{j=1}^N I_j B_{i,j}^\eta]^2 \} + \sum_{i=1}^{N_\Psi} [\Psi_i - \sum_{j=1}^N I_j \Psi_{i,j}]^2 \quad (30)$$

где: N – количество токовых нитей моделирующих плазменный шнур, N_B – количество датчиков индукции полоидального магнитного поля (обоих компонент), N_Ψ – количество датчиков магнитного потока, B_i^r , B_i^η , Ψ_i – показания датчиков соответствующих параметров поля, $B_{i,j}^r$, $B_{i,j}^\eta$, $\Psi_{i,j}$ – характеристики поля рассчитываемые на основе выражений для единичного тока нити (индексы i и j соответствуют заранее заданным координатам нити и датчика), I_j – искомые локальные значения токов величины которых формируются согласно выражению (29).

Для достижения высокой производительности вычислительных средств в настоящее время все больше рассматриваются методы параллельных вычислений. Поскольку рассматриваемые задачи являются очень ресурсоемкими, использование такого подхода вполне справедливо. В работе были показаны пути распараллеливания решения сложных вычислительных задач. Кроме того, был реализован тестовый вычислительный кластер, на котором была показана принципиальная возможность параллельного вычисления положения плазменного шнура. Отличительной особенностью предлагаемого подхода является использование недорогого

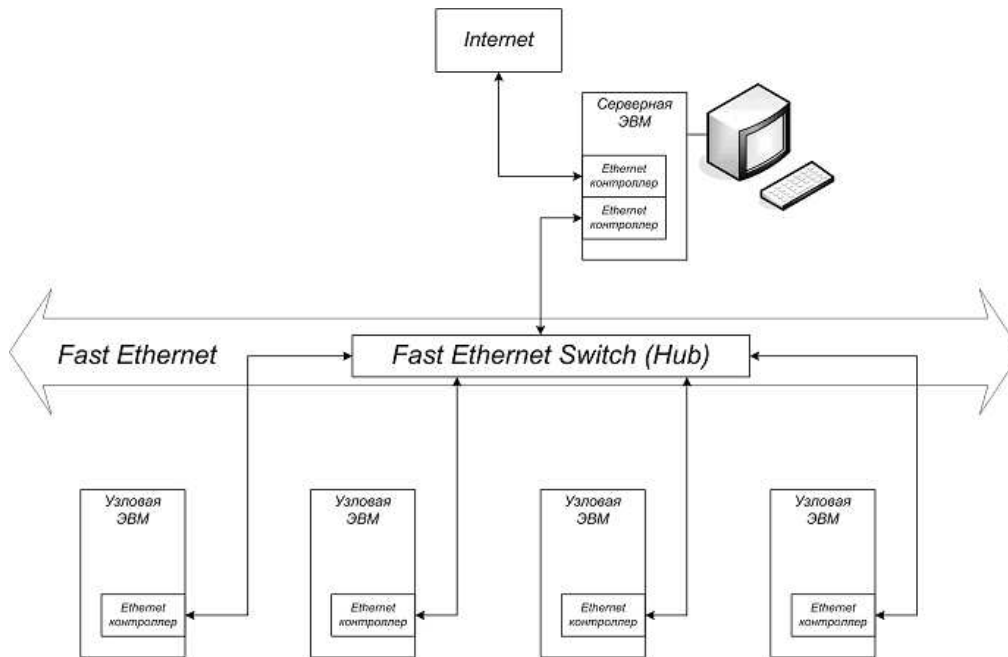


Рис. 6: Структура тестового кластера

аппаратного (PC, ethernet) и бесплатного (Linux) программного обеспечений. На рисунке 6 показана структура тестового вычислительного кластера, который был реализован на базе кафедры.

В результате анализа математического и программного обеспечений, были сформулированы требования к аппаратному обеспечению и разработана структура комплекса технических средств – рисунок 7.

Для расчета эллиптических интегралов была предложена оригинальная методика на основе интерполяционных квадратурных формул, позволяющая очень быстро получать значение интеграла с точностью до 10^{-13} степени. При определённых условиях может быть использована квадратура с количеством узлов равным 10, то есть, для получения значения интеграла необходимо всего 10 операций сложения и 10 операций умножения.

Заключение. Выводы

1. Разработано аппаратное алгоритмическое и программное обеспечение подсистем сбора данных с двух типовых диагностических систем токамака КТМ. Использование современных структурных, аппаратных и программных решений позволило в значительной мере повысить достоверность измерительной информации.
2. Разработана оригинальная методика, позволяющая повысить точность ре-

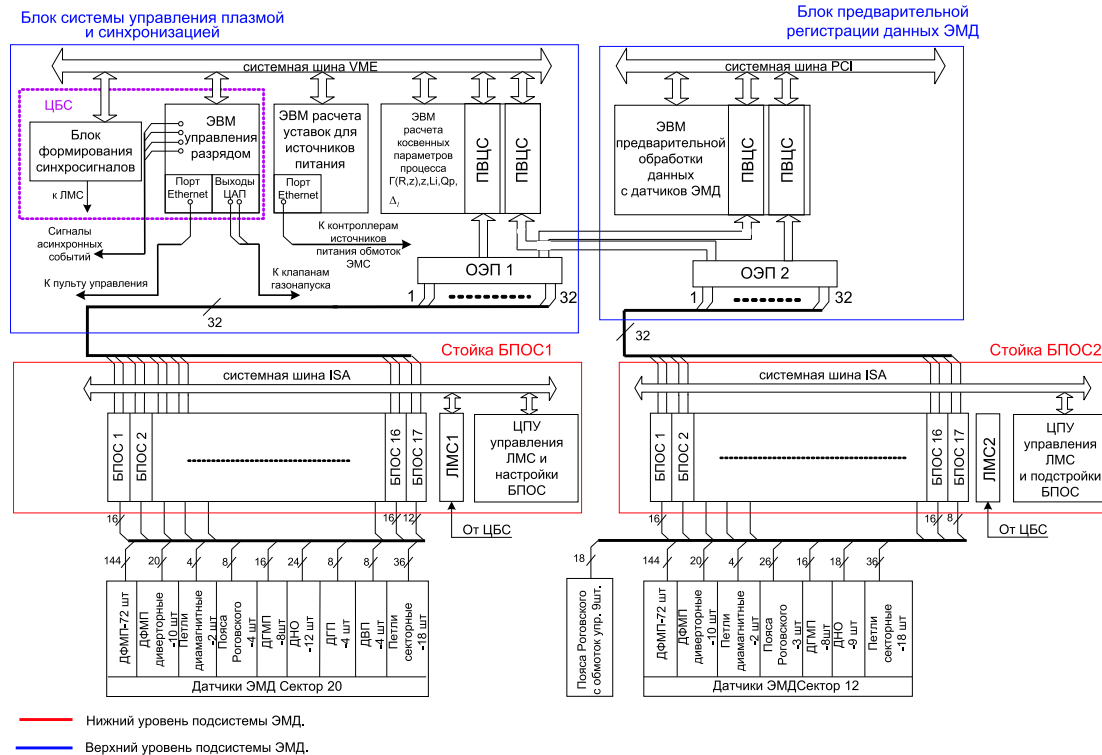


Рис. 7: Структура комплекса технических средств СУП

конструкции поля радиационных потерь. Показано, что в результате модификации метода Пирса путем использования квадратурных формул высшего порядка точности, погрешность реконструкции может быть уменьшена на 20%.

3. Разработана модель измерений для поля радиационных потерь и электромагнитного поля, по сути являющаяся математическим описанием прямой задачи для данных измерений. Показано, что использование предлагаемых моделей позволяет повысить точность обратной задачи, кроме того модели являются хорошим аналитическим инструментом для проведения вычислительных экспериментов.
4. Разработан метод реконструкции формы плазменного шнура, комбинирующий преимущества двух методов: низкую требуемую вычислительную мощность конечноэлементных методов и точность методов параметризации токовой функции.
5. Разработан метод расчета эллиптических интегралов первого и второго рода, обеспечивающий точность не менее 13 знаков после запятой и требующий для достижения указанной точности 100 операций сложения и умножения.

Таким образом, диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задач разработки математического и программного обеспечения диагностических систем токамака КТМ, имеющих существенное значение для исследований управляемого термоядерного синтеза.

Основные часть материалы, представленные в диссертации, опубликованы в следующих работах:

1. Драпико Е.А., Ясельский В.К., Байструков К.И., Павлов В.М., Тихомиров Л.Н., Тажибаева И.Л., Громаков Е.И., Шарнин А.В. Система управления плазмой термоядерной установки КТМ. //Томск: Известия ТПУ. N 3, 2002.
2. Ясельский В.К., Байструков К.И., Павлов В.М., Шарнин А.В., Драпико Е.А., Холоша А.Ю., Громаков Е.И., Тихомиров Л.Н., Тажибаева И.Л., Дзалбо В.В. Адаптация SCADA-системы в структуре программного обеспечения системы автоматизации экспериментов на термоядерной установке КТМ.// Томск: Известия ТПУ. № 3, 2002.
3. Ясельский В.К., Тажибаева И.Л., Байструков К.И. Павлов В.М., Тихомиров Л.Н., Дзалбо В.В., Драпико Е.А., Холоша А.Ю., Стороженко А.А.// Использование системы TRACE MODE при автоматизации исследований на термоядерной установке КТМ Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. - № 1 2002
4. Тихомиров Л.Н., Тажибаева И.Л., Павлов В.М. Байструков К.И., Драпико Е.А., Шарнин А.В., Кудрявцев В.А. Структура программного комплекса системы автоматизации экспериментов токамака КТМ.// Известия вузов Физика Том 47 № 1.
5. Драпико Е.А., Тихомиров Л.Н., Тажибаева И.Л., Павлов В.М. Байструков К.И., Шарнин А.В., Кудрявцев В.А., Герасименко А.В., Обходский А.В, Федотов Е.В., Михалев С.В.// Разработка специальных алгоритмов реконструкции физических полей для термоядерной установки – токамака КТМ. Известия вузов Физика Том 47 № 11.
6. Тихомиров Л.Н., Тажибаева И.Л., Павлов В.М. Байструков К.И., Шарнин А.В., Драпико Е.А., Кудрявцев В.А. Особенности реконструкции профиля плотности электронов по данным многочастотного импульсного радар-рефлектометра на токамаке КТМ.// Известия вузов Физика Том 47 № 11.
7. Drapiko E.A., Yaselskiy V.K., Baystrukov K.I. KTM tokamak diagnostic subsystem of radiation losses.// Publishing house of IEEE. 2000 г.
8. Драпико Е.А., Павлов В.М., Ясельский В.К. Использование данных с электромагнитной диагностики для управления плазмой м токамаке КТМ. Труды XIII международной научно-практической конференции СТТ2002
9. Драпико Е.А., Байструков К.И., Ясельский В.К. Построение подсистемы диагностики профиля радиационных потерь токамака КТМ. Тезисы VII международной конференции “Инженерные проблемы термоядерных реакторов г.

Санкт-Петербург”

10. Драпико Е.А., Ясельский В.К., Байструков К.И., Громаков Е.И., Кудрявцев В.А., Павлов В.М., Шарнин А.В., Тажибаева И.Л., Тихомиров Л.Н. Разработка программного обеспечения автоматизированной системы управления технологическими процессами токамака КТМ. Тезисы VII международной конференции “Инженерные проблемы термоядерных реакторов г. Санкт-Петербург”
11. Ясельский В.К., Байструков К.И., Громаков Е.И., Павлов В.М., Тажибаева И.Л., Тихомиров Л.Н., Шарнин А.В., Драпико Е.А. Построение системы синхронизации токамака КТМ. Труды VII международной конференции “Инженерные проблемы термоядерных реакторов г. Санкт-Петербург”
12. Драпико Е.А., Байструков К.И., Павлов В.М., Шарнин А.В., Кудрявцев В.А. Определение геометрических параметров плазменного шнура на основе данных электромагнитных измерений в токамаке КТМ. Тезисы X Всероссийской конференции “Диагностика высокотемпературной плазмы” г. Троицк московской обл.”
13. Байструков К.И., Павлов В.М., Шарнин А.В., Драпико Е.А., Кудрявцев В.А. Информационно-измерительная система токамака КТМ. Труды X Всероссийской конференции “Диагностика высокотемпературной плазмы г. Троицк московской обл.”
14. Драпико Е.А., Парипко М.В. Анализ алгоритмов численного интегрирования, для реконструкции физических полей в токамаке КТМ. Труды IX международной научно-практической конференции СТТ2003.
15. Ясельский В.К., Байструков К.И., Павлов В.М., Конопля Д.В., Громаков Е.И., Давыденок А.В., Шарнин А.В., Драпико Е.А., Червяткин М.В. Технико-экономическое обоснование реализации информационно-измерительной системы (ИИС) термоядерной материаловедческой установки КТМ. // Томск, ТПУ, 1999 г.
16. Драпико Е.А. Диагностика радиационных потерь в термоядерном реакторе - токамаке. Тезисы шестой всероссийской научной конференции студентов-физиков.
17. Парипко М.В., Драпико Е.А. Анализ применимости метода интерполяционных квадратурных формул для реконструкции физических полей. Тезисы университетской научно-практической конференции студентов и молодых ученых ЕНМФ и ФТФ.