

На правах рукописи

БОРУНОВ Максим Вячеславович

РАЗРЫВ ДЕЛЯЩЕГОСЯ ЯДРА НА ОСКОЛКИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ: ИССЛЕДОВАНИЕ В МНОГОМЕРНОМ
СТОХАСТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ

01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск — 2009

Работа выполнена на кафедрах теоретической и экспериментальной физики
Омского государственного университета имени Ф.М. Достоевского.

Научный руководитель: доктор физико–математических наук,
профессор, заслуженный деятель науки
Российской Федерации Г. Д. Адеев.

Официальные оппоненты: доктор физико–математических наук,
профессор Трясучев Владимир Андреевич;
кандидат физико–математических наук,
доцент Косенко Григорий Иванович;

Ведущая организация: Научно–исследовательский институт
ядерной физики имени Д. В. Скobelьцына
Московского государственного
университета имени М. В. Ломоносова

Защита состоится 28 апреля 2009 года на заседании совета по защите
докторских и кандидатских диссертаций Д212.269.05 при Томском
политехническом университете (634050, г. Томск, проспект Ленина, 2а).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского
политехнического университета.

Автореферат разослан " " 2009 года.

Ученый секретарь совета по защите
докторских и кандидатских диссертаций,
кандидат физико–математических наук Кожевников А. В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Несомненная актуальность практических приложений процесса деления атомных ядер, а также уникальная возможность исследовать свойства ядер в коллективном движении большой амплитуды, обусловили интерес к этой реакции, неослабевающий с момента ее открытия вплоть до наших дней. За более чем полуторовую историю изучения процесса деления атомных ядер и благодаря интенсивным исследованиям международного масштаба удалось накопить обширный экспериментальный материал и добиться заметного прогресса в теоретическом осмыслении целого ряда выявленных закономерностей. Однако полного количественного описания всей совокупности имеющейся экспериментальной информации о массово-энергетических (МЭР), зарядовых и угловых распределениях осколков деления к настоящему моменту достичь не удалось. Проблема теоретического описания экспериментально наблюдаемых МЭР тесно связана с динамикой протекания процесса деления, с термодинамическими и диссипативными свойствами делящихся ядер, с критериями разрыва делящегося ядра на осколки. Поэтому в последнее время основное развитие в теоретических исследованиях получило изучение динамики деления. Критерий разрыва является одним из двух конечных условий моделирования. Наиболее чувствительным к этому условию является энергетическое распределение.

Вопрос об условии разрыва делящегося ядра на осколки неизбежно встает при любом теоретическом описании и моделировании процесса деления, одним из отличительных признаков которого является разделение исходного компаунд-ядра преимущественно на два осколка. Под разрывом здесь следует понимать переход от единой конфигурации ядра, которая становится по ряду причин неустойчивой, к конфигурации системы уже разделенных осколков. Проблема разрыва перемычки(шейки) между будущими осколками поднималась неоднократно [1,2], однако в полной мере до сих пор еще не решена, и сегодня остается одной из самых неясных в физике деления. Проблема существенно осложняется тем, что ни сам момент разрыва ядра на осколки, ни форма ядра перед разрывом не являются экспериментально наблюдаемыми, и информация о них может быть получена только при сопоставлении ряда экспериментально наблюдаемых величин с результатами расчетов, выполненных в рамках тех или иных моделей или подходов, описывающих процесс деления атомного ядра. В качестве таких экспериментально наблюдаемых величин можно использовать энергетическое распределение осколков деления. В настоящей работе использовались его первые четыре момента. Следует отметить, что в теории деления в основном применяются два критерия(условия) разрыва, которые являются очевидными предельными случаями по отношению друг к другу. Так, например, в работах некоторых групп [3, 4] за критерий разрыва принимается условие обращения в нуль радиуса шейки, $R_N = 0$. Хотя данное условие разрыва является согласованным в модели жидкой капли (МЖК) с резкой поверхностью ядра [1], но оно неудовлетворительно [5], так как описание ядра в МЖК теряет смысл, когда радиус шейки становится сравнимым с расстоянием между нуклонами [5]. Привлекательным с физической точки зрения является определение условия разрыва на основе критерия неустойчивости ядра относительно вариации толщины его шейки [5], когда исчезает гребень, разделяющий долины деления и разделенных осколков. Данное условие разрыва соответствует предразрывным конфигурациям делящегося ядра с конечным радиусом шейки, в среднем равным $0.3R_0$ (R_0 — радиус исходного сферического ядра) [1, 5]. Другим физически разумным и приемлемым является критерий разрыва ядра, основанный на балансе сил кулоновского отталкивания будущих осколков и ядерного притяжения между ними. В модели случайного разрыва Брозы и др. [2] использовался критерий гидродинамической нестабильности шейки относительно разрыва, который также приводит к предразрывным конфигурациям ядра с радиусом шейки $R_N \simeq 0.3 - 0.4R_0$.

Выбор условия разрыва особенно сильно влияет на такие важные характеристики процесса деления, как средние значения и дисперсии энергетических распределений осколков деления. Такая чувствительность параметров энергетического распределения

очевидна: в основном кинетическая энергия осколков определяется энергией их взаимодействия в момент разрыва.

Цель работы:

Цель работы состоит в систематическом теоретическом исследовании энергетического распределения осколков деления возбужденных ядер, а именно первых четырех моментов этого распределения в широком интервале параметра делимости составного ядра. Целью является также систематическое исследование применимости вероятностного критерия разрыва на основе расчетов энергетического распределения, а также других характеристик деления.

В работе поставлены следующие задачи:

1. Исследовать возможность применения многомерного ланжевеновского подхода для описания высших моментов энергетического распределения сколов деления высоковозбужденных ядер.
2. Изучить зависимость моментов энергетического распределения осколков деления от критериев разрыва, которые использовались в расчетах, и исследовать применимость этих критериев.
3. Объяснить используемые эмпирические систематики (Виолы и подобные ей) средней кинетической энергии осколков деления на основе проведенных динамических расчетов.

Научная новизна результатов

1. Впервые проведено сравнение различных критериев разрыва в модели жидкой капли в рамках трехмерной ланжевеновской динамики. Впервые в трехмерной лажневеновской динамике успешно применен критерий нулевой шейки, который сравнительно редко используется в современной физике деления.
2. Впервые проведен систематический расчет высших моментов энергетического распределения в рамках трехмерной ланжевеновской динамики, получено хорошее согласие с экспериментальными данными. Для расчета высших моментов распределения использовалась аппроксимация функцией Грамма–Шарлье.
3. Впервые дана динамическая интерпретация систематики Виолы. В отличие от статического, в динамическом описании показано, что среднее расстояние между осколками в момент разрыва линейно увеличивается с увеличением кулоновского параметра.

Практическое значение результатов

Проведенный анализ различных критериев разрыва показал, что в трехмерных динамических расчетах можно использовать критерий нулевой шейки, вероятностный критерий разрыва и критерий конечного радиуса шейки $R_N = R_0$. Для использования гидродинамического критерия разрыва необходимо увеличить размерность динамической модели, используемой в расчетах. Результаты исследований представляют интерес для научных центров по изучению ядерных реакций (Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скobelцына Московского государственного университета, г. Москва; Лаборатория ядерных реакций Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна; Физико-энергетический институт имени Лейпунского, г. Обнинск; Институт ядерных исследований РАН, г. Москва; Радиевый институт им. В.Г. Хлопина, Санкт-Петербург; институт ядерной физики Национального ядерного центра Республики Казахстан, г. Алматы а также других ядерных центров стран СНГ и дальнего зарубежья).

Основные положения, выносимые на защиту

1. Среднее расстояние между будущими осколками в момент разрыва линейно увеличивается с ростом кулоновского параметра. Оно меняется от $2.37R_0$ для ^{142}Ce до $2.65R_0$ для ^{256}Fm . Увеличение среднего расстояния с ростом кулоновского параметра не является настолько значительным, чтобы систематика Виолы, предполагающая постоянство среднего расстояния между осколками в момент разрыва, нарушилась даже для тяжелых ядер.
2. Вероятностный критерий разрыва ядра на осколки приводит к почти полной компенсации вкладов энергии ядерного притяжения и предразрывной энергии, таким образом, что первый момент энергетического распределения зависит только от кулоновской энергии.
3. Результаты, полученные для критерия разрыва конечного радиуса шейки $R_N = 0.3R_0$ согласуются с результатами, полученными для вероятностного критерия разрыва.
4. Все моменты энергетического распределения с первого по четвертый существенно меняются при включении третьей координаты.

Личный вклад соискателя

Все результаты диссертации, перечисленные в заключении, получены лично автором. Автор принимал непосредственное участие на всех этапах научно-исследовательской работы по теме диссертации: в проведении расчетов, обработке, анализе и обсуждении полученных результатов, подготовке статей.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Объем диссертации — 132 страницы, включая 25 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 133 наименования.

Краткое содержание работы

В введении дан краткий обзор модели жидкой капли и рассмотрены существующие подходы к описанию процесса деления ядра. Сформулированы научная новизна и цель работы.

В первой главе, носящей обзорный характер, описан ланжевеновский формализм, параметризация формы, транспортные коэффициенты.

В стохастическом подходе эволюция коллективных степеней свободы делящегося ядра рассматривается по аналогии с движением брауновской частицы, помещенной в термостат, образованный всеми остальными степенями свободы ядра. В расчетах использовалась система связанных уравнений Ланжевена, которые в разностной форме для случая N коллективных координат имеют вид

$$\begin{aligned} p_i^{(n+1)} &= p_i^{(n)} - \left(\frac{1}{2} p_j^{(n)} p_k^{(n)} \left(\frac{\partial \mu_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i} \right)^{(n)} - K_i^{(n)}(\mathbf{q}) \right. \\ &\quad \left. - \gamma_{ij}^{(n)}(\mathbf{q}) \mu_{jk}^{(n)}(\mathbf{q}) p_k^{(n)} \right) \tau + \theta_{ij}^{(n)} \xi_j^{(n)} \sqrt{\tau}, \\ q_i^{(n+1)} &= q_i^{(n)} + \frac{1}{2} \mu_{ij}^{(n)}(\mathbf{q}) (p_j^{(n)} + p_j^{(n+1)}) \tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где q_i - набор коллективных координат; p_i - сопряженные им импульсы; $m_{ij}(\|\mu_{ij}\| = \|m_{ij}\|^{-1})$ - инерционный тензор; γ_{ij} - фрикционный тензор; K_i - консервативная сила;

$\theta_{ij}\xi_j$ - случайная сила; θ_{ij} - амплитуда случайной силы; ξ_j - случайная величина, обладающая следующими статистическими свойствами:

$$\begin{aligned} \langle \xi_i^{(n)} \rangle &= 0, \\ \langle \xi_i^{(n_1)} \xi_j^{(n_2)} \rangle &= 2\delta_{ij}\delta_{n_1 n_2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Верхний индекс n в уравнениях (1), (2) означает, что соответствующая величина вычисляется в момент времени $t_n = n\tau$, где τ - шаг интегрирования уравнений Ланжевена по времени. Угловые скобки в (2) и далее означают усреднение по статистическому ансамблю. В уравнении (1) и далее по повторяющимся индексам подразумевается суммирование от 1 до N . Стохастическая ланжевеновская траектория, характеризующаяся формами, которыми обладало ядро в процессе деления получается численным решением системы (1) в пространстве коллективных координат.

Амплитуда случайной силы связана с диффузионным тензором D_{ij}

$$D_{ij} = \theta_{ik}\theta_{kj}. \quad (3)$$

Диффузионный тензор, в свою очередь, удовлетворяет соотношению Эйнштейна

$$D_{ij} = T\gamma_{ij}. \quad (4)$$

Температура термостата T , используемая в расчетах, определялась в модели ферми-газа

$$T = (E_{int}/a(\mathbf{q}))^{1/2}, \quad (5)$$

где E_{int} - энергия возбуждения внутренних степеней свободы составного ядра (внутренняя энергия), $a(\mathbf{q})$ - параметр плотности уровней, явный вид которого взят из работ Игнатюка с соавторами [6].

При движении ядра к поверхности разрыва вдоль всей стохастической ланжевеновской траектории в пространстве коллективных координат отслеживалось выполнение закона сохранения энергии

$$E^* = E_{int} + E_{coll}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + V(\mathbf{q}) + E_{evap}(t), \quad (6)$$

где E^* - полная энергия возбуждения составного ядра, определяемая во входном канале реакции из энергии налетающего иона и разности масс сталкивающихся ядер и составной системы; $E_{coll}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2}\mu_{ij}(\mathbf{q})p_i p_j$ - кинетическая энергия коллективного движения ядра; $E_{evap}(t)$ - энергия возбуждения ядра, унесенная испарившимися частицами к моменту времени t .

Во второй главе описаны критерии разрыва делящегося ядра на осколки, традиционно используемые в современной теории деления. Представлены вероятностный, гидродинамический, геометрический критерии, а также критерий, основанный на равенстве сил кулоновского отталкивания и ядерного притяжения, и критерий, основанный на вариационном расчете.

Разрыв шейки происходит достаточно быстро. Вытянутые формы с радиусом шейки $R_N \simeq 1 - 2$ фм разделяются на осколки за время $\tau_{sc} \simeq 10^{-23}$ с. Это время сравнимо с характерным временем внутренних степеней свободы, составляющих термостат. Таким образом, можно не использовать уравнения Ланжевена непосредственно для моделирования процесса разрыва шейки ядра, а можно решать уравнения до тех пор, пока радиус шейки не обратится в ноль, так как среднее время, необходимое для достижения конфигурации с $R_N = 0.3$ до конфигурации с $R_N = 0$ порядка $1 - 2 \times 10^{-21}$ с. Другими словами, можно предположить, что разрыв шейки происходит за один шаг в ланжевеновской динамике. Подробное описание процесса разрыва шейки ядра достаточно сложно [7]. Таким образом, существует два варианта моделирования разрыва шейки ядра в динамических расчетах. Первый предполагает разрыв с вероятностью единица в случае, когда ланжевеновская траектория пересекает линию или поверхность разрыва. Второй вариант предполагает наличие области деформаций в пространстве коллективных координат, в любой точке которой разрыв может произойти с некоторой вероятностью.

Мы предполагаем, что вероятность разделения ядра на осколки отлична от нуля для любой формы с шейкой. Так как в форме ядра есть шейка, то становится возможным

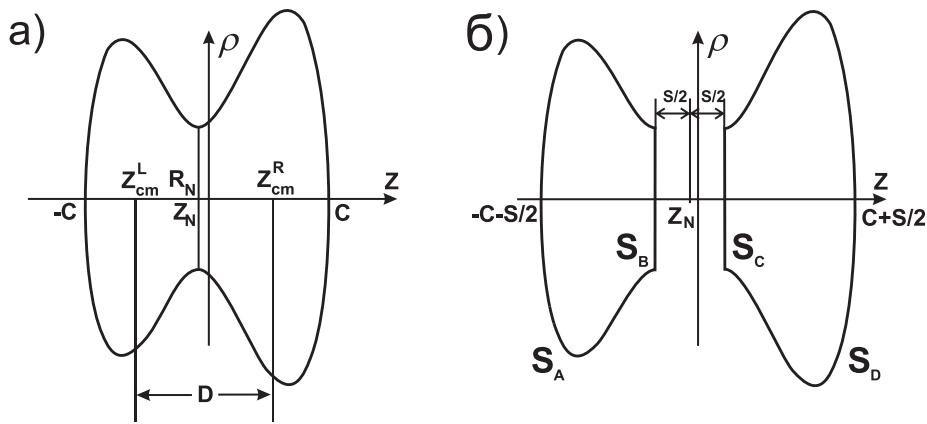


Рис. 1: Форма деформированного ядра (а) и разделенных осколков (б). Z_{cm}^L и Z_{cm}^R определяют центры масс левого и правого осколка, соответственно. Z_N и R_N представляют собой координаты минимума толщины шейки и ее радиус. Ядро разделено на два осколка в точке минимума радиуса шейки (плоскостью $z = Z_N$), осколки сместились на расстояние s , как показано на рисунке (б). Поверхности S_A и S_D образованы функцией $\rho_s(z)$, а поверхности S_B and S_C – два плоских среза.

выделить формирующиеся осколки разрезанием ядра плоскостью в точке, в которой радиус шейки минимален $z = z_N$. Другими словами, мы предлагаем рассматривать все формы ядра с шейкой в качестве предразрывных форм. Для того, чтобы оценить вероятность разрыва формы с шейкой, мы предлагаем рассмотреть разрыв шейки, соединяющей два формирующихся осколка, как флуктуацию. Мы не предлагаем рассматривать детально процесс разрыва перемычки, соединяющей будущие осколки, мы предлагаем, используя статистическое описание, рассмотреть только начальное и конечное состояние. В этом случае вероятность деления можно оценить следующим образом:

$$W \sim \exp(-\Delta U/T), \quad (7)$$

где ΔU – изменение энергии вследствие флюктуации, а T – температура ядра. Следовательно, мы рассматриваем динамически процесс эволюции формы составного ядра до момента разрыва шейки. Статистическое рассмотрение мы использовали для того, чтобы смоделировать разрыв шейки ядра, который определяет форму до разрыва и форму разделенных осколков. После этой процедуры можно использовать формы разделенных осколков для дальнейшего моделирования их относительного движения, эволюции их форм.

В качестве начальных или предразрывных форм мы рассматриваем все формы с шейкой, но, как будет показано ниже, основной вклад в вычисляемые величины вносят формы с четко выраженной перемычкой между будущими осколками. В качестве конечного состояния осколков деления мы выбираем начальную форму, которую разделили плоскостью $z = z_N$ и раздвинули на расстояние s , как показано на Рисунке 1. Предразрывные (сплошные) формы соответствуют случаю $s = 0$. Быстро протекающий разрыв обеспечивает сохранение моментов низкой мультипольности, таких как расстояние между центрами масс и массовой асимметрии. Следовательно, мы предполагаем, что после разрыва форма осколков деления может быть найдена на основе предразрывной формы делящихся осколков, как показано на Рисунке 1. Такую параметризацию формы осколков деления можно считать достаточно грубой, так как реальные формы разделенных осколков не могут иметь настолько плоскую поверхность, а описание параметризации квадрупольными и октупольными деформациями выглядит более естественно. Однако для описания таких форм требуется несколько параметров формы свободного осколка, а их



Рис. 2: Разность энергий ΔU вычисленная для ядра ^{256}Fm вдоль средней траектории как функция расстояния s между плоскими срезами осколков и параметра радиуса шейки R_N . Числа рядом с контурными линиями обозначают величину ΔU в МэВ. Пунктирной прямой линией показан случай двух соприкасающихся осколков. $s = s_{rup}$ (см. текст).

применение ведет к существенно более сложным вычислениям, так как мы рассматриваем все формы с шейкой в качестве предразрывных. В то же самое время, параметризация осколков, использованная в вычислениях, обеспечивает сохранение всех мультипольных моментов и, как будет показано ниже, качественно воспроизводит результаты работ [1]. В работах [1] было показано, что для форм с $R_N < R_N^{crit}$ минимум потенциальной энергии соответствует уже разделенным осколкам, а не сплошным формам.

В уравнении (7) ΔU представляет разницу потенциальной энергии двух разделенных осколков на расстоянии s (см. Рисунок 1) и потенциальной энергии предразрывной(сплошной) формы ядра ($s = 0$). Потенциальная энергия для предразрывной и разделенной формы считалась как сумма кулоновской энергии отталкивания и ядерной энергии притяжения, при этом использовались параметры МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил из [9]. Вследствие того, что формы осколков не меняются после раздвижения на расстояние s , величина ΔU может быть представлена как разность $V(\mathbf{q}, s) - V(\mathbf{q}, 0)$, где $V(\mathbf{q}, s)$ – энергия взаимодействия осколков, удаленных на расстояние s . Энергия $V(\mathbf{q}, s)$ складывается из кулоновской энергии отталкивания $V_C(\mathbf{q}, s)$ и ядерной энергии притяжения $V_n(\mathbf{q}, s)$.

При вероятностном моделировании процесса разделения ядра на осколки набор предразрывных форм становится гораздо богаче, по сравнению с расчетами для других изучаемых критериев разрыва. Эксцесс и асимметрия массового распределения для вероятностного критерия разрыва почти нулевые, массовое распределение имеет гауссовую форму. Время деления, а как следствие, и множественность предразрывных нейтронов для вероятностного критерия разрыва больше, чем для критерия конечного радиуса шейки $R_N = 0.3R_0$. Это связано с тем, что максимальная вероятность деления соответствует конфигурациям ядра с меньшим радиусом шейки, чем $R_N = 0.3R_0$.

В третьей главе представлены результаты расчетов первых четырех моментов энергетического распределения осколков деления для различных критериев разрыва, дана динамическая интерпретация систематики Виолы.

Расчеты моментов энергетического распределения сравнивались с экспериментальными данными для следующих реакций слияния-деления:

$^4He + ^{209}Bi \rightarrow ^{213}At$	$(E_{lab} = 50 \text{ МэВ})$	$^{18}O + ^{169}Tm \rightarrow ^{187}Ir$	$(E_{lab} = 158 \text{ МэВ})$
$^1H + ^{232}Th \rightarrow ^{233}Pa$	$(E_{lab} = 30 \text{ МэВ})$	$^{48}Ca + ^{208}Pb \rightarrow ^{256}No$	$(E_{lab} = 233 \text{ МэВ})$
$^3He + ^{207}Pb \rightarrow ^{210}Po$	$(E_{lab} = 60 \text{ МэВ})$	$^{18}O + ^{154}Sm \rightarrow ^{172}Yb$	$(E_{lab} = 159 \text{ МэВ})$
$^4He + ^{197}Au \rightarrow ^{201}Tl$	$(E_{lab} = 50 \text{ МэВ})$	$^{16}O + ^{170}Er \rightarrow ^{186}Os$	$(E_{lab} = 165 \text{ МэВ})$
$n + ^{239}Pu \rightarrow ^{240}Pu$	$(E_{lab} = 40 \text{ МэВ})$	$^{20}Ne + ^{240}Pu \rightarrow ^{260}Rf$	$(E_{lab} = 174 \text{ МэВ})$
$^{16}O + ^{232}Th \rightarrow ^{248}Cf$	$(E_{lab} = 160 \text{ МэВ})$	$^{20}Ne + ^{209}Bi \rightarrow ^{229}Np$	$(E_{lab} = 149 \text{ МэВ})$
$^{12}C + ^{232}Th \rightarrow ^{244}Cm$	$(E_{lab} = 97 \text{ МэВ})$	$^{20}Ne + ^{181}Ta \rightarrow ^{201}Bi$	$(E_{lab} = 149 \text{ МэВ})$
$^{20}Ne + ^{118}Sn \rightarrow ^{138}Nd$	$(E_{lab} = 124 \text{ МэВ})$	$^4He + ^{233}U \rightarrow ^{237}Pu$	$(E_{lab} = 77 \text{ МэВ})$

Полная кинетическая энергия E_K осколков деления представляет собой сумму кулоновской энергии отталкивания $V_C(\mathbf{q}_{sc})$, энергии ядерного притяжения $V_n(\mathbf{q}_{sc})$ формирующихся осколков и предразрывной кинетической энергии в момент разрыва. Предразрывная кинетическая энергия определяется выражением:

$$E_{ps}(\mathbf{q}_{sc}, \mathbf{p}_{sc}) = \frac{1}{2}m_{DD} \left(\frac{dD}{dt} \right)^2, \quad (8)$$

где D – это расстояние между центрами масс формирующихся осколков. Величины $V_C(\mathbf{q}_{sc})$, $V_n(\mathbf{q}_{sc})$, и $E_{ps}(\mathbf{q}_{sc}, \mathbf{p}_{sc})$ вычисляются для каждой ланжевеновской траектории в момент разрыва (t_{sc}), который определяет точку разрыва в пространстве коллективных координат $q(t_{sc}) = q_{sc}$ с сопряженным импульсом $p(t_{sc}) = p_{sc}$. Время, когда ланжевеновская траектория пересекает поверхность разрыва и называется моментом разрыва.

Средняя кинетическая энергия $\langle E_K \rangle$ вычислялась по формуле:

$$\langle E_K \rangle = \langle V_C(\mathbf{q}_{sc}) \rangle + \langle V_n(\mathbf{q}_{sc}) \rangle + \langle E_{ps}(\mathbf{q}_{sc}, \mathbf{p}_{sc}) \rangle, \quad (9)$$

дисперсия кинетической энергии:

$$\sigma_{E_K}^2 = \langle E_K^2 \rangle - \langle E_K \rangle^2. \quad (10)$$

Введем величину $\widetilde{V}_C = V_C + V_n$, которая учитывает, что часть кулоновской энергии отталкивания уходит на преодоление сил ядерного притяжения. Тогда можно переписать уравнение (10):

$$\sigma_{E_K}^2 = \sigma_{\widetilde{V}_C}^2 + \sigma_{E_{ps}}^2 + 2\sigma_{\widetilde{V}_C E_{ps}}, \quad (11)$$

где

$$\sigma_{\widetilde{V}_C}^2 = \langle \widetilde{V}_C^2 \rangle - \langle \widetilde{V}_C \rangle^2, \quad (12)$$

$$\sigma_{E_{ps}}^2 = \langle E_{ps}^2 \rangle - \langle E_{ps} \rangle^2, \quad (13)$$

$$\sigma_{\widetilde{V}_C E_{ps}}^2 = \langle E_{ps} \widetilde{V}_C \rangle - \langle E_{ps} \rangle \langle \widetilde{V}_C \rangle \quad (14)$$

Асимметрия и эксцесс энергетического распределения могут быть выражены через первый и второй моменты распределения:

$$\gamma_1 = \langle (E_K - \langle E_K \rangle)^3 \rangle / \sigma_{E_K}^3, \quad (15)$$

$$\gamma_2 = \langle (E_K - \langle E_K \rangle)^4 \rangle / \sigma_{E_K}^4 - 3. \quad (16)$$

В своих вычислениях мы использовали функцию Грамма-Шарлье для расчета высших моментов энергетического распределения. Метод подробно описан в приложении.

Статистическая погрешность расчетов связана с конечным числом ланжевеновских траекторий и вычислялась по формулам [11]:

$$\Delta \langle E_K \rangle = \sqrt{\sigma_{E_K}^2 / N}, \quad (17)$$

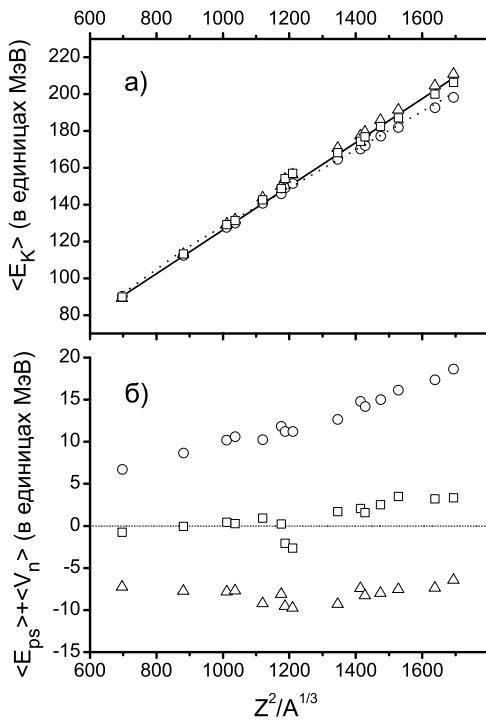


Рис. 3: Полученные значения $\langle E_K \rangle$ (а) и $\langle E_{ps} \rangle + \langle V_n \rangle$ (б) как функции параметра. Точечной линией представлена систематика $\langle E_K \rangle$ из работы [12] (см. формулу (20)), сплошная линия представляет систематику Виолы [10] (см. формулу (19)). Открытые треугольники – полученные значения для критерия разрыва конечного радиуса шейки $0.3R_0$, открытые круги – для нулевого радиуса шейки, а открытые квадраты – результаты расчетов для вероятностного критерия разрыва.

$$\Delta\sigma_{E_K}^2 = 2\sigma_{E_K}^2 \sqrt{2/N}, \quad (18)$$

где N – число смоделированных ланжевеновских траекторий.

Первые два момента энергетического распределения изучались во многих экспериментальных [12] и теоретических [11] работах. Анализ экспериментальных данных показывает, что средняя кинетическая энергия осколков $\langle E_K \rangle$ слабо зависит от углового момента и энергии возбуждения [12]. Обычно $\langle E_K \rangle$ аппроксимируют линейной зависимостью от $Z^2/A^{1/3}$. Наиболее часто используемая систематика $\langle E_K \rangle$ была предложена в работе [10] и выглядит следующим образом:

$$\langle E_K \rangle = 0.1189Z^2/A^{1/3} + 7.3. \quad (19)$$

В то же время Иткис и др. [12] обнаружили, что зависимость $\langle E_K \rangle$ от $Z^2/A^{1/3}$ для тяжелых и легких ядер должна описываться разными коэффициентами линейной функции при использовании экспериментальных данных по $\langle E_K \rangle$ в реакции слияния-деления. Эта систематика была предложена в работах [12]:

$$\begin{aligned} \langle E_K \rangle &= 0.131Z^2/A^{1/3}, Z^2/A^{1/3} < 900, \\ \langle E_K \rangle &= 0.104Z^2/A^{1/3} + 24.3, Z^2/A^{1/3} > 900. \end{aligned} \quad (20)$$

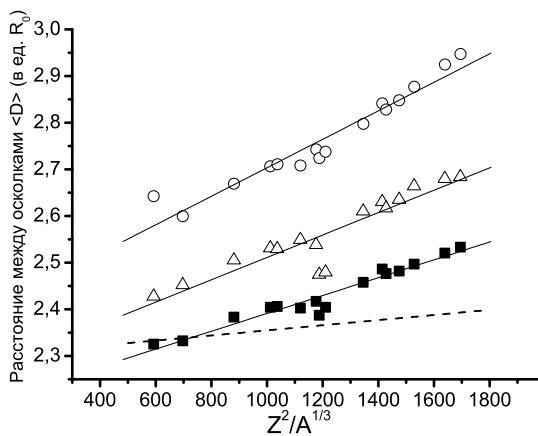


Рис. 4: Расстояние D между центрами масс осколков деления, усредненное по ансамблю ланжевеновских траекторий, как функция кулоновского параметра $Z^2/A^{1/3}$. Результаты, полученные для вероятностного критерия разрыва, представлены открытыми треугольниками, критерию нулевой шейки соответствуют открытые круги, закрашенные квадраты – условие разрыва конечного радиуса шейки $0.3R_0$. Сплошные линии представляют линейную аппроксимацию для перечисленных условий разрыва. Пунктирной линии соответствует критическая деформация D^{crit} из работы [1].

На Рисунке 3 представлена зависимость посчитанной средней кинетической энергии от кулоновского параметра $Z^2/A^{1/3}$. На рисунке видно, что полученные значения $\langle E_K \rangle$ для критерия конечного радиуса шейки $R_N = 0.3R_0$ лучше согласуются с систематикой Виолы (формула 19). Для критерия нулевого радиуса шейки полученные значения лучше согласуются с систематикой по формуле (20). Можно описать систематику Виолы на основе независимости критической деформации от нуклонного состава и кулоновского параметра $Z^2/A^{1/3}$ [5]. Однако систематические динамические вычисления, основанные на обобщенных уравнениях Гамильтона и трехмерных стохастических уравнениях Ланжевена, показывают, что средняя разрывная деформация зависит от кулоновского параметра. Среднее расстояние между центрами масс осколков линейно увеличивается на 10 – 15% в интервале $600 < Z^2/A^{1/3} < 1700$. График зависимости $\langle D \rangle$ от кулоновского параметра приведен на Рисунке 4 для разных критериев разрыва. Из рисунка видно, что при использовании критерия нулевой шейки формы получаются наиболее вытянутыми, с максимальными по сравнению с другими критериями значениями $\langle D \rangle$. Линейную зависимость $\langle D \rangle$ от параметра $Z^2/A^{1/3}$ можно аппроксимировать следующим образом:

$$\langle D \rangle = \langle D \rangle_0 + k * Z^2/A^{1/3}, \quad (21)$$

где $\langle D \rangle_0$ и k представляют собой параметры, вычисленные из полученных значений методом наименьших квадратов. Для критерия нулевой шейки получили $\langle D \rangle_0 = 2.39$, $k = 3 * 10^{-4}$; для разрыва с радиусом шейки ядра $R_N = 0.3R_0$: $\langle D \rangle_0 = 2.19$, $k = 1.9 * 10^{-4}$; вероятностный критерий разрыва: $\langle D \rangle_0 = 2.27$, $k = 2.4 * 10^{-4}$. В уравнении (21) и далее мы предполагаем, что значения $\langle D \rangle$, $\langle D \rangle_0$, и k измеряются в единицах R_0 . Используя значения k и $\langle D \rangle_0$, а также пренебрегая суммой $\langle E_{ps} \rangle + \langle V_n \rangle$ по сравнению с $\langle V_C \rangle$, можно показать, что зависимость $\langle V_C \rangle$ и, следовательно, $\langle E_K \rangle$ от параметра $Z^2/A^{1/3}$ будет оставаться почти линейной с хорошей точностью. Для симметричного деления получаем $\langle E_K \rangle$ приближенно:

$$\langle E_K \rangle \simeq \langle V_C \rangle = \frac{Z^2 e^2}{4\langle D \rangle R_0} = \frac{Z^2 e^2}{4r_0 A^{1/3} \left(k Z^2/A^{1/3} + \langle D \rangle_0 \right)}. \quad (22)$$

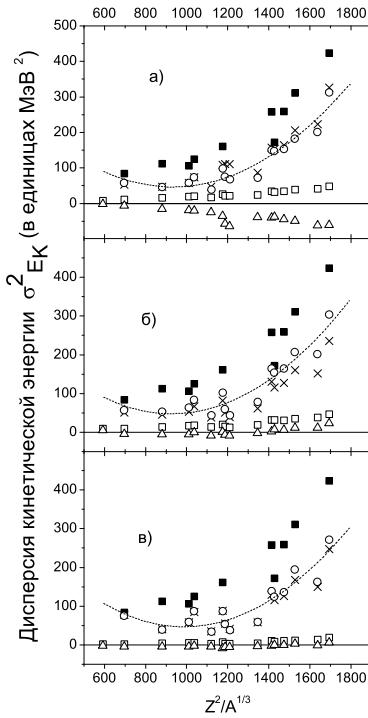


Рис. 5: Дисперсия энергетического распределения как функция параметра $Z^2/A^{1/3}$ для различных критериев разрыва: (а) вероятностный, (б) критерий нулевой шейки, и (в) разрыв при $R_N = 0.3R_0$. Открытые круги – посчитанные значения $\sigma_{E_K}^2$, закрашенные квадраты – экспериментальные значения $\sigma_{E_K}^2$, кресты представляют значения величины $\sigma_{V_c}^2$, открытые квадраты – значения величины $\sigma_{E_{ps}}^2$, открытые треугольники – значения величины $2\sigma_{V_c E_{ps}}$. Точечной линией показана аппроксимация методом наименьших квадратов полученных значений $\sigma_{E_K}^2$.

Раскладывая это выражение в ряд по малому параметру $\frac{kZ^2}{\langle D \rangle_0 A^{1/3}} \ll 1$, придем к выражению:

$$\begin{aligned} \langle E_K \rangle \simeq \langle V_C \rangle &= \frac{Z^2 e^2}{4\langle D \rangle_0 r_0 A^{1/3}} \left(1 - \frac{kZ^2}{A^{1/3} \langle D \rangle_0} \right) = \\ &= \frac{e^2}{4\langle D \rangle_0 r_0} \left(Z^2 / A^{1/3} \right) - \frac{ke^2}{4r_0 \langle D \rangle_0^2} \left(Z^2 / A^{1/3} \right)^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Используя значения $e^2 = 1.442 \text{МэВ} \cdot \Phi_m$, $r_0 = 1.16 \Phi_m$, а также коэффициенты k и $\langle D \rangle_0$ видно, что множитель $\frac{ke^2}{4\langle D \rangle_0^2 r_0}$ мал и существенно не влияет на линейный характер зависимости $\langle V_C \rangle(Z^2/A^{1/3})$. Таким образом, наши вычисления $\langle D \rangle$ для всех критериев разрыва, использованных в расчетах, помогли дать динамическую интерпретацию систематики Виолы для $\langle E_K \rangle$. Из Рисунка 5 видно, что динамические расчеты с коэффициентом редукции $k_s = 0.25$ воспроизводят рост экспериментальных значений $\sigma_{E_K}^2$ с ростом параметра $Z^2/A^{1/3} > 1000$. Наши расчеты показывают, что включение третьей

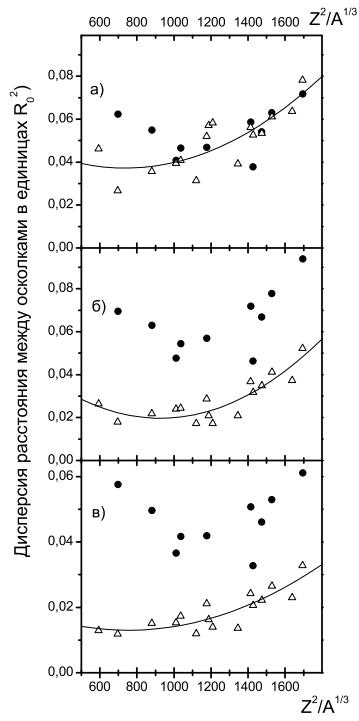


Рис. 6: Дисперсия σ_D^2 как функция кулоновского параметра $Z^2/A^{1/3}$ для различных критериев разрыва: (а) вероятностный, (б) критерий нулевой шейки, и (в) разрыв при $R_N = 0.3R_0$. Открытые треугольники – полученные значения, закрашенные круги – значения, полученные из формулы (26). Сплошные линии представляют собой параболическую аппроксимацию полученных значений методом наименьших квадратов.

координаты(масс-асимметричной) ведет к увеличению значений $\sigma_{E_K}^2$ на 20 – 25% по сравнению с двумерными расчетами [11] для симметричного деления. Этот результат хорошо согласуется с предсказанием работы [13]. Однако полученные значения дисперсии значительно меньше экспериментальных для области ядер $Z^2/A^{1/3} \geq 1000$ для всех критериев разрыва. Вклады $\sigma_{E_{ps}}^2$ и $\sigma_{V_C E_{ps}}^2$ в формуле (11) для $\sigma_{E_K}^2$ компенсируют друг друга для вероятностного критерия и для критерия разрыва $R_N = 0.3R_0$. Для критерия нулевой шейки эти вклады положительны, а значит $\sigma_{E_K}^2 > \sigma_{V_C}^2$, в то время как $\sigma_{E_K}^2 \simeq \sigma_{V_C}^2$ для вероятностного критерия и условия разрыва с конечным радиусом шейки $R_N = 0.3R_0$. Из Рисунка 5 видно, что $\sigma_{V_C}^2$ дает основной вклад в $\sigma_{E_K}^2$. Можно также предположить, что основной вклад в $\sigma_{V_C}^2$ дают флуктуации кулоновской энергии отталкивания, так как ядерная энергия притяжения и E_{ps} дают достаточно малый вклад в E_K . Энергия кулоновского отталкивания пропорциональна $\frac{1}{D}$. Как следствие этого, вариация δV_C связана с вариацией D :

$$\delta V_C = \frac{dV_C}{dD} \delta D = -V_C \frac{\delta D}{D}. \quad (24)$$

Следуя анализу, представленному в работах [2], и не учитывая вкладов от E_{ps} и V_n в E_K ,

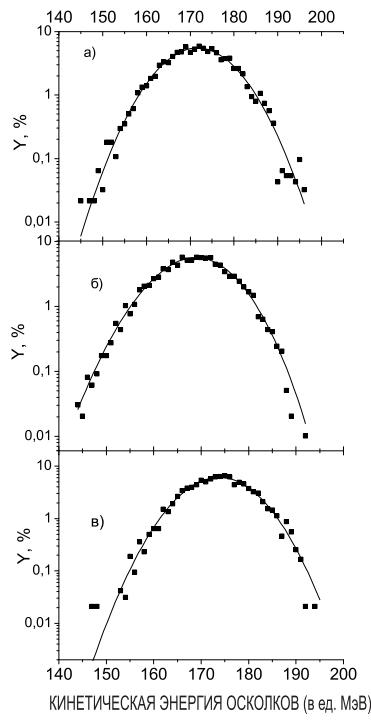


Рис. 7: Энергетическое распределение осколков симметричного деления составного ядра ^{233}Pa для различных критериев разрыва: (в) вероятностный, (б) критерий нулевой шейки, и (в) разрыв при $R_N = 0.3R_0$. Сплошные линии представляют аппроксимацию полученных значений функцией Грамма-Шарлье методом наименьших квадратов. Сами значения показаны закрашенными квадратами. Начальная температура возбужденного ядра 1.5 МэВ. Число смоделированных ланжевеновских траекторий 10^4 .

можно записать:

$$\sigma_{E_K}^2 = \sigma_{V_C}^2 = \langle V_C \rangle^2 \frac{\sigma_D^2}{\langle D \rangle^2} \simeq \langle E_K \rangle^2 \frac{\sigma_D^2}{\langle D \rangle^2}. \quad (25)$$

Величина $\sigma_{E_K}^2$ пропорциональна дисперсии среднего расстояния между центрами масс осколков в момент разрыва.

Из вида выражения (25) можно выделить две причины роста $\sigma_{E_K}^2 (Z^2/A^{1/3})$. Первая - это линейное увеличение $\langle E_K \rangle$ с увеличением $Z^2/A^{1/3}$, вторая причина - это флюктуации D . Из Рисунка 3 видно, что трехмерные ланжевеновские расчеты достаточно хорошо воспроизводят зависимость $\langle E_K \rangle$ от параметра $Z^2/A^{1/3}$. Однако, рассчитанные значения $\sigma_{E_K}^2 (Z^2/A^{1/3})$ недооценивают экспериментальные значения в особенности для тяжелых ядер. Это объясняется недооцененными значениями σ_D^2 в динамических вычислениях. Другими словами, существуют недостаточные изменения разрывных конфигураций, которые смогли бы обеспечить большие значения σ_D^2 . Можно оценить необходимое значение $(\sigma_D^{exp})^2$ для согласия с экспериментом величины $\sigma_{E_K}^2$:

$$(\sigma_D^{exp})^2 = \sigma_{E_K}^2 \frac{\langle D \rangle^2}{\langle E_K \rangle^2}, \quad (26)$$

где под $\sigma_{E_K}^2$ понимаются экспериментальные значения, $\langle E_K \rangle$ были взяты из систематики

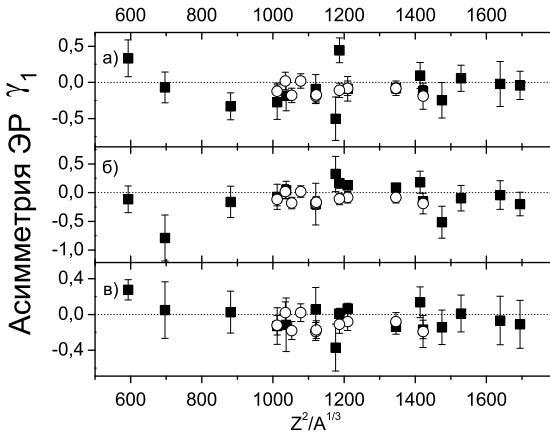


Рис. 8: Асимметрия энергетического распределения как функция кулоновского параметра $Z^2/A^{1/3}$ для различных критериев разрыва: (а) вероятностный, (б) критерий нулевой шейки, и (в) разрыв при $R_N = 0.3R_0$. Открытые круги – экспериментальные значения [15], закрашенные квадраты – посчитанные значения.

Виолы, а $\langle D \rangle$ получены в динамических расчетах (см. Рисунок 4). Сравнение $(\sigma_D^{exp})^2$ и σ_D^2 , посчитанных для разных критериев разрыва, представлены на Рисунке 6. Значения σ_D^2 для критерия разрыва нулевой шейки и радиуса шейки $R_N = 0.3R_0$ меньше, чем $(\sigma_D^{exp})^2$. И только для вероятностного критерия разрыва значения σ_D^2 сравнимы по величине с $(\sigma_D^{exp})^2$. Однако, отрицательный вклад $2\sigma_{V_C E_{ps}} \sim$ не позволяет воспроизвести экспериментальные значения $\sigma_{E_K}^2$ для вероятностного критерия. Можно сделать предположение, что $\{c, h, \alpha\}$ -параметризация не обеспечивает достаточного разнообразия разрывных конфигураций. Одним из оснований делать такое предположение является то, что в $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации невозможно получить формы с вытянутой цилиндрической шейкой, типичной для параметризации, введенной в работе Брозы с соавторами [2].

Расчеты Брозы с соавторами позволили описать большую совокупность экспериментальных данных по делению, включая мультимодальный характер деления, среднюю множественность предделительных нейтронов. В недавней работе Пашкевича и Русанова [14] гантелеобразные формы были получены при статических расчетах по минимизации потенциальной энергии деформации, при этом форма описывалась 21 параметром.

На сегодняшний день в физике деления атомного ядра существует достаточно небольшое число экспериментальных и теоретических работ, посвященных третьему и четвертому моменту энергетического распределения осколков деления. Во всяком случае, число таких работ гораздо меньше по сравнению с числом работ по первым двум моментам. Из экспериментальных работ можно выделить работы группы Жданова [15], в которых изучались первые четыре момента энергетического распределения. Одним из основных результатов этих экспериментальных работ является постоянство формы энергетического распределения для симметричного деления в широком интервале параметра Z^2/A . В работах было показано, что форма энергетического распределения близка к гауссиану, а величина третьего(асимметрии) γ_1 и четвертого(эксцесс) γ_2 моментов принимают значения $\gamma_1 \simeq -0.1$ and $\gamma_2 \simeq 0$.

Теоретическое изучение высших моментов энергетического распределения было проведено и в работе [11]. Ланжевеновские динамические вычисления в этой работе были проведены в $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации. Сложно сравнивать результаты наших вычислений с результатами работы [11] ввиду разной размерности динамической модели и разными способами расчета E_K . Однако можно отметить, что вычисления γ_1 и γ_2 в [11] не

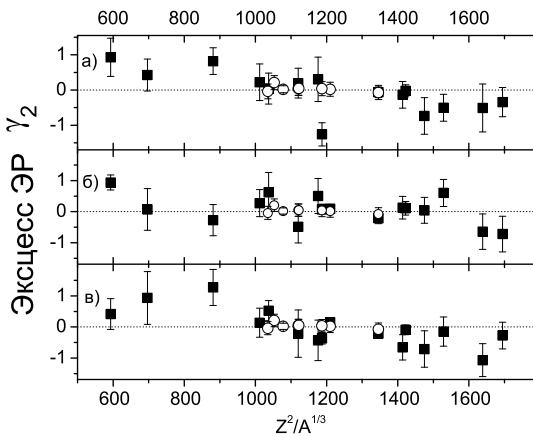


Рис. 9: Эксцесс энергетического распределения как функция кулоновского параметра $Z^2/A^{1/3}$ для различных критериев разрыва: (а) вероятностный, (б) критерий нулевой шейки, и (в) разрыв при $R_N = 0.3R_0$. Открытые круги – экспериментальные значения [15], закрашенные квадраты – посчитанные значения.

обеспечивают хорошее согласие с экспериментом в области легких ядер $Z^2/A^{1/3} < 800$.

Экспериментальные значения γ_1 и γ_2 были получены как раз для случая симметричного деления [15]. В наших расчетах величин γ_1 и γ_2 деление считается симметричным, когда масса осколков попадает в интервал $A/2 \pm 1$. Полученное распределение можно описать функцией Грамма-Шарлье:

$$f(E_K) = \frac{1}{\sigma_{E_K}} \left[\varphi(u) - \frac{\gamma_1}{6} \varphi^{III}(u) + \frac{\gamma_2}{24} \varphi^{IV}(u) \right], \quad (27)$$

$$u = \frac{E_K - \langle E_K \rangle}{\sigma_{E_K}}, \quad \varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2),$$

где γ_1 и γ_2 асимметрия и эксцесс энергетического распределения соответственно. Более подробно применение функции Грамма-Шарлье для расчета высших моментов энергетического распределения осколков деления описано в приложении.

На Рисунке 7 представлено энергетическое распределение осколков деления составного ядра ^{233}Pa с аппроксимацией значений функцией Грамма-Шарлье. Статистическая погрешность для каждой полученной точки на Рисунке 7 пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{N}}$, где N – число событий деления попавших в соответствующий бин. Общее число событий деления 10^4 . Статистическая погрешность принимает максимальное значение на краях распределения $\simeq 10\%$ для всех критериев разрыва. Полученное распределение близко к гауссову, однако немного отличается от последнего. Поэтому γ_1 и γ_2 не равны нулю. Например, для критерия разрыва нулевой шейки $\gamma_1 = -0.13 \pm 0.08$ и $\gamma_2 = -0.2 \pm 0.17$. Последние погрешности посчитаны в процедуре аппроксимации полученных значений методом наименьших квадратов.

Как видно из Рисунков 8 и 9 все три критерия разрыва ядра обеспечивают удовлетворительное согласие с экспериментом [15]. Для получения достаточной статистики в теоретических расчетах энергетического распределения составного ядра ^{240}Pu энергия возбуждения была больше, чем на эксперименте. Однако, как было отмечено в других работах, величины γ_1 и γ_2 практически не зависят ни от массы осколков, ни от энергии возбуждения. Поэтому мы представили посчитанный теоретический результат величин γ_1 и γ_2 на одном графике с экспериментальными значениями (см. Рисунок 8 и Рисунок 9).

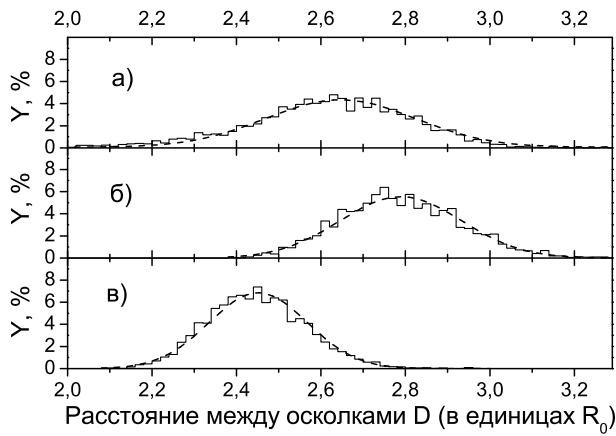


Рис. 10: Распределение расстояния между центрами масс осколков деления составного ядра ^{233}Pa для различных критериев разрыва: (а) вероятностный, (б) критерий нулевой шейки, и (в) разрыв при $R_N = 0.3R_0$. Пунктирные линии представляют аппроксимацию гауссиан полученных значений методом наименьших квадратов.

Вопрос об аналитической аппроксимации энергетического распределения осколков деления возник из анализа экспериментальных данных в мультиомодальном делении. Наиболее часто используемая аналитическая аппроксимация представляет собой гауссиан, при этом $\gamma_1 = 0$ и $\gamma_2 = 0$. Многочисленные эксперименты показали, что такая аппроксимация обладает хорошей точностью. Но есть и другой вид аппроксимации. Он основан на гауссовом распределении среднего расстояния между центрами масс осколков деления D :

$$N(E_K) \sim E_K^{-2} \exp\{-(D - \langle D \rangle)^2 / 2\sigma_D^2\}. \quad (29)$$

Детальный анализ показал, что это распределение имеет положительную асимметрию. Таким образом, гауссова аппроксимация D -распределения расходится с экспериментальными данными симметричного деления.

В работах [16] был предложен полуфеноменологический подход к описанию энергетического распределения многомодального деления. Этот подход основан на гипотезе, что вероятность разрыва ядра равна нулю, если расстояние между фрагментами меньше величины D_{min} , которая зависит от модальности деления, от массы осколков и нуклонной структуры. Согласно [16], энергетическое распределение можно записать в виде:

$$N(E_K) \sim E_K^{-2} \exp\{-(D - D_{max})^2 / [(D - D_{min})D_{dec}]\}, \quad (30)$$

где D_{max} определяет наиболее вероятное значение E_K , D_{dec} - параметр ширины D -распределения.

Как видно из Рисунка 10, полученные значения достаточно точно описываются гауссовым распределением. Соответствующее данному D -распределению энергетическое распределение симметричного деления воспроизводит значения величин γ_1 и γ_2 близкими к экспериментальным значениям. Таким образом, небольшие отклонения D -распределения от гауссовой формы вместе с учетом влияния энергии ядерного притяжения и предразрывной кинетической энергии приводят к отклонениям формы энергетического распределения от гауссового. Также можно заметить, что вероятностный критерий разрыва, описанный в настоящей диссертации, удовлетворяет гипотезе, на которой основано распределение (30). В вероятностном критерии разрыва существуют параметры, аналогичные D_{min} , наименьшее возможное D и D_{max} , наиболее вероятное значение D . Величина D_{min} соответствует деформации делящегося ядра, когда начинает расти

вероятность деления (ΔU становится отрицательной в уравнении (7)). Величина D_{max} соответствует значению D , в котором вероятность деления максимальна.

Основные результаты и выводы

- Среднее расстояние между будущими осколками в момент разрыва линейно увеличивается с ростом кулоновского параметра. Оно меняется от $2.37R_0$ для ^{142}Ce до $2.65R_0$ для ^{256}Fm
- Увеличение среднего расстояния с ростом кулоновского параметра не является настолько значительным, чтобы систематика Виолы, предполагающая постоянство среднего расстояния между осколками в момент разрыва, нарушилась даже для тяжелых ядер.
- Вероятностный критерий разрыва ядра на осколки приводит к почти полной компенсации вкладов энергии ядерного притяжения и предразрывной энергии
- Все три критерия разрыва достаточно точно описывают первый момент энергетического распределения, отклонение от систематики Виолы [10] составляет не больше 5%. В области тяжелых ядер значения средней кинетической энергии, полученные для вероятностного критерия разрыва и для условия разрыва $R_N = 0.3R_0$, лучше согласуются с систематикой Виолы, а значения, полученные для критерия нулевой шейки, лучше описываются систематикой, описанной в работе [12].
- Все три критерия воспроизводят резкий рост значений дисперсии энергетического распределения для тяжелых ядер $Z^2/A^1/3 > 1200$, наблюдаемый на эксперименте. Наилучшее согласие с экспериментальными данными по дисперсии кинетической энергии обеспечивает использование вероятностного критерия разрыва.
- Все критерии разрыва ядра дают меньшие значения дисперсии, чем экспериментальные данные. Это может быть связано с недостаточным разнообразием предразрывных форм в используемой $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации.
- Все критерии разрыва удовлетворительно описывают экспериментальные данные по третьему и четвертому моментам энергетического распределения. Однако, недостаточная статистика как экспериментальных, так и теоретических расчетов не позволяет сделать значимые заключения.
- Значения первых четырех моментов энергетического распределения, полученные для критерия нулевой шейки, хорошо согласуются с экспериментальными данными, несмотря на то, что этот критерий используется сравнительно редко в физике деления. Хорошее согласие с экспериментом может быть связано с тем, что критерий нулевой шейки эффективно учитывает послеразрывное движение осколков деления.
- Все моменты энергетического распределения с первого по четвертый существенно меняются при включении третьей координаты(координата массовой асимметрии).

Перспективы развития модели представляются в следующих улучшениях:

- Развитие модели с числом коллективных координат $N > 3$, как это показано в оригинальной работе Брозы с соавторами [2]
- Учет зависимости коэффициента редукции вклада от формулы стены от деформаций
- Использование в расчетах температурной зависимости параметров жидкой капли, в том числе и в модели с конечным радиусом действия ядерных сил

Апробация работы

Результаты, представленные в диссертации, докладывались на V и VI международных конференциях "Ядерная и радиационная физика" в г. Алматы, Казахстан, сентябрь 2005 года и июнь 2007 года, соответственно, на научных семинарах кафедры теоретической физики ОмГУ им. Достоевского и опубликованы в 5 печатных работах.

Список цитируемой литературы

- [1] Strutinsky V. M., Lyashchenko N. Ya., Popov N. A. Symmetrical shapes of equilibrium for a liquid drop model. // Nucl. Phys. – 1963. – Vol. 46. – P. 639–659.
- [2] Brosa U., Grossmann S. In the exit channel of nuclear fission. // Z. Phys. – 1983. – Vol. A310. – P. 177–187;
Brosa U., Grossmann S., and Müller A. Nuclear scission. // Phys. Rep. – 1990. – Vol. 197. – P. 167–262.
- [3] Nix J. R., Swiatecki W. J. Studies in the liquid-drop theory of nuclear fission. // Nucl. Phys. – 1965. – Vol. 71. – P. 1–94.
- [4] Hasse R. W. Dynamic model of asymmetric fission. // Nucl. Phys. A. – 1969. – Vol. 128. – P. 609–631.
- [5] Brack M., Damgaard J., Jensen A. S., Pauli H. C., Strutinsky V. M., Wong C. Y. Funny hills: The shell-correction approach to nuclear shell effects and its application to the fission process. // Rev. Mod. Phys. – 1972. – Vol. 44 – P. 320–405.
- [6] Игнатюк А. В., Иткис М. Г., Околович В. Н., Смиренкин Г. Н., Тишин А. С. Деление доактинидных ядер. Функции возбуждения реакции (α, f) . // ЯФ. – 1975. – Том 21. – С. 1185–1205.
- [7] Krappe H. J., Towards a consistent description of particle evaporation during the fusion-fission reaction. // Proceedings of the International Workshop on Dynamical Aspects of Nuclear fission(Slovakia, Smolenice, 1991) – JINR, Dubna, 1992, – P. 51–70.
- [8] Старцев А. И. Эффект конечности длины когерентности в динамике деления ядер. // Proceedings of the XIIIth Meeting on “Physics of Nuclear Fission”(Obninsk, Russia, 1995) – SSCRF-IPPE: edited by B. D. Kuzminov, 1995. – P. 94–112.
- [9] Sierk A. J. Macroscopic model of rotating nuclei. // Phys. Rev. C. – 1986. – Vol. 33. – P. 2039–2053.
- [10] Viola V. E., Kwiatkowski K., Walker M. Systematics of fission fragment total kinetic energy release. // Phys. Rev. C. – 1985. – Vol. 31. – P. 1550–1552.
- [11] Косенко Г. И., Гончар И. И., Сердюк О. И., Писчаков Н. И. Расчет моментов энергетического распределения осколков деления ядер методом уравнений Ланжевена. // ЯФ. – 1992. – Том 55. – С. 920–928.
- [12] Иткис М. Г., Русанов А. Я. Деление нагретых ядер в реакциях с тяжелыми ионами: статические и динамические аспекты. // ЭЧАЯ. – 1998. – Том 29. – С. 389–488.
- [13] Abe Y., Ayik S., Reinhard P.-G., Surraud E. On stochastic approaches of nuclear dynamics. // Phys. Rep. – 1996. – Vol. 275. – P. 49–196.
- [14] Pashkevich V. V., Rusanov A. Ya. The ^{226}Th fission valleys. // Nucl. Phys. A. – 2008. – Vol. 810. – P. 77–90.
- [15] Жданов С. В., Иткис М. Г., Мульгин С. М., Околович В. Н., Русанов А. Я., Смиренкин Г. Н., Субботин М. И. Высшие моменты распределения энергии осколков симметричного деления ядер. // ЯФ. – 1992. – Том 55. – С. 3169–3179.

- [16] U. Brosa, H.-H. Knitter, Tie-shuan Fan, Ji-min Hu, and Shang-lian Bao Systematics of fission-channel probabilities. // Phys. Rev. C. – 1999. – Vol. 59. – P. 767–775.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Borunov M. V., Nadtochy P. N., Adeev G. D. Nuclear scission and fission-fragment kinetic-energy distribution: Study within three-dimensional Langevin dynamics. // Nuclear Physics A. – 2008. – Volume 799. – P. 56–83.
2. Борунов М. В., Надточий П. Н., Адеев Г. Д., Динамическое описание моментов энергетического распределения осколков деления и разрыв делящегося ядра // Ядерная Физика – 2007. – Том 70. – С. 1897–1909.
3. Борунов М. В., Адеев Г. Д. Точность описания седловых конфигураций в $\{c, h, \alpha\}$ — параметризации. // Вестник Омского Университета. – 2008. – №4. – С. 41–45.
4. Борунов М. В., Адеев Г. Д. Применение функции Грамма-Шарлье для расчета высших моментов энергетического распределения осколков деления // Вестник Омского Университета. – 2008. – №2. – С. 24–28.
5. Надточий П. Н., Борунов М. В., Адеев Г. Д. Динамическая интерпретация систематики Виолы и разрыв делящегося ядра на осколки // Вестник Омского Университета. – 2005. – №1. – С. 5–16.
6. Борунов М. В., Надточий П. Н., Адеев Г. Д. Динамическое описание моментов энергетического распределения осколков деления и разрыв делящегося ядра. // Сборник тезисов 5ой международной конференции “ЯДЕРНАЯ И РАДИАЦИОННАЯ ФИЗИКА” (26-29 сентября 2005 года), – Казахстан, Алматы, ИЯФ НЯЦ РК. – С. 140-141.
7. Борунов М. В., Надточий П. Н., Адеев Г. Д. Разрыв и энергетическое распределение осколков делящегося ядра в рамках трехмерной ланжевеновской динамики // Сборник тезисов 5ой международной конференции “ЯДЕРНАЯ И РАДИАЦИОННАЯ ФИЗИКА” (4-7 июня 2007 года), – Казахстан, Алматы, ИЯФ НЯЦ РК. – С. 138–139.