

УДК 551.510:630*561.24

АНАЛИЗ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДАННЫХ МОНИТОРИНГА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Устинова Ирина Георгиевна¹,
igu@tpu.ru

Бондаренко Светлана Леонидовна²,
bond_sl@mail.ru

Рожкова Ольга Владимировна¹,
rov@tpu.ru

¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

² Институт мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук,
Россия, 634055, г. Томск, пр. Академический, 10/3.

Актуальность. Прогноз состояния природных ресурсов и изменений климата всегда актуален, так же как и поиск новых математических подходов. Анализ дендрохронологических и климатических временных рядов дает важную информацию для описания этих рядов, понимания, а также предсказания поведения рядов, характеризующих годичный прирост лесов, протекающих в них экологических процессов, а также климата в целом. Работы такого плана полезны и связаны с необходимостью сохранения заповедных лесных зон и развития лесной индустрии в целом.

Цель: прогнозирование природных ресурсов и климата на основе выделения и использования многолетних трендов и тригонометрических составляющих известных характеристик: плотности годичных колец, изменений общего содержания озона в атмосфере, влияющего на уровень УФ-В радиации или УФ-В, и индекса аридности де Мортон, содержащего информацию о температуре и влажности лесных зон; представление исходных временных рядов в аддитивной форме в аналитическом виде.

Объекты: временные ряды общего содержания озона в атмосфере, плотности годичных колец и индексов аридности де Мортон.

Методы: анализ временных рядов (декомпозиция временного ряда, идентификация параметров модели, прогнозирование временного ряда), статистический анализ (F-критерий, χ^2 -критерий Пирсона).

Результаты. Произведен анализ дендрохронологических и климатических данных на предмет наличия тригонометрической компоненты. Это дало возможность получить сведения для прогноза температуры, осадков, УФ-В и др. Получены аналитические выражения для тригонометрических составляющих максимальной плотности годичных колец, общего содержания озона, индекса аридности де Мортон. Совокупность тригонометрической составляющей и тренда позволяет получить достоверный прогноз и реконструкцию условий формирования годичных колец и плотности древесины. Прогнозные модели аппроксимации временных рядов тригонометрическим полиномом могут конкурировать с прогнозными моделями временных рядов спектрально-сингулярного разложения («Гусеница»).

Ключевые слова:

Временной ряд, тренд, тригонометрическая составляющая, прогнозирование, дендрохронологический метод.

Введение

Моделирование рядов атмосферных и дендрохронологических параметров предполагает реконструкцию и прогноз как самих рядов, так и отдельных их компонент, связанных с циклическими колебаниями различных природных процессов [1–3].

В настоящее время известны многочисленные методы исследования и анализа временных рядов: корреляционный, спектральный, методы сглаживания и фильтрации, модели авторегрессии и скользящего среднего и т. д. [4–6].

Сингулярный метод анализа временных рядов «Гусеница» получил широкое распространение для разных задач [7–10]. При разложении исследуемых рядов на компоненты используется модель, согласно которой любой временной ряд можно представить в виде суммы сигналов разной периодичности и амплитуды колебаний и извлечь из данных необходимую информацию для реконструкции и прогноза атмосферных параметров и условий годичного прироста деревьев. При ис-

пользовании сингулярного спектрального метода приходится сталкиваться с проблемой произвольного подбора исходных данных для прогноза, в частности числа компонент для базового ряда. Сингулярный спектральный анализ не дает аналитического представления компонент разложения [11].

Цель статьи показать выделением тригонометрической составляющей возможную делимость на компоненты исследуемых временных рядов [12, 13], а также получить аналитические выражения этих составляющих.

Модельное прогнозирование дает реалистичный результат только при максимальном приближении суммы компонент к исходному ряду. Достоверность прогноза зависит также от продолжительности ряда: чем длиннее ряд, тем больше промежутков времени с достоверным прогнозом [14].

Исходные временные ряды содержат детерминированную и случайную составляющие. Детерминированная (базовая) составляющая ряда может быть также разделена на компоненты:

- тенденция временного ряда;
- периодические внутригодовые колебания – сезонная компонента;
- регулярные циклические колебания относительно главного тренда с иным периодом, нежели сезонные колебания. Например, изменение температуры в течение дня, недели, месяца при наблюдении ее в некоторой местности в течение нескольких лет.

Случайная компонента в этой задаче более созвучна понятию шум в радиотехнике. Помехи (погрешности в структуре древесины, погрешности измерений, высокочастотные составляющие) искажают прогноз. В статье рассматриваются ряды характеристик засушливости климата (индекс аридности де Мартона–ИМ), общего содержания озона (ОСО, ТОС) и плотности годовичных колец хвойных деревьев территории альпийского хребта в Европе. Все рассматриваемые временные ряды содержат двухгодовичную квазипериодическую составляющую, которая была удалена из данных сглаживанием FFT-фильтром.

Постановка задачи

Швейцарские Альпы являются наиболее информативной областью для изучения влияния ОСО (УФ-В) на плотность годовичных колец хвойных деревьев по репрезентативным рядам инструментальных наземных и спутниковых наблюдений. Подробное описание данных приведено в статье [15].

Для того чтобы определить зону однородности пространственных изменений общего содержания озона вокруг находящейся в центре обсерватории Ароза, между временными рядами общего содержания озона ОСО были рассчитаны корреляционные функции. Использовались данные реанализа спутникового зондирования ОСО в течение 40 последних лет (TEMIS). Синхронность временных рядов ОСО в диапазоне ($46,5^\circ \pm 7^\circ$ с.ш. и $9^\circ \pm 3^\circ$ в.д.), оценивалась по значениям пространственно-временной корреляции $R=0,99\text{--}0,96$ [15]. Ряды среднемесячных температур и количества осадков в Швейцарии также можно отнести к однородным временным рядам [16]. Наземные и спутниковые данные хорошо согласуются [17].

В анализе временных рядов тригонометрическими составляющими $TR(t)$ временного ряда являются:

- сезонная компонента $S(t)$;
- циклическая компонента $C(t)$.

Сезонная составляющая $S(t)$ показывает регулярность (циклическость) развития явления в течение некоторого периода времени. Причины сезонных колебаний в дендрохронологических данных связаны с природно-климатическими условиями. Иногда сезонность выражена отчетливо, в этом случае нет необходимости доказывать ее наличие.

Циклическая составляющая показывает плавные существенные колебания значений временного ряда. Период колебания циклической компоненты больше, чем сезонной, вот почему следует различать эти составляющие. В силу того, что эти колебания носят регулярный характер, они не могут быть отнесены к

случайной компоненте. Циклическая компонента $C(t)$ отражает повторяемость процесса в течение продолжительного промежутка времени.

Анализ автокорреляционной функции временного ряда дает возможность оценить наличие тригонометрической компоненты.

В общем случае при исследовании временного ряда выделяют несколько составляющих:

$$U_t = y_t + S_t + C_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где U_t – наблюдаемое значение ряда; y_t – тренд (систематическая составляющая, плавно меняющаяся с течением времени); S_t – сезонная составляющая временного ряда; C_t – циклическая составляющая; ε_t – случайная составляющая, в которую входят и шумы, и неточности измерений, и т. д. Это аддитивная модель временного ряда. Однако по очевидным причинам можно предположить, что влияние сезонности носит мультипликативный характер [18]. И тогда получаем следующую модель временного ряда:

$$U_t = y_t S_t + C_t + \varepsilon_t. \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) позволяют моделировать циклические закономерности исследуемых временных рядов.

В нашем исследовании рассматривается аддитивная модель временного ряда вида:

$$U_t = y_t + Tr_t + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где U_t – наблюдаемое значение ряда; y_t – по-прежнему тренд; Tr_t – тригонометрическая составляющая; ε_t – случайная компонента.

Для получения тригонометрической составляющей воспользуемся низкочастотной фильтрацией периодической функции $Tr(t)$. Так как значения временного ряда заданы в дискретные моменты времени, то интегралы, входящие в коэффициенты a_0 , a_k , b_k тригонометрического ряда Фурье, определяющего $Tr(t)$, заменим на соответствующие суммы. Таким образом, оценку тригонометрической компоненты будем искать в виде:

$$\hat{Tr}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) + a_{\frac{n}{2}},$$

где

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (U_i - y_i), \quad a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (U_i - y_i) \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i\right),$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (U_i - y_i) \sin\left(\frac{2\pi k}{n} i\right)$$

и $a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i (U_i - y_i).$ (4)

Здесь n – это длина ряда; T – длина промежутка интегрирования.

Итак, пусть $x(t)$ есть некоторый случайный процесс, наблюдаемые значения которого имеют вид (3).

Задача заключается в выделении тригонометрической составляющей, при условии, что тренд временного ряда известен. Для анализа моделей полученной тригонометрической составляющей используются данные реальных измерений – временные ряды максимальной плотности годовых колец, изменений индексов аридности де Мортон и общего содержания озона.

Выделение тригонометрической составляющей временного ряда плотности годовых колец

Рассмотрим временной ряд, представляющий собой региональную хронологию изменений максимальной плотности годовых колец (ПГК) для территории Альпийского хребта Франции и Швейцарии. В работе [13] выделен тренд этого временного ряда вида: $y(t)=0,7863\ln(t)-5,9426$. Для этого ряда коэффициенты (4) будут иметь вид:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i - \frac{0,7863 \ln n}{n} - 5,9426,$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i\right) + \frac{0,7863}{\pi k} \left(Si(2\pi k) - Si\left(\frac{2\pi k}{n}\right) \right),$$

где $Si(x)$ есть интегральный синус,

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n U_i \sin\left(\frac{2\pi k}{n} i\right) - \frac{0,7863}{\pi k} \left(ci(2\pi k) - ci\left(\frac{2\pi k}{n}\right) - \ln n \right),$$

где $ci(x)$ есть интегральный косинус [19] и

$$a_{\frac{n}{2}} = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i U_i - \frac{0,7863 \ln n}{n}, & \text{если } n - \text{четное,} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i U_i + \frac{0,7863 \ln n}{n} + \frac{5,9426}{n}, & \text{если } n - \text{нечетное.} \end{cases}$$

Вычислив представленные коэффициенты в явном виде, получим тригонометрическую составляющую ряда ПГК:

1) n четное

$$\begin{aligned} \hat{T}r(t) = & \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} U_{2i} - 0,7863 \left(\frac{\ln n!}{n} + \frac{\ln n}{n} \right) - 5,9426 + \\ & + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \\ & + \frac{0,7863}{\pi} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \frac{1}{k} \left\{ \left(Si(2\pi k) - Si\left(\frac{2\pi k}{n}\right) \right) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \right. \\ & \left. - \left(ci(2\pi k) - ci\left(\frac{2\pi k}{n}\right) \right) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) \right\} + \\ & + \frac{0,7863}{\pi} \ln n \left(Si\left(\frac{(n-2)\pi\tau}{T}\right) - Si\left(\frac{2\pi\tau}{T}\right) \right), \end{aligned}$$

где $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ есть интегральный синус, а

$ci(x) = -\int_x^{+\infty} \frac{\cos t}{t} dt$ есть интегральный косинус.

2) n нечетное

$$\begin{aligned} \hat{T}r(t) = & \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} U_{2i} + 0,7863 \left(\frac{\ln n}{n} + \ln n! \right) + 5,9426 \left(\frac{1}{n} - 1 \right) + \\ & + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \\ & + \frac{0,7863}{\pi} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{1}{k} \left\{ \left(Si(2\pi k) - Si\left(\frac{2\pi k}{n}\right) \right) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \right. \\ & \left. - \left(ci(2\pi k) - ci\left(\frac{2\pi k}{n}\right) \right) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) \right\} - \\ & - \frac{0,7863}{\pi} \ln n \left(Si\left(\frac{(n-2)\pi\tau}{T}\right) - Si\left(\frac{2\pi\tau}{T}\right) \right). \end{aligned}$$

Для исследования частотной структуры временного ряда используют такой параметр, как спектральная плотность мощности, которая интерпретируется как распределение среднего квадрата амплитуды процесса по частотам [20].

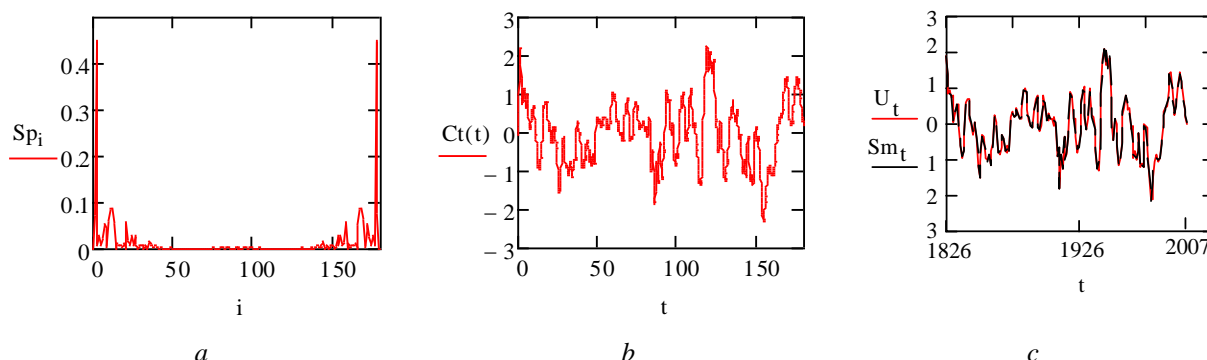


Рис. 1. а) дискретный спектр мощности временного ряда ПГК, i – номер гармоники; б) график функции $\hat{T}r(t)$; в) график плотности годовых колец за период с 1826 по 2007 гг. (U_t) и функции, аппроксимирующей его, которая представляет собой сумму тренда и тригонометрической составляющей (Sm_t)

Fig. 1. а) discrete power spectrum of MXD time series, i is the harmonic number; б) graph of function $\hat{T}r(t)$; в) graph of the density of annual rings for the period from 1826 to 2007 (U_t) and the function approximating it, which is the sum of the trend and trigonometric component (Sm_t)

Используя выделенную тригонометрическую составляющую и ранее представленный тренд плотности годовых колец с 1826 по 2007 гг., получим прогнозные значения плотности на период времени с 2008 по 2020 гг.

Таблица 1. Прогнозируемые значения плотности годовых колец

Table 1. Predicted values of density of annual rings

Годы Years	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Исходные данные Original data	0,33077000	0,18170000	-0,01315000	-0,03386784	Данные не найдены Data not found												
Прогнозные значения Forecasted values	0,332	0,16	-0,084	-0,021	-0,172	0,44	0,655	0,825	-0,069	-0,125	-0,079	0,808	0,754	0,548	0,125	0,164	0,232

В качестве исходных данных использовалась вся имеющаяся совокупность с 1826 по 2007 гг. Прогнозные значения, полученные с помощью выделения тригонометрической составляющей и тренда, строились на промежутке с 2004 по 2020 гг. Графическое представление прогнозных значений, полученных путем выделения тригонометрической составляющей и тренда, приведено на рис. 2.

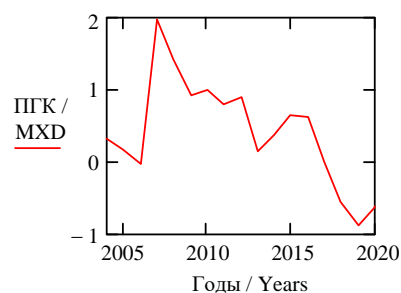


Рис. 2. Графическое представление прогнозируемого уровня плотности годовых колец на период с 2008 по 2020 гг. методом выделения тригонометрической составляющей и тренда

Fig. 2. Graphical representation of the predicted density level of annual rings for the period from 2008 to 2020 by the method of selection of trigonometric component and trend

Из анализа рис. 1, с заключаем, что получено достаточно хорошее представление тригонометрической составляющей и, соответственно, более точно описан исходный временной ряд. Сумма квадратов отклонений между исходными значениями ряда и

модельными равна 0,099. Для проверки точности модели найдем среднюю абсолютную точность модели

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |U_i - Sm_i| = 0,034. \text{ Здесь } Sm_i - i\text{-е смоделированное значение.}$$

Рассмотрим еще одну характеристику точности модели, такую как среднеквадратическая ошибка

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (U_i - Sm_i)^2 = 0,001396.$$

Такое значение можно считать приемлемой мерой точности модели. Проверка адекватности модели может быть выполнена с помощью критерия Стьюдента или критерия Фишера, однако и в одном и другом случае должно выполняться условие, что анализируемые выборки извлекаются из нормально распределенной генеральной совокупности. Поэтому первое, что следует сделать, – это проверить на нормальность выборки. Для этого воспользуемся χ^2 -критерием Пирсона. Находим значение наблюдаемой статистики $\chi^2 = 14,48352$ и число степеней свободы $df = 9$. Тогда для уровня значимости $\alpha = 0,1$ находим критическое значение $\chi^2_{0,1;9} = 14,7$. Так как $\chi^2 < \chi^2_{0,1;9}$, гипотеза о нормальности распределения согласуется с опытными данными. Для проверки адекватности построенной модели воспользуемся F критерием Фишера. Для этого найдем наблюдаемое значение критерия $F_{\text{факт.}} = 2,862$ и по таблице найдем критическую точку $F_{\text{крит.}}(0,05; 90; 90) = 1,683$. Так как $F_{\text{факт.}} > F_{\text{крит.}}$, то полученная модель статистически значима.

Выделение тригонометрической составляющей временного ряда индексов аридности де Мортон

Рассмотрим временной ряд, представляющий собой хронологию изменений индексов аридности де Мортон (ИМ), тренд которого выделен в [13] в виде: $y(t) = -0,016t + 48,27$. Для этого ряда коэффициенты (4) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i + 0,008n - 48,262, \\ a_k &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i\right) + 0,064, \\ b_k &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n U_i \sin\left(\frac{2\pi k}{n} i\right) - 0,064 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi k}{n}\right) \\ \text{и } a_{\frac{n}{2}} &= \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i U_i + \frac{(-1)^n 0,016 \ln n}{n} \left[\frac{n+1}{2} \right], & \text{если } n - \text{четное,} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i U_i + \frac{(-1)^n 0,016 \ln n}{n} \left[\frac{n+1}{2} \right] + \frac{48,27}{n}, & \text{если } n - \text{нечетное.} \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x . Тогда тригонометрическая составляющая ряда индексов аридности де Мортон будет иметь вид:

1) n четное

$$\hat{T}r(t) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} U_{2i} + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) +$$

$$+0,064 \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi k}{n}\right) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) \right\} +$$

$$+0,008n - 48,262 + \frac{(-1)^n 0,016}{n} \left[\frac{n+1}{2} \right];$$

2) n нечетное

$$\hat{T}r(t) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} U_{2i} +$$

$$+ \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \frac{48,27}{n} +$$

$$+0,064 \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi k}{n}\right) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) \right\} +$$

$$+0,008n - 48,262 + \frac{(-1)^n 0,016}{n} \left[\frac{n+1}{2} \right].$$

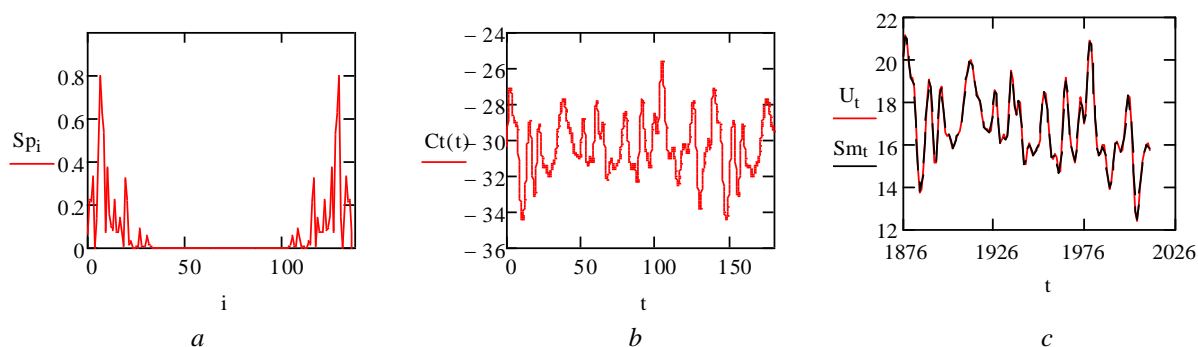


Рис. 3. а) дискретный спектр мощности временного ряда индексов аридности де Мортонна (ИМ), i – номер гармоники; б) график функции $\hat{T}r(t)$; в) график индексов аридности де Мортонна за период с 1876 по 2013 гг. (U_t) и функции, аппроксимирующей его, которая представляет собой сумму тренда и тригонометрической составляющей (Sm_t)

Fig. 3. a) discrete power spectrum of time series of the De Martonne aridity index (IDM), i is the harmonic number; б) graph of function $\hat{T}r(t)$; в) graph of the De Martonne aridity indexes for the period from 1876 to 20013 (U_t) and the approximation function for it, which is the sum of the trend and trigonometric component (Sm_t)

Таблица 2. Прогнозируемые значения индексов аридности де Мортонна

Table 2. Predicted values of the De Martonne aridity index

Годы Years	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Исходные данные Original data	15,21949645	15,62699628	15,98335186	16,10339618	15,74978083	15,30300039	15,982	16,975	16,575	13,708	11,927	Данные не найдены Data not found	
Прогнозные значения Forecasted values	15,203	15,611	15,967	16,087	15,734	17,924	18,933	18,695	17,612	16,965	16,96	16,441	14,719

Используя выделенную тригонометрическую составляющую и ранее предоставленный тренд индексов аридности де Мортонна с 1826 по 2013 гг., получим прогнозные значения плотности на период времени с 2014 г. по 2020 г. Эти значения представлены в табл. 2.

Для построения прогноза использовалась вся совокупность исходных данных с 1876 по 2013 гг. Про-

гнозные значения, полученные с помощью выделения тригонометрической составляющей и тренда, строились на промежутке с 2008 по 2020 гг. Жирным шрифтом в таблице выделены значения, которые не участвовали в построении тригонометрической компоненты и в нахождении тренда. Графическое представление прогнозных значений, полученных путем выделения тригонометрической составляющей и тренда, приведено на рис. 4.

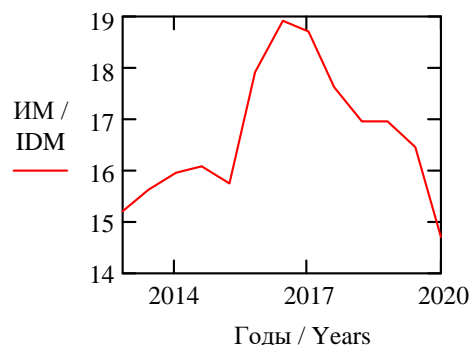


Рис. 4. Графическое представление прогнозных значений индексов аридности де Мортонна на период с 2014 по 2020 гг. методом выделения тригонометрической составляющей и тренда

Fig. 4. Graph of the predicted values of the De Martonne aridity indexes for the period from 2014 to 2020 produced by the method of obtaining trigonometric component and trend

Из анализа рис. 3, заключаем, что получено достаточно хорошее представление тригонометрической составляющей и, соответственно, более точно описан исходный временной ряд. Сумма квадратов отклонений между исходными значениями ряда и модельными равна 6,906. Вычислив коэффициент детерминации ($R^2=1$) [21], убеждаемся, что полученная кривая хорошо описывает исходные данные.

Для проверки точности модели найдем среднюю абсолютную точность модели $MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |U_i - Sm_i| = 0,124$.

Здесь Sm_i – i -е смоделированное значение. Средняя абсолютная ошибка, равная 0,124 для наблюдаемых значений больше 10, является хорошим показателем точности. Для проверки того, что исходные данные имеют нормальное распределение, воспользуемся χ^2 -критерием Пирсона. Находим значение наблюдаемой статистики $\chi^2=18,72363$ и число степеней свободы $df=5$. Тогда для уровня значимости $\alpha=0,001$ находим критическое значение $\chi^2_{0,001;4}=18,47$. Так как $\chi^2 < \chi^2_{0,001;4}$, гипотеза о нормальности распределения согласуется с опытными данными. Для проверки адекватности построенной модели воспользуемся F критерием Фишера. Для этого найдем наблюдаемое значение критерия $F_{факт.}=3,039$, и по таблице найдем критическую точку $F_{крит.}(0,05; 69; 69)=1,8583$. Так как $F_{факт.} > F_{крит.}$, полученная модель статистически значима. То есть полученная модель точно и адекватно описывает исходные данные. Проверим, возможно ли эту же модель использовать для построения прогноза. Коэффициент корреляции между фактическими данными, которые не участвовали в построении модели, и найденными в соответствии с построенной моделью на промежутке 2014 и 2018 гг. равен $r=0,77466$. Это значение больше 0,7, что интерпретирует высокую точность модели. С другой стороны, вычислив среднюю относительную ошибку прогноза $\bar{S}_{отн}=20,16936\%$, из того, что $\bar{S}_{отн} > 20\%$, заключаем, что точность прогноза удовлетворительная.

Выделение тригонометрической составляющей временного ряда общего содержания озона

Рассмотрим временной ряд, представляющий собой хронологию изменений общего содержания озона (ОСО), тренд которого выделен в [13] в виде: $y(t)=10+8t^{1,66}$. Для этого ряда коэффициенты (4) будут иметь вид:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i - 10 - \frac{8}{n} (\zeta(1,66) - \zeta(1,66, n+1)),$$

где $\zeta(s)$, $s>1$ – дзета-функция Римана, а

$\zeta(s, v) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(v+k)^s}$, $\text{Re } s>1$, $v \neq 0, -1, -2, \dots$ – обобщенная дзета-функция Римана. Коэффициенты a_k равны

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i\right) - \frac{800}{33n} \times \left[-\frac{1}{n^{0,66}} + \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \left(\frac{2\pi k}{n}\right)^{0,66} \times \right. \\ \left. \times \left[S\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) - S\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) \right] \right],$$

где $S(x, \alpha) = \int_x^{\infty} t^{\alpha-1} \sin t dt$, ($\text{Re } \alpha < 1$) есть синус – интеграл Френеля. Коэффициенты b_k равны

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n U_i \sin\left(\frac{2\pi k}{n} i\right) - \frac{800}{33n} \times \left[\sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \left(\frac{2\pi k}{n}\right)^{0,66} \times \right. \\ \left. \times \left[C\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) - C\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) \right] \right],$$

где $C(x, \alpha) = \int_x^{\infty} t^{\alpha-1} \cos t dt$, ($\text{Re } \alpha < 1$) – обобщенный косинус – интеграл Френеля. Коэффициент $a_{\frac{n}{2}}$ равен:

$$a_{\frac{n}{2}} = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i U_i + \\ + \frac{8}{n} \left\{ \left(\frac{1}{2^{0,66}} - 1 \right) \zeta(1,66) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2^{0,66}} \zeta\left(1,66, \frac{n}{2} + 1\right) + \zeta(1,66, n+1) \right\}, \\ n - \text{четное}, \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^i U_i + \\ + \frac{8}{n} \left\{ \left(\frac{1}{2^{0,66}} - 1 \right) \zeta(1,66) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2^{0,66}} \zeta\left(1,66, \frac{n}{2} + 1\right) + \zeta(1,66, n+1) \right\} + \frac{10}{n}, \\ n - \text{нечетное}. \end{cases}$$

Тогда тригонометрическая составляющая ряда общего содержания озона будет иметь вид:

1) n четное

$$\hat{T}r(t) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} U_{2i} + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \\ - \frac{800}{33n} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \frac{800}{33n} \times \\ \times \left[\begin{aligned} & \left[S\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) - \right. \\ & \left. - S\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) \right] \times \\ & \times \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \left(\frac{2\pi k}{n} \right)^{0,66} \times \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \\ & \left[C\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) - \right. \\ & \left. - C\left(\frac{2\pi k}{n}, 0,34\right) \right] \times \sin\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \\ & + \frac{800}{33n^{1,66}} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \\ & - \frac{1}{2^{0,66}} \left(\frac{8}{n} \zeta(1,66) + \zeta\left(1,66, \frac{n}{2} + 1\right) \right), \end{aligned} \right]$$

2) n нечетное

$$\begin{aligned} \hat{T}r(t) = & \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} U_{2i} + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \sum_{i=1}^n U_i \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \\ & - \frac{800}{33n} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{2\pi k}{n} i - \frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \frac{800}{33n} \times \\ & \times \left(\sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{2\pi k}{n} \right)^{0,66} \times \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \left[\begin{aligned} & S(2\pi k, 0, 34) - \\ & - S\left(\frac{2\pi k}{n}, 0, 34\right) \end{aligned} \right] \times \left[\begin{aligned} & C\left(\frac{2\pi k}{n}, 0, 34\right) - \\ & - C(2\pi k, 0, 34) \end{aligned} \right] \right) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) + \\ & + \frac{800}{33n^{1,66}} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} \tau\right) - \\ & - \frac{1}{2^{0,66}} \left(\frac{8}{n} \zeta(1, 66) + \zeta\left(1, 66, \frac{n}{2} + 1\right) \right) + \frac{10}{n}. \end{aligned}$$

Используя выделенную тригонометрическую составляющую и ранее предоставленный тренд общего содержания озона с 1932 по 2010 гг., получим прогнозные значения озона на период времени с 2011 по 2020 гг. Эти значения представлены в табл. 3.

Таблица 3. Прогнозируемые значения общего содержания озона

Table 3. Predicted values of the total ozone content

Годы Years	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Исходные данные Original data	324,45293715	324,21411266	323,50016667	321,99105344	345,0	315,0	317,0	336,0	331,0	323,0	325,0	318,0	Данные не найдены Data not found	
Прогнозные значения Forecasted values	324,453	324,214	323,5	321,991	340,449	341,506	341,475	340,269	339,062	339,655	342,934	347,702	351,146	350,82

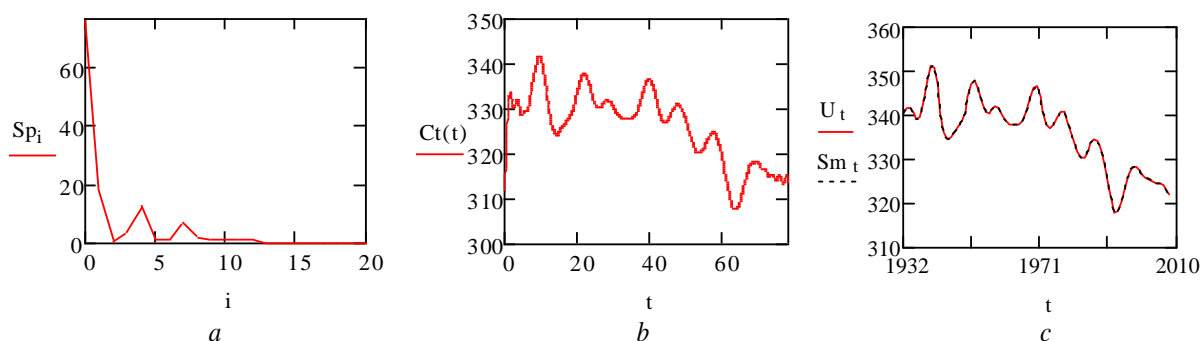


Рис. 5. а) Дискретный спектр мощности временного ряда общего содержания озона (ОСО), i – номер гармоники; б) график функции $\hat{T}r(t)$; в) график общего содержания озона за период с 1932 по 2010 гг. (U_t) и функции, аппроксимирующей его, которая представляет собой сумму тренда и тригонометрической составляющей (Sm_t)

Fig. 5. a) discrete power spectrum of time series of the total ozone content (TOC), i is the harmonic number; b) graph of function $\hat{T}r(t)$; c) graph of the total ozone content for the period from 1932 to 2010 (U_t) and the approximation function for it, which is the sum of the trend and trigonometric component (Sm_t)

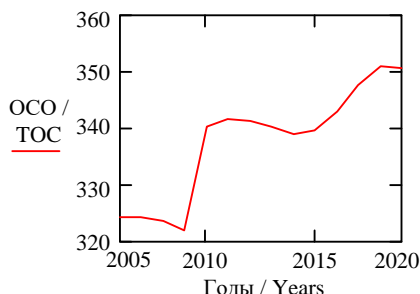


Рис. 6. Графическое представление прогнозируемого уровня озона на период с 2011 по 2020 гг. методом выделения тригонометрической составляющей и тренда.

Fig. 6. Graph of the predicted values of the total ozone content for the period from 2011 to 2020 produced by the method of obtaining trigonometric component and trend

Для построения прогноза использовалась вся совокупность исходных данных с 1932 по 2010 гг. Прогнозные значения, полученные с помощью выделения тригонометрической составляющей и тренда, строились на промежутке с 2007 по 2020 гг. Жирным шрифтом в таблице выделены значения, которые не участвовали в построении тригонометрической компоненты и в нахождении тренда. Графическое представление прогнозных значений, полученных путем выделения тригонометрической составляющей и тренда, приведено на рис. 6.

Из анализа рис. 5, с заключаем, что получено достаточно хорошее представление тригонометрической составляющей и, соответственно, более точно описан исходный временной ряд. Сумма квадратов отклонений между исходными значениями ряда и модельными

равна $3,967 \cdot 10^{-14}$. Найдем среднюю абсолютную точность модели $MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |U_i - Sm_i| = 2,24 \cdot 10^{-8}$. Для наблюдаемых значений больше 100 является хорошим показателем точности. Находим значение наблюдаемой статистики $\chi^2=24,49858$ и число степеней свободы $df=9$. Тогда для уровня значимости $\alpha=0,001$ находим критическое значение $\chi^2_{0,001;9}=27,64$. Так как $\chi^2 < \chi^2_{0,001;9}$, гипотеза о нормальности распределения согласуется с опытными данными. Для проверки адекватности построенной модели воспользуемся F критерием Фишера. Для этого найдем наблюдаемое значение критерия $F_{\text{факт}}=6,523$, и по таблице найдем критическую точку $F_{\text{крит}}(0,05; 39; 39)=2,145$. Так как $F_{\text{факт}} > F_{\text{крит}}$, то полученная модель статистически значима. Проверим, возможно ли эту же модель использовать для построения прогноза. Коэффициент корреляции между фактическими данными, которые не участвовали в построении модели, и найденными в соответствии с построенной моделью на промежутке 2011 и 2018 гг. равен $r=-0,4512$. Это значение по модулю попадает в интервал $(0,3; 0,5)$, что интерпретируется как удовлетворительная точность прогноза. С другой стороны, вычислив среднюю относительную ошибку прогноза $S_{\text{отн}}=5,146936\%$, из того, что $S_{\text{отн}} < 10\%$, заключаем, что точность прогноза высокая.

Заключение

Характеристики годовых колец деревьев являются признанными биоиндикаторами как состояния окружающей среды, так и самого дерева. Современные процессы изменений окружающей среды протекают неравномерно и сложнее, чем в предыдущие

климатические эпохи [22]. Ускорение происходящих в природе климатических изменений усложняет процессы адаптации растений [15, 23]. Соответственно труднее получить и использовать биоиндикационную информацию.

Выделение тригонометрических составляющих в данных показало присутствие в них множества циклических компонент различной природы. В частности, хотя сами полученные модели хорошо описывают временной ряд по имеющимся данным, качество прогноза следует улучшить, прежде всего, введением в модель не одной тригонометрической компоненты, а нескольких, а также введением шумовой компоненты. Поэтому очередная задача, которую еще предстоит решить, – оценка соотношения остаточных и базовых компонент (степень приближения аппроксимирующего ряда к исходному) исследуемых процессов и определение количества компонент, достаточных для достоверного прогноза. Далее для уточнения достаточного числа компонент, обеспечивающего достоверный прогноз, необходимо будет сопоставить полученные результаты с прогнозированием методом «Гусеница».

Выделение тригонометрической составляющей в дендрохронологических и климатических данных дает возможность извлечь из данных необходимую информацию для прогноза условий годовичного прироста хвойных. Полученные тригонометрические компоненты вместе с выделенными ранее трендами временных рядов ПГК, индексов аридности де Мортон и общего содержания озона можно использовать для долгосрочного прогнозирования плотности древесины, для реконструкции и прогноза атмосферных характеристик.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. On the cause of recent variations in lower stratospheric ozone / M.P. Chipperfield, S. Dhomse, R. Hossaini, W. Feng, M.L. Santee, M. Weber, J.P. Burrows, J.D. Wild, D. Loyola, M. Coldewey-Egbers // *Geophysical Research Letters*. – 2018. – V. 45. – P. 5718–5726. URL: <https://doi.org/10.1029/2018GL078071> (дата обращения 20.04.2020).
2. Chen G., Cheng Q. Cyclicity and persistence of Earth's evolution over time: Wavelet and fractal analysis // *Geophysical Research Letters*. – 2018. – V. 45. – P. 8223–8230. URL: <https://doi.org/10.1029/2018GL078071> (дата обращения 20.04.2020).
3. Shih S., Sun F., Lee H. Temporal pattern attention for multivariate time series forecasting // *Mach Learn.* – 2019. – V. 108. – P. 1421–1441. URL: <https://doi.org/10.1007/s10994-019-05815-0> (дата обращения 20.04.2020).
4. Pan G., Li S., Zhu Y. A time–frequency correlation analysis method of time series decomposition derived from synchrosqueezed S transform // *Applied Sciences*. – 2019. – V. 9. – P. 777. URL: <https://doi.org/10.3390/app9040777> (дата обращения 20.04.2020).
5. Van Lear C.A. Time Series Analysis (ARIMA, Spectral Analysis). – 2015. URL: <https://doi.org/10.1002/9781118540190.wbeic092> (дата обращения 20.04.2020).
6. Han Jae Hyuk. Comparing models for time series analysis // *Wharton Research Scholars*. – 2018. – 162 p. URL: https://repository.upenn.edu/wharton_research_scholars/162 (дата обращения 20.04.2020).
7. Zhornikova P., Golyandina N., Spirov A.V. Noise model estimation with application to gene expression // *Journal of Bioinformatics and Computational Biology*. – 2019. – V. 17. – № 2. URL: <https://doi.org/10.1142/S0219720019500094> (дата обращения 20.04.2020).
8. SeriesNet: a generative time series forecasting model / Z. Shen, Y. Zhang, J. Lu, J. Xu, G. Xiao // *International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*. – Rio de Janeiro, 2018. – P. 1–8.
9. Spectrum sensing for cognitive radio: State-of-the-art and recent advances / E. Axell, G. Leus, E.G. Larsson, H.V. Poor // *IEEE Signal Processing Magazine*. – 2012. – V. 29. – № 3. – P. 101–116.
10. Kalantari M., Hassani H. Automatic grouping in singular spectrum analysis // *Forecasting*. – 2019. – V. 1. – № 1. – P. 189–204.
11. Golyandina N., Korobeynikov A., Zhigljavsky A. Singular spectrum analysis with R. – Berlin: Springer, 2018. – 272 p.
12. Kashkin V.B., Rubleva T.V. A study of ozone anomaly of 2011 in the Northern Hemisphere based on aura satellite data // *Журнал СВУ. Техника и технологии*. 2017. – № 6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/a-study-of-ozone-anomaly-of-2011-in-the-northern-hemisphere-based-on-aura-satellite-data> (дата обращения: 20.04.2020).
13. Бондаренко С.Л., Устинова И.Г. Тренды климатических изменений в плотности годовых колец // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. – 2019. – Т. 330. – № 3. – С. 50–59.
14. Langematz U. Stratospheric ozone: down and up through the anthropocene // *ChemTexts*. – 2019. – V. 5. – № 8. URL: <https://doi.org/10.1007/s40828-019-0082-7> (дата обращения: 20.04.2020).
15. Bondarenko S., Savchuk D. Response of conifers to UV-B and climate in mountain areas // *Global Journal of Environmental Science and Management*. – 2018. – V. 4 (3). – P. 299–314. DOI: 10.22034/GJESM.2018.03.004
16. Begert M., Schlegel T., Kirchhofer W. Homogeneous temperature and precipitation series of Switzerland from 1864 to 2000 // *Int. J. Climatol.* – 2005. – № 25. – P. 65–80. URL: <https://doi.org/10.1002/joc.1118> (дата обращения: 20.04.2020).

17. Zuev V.V. Reconstruction and prediction of long-period variations of the ozonosphere using ozonometric and dendrochronological data // *International Journal of Remote Sensing*. – 2005. – V. 26. – № 16. – P. 3631–3639. DOI: 10.1080/01431160500077051.
18. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
19. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. – М.: Наука, 1981. – 800 с.
20. Lifshits M.A., Peligrad M. On the spectral density of stationary processes and random fields // *Journal of Mathematical Sciences (United States)*. – 2016. – V. 219 (5). – P. 789–797. URL: <https://doi.org/10.1007/s10958-016-3147-9> (дата обращения: 20.04.2020).
21. Володин И.Н., Симушкин С.В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. – Казань: Казан. ун-т, 2019. – 347 с.
22. Elevation-dependent warming in global climate model simulations at high spatial resolution / E. Palazzi, L. Mortarini, S. Terzago, J. von Hardenberg // *Climate Dynamics*. – 2018. – V. 52. – P. 2685–2702. URL: <https://doi.org/10.1007/s00382-018-4287-z> (дата обращения: 20.04.2020).
23. Palomo I. Climate change impacts on ecosystem services in high mountain areas: a literature review // *Mountain Research and Development*. – 2017 – V. 37 (2). – P. 179–187.

Поступила 06.05.2020 г.

Информация об авторах

Устинова И.Г., кандидат технических наук, доцент школы базовой инженерной подготовки Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Бондаренко С.Л., кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук.

Рожкова О.В., кандидат физико-математических наук, доцент школы базовой инженерной подготовки Национального исследовательского Томского политехнического университета.

UDC 551.510:630*561.24

ANALYSIS OF TRIGONOMETRIC COMPONENTS OF TIME SERIES OF ENVIRONMENTAL MONITORING DATA

Irina G. Ustinova¹,
igu@tpu.ru

Svetlana L. Bondarenko²,
bond_sl@mail.ru

Olga V. Rozhkova¹,
rov@tpu.ru

¹ National Research Tomsk Polytechnic University,
30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russia.

² Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
10/3, Akademicheskoye avenue, Tomsk, 634055, Russia.

The relevance. The forecast of the state of natural resources and climate change is always relevant, as well as the search for new mathematical approaches. Analysis of dendrochronological and climate time series provides important information for describing these series, understanding, and predicting the behavior of these series. Therefore, the relevance of the study is caused not only by the need to predict the growth of trees, forecasting environmental processes, climate in general, but also by the need to preserve forest zones and develop the forest industry as a whole.

The main aim of the research is to identify and use long-term trends and trigonometric components of the studied characteristics: the density of annual rings, changes in the total ozone content in the atmosphere and the De Martonne aridity index to assess climate change. The original time series are presented in additive form in analytical one.

Objects of the research are time series of the total ozone content in the atmosphere, density of annual rings and the De Martonne aridity index.

Methods: time series analysis, statistical analysis, F-criterion.

Results. The analysis of dendrochronological and climatic data for the presence of trigonometric components is produced. This made it possible to obtain information for the forecast of temperature, precipitation, ultraviolet-B radiation, etc. Analytical expressions for trigonometric components of maximum density of annual rings, total ozone content, De Martonne aridity index are obtained. The combination of the trigonometric component and the trend allows us to obtain a reliable forecast of the conditions for the formation of annual rings and the density of wood. The resulting model will provide a prediction of the value of a variable (UV-B radiation, the maximum density of annual rings or the De Morton aridity index) at unobserved moments of time.

Key words:

Time series, trend, trigonometric component, prediction, dendrochronological method.

REFERENCES

1. Chipperfield M.P., Dhomse S., Hossaini R., Feng W., Santee M.L., Weber M., Burrows J.P., Wild J.D., Loyola D., Coldewey-Egbers M. On the cause of recent variations in lower stratospheric ozone. *Geophysical Research Letters*, 2018, vol. 45, pp. 5718–5726. Available at: <https://doi.org/10.1029/2018GL078071> (accessed 20 April 2020).
2. Chen G., Cheng Q. Cyclicity and persistence of Earth's evolution over time: Wavelet and fractal analysis. *Geophysical Research Letters*, 2018, vol. 45, pp. 8223–8230. Available at: <https://doi.org/10.1029/> (accessed 20 April 2020).
3. Shih S., Sun F., Lee H. Temporal pattern attention for multivariate time series forecasting. *Mach Learn*, 2019, vol. 108, pp. 1421–1441. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10994-019-05815-0> (accessed 20 April 2020).
4. Pan G., Li S., Zhu Y. A time–frequency correlation analysis method of time series decomposition derived from synchrosqueezed S transform. *Applied Sciences*, 2019, vol. 9, pp. 777. Available at: <https://doi.org/10.3390/app9040777> (accessed 20 April 2020).
5. Van Lear C.A. *Time Series Analysis* (ARIMA, Spectral Analysis). 2015. Available at: <https://doi.org/10.1002/9781118540190.wbeic092> (accessed 20 April 2020).
6. Han Jae Hyuk. Comparing models for time series analysis. *Wharton Research Scholars*, 2018, 162 p. Available at: https://repository.upenn.edu/wharton_research_scholars/162 (accessed 20 April 2020).
7. Zhornikova P., Golyandina N., Spirov A.V. Noise model estimation with application to gene expression. *Journal of Bioinformatics and Computational Biology*, 2019, vol. 17, no. 2. Available at: <https://doi.org/10.1142/S0219720019500094> (accessed 20 April 2020).
8. Shen Z., Zhang Y., Lu J., Xu J., Xiao G. SeriesNet: a generative time series forecasting model. *International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*. Rio de Janeiro, 2018. pp. 1–8.
9. Axell E., Leus G., Larsson E.G., Poor H.V. Spectrum sensing for cognitive radio: State-of-the-art and recent advances. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2012, vol. 29, no. 3, pp. 101–116.
10. Kalantari M., Hassani H. Automatic grouping in singular spectrum analysis. *Forecasting*, 2019, vol. 1, no. 1, pp. 189–204.
11. Golyandina N., Korobeynikov A., Zhigljavsky A. *Singular spectrum analysis with R*. Berlin, Springer, 2018. 272 p.
12. Kashkin V.B., Rubleva T.V. A study of ozone anomaly of 2011 in the Northern Hemisphere based on aura satellite data. *Equipment and technologies*, 2017, no 6. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/a-study-of-ozone-anomaly-of-2011-in-the-northern-hemisphere-based-on-aura-satellite-data> (accessed 20 April 2020).
13. Bondarenko S.L., Ustinova I.G. Trends of climatic changes in density of year rings. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. GeoAssets Engineering*, 2019, vol. 330, no. 3, pp. 50–59. In Rus.
14. Langematz U. Stratospheric ozone: down and up through the anthropocene. *ChemTexts*, 2019, vol. 5, no. 8. Available at: <https://doi.org/10.1007/s40828-019-0082-7> (accessed 20 April 2020).
15. Bondarenko S., Savchuk D. Response of conifers to UV-B and climate in mountain areas. *Global Journal of Environmental Science and Management*, 2018, vol. 4, no. 3, pp. 299–314. DOI: 10.22034/GJESM.2018.03.004

16. Begert M., Schlegel T., Kirchhofer W. Homogeneous temperature and precipitation series of Switzerland from 1864 to 2000. *Int. J. Climatol.*, 2005, no. 25, pp. 65–80. Available at: <https://doi.org/10.1002/joc.1118> (accessed 20 April 2020).
17. Zuev V.V. Reconstruction and prediction of long-period variations of the ozonosphere using ozonometric and dendrochronological data. *International Journal of Remote Sensing*, 2005, vol. 26, no. 16, pp. 3631–3639. DOI: 10.1080/01431160500077051).
18. Kendall M.G., Stuart A. *Mnogomerny statistichesky analiz i vremennye ryady* [Multivariate statistical analysis and time series]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 736 p.
19. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. *Integraly i ryady* [Integrals and series]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 800 p.
20. Lifshits M.A., Peligrad M. On the spectral density of stationary processes and random fields. *Journal of Mathematical Sciences*, 2016, vol. 219, no. 5, pp. 789–797. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10958-016-3147-9> (accessed 20 April 2020).
21. Volodin I.N., Simushkin S.V. *Lektsii po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike* [lectures in the probability theory and mathematical statistics]. Kazan, Kazan University Publ., 2019. 347 p.
22. Palazzi E., Mortarini L., Terzago S., Von Hardenberg J. Elevation-dependent warming in global climate model simulations at high spatial resolution. *Climate Dynamics*, 2018, vol. 52, pp. 2685–2702. Available at: <https://doi.org/10.1007/s00382-018-4287-z> (accessed 20 April 2020).
23. Palomo I. Climate change impacts on ecosystem services in high mountain areas: a literature review. *Mountain Research and Development*, 2017, vol. 37, no. 2, pp. 179–187.

Received: 06 May 2020.

Information about the authors

Irina G. Ustinova, Cand. Sc., associate professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

Svetlana L. Bondarenko, Cand. Sc., senior researcher, Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences.

Olga V. Rozhkova, Cand. Sc., associate professor, National Research Tomsk Polytechnic University.