

На правах рукописи



Замятин Сергей Владимирович

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С
ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВЕ
КОРНЕВОГО ПОДХОДА**

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации
(отрасль: информация и информационные системы)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Томск – 2007

Работа выполнена на кафедре “Автоматики и компьютерных систем”
Томского политехнического университета (ТПУ).

- Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент
Гайворонский Сергей Анатольевич
(Томский политехнический университет)
- Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Гончаров Валерий Иванович
(Томский политехнический университет)
- кандидат технических наук, доцент
Шелестов Александр Андреевич,
(Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники)
- Ведущая организация: Алтайский государственный университет,
г. Барнаул.

Защита состоится «14» ноября 2007 г. в 15 часов.
на заседании диссертационного совета Д 212.269.06 при Томском политехниче-
ском университете по адресу: 634034, г. Томск, ул. Советская, 84, институт
«Кибернетический центр» ТПУ, ауд. 214.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского политехни-
ческого университета по адресу: 634034, г. Томск, ул. Белинского, 55.

Автореферат разослан «12» октября 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного Совета
к. т. н., доцент



М. А. Сонькин

Общая характеристика работы

Актуальность работы. В реальных системах автоматического управления, как правило, не все параметры известны точно, поскольку они могут меняться в процессе эксплуатации системы по заранее неизвестным законам или быть недоступными для точного измерения. Если известны пределы изменения параметров или диапазоны их возможных значений, то такие параметры можно отнести к классу интервально-неопределенных. Системы с подобными параметрами, в свою очередь, относятся к классу интервальных систем (ИС).

Исследованию таких систем посвящено большое число публикаций отечественных и зарубежных ученых. При разработке ИС может использоваться робастный подход, заключающийся в обеспечении устойчивости систем при любых значениях интервально-неопределенных параметров. Для анализа робастной устойчивости широко применяются алгебраические и частотные методы. При этом значительно меньше внимания уделяется использованию корневых методов. В то же время робастное расширение корневого подхода, основанное на свойствах интервального корневого годографа, может быть достаточно эффективным, а в некоторых случаях и наилучшим, для решения задач анализа не только робастной устойчивости, но и робастной относительной устойчивости ИС.

С точки зрения корневого подхода для относительной устойчивости ИС необходимо, чтобы области локализации ее корней располагались в требуемой области комплексной плоскости. Заметим, что в настоящее время большое внимание уделяется не только анализу робастной относительной устойчивости, но и синтезу регуляторов, гарантирующих робастное качество ИС.

Существует достаточно много работ, посвященных синтезу регуляторов для линейных стационарных объектов. Во многих из них используется принцип доминирования, основанный на том, что динамические свойства систем управления определяются двумя-тремя доминирующими полюсами, так как влияние остальных полюсов оказывается незначительным из-за их удаленности от мнимой оси.

В случае интервальных систем, когда коэффициенты характеристического полинома имеют фиксированные пределы изменения, полюсы системы оказываются локализованными в некоторых замкнутых областях, и их также можно размещать желаемым образом. Желаемое размещение полюсов ИС предполагает, что области их локализации не должны выходить за допустимые границы при любых значениях интервальных параметров. Следовательно, при размещении полюсов ИС желательно реализовать принцип доминирования на основе обеспечения робастной относительной устойчивости.

Таким образом, анализ робастной относительной устойчивости ИС и обеспечение гарантированной динамики ИС на основе принципа доминирования с использованием корневого подхода являются достаточно актуальными задачами современной теории управления.

Целью работы является разработка методик анализа и синтеза интервальных систем автоматического управления с применением корневого подхода на основе решения следующих задач:

- формирование набора вершинных полиномов, которые могут определять максимальную колебательность ИС;
- формирование набора вершинных полиномов, которые могут определять максимальную колебательность и минимальную степень устойчивости ИС;
- разработка методики анализа робастной относительной устойчивости;
- установление аналитической зависимости между углами выхода ветвей многопараметрического интервального корневого годографа и расположением полюсов ИС на комплексной плоскости;
- определение фазовых условий формирования полиномов, корни которых определяют показатели качества синтезируемых ИС;
- разработка методики синтеза робастного линейного регулятора на основе желаемого расположения областей локализации доминирующих и свободных полюсов системы.

Методы исследования. При решении поставленных задач применялись разделы интервальной математики, алгебры и математического анализа, теория устойчивости, метод корневого годографа, методы теории робастного управления. Для экспериментальных исследований синтезируемых систем, свойств интервальных полиномов, моделей систем управления и режимов их работы использовались ППП Matlab и Mathcad.

Научная новизна. Диссертационная работа расширяет и углубляет теоретические представления в области корневых методов исследования ИС.

Научную новизну полученных в работе результатов определяют:

- методики анализа робастной относительной устойчивости интервальных систем на основе выбора и исследования существенных вершинных полиномов;
- постановка задачи синтеза ИС по одному полиному, определяющему наилучшие показатели качества ИС;
- аналитические выражения, устанавливающие соответствие между углами выхода ветвей корневого годографа и расположением полюсов ИС на комплексной плоскости;
- фазовые условия формирования полиномов, корни которых определяют показатели качества синтезируемых ИС;
- методика синтеза робастного линейного регулятора на основе желаемого расположения областей локализации доминирующих и свободных полюсов системы по *одному* вершинному полиному;
- методика синтеза робастного линейного регулятора на основе желаемого расположения областей локализации доминирующих и свободных полюсов ИС по *двум* вершинным полиномам.

Практическая ценность. Полученные методики анализа робастной относительной устойчивости могут применяться для исследования разрабатываемых и существующих систем, объекты управления которых имеют интервально-неопределенные параметры. Применение разработанных методик синтеза позволяет получать регуляторы пониженного порядка по выходу, которые

обеспечивают не только робастную устойчивость, но и желаемые корневые оценки качества ИС. Методики настройки регуляторов являются эффективным инструментом для обеспечения гарантированного качества функционирования систем в условиях интервальной неопределенности параметров. Разработанные методики анализа и синтеза ИС являются достаточно формализованными для их программной реализации.

Внедрение работы. Разработанные в диссертации методики, использованы в проектной деятельности «Иркутскэнерго» филиал ТЭЦ-16. (г. Иркутск), «Регионального центра управления энергосбережением» (г. Томск). Результаты исследований и разработок, описанных в диссертационной работе, использованы в учебном процессе кафедры автоматики и компьютерных систем Томского политехнического университета.

Практическое применение результатов диссертационных исследований подтверждается соответствующими актами о внедрении.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались, обсуждались и вошли в сборники трудов:

XI международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные техника и технологии» (г. Томск, 2005);

III всероссийской научно-практической конференций студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии» (г. Томск, 2005);

Первого международного симпозиума ISSCAA 2006 (г. Харбин, Китай, 2006);

XII международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные техника и технологии» (г. Томск, 2006);

Всероссийского совещания по интервальному анализу и его приложениям «ИНТЕРВАЛ-06» (г. Санкт-Петербург, 2006);

IV всероссийской научно-практической конференций студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии» (г. Томск, 2006).

Четвертой международной конференции IFAC «Управление в производстве и логистика» (г. Сибиу, Румыния, 2007).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 9 работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 108 наименований, и приложений, содержит 144 печатные страницы основного текста, 51 рисунок и 3 таблицы.

На защиту выносятся следующие положения:

- правила формирования набора вершинных полиномов, которые определяют качество ИС;
- аналитические выражения, устанавливающие соответствие между углами выхода ветвей многопараметрического интервального корневого годографа и расположением полюсов ИС на комплексной плоскости;

- фазовые условия формирования вершинных полиномов, определяющих качество синтезируемых ИС;
- методики синтеза робастного линейного регулятора на основе желаемого расположения областей локализации доминирующих и свободных полюсов ИС.

Содержание работы

Во **введении** приводится аналитический обзор существующих методов анализа и синтеза систем управления с интервально-неопределенными параметрами. Показывается актуальность решаемых задач диссертационного исследования, дается общая характеристика работы, формулируются основные положения.

В **первой главе** рассматривается метод многопараметрического интервального корневого годографа, применимый к системам с интервально-неопределенными параметрами. Рассматривается способ построения границ областей локализации корней интервального полинома методом реберной маршрутизации, который основан на свойствах многопараметрического интервального корневого годографа.

Приведены алгоритмы определения набора существенных ребер (реберного маршрута) для параметрического многогранника (ПМ) ИС по имеющейся информации о структуре характеристического полинома ИС и интервалах ее параметров. Показано, что образы существенных ребер (реберного маршрута) отображаются на границы областей локализации комплексных корней интервального характеристического полинома.

Рассмотрены основные свойства отображения ПМ на комплексную плоскость корней, при котором образами ребер ПМ являются реберные ветви, а образами вершин ПМ – корневые узлы (рис. 1.).

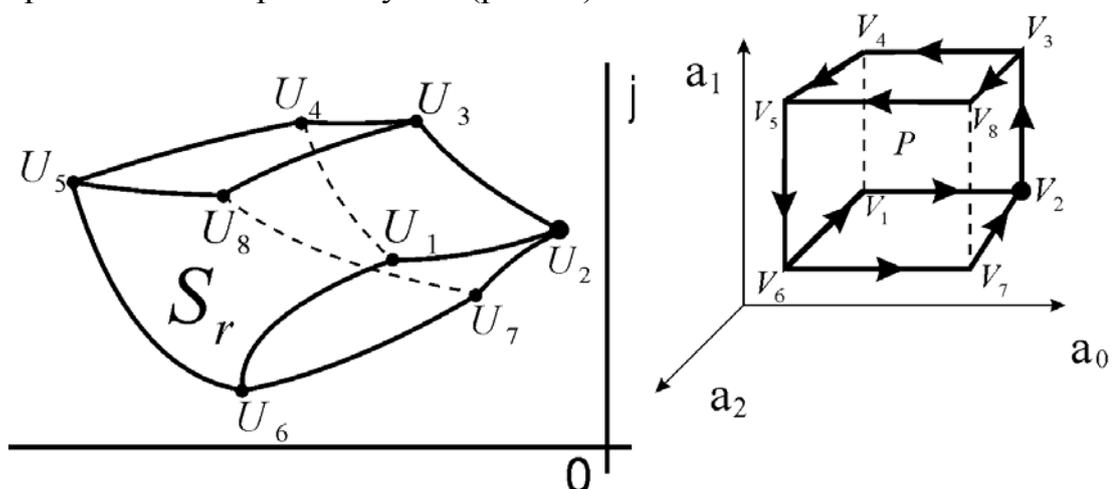


Рисунок 1 - Отображение реберного маршрута

Сделан вывод о том, что реберные ветви многопараметрического интервального корневого годографа могут входить в состав границы области локализации корня как полностью, так и частично, причем в последнем случае они пересе-

каются в особых корневых узлах U^* . Данное свойство необходимо учитывать при граничной маршрутизации ПМ, в связи с чем, представляется целесообразным заранее знать о возможности наличия U^* в областях локализации полюсов ИС. Приведены методики проверки плоскостей граней ПМ на наличие особых прямых. Наличие таких прямых указывает на возможность существования U^* при построении границ областей локализации корней.

Показано, что для нахождения реберного маршрута необходимо определить углы выхода всех реберных ветвей интервального корневого годографа из любого граничного корневого узла.

Если в области отображения ПМ нет U^* , то последовательность реберных ветвей, ограничивающих область локализации комплексного корня, будет соответствовать последовательности их углов выхода (в порядке убывания или возрастания) из граничного корневого узла. В этом случае реберный маршрут определяется последовательным соединением соответствующих ребер ПМ.

Если в области отображения какой либо грани ПМ возможно наличие U^* , то при движении по реберному маршруту необходимо полностью отображать все ребра этой грани. В этом случае реберный маршрут определяется последовательно-параллельным соединением соответствующих ребер ПМ.

Показано, что реберный маршрут является единственным для построения областей локализации всех корней ИС.

Приведены примеры, иллюстрирующие нахождение реберного маршрута для параметрических многогранников ИС.

Во второй главе разрабатываются методики анализа робастной относительной устойчивости (робастного качества) ИС на основе проверки принадлежности корней существенных вершинных полиномов заданной области комплексной плоскости. Для этого анализируется устойчивость интервального полинома в трех областях комплексной плоскости: в секторе с углом, зависящим от количества интервальных параметров, в секторе с произвольным углом и в усеченном секторе.

Рассматривается интервальный характеристический полином (ИХП):

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0,$$

где все или только часть коэффициентов, имеющих непрерывную последовательность индексов, являются интервальными: $\underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i$, $i = 0, n$. Пусть число таких коэффициентов равно m .

Для первой исследуемой области доказано следующее утверждение.

Утверждение. Если последовательность заданных предельными значениями интервальных коэффициентов $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0, 1, 2, \dots, n-m+1\}$, $3 \leq m \leq n+1$, можно разделить на две последовательности: $[a_i]_j^{j+r-1}$ и $[a_i]_{j+r}^{j+m-1}$, $r \in \{1, 2, \dots, m-1\}$, в которых четные и нечетные коэффициенты имеют противоположные преде-

лы, то комплексный корень ИХП в секторе $\pi \pm \frac{\pi}{m-1}$ является граничным корневым узлом области локализации соответствующего корня.

В соответствии с данным утверждением сформулировано правило формирования таблицы существенных вершин: в первой строке таблицы записываются строго чередующиеся пределы коэффициентов, начиная с любого предела a_j . В каждой следующей строке изменяется предел только одного коэффициента (по очереди, начиная с первого). После получения в $m+1$ строке пределов, противоположных первой строке, изменение пределов повторяется в том же порядке.

Попадание образов существенных вершин многогранника интервальных коэффициентов P вида $s_i = -\alpha_i + j\beta_i$, $i \in \overline{1, n}$, в заданный сектор Γ оценивается по углам $\gamma_i = \arctg(\beta_i / \alpha_i)$. Рассматривается угол γ_0 , определяемый на комплексной плоскости особым лучом и имеющий величину $\gamma_0 = \frac{\pi}{m-1}$. В зависимости от соотношения углов γ и γ_0 справедливы следующие критерии робастной секторной устойчивости.

Необходимый и достаточный критерий. Если интервальные коэффициенты ИХП n -го порядка образуют последовательность $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0, 1, 2, \dots, n-m+1\}$, $3 \leq m \leq n+1$, то для локализации корней ИХП в секторе $\pi \pm \gamma$, $0 < \gamma \leq \gamma_0$, необходимо и достаточно, чтобы существенные вершины P отображались в левую полуплоскость и для их образов вида $s_i = -\alpha_i + j\beta_i$, $i \in \overline{1, n}$, выполнялись неравенства $\gamma_i \leq \gamma$.

Достаточный критерий. Если интервальные коэффициенты ИХП n -го порядка образуют последовательность $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0, 1, 2, \dots, n-m+1\}$, $3 \leq m \leq n+1$, то для локализации корней ИХП в секторе $\pi \pm \gamma$, $\gamma_0 < \gamma < 90^\circ$, достаточно, чтобы существенные вершины P отображались в левую полуплоскость и для их образов вида $s_i = -\alpha_i + j\beta_i$, $i \in \overline{1, n}$, выполнялись неравенства $\gamma_i \leq \gamma_0$.

В работе формулируются условия локализации корней ИХП в секторе с произвольным углом.

Для граничности узла U_q необходимо, чтобы разность между максимальным и минимальным углами выхода ветвей корневого годографа по всем интервальным коэффициентам была меньше π . Предлагается проверять это условие графическим способом. Установлено, что при заданном значении угла сектора Θ_0 и известной структуре полинома граничные вершины можно определить по взаимному расположению векторов выхода реберных ветвей на круговой диаграмме. На рис. 2 показан пример возможного расположения векторов выхода реберных ветвей по четырем интервальным коэффициентам ИХП. Символом \bar{a}_i обозначен верхний предел коэффициента a_i , символом \underline{a}_i - его ниж-

ний предел. Заметим, что изменение предела любого коэффициента позволяет повернуть соответствующий угол на 180 градусов.

При таком геометрическом подходе, очевидно, что если для каждого из m коэффициентов ИХП на круговой диаграмме построить два противоположных вектора, то любые m последовательно расположенные лучи будут лежать в угле, меньшем π , и, следовательно, определять координаты граничной вершины P .

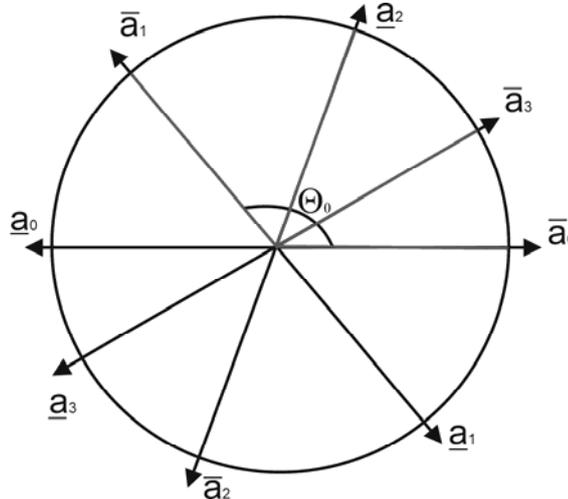


Рисунок 2 - Взаимное расположение углов выхода реберных ветвей

Доказано, что если корни полученного набора полиномов лежат в требуемом секторе, то остальные корни ИХП тоже лежат в этом секторе.

В работе также формулируются условия локализации корней интервального полинома в усеченном секторе с произвольным углом. Такой сектор наряду с допустимой колебательностью задает и минимальную степень устойчивости (рис. 3).

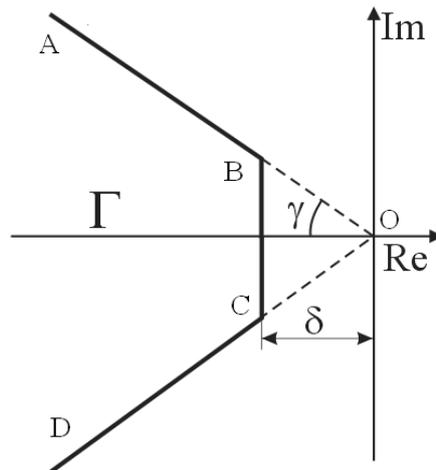


Рисунок 3 - Открытый усеченный сектор Γ

Граничные вершины для произвольного сектора могут не определить минимальную степень устойчивости системы. Поэтому характерной особенно-

стью анализа устойчивости в усеченном секторе является необходимость определения в нем всех граничных вершин.

Установлено важное свойство границ областей локализации корней ИХП. Оно заключается в том, что при отображении P на корневую плоскость возможен переход внутренних вершин P в граничные и наоборот. Причиной этого является переход корней ИХП через особые лучи, выходящие из начала координат под углами $\varphi = \pi - \frac{r\pi}{m-k}$, $k = 1, 2, \dots, m-2$, r – число целых π , которое содержит угол $n \cdot \Theta_0$, n – порядок полинома.

Разработано следующее правило формирования набора граничных вершин.

1. Для заданных угла γ и числа m интервальных коэффициентов ИХП определить количество особых лучей, лежащих в секторе AOD.
2. Задать значение угла Θ_0 из сектора $\pi < \Theta_0 < \pi - \frac{r\pi}{m-1}$.
3. На круговой диаграмме построить лучи, выходящие из начала координат под углами $\Theta_{i+} = \Theta_0 \cdot i$; $\Theta_{i-} = \pi + \Theta_0 \cdot i$, где Θ_{i+} и Θ_{i-} соответственно углы при максимальном и минимальном значениях i -го коэффициента ИХП.
4. Начиная с любого луча, определить m лучей, следующих последовательно один за другим при движении в положительном направлении (против часовой стрелки). Соответствующие этим лучам пределы коэффициентов ИХП определяют координаты одной из граничных вершин.
5. Последовательно изменяя начальные лучи, повторять процедуру п.4 и в результате получить координаты $2m$ граничных вершин для сектора с заданным Θ_0 .
6. Если $\pi - r\pi/(m-1) > \pi - \gamma$, то необходимо повторить действия п. 3, 4, 5 при любом значении угла Θ_0 из каждого сектора $\pi - \frac{r\pi}{m-k} \leq \Theta_0 \leq \pi - \frac{r\pi}{m-k+1}$.

7. При каждом последующем Θ_0 необходимо из получающихся наборов граничных вершин выделять новые и добавлять их к найденным ранее.

Для иллюстрации работоспособности и эффективности разработанных методик анализа робастной относительной устойчивости ИС приводятся числовые примеры.

В третьей главе разрабатываются подходы к синтезу ИС, обеспечивающему гарантированные показатели качества. Они основаны на принципе доминантного расположения областей локализации полюсов ИС.

Рассматривается метод доминантного расположения полюсов линейной стационарной системы линейным регулятором пониженного порядка. Данный метод позволяет не только размещать доминирующие полюсы системы, но и локализовывать остальные (свободные) полюсы в заданной области

комплексной плоскости. На основе этого метода разрабатываются методики, позволяющие размещать области локализации доминирующих полюсов ИС в секторе (рис. 4а) или в усеченном секторе (рис. 4б), и при этом области локализации свободных полюсов располагать в заданной области.

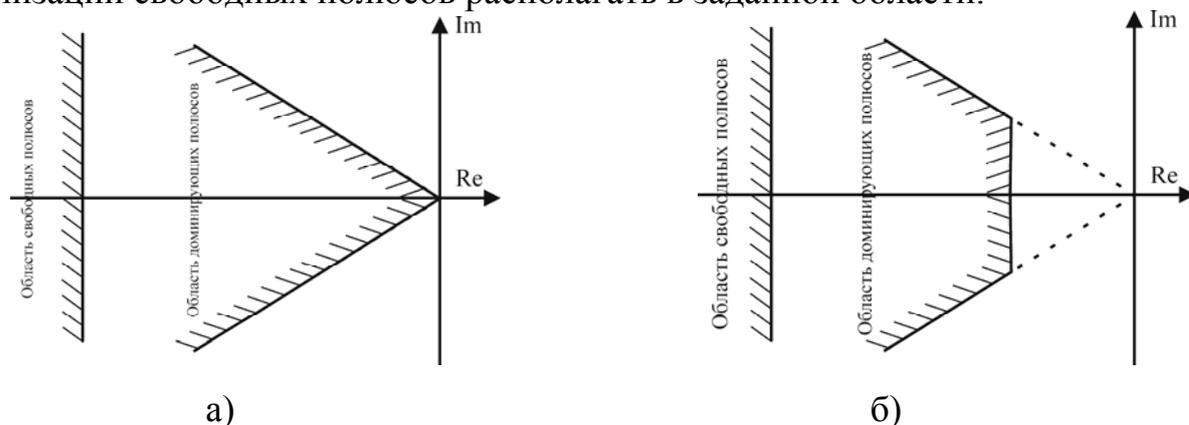


Рисунок 4 - Заданные области расположения полюсов

Для решения этих задач желательно минимизировать число рассматриваемых полиномов, выделив из их семейства только один, определяющий максимальную колебательность, либо один или два, определяющих максимальную колебательность и минимальную степень устойчивости. Так как эти полиномы являются вершинными, то они задаются набором предельных значений интервальных коэффициентов ИХП. Обозначим вершинный полином через $R^v(p)$, где v - номер вершины многогранника.

Решение задачи синтеза ИС по одному вершинному полиному проводится в два этапа:

1. Формирование одного полинома $R_b^v(p)$, который будет гарантированно определять максимальную колебательность либо максимальную колебательность и минимальную степень устойчивости ИС.
2. Определение настроек регулятора для размещения корней сформированного полинома желаемым образом в соответствии с принципом доминирования.

Для реализации первого этапа синтеза применяется уравнение фаз корневого годографа в виде:

$$\Theta_i^q = \pi - \left(\sum_{g=1}^m \Theta_g + \frac{\pi}{2} \right) + i\Theta_0; \quad (1)$$

при увеличении интервального коэффициента a_i

$$\Theta_i^q = - \left(\sum_{g=1}^m \Theta_g + \frac{\pi}{2} \right) + i\Theta_0; \quad (2)$$

при уменьшении интервального коэффициента a_i , где Θ_j и Θ_0 – углы между вещественной осью и векторами, направленными к некоторому корню от j -го полюса и от i -ых нулей с координатами $(0; j0)$, соответственно, а Θ_i^q – угол выхода ветви корневого годографа из вершины q , при изменении i -го коэффициента. В уравнениях фаз (1, 2) величина $\frac{\pi}{2}$ добавлена в связи с учетом корня,

комплексно-сопряженного p_0 . Для определения требуемой вершины проверяются условия:

$$\Theta_0 < \Theta_i^q < \Theta_0 + \pi$$

для сектора (рис 5а),

$$\Theta_0 < \Theta_i^q < \frac{3\pi}{2}$$

для усеченного сектора (рис 5б).

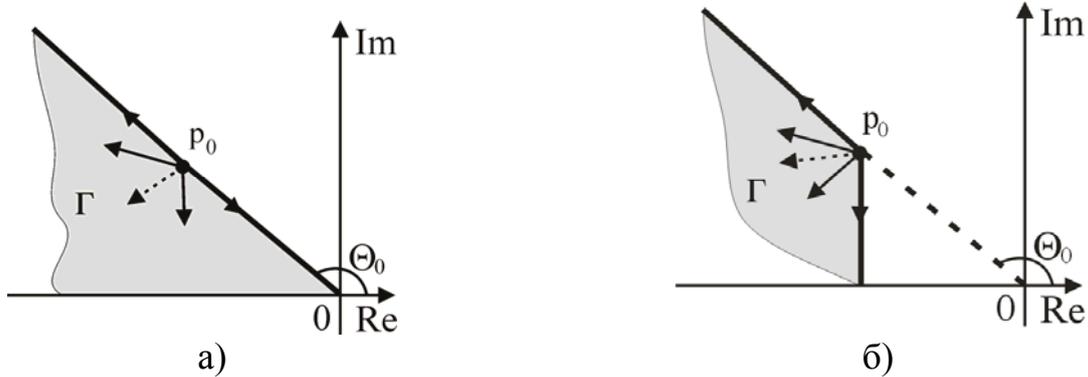


Рисунок 5 - Направление векторов углов выхода реберных ветвей

На основе фазовых выражений (1,2) сделан вывод, что направление вектора выхода ветви корневого годографа из вершины q зависит от величины $\sum_{g=1}^m \Theta_g$, которая, в свою очередь, зависит от расположения корней на корневой плоскости. В результате анализа зависимости расположения корней и величины $\sum_{g=1}^m \Theta_g$, получены **фазовые условия формирования полинома $R_b^v(p)$ для сектора:**

Если $\Theta_0(i-1) \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$, то $\max C_i = \Theta_0(i-1) - \frac{\pi}{2}$ и $a_i = a_{i\max} = \overline{a_i}$.

Если $\Theta_0(i-1) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$, то $\max C_i = \Theta_0(i-1) + \frac{\pi}{2}$ и $a_i = a_{i\min} = \underline{a_i}$.

Фазовые условия формирования полинома $R_b^v(p)$ для усеченного сектора имеют вид:

Если $\Theta_0(i-1) \in \left[\frac{\pi}{2}; -\Theta_0 \right]$, то $\max C_i = \Theta_0(i-1) - \frac{\pi}{2}$ и $a_i = \overline{a_i}$.

Если $\Theta_0(i-1) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi - \Theta_0 \right]$, то $\max C_i = \Theta_0(i-1) + \frac{\pi}{2}$ и $a_i = \underline{a_i}$.

Величина $\max C_i$ требуется для определения области S_0 необходимого расположения недоминирующих (свободных) полюсов. Полюсы, располагающиеся левее прямой d_0 , будут лежать в области S_0 .

$$d_0 = \frac{\beta_2}{\operatorname{tg}((\max C_i)/m)} + \alpha_2,$$

где α_2 и β_2 – действительная и мнимая часть корня полинома $R_b^v(p)$.

Установлено, что в случае такого расположения свободных полюсов фазовые условия будут выполняться.

Таким образом, для определения искомого набора коэффициентов полинома $R_b^v(p)$ и нахождения прямой d_0 , задающей область S_0 , требуется определять значения a_i и наименьшее значение $\max C_i$ для каждого $i = \overline{0, n}$.

На основании проведенных исследований разработана методика размещения полюсов ИС в заданном секторе.

1. Задаются желаемые координаты пары комплексно-сопряженных доминирующих полюсов ИС, которые будут определять ее максимальную колебательность либо максимальную колебательность и минимальную степень устойчивости.
2. Из условия формирования полинома $R_b^v(p)$ определяется минимальное значение $\max C_i$ (соответствующее Θ_0 , координатам доминирующих полюсов и степени ИХП) и соответствующий набор пределов коэффициентов полинома $R_b^v(p)$.
3. Определяется уравнение прямой d_0 , левее которой гарантированно располагается область S_0 .
4. Сформированный полином $R_b^v(p)$ приводится к виду:

$$\sum_{i=1}^r k_i A_i(p) + B(p) = 0.$$

5. Согласно методике размещения полюсов стационарной системы, определяются настраиваемые параметры, обеспечивающие желаемое расположение корней полинома $R_b^v(p)$.

При анализе применимости методики установлено, что если выполняется условие:

$$\Theta_0(i-1) \notin \left(\frac{\pi}{2}; -\Theta_0 \right] \cap \left(-\frac{\pi}{2}; \pi - \Theta_0 \right], \quad (3)$$

то определить максимальную колебательность и минимальную степень устойчивости системы по одному вершинному полиному невозможно. В таком случае предлагается решать задачу синтеза ИС с использованием двух вершинных полинома, один из них будет определять максимальную колебательность, а второй – минимальную степень устойчивости.

Для этого требуется одновременное выполнение двух фазовых ограничений:

$$\Theta_0 < \Theta_i^q < \Theta_0 + \pi, \quad (4)$$

для корня p_0 и

$$\frac{\pi}{2} < \Theta_i^w < \frac{3\pi}{2}, \quad (5)$$

для корня p'_0 (рис. 6).

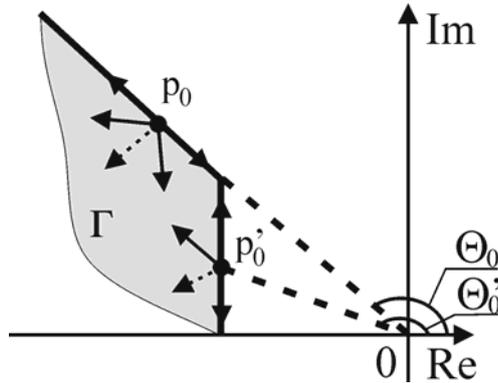


Рисунок 6 - Векторы углов выхода для двух вершинных полиномов

При ограничениях (4, 5) **фазовые условия формирования полиномов** $R_{b1}^v(p)$ и $R_{b2}^v(p)$ имеют вид:

Для полинома $R_{b1}^v(p)$:

Если $\Theta_0(i-1) \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$, то $\max C_i = \Theta_0(i-1) - \frac{\pi}{2}$ и $a_i = a_{i_{\max}} = \overline{a_i}$.

Если $\Theta_0(i-1) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, то $\max C_i = \Theta_0(i-1) + \frac{\pi}{2}$ и $a_i = a_{i_{\min}} = \underline{a_i}$.

Для полинома $R_{b2}^v(p)$:

Если $i\Theta'_0 \in (\pi; 2\pi]$, то $\max C_i = i\Theta'_0 - \pi$ и $a_i = a_{i_{\max}} = \overline{a_i}$.

Если $i\Theta'_0 \in (0; \pi]$, то $\max C_i = i\Theta'_0$ и $a_i = a_{i_{\min}} = \underline{a_i}$.

На основании этих фазовых условий разработана методика определения параметров регулятора по двум определяющим вершинным полиномам.

Для разработанных методик синтеза линейного регулятора ИС необходим этап проверки получаемого расположения полюсов системы. Если в результате анализа окажется, что области локализации выходят за допустимые границы, то следует увеличить число настраиваемых параметров регулятора, либо изменить требования к системе и повторить процедуру синтеза.

В четвертой главе рассматривается применение одной из разработанных методик для параметрического синтеза регулятора системы позиционирования, используемой для изготовления жидкокристаллических мониторов. Существующий при проектировании указанных систем подход не учитывает изменения момента инерции электропривода (по заранее неизвестному закону). Поэтому применяемые методы настройки линейных регуляторов с постоянными параметрами не гарантируют обеспечения желаемых динамических свойств. Представляется целесообразным наделить систему позиционирования свойством робастности, обеспечивающим допустимое качество переходных процессов в системе при любых значениях момента инерции из известного интервала.

Для этого может быть использован разработанный алгоритм параметрического синтеза регулятора в условиях интервальной неопределенности параметров системы.

Структурная схема системы позиционирования представлена на рис. 7.

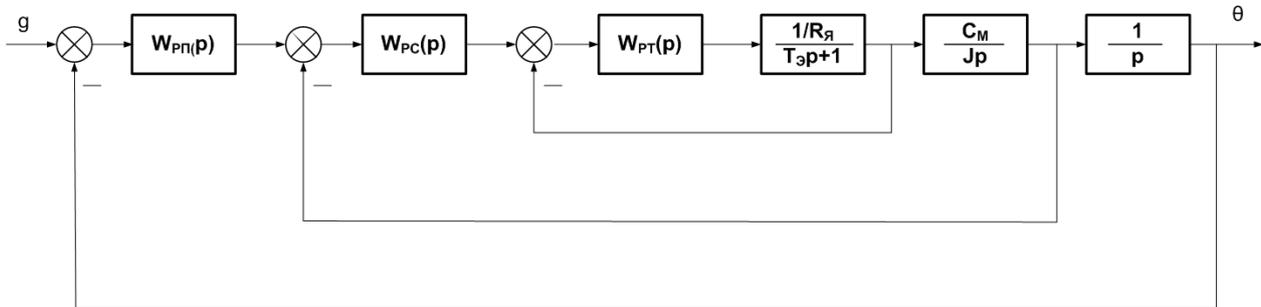


Рисунок 7 - Структурная схема системы позиционирования

В рассматриваемой системе необходимо найти робастные настройки регулятора контура скорости, так как отрицательное влияние изменения момента инерции движущихся масс сказывается именно в этом контуре.

Передаточная функция замкнутого контура скорости имеет вид:

$$W(p) = \frac{(k_3 p^2 + k_2 p + k_1) a_0}{b_1 p^3 + (k_3 a_0 + b_0) p^2 + k_2 a_0 p + k_1 a_0},$$

где $b_0 = 763200$, $b_1 = 2300$, $a_0 = [1,139 \cdot 10^{10}; 1,3668 \cdot 10^{10}]$. Интервально-неопределенный коэффициент a_0 , зависит от момента инерции движущихся масс. При этом интервальный полином, содержащий исходное семейство характеристических полиномов ИС, приведен к виду $R(p) = b_1 p^3 + (k_3 a_{01} + b_0) p^2 + k_2 a_{02} p + k_1 a_{03}$, где a_{01} , a_{02} , a_{03} независимы и равны a_0 .

Необходимо найти такие настройки регулятора k_1, k_2, k_3 , которые обеспечат время переходного процесса приведенного контура скорости $t_p < 0,001c$ и перерегулирование $\sigma < 30\%$. Для определения минимально допустимой степени устойчивости контура использовано выражение $\delta \approx \frac{3}{t_p} = 3000$, где δ - степень

устойчивости. Для определения максимально допустимой колебательности ИС, соответствующей заданному максимальному перерегулированию, необходима информация о точном расположении нулей передаточной функции. Так как для ИС эта информация неизвестна, максимальная колебательность задана $\mu = 1$.

В результате применения разработанной методики синтеза получены следующие настройки регулятора: $k_1 = 300000$, $k_2 = 123,63$, и $k_3 = 0,018$. На рис. 8 приведены области локализации корней полинома $R(p)$.

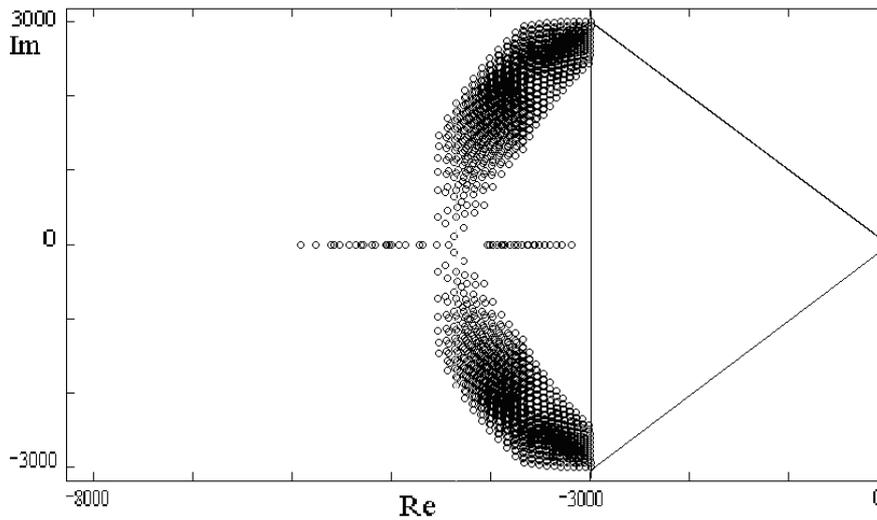


Рисунок 8 - Область локализации корней полинома $R(p)$

Из рис.8. следует, что найденные настройки регулятора локализуют корни характеристического полинома ИС в заданной области. На рис 9. приведены переходные характеристики контура скорости с интервальными коэффициентами.

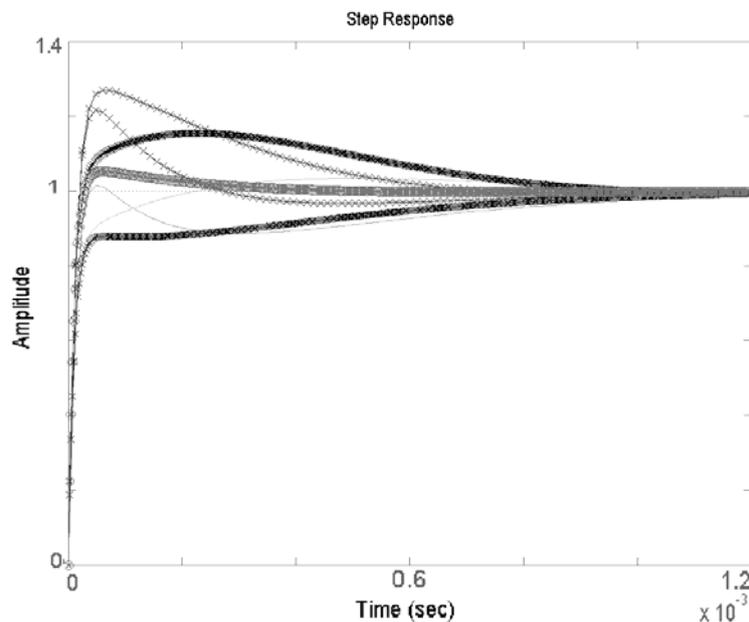


Рисунок 9 - Переходные характеристики контура скорости с интервальными параметрами

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что найденные робастные настройки регулятора обеспечивают допустимое качество переходных процессов ИС.

Основные результаты работы

Представленная диссертационная работа описывает результаты исследований, направленных на разработку алгоритмов анализа и синтеза систем управления с интервальными параметрами. Сформулируем основные результаты диссертации.

1. На основе свойств многопараметрического интервального корневого годографа и алгоритма реберной маршрутизации разработаны:

- методика анализа ИС с гарантированной *колебательностью* на основе выбора и анализа существенных вершинных полиномов;

- методика анализа ИС с гарантированной *колебательностью и степенью устойчивости* на основе выбора и анализа существенных вершинных полиномов;

2. Получены выражения, устанавливающие соответствие между углами выхода ветвей многопараметрического интервального корневого годографа и расположением полюсов системы на комплексной плоскости.

3. Получены фазовые условия формирования полиномов, определяющих показатели качества синтезируемых ИС.

4. На основе полученных фазовых соотношений разработаны:

- методика синтеза робастного линейного регулятора на основе желаемого расположения областей локализации доминирующих и свободных полюсов системы по *одному* вершинному полиному;

- методика синтеза робастного линейного регулятора на основе желаемого расположения областей локализации доминирующих и свободных полюсов системы по *двум* вершинным полиномам.

Основные публикации по теме диссертации

1. Гайворонский, С.А. Анализ локализации корней интервального полинома в заданном секторе / Гайворонский С.А., Замятин С.В. // Известия Томского политехнического университета. –2004. Т. 307. № 4. – С. 14-18.
2. Замятин, С.В. К анализу робастной устойчивости полиномов с полилинейной и полиномиальной неопределенностью/ Замятин С.В, Гайворонский С.А. //Современные техника и технологии: Труды XI Международной научно-практической конференции студентов и молодых учёных, т. 2. –Томск: Изд. ТПУ, 2005. – С. 153-154.
3. Замятин, С.В. Условие применимости реберной теоремы при полиномиальной неопределенности характеристического полинома / Замятин С.В, Гайворонский С.А // Молодежь и современные информационные технологии. Сборник трудов III Всероссийской научно-практической конференции студентов, – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – С. 199-200.
4. Замятин, С.В. Размещение областей локализации доминирующих полюсов интервальной системы с обеспечением заданных показателей качества / Замятин С.В. // Известия Томского политехнического университета, –2006. Т. 309.–№7, –С. 10-14.

5. Замятин, С.В. Решение задачи размещения полюсов линейной интервальной динамической системы в заданном секторе / Замятин С.В, Гайворонский С.А. // Известия Томского политехнического университета. 2006. №5. Том 309.– С. 16-20.
6. Zamyatin, S.V. The robust sector stability analysis of an interval polynomial / Zamyatin S.V., Gayvoronskiy S.A. //1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, – Harbin, China, 2006, – P. 112-115. Замятин, С.В. Робастная секторная устойчивость интервальных полиномов / Замятин С.В., Гайворонский С.А. // Труды I международного симпозиума «Системы и управление в космической промышленности и аэронавтике», Китай (Харбин), 2006, – С. 16-20.
7. Замятин, С.В. Решение задачи размещения корней интервального полинома с полилинейной неопределенностью / Замятин С.В., Ефимов С.В., Аникин А.С. // Молодежь и современные информационные технологии. Сборник трудов IV Всероссийской научно-практической конференции студентов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – С. 248-249.
8. Гайворонский, С.А. Условия локализации корней интервального полинома в заданном секторе, Всероссийское (с международным участием) совещание по интервальному анализу и его приложениям «ИНТЕРВАЛ-06» / Гайворонский С.А., Замятин С.В., // г. Санкт-Петербург, 2006. – С. 38–41
9. Замятин, С.В. Исследование интервальных полиномов на основе свойств критерия Рауса // Замятин С.В. Суходоев М.С., Ефимов С.В. / Современные техника и технологии: Труды XII Международной научно-практической конференции студентов и молодых учёных. Томск-2006. – С. 61–63.