На правах рукописи

# Логвинова Александра Александровна

# ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ НАМАГНИЧЕННОГО ШАРОВОГО РОТОРА С ОДНОФАЗНЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ КАК ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ГИРОИНТЕГРАТОРА

Специальность 01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук Работа выполнена в Южно-Уральском государственном университете

Научный руководитель –	кандидат технических наук, доцент Левина Г.А.
Официальные оппоненты:	доктор технических наук, профессор В.Г. Терешин,
	кандидат технических наук, доцент Белянин Л.Н.

Ведущая организация –	Открытое акционерное общество
	«Научно-производственное
	объединение электромеханики»
	(г. Миасс).

Защита состоится 21 октября 2009 г. в 15 на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д212.269.01 при Томском политехническом университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. им. В.И. Ленина, 30.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского политехнического университета по адресу: г. Томск, ул. Белинского, 53.

Автореферат разослан "\_\_\_\_"\_\_\_\_г.

Ученый секретарь диссертационного совета

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Диссертация посвящена исследованию динамики миниатюрного намагниченного сферического ротора с управляемым однофазным электроприводом, предназначенного для применения в гироскопическом интеграторе линейных ускорений (ГИ). Работа является продолжением и развитием исследований по миниатюрному сферическому гироскопу с гидроподвесом, проводимых на кафедре «Приборостроение» ЮУрГУ и начатых по инициативе НПО электромеханики (г. Миасс) в 1990–1992 гг.

Задачи гироскопического приборостроения связаны с проблемой создания приборов, обладающих малыми массой и габаритами, низким энергопотреблением и высокой надежностью при требуемой точности. Такие гироскопические датчики предназначены для инерциальных навигационных систем, интегрированных со спутниковыми навигационными системами, обеспечивающими необходимую точность определения параметров ориентации и координат подвижных объектов. Тенденция к миниатюризации обусловила появление задач, связанных с разработкой и исследованием миниатюрных гироскопов на основе намагниченного сферического ротора малого диаметра (2,5...5) мм, находящегося в гидроподвесе и приводимого во вращение магнитным полем обмоток статора. По сравнению с микромеханическими чувствительными элементами миниатюрные электромеханические сферического не обладают столь высокой чувствительностью к изменениям температуры окружающей среды.

Разработка гироскопов на основе миниатюрного ротора-диполя требует выбора соответствующих электромеханических и математических моделей, поскольку постановка физического эксперимента в этом случае весьма затруднительна. В настоящей работе на основе численного анализа разработанных динамических моделей подтверждается принципиальная возможность создания миниатюрного ГИ, основным элементом которого является намагниченный сферический ротор с гидроподвесом.

Предшествующие работы. Динамике твердого тела в электрических и магнитных полях посвящена монография Ю.Г. Мартыненко. В монографии, в частности, приводятся результаты исследования раскрутки сферического ротора в сопротивляющейся среде вращающимся магнитным полем электрических обмоток. Вопрос о положении оси установившегося вращения сферического ротора свободного гироскопа рассмотрен в статье О.В. Зензинова и Л.З. Новикова. В статье А. Коршунова рассмотрен способ разгона синхронного двигателя до номинальной скорости путем плавного увеличения частоты тока статорной обмотки. Показано, что такой способ разгона двигателя оказывается эффективным при различных типах нагрузки.

Анализ динамики гироскопа в кардановом подвесе, снабженного электроприводом, содержится в монографии Д.М. Климова, С.А. Харламова. Исследовано влияние динамики электропривода на малые колебания и уходы гироскопов в условиях синхронного и асинхронного электроприводов.

Исследования по динамике гироскопов со сферическим гидроподвесом содержатся в монографиях К.П. Андрейченко, И.А. Горенштейна. В обзоре В.Г. Терешина уделено внимание возможности использования таких гироскопов в режимах датчика угловой скорости и поплавкового интегрирующего гироскопа. В статье В.Д. Зайцева, В.Я. Распопова, Н.М. Распоповой получены основные характеристики, определяющие измерительные особенности таких гироскопов.

Решения, полученные в диссертации, опираются на первые работы Г.А. Левиной по динамике миниатюрного намагниченного сферического ротора с гидроподвесом, а также на результаты исследования характеристик гидроподвеса такого ротора в условиях стационарного вращения, приведенные в работах Г.А. Левиной и С.В. Слеповой. Вопросы динамики датчика угловой скорости, построенного на основе сферического ротора-диполя, рассмотрены в работах А.Н. Лысова в соавторстве с М.А. Чесноковым и В.В. Шуваловым.

Цель и задачи работы. Целью диссертационной работы является получение численных оценок динамических свойств намагниченного сферического ротора с управляемым однофазным электроприводом и оценка возможности создания миниатюрного ГИ на основе такого ротора.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены <u>следующие</u> <u>задачи:</u>

1. Исследование устойчивости стационарного синхронного вращения и возмущенных движений сферического ротора с управляемым однофазным электроприводом и определение параметров управления, обеспечивающих устойчивость стационарного вращения.

2. Анализ устойчивости и возмущенных движений гироинтегратора, построенного на основе намагниченного ротора с управляемым однофазным электроприводом.

3. Математическое моделирование обработки сигналов для получения информации о кажущейся скорости объекта по сигналам с ГИ.

4. Численное моделирование процесса раскрутки неуравновешенного намагниченного ротора, охваченного слоем вязкой жидкости, на основе уравнений сферического движения ротора.

Методы исследований. Сформулированные задачи решены на основе динамических уравнений ротора как твердого тела с одной неподвижной точкой, учитывающих вязкое трение жидкости гидроподвеса и электромагнитное взаимодействие намагниченного ротора и обмоток, расположенных на каркасе статора. Для изучения устойчивости и возмущенных движений используются три математические модели: исходные нелинейные уравнения возмущенного движения; полученные из этих уравнений уравнения первого (линейного) приближения с периодическими коэффициентами и линейные уравнения, полученные осреднением по времени *t* периодических коэффициентов уравнений первого приближения. Анализ устойчивости и возмущенных движений выполнен с помощью прямого численного интегрирования нелинейных уравнений возмущенного движения в программах VisSim и MathCAD, а также применением теории Флоке–Ляпунова линейных систем с периодическими коэффициентами для уравнений первого приближения и применением детерминантных критериев устойчивости для линейных осредненных уравнений первого приближения. Для решения задачи о получении информации о кажущейся скорости объекта используются методы теории цифровой обработки сигналов. Анализ процесса

раскрутки намагниченного сферического ротора с гидроподвесом выполнен на основе прямого численного интегрирования уравнений пространственного вращения ротора с помощью программ VisSim и MathCAD.

Научная новизна состоит в том, что впервые разработаны математические модели, позволяющие получить представление о динамических свойствах миниатюрного намагниченного сферического ротора с управляемым однофазным электроприводом. Разработана динамическая модель гироинтегратора, чувствительным элементом которого является миниатюрный ротор-диполь со смещенным в направлении главной оси центром масс. Для такого ГИ предложен способ обработки сигналов, наводимых магнитным полем вращающегося намагниченного ротора в обмотках статора, и алгоритм получения информации о кажущейся скорости подвижного объекта.

**Практическая значимость работы** состоит в обосновании возможности создания на базе миниатюрного намагниченного сферического ротора с гидроподвесом гироинтегратора, представляющего собой однокомпонентный измеритель кажущегося линейного ускорения.

Достоверность полученных в диссертации результатов и формулируемых на их основе выводов обоснована совпадением численных результатов, полученных различными методами и в различных вычислительных средах. В расчетных моделях использованы реальные физические параметры, предоставленные разработчиками гироскопов на основе сферического ротора.

#### На защиту выносятся:

 результаты исследования устойчивости стационарного вращения и возмущенных движений намагниченного ротора с управляемым однофазным электроприводом;

 результаты исследования устойчивости и возмущенных движений гироинтегратора, построенного на основе намагниченного ротора со смещенным центром масс;

 способ получения информации о кажущейся скорости объекта с помощью обработки сигналов с обмоток статора;

 результаты численного моделирования процесса раскрутки неуравновешенного намагниченного ротора двухфазным электроприводом.

Апробация работы. По теме диссертации опубликованы 13 работ. Основные результаты диссертационной работы представлены и обсуждены на:

– IX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» (ЦНИИ «Электроприбор», С.-Петербург, 2007);

– XXVIII Российской школе по проблемам науки и технологий (Екатеринбург, 2008);

– юбилейной научно-технической конференции, посвященной 50-летию приборостроительного факультета ЮУрГУ (Челябинск, 2008);

 60-й юбилейной научной конференции, посвященной 65-летию ЮУрГУ (Челябинск, 2008);

– семинаре в НПО электромеханики (Миасс, 2008).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка литературы (28 наименований). Основной текст диссертации изложен на 175 машинописных страницах и содержит 109 рисунков и 3 таблицы.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, выполнен обзор предшествующих работ, показаны научная новизна и практическая значимость предпринятых исследований.

В первой главе выполнены исследование устойчивости стационарного синхронного вращения и анализ возмущенных движений миниатюрного роторадиполя сферической формы после переключения электропривода на однофазный режим. Намагниченный ротор находится в сферической полости статора и приводится в движение вращающимся с большой частотой магнитным полем обмоток электропривода, расположенных на каркасе статора во взаимно ортогональных плоскостях. Частота токов в обмотках составляет (1000...2500) Гц. Зазор между сферическими поверхностями ротора и статора заполнен маловязкой немагнитной жидкостью, обеспечивающей гидродинамический подвес ротора. Величина зазора в радиальном направлении составляет (5...10) мкм. Разгон ротора осуществляется двухфазным электроприводом, который после достижения ротором номинальной скорости вращения переключается на однофазный режим работы (рис. 1).



Рис. 1. а – ротор с двухфазным электроприводом, б – ротор с однофазным электроприводом: 1 – рабочая обмотка, 2 – синхронизирующая обмотка

В условиях однофазного электропривода близкое к стационарному вращение ротора поддерживается с помощью рабочей и синхронизирующей обмоток, связанных с блоком управления двигателем. В блоке управления ток синхронизирующей обмотки усиливается и приобретает сдвиг фазы, затем подается в рабочую обмотку. Идея создания гироприборов на основе миниатюрного сферического ротора принадлежит А.С. Золотухину (НПО электромеханики, г. Миасс).

Принимается, что гидроподвес обеспечивает центрирование ротора в полости статора. Пространственное вращение ротора относительно неподвижного статора после переключения электропривода на однофазный режим рассматривается как движение вокруг его геометрического центра, совпадающего с центром

масс ротора. Решается задача о сферическом движении ротора с учетом диссипативных свойств подвеса. Координатные оси статора  $Ox_j$ ,  $(j = \overline{1}, \overline{3})$  совпадают с осями электрических обмоток (ось  $x_1$  ортогональна плоскости  $Ox_2x_3$  и является осью рабочей и синхронизирующей обмоток 1 и 2). Связанные с ротором оси  $Oz_j$  являются главными осями инерции, положение которых относительно статора определяется с помощью углов Эйлера–Крылова  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ( $\alpha$  – угол поворота ротора относительно оси  $x_1$ ,  $\gamma$  – угол собственного вращения).

Принимается, что вращение ротора не меняет токов в обмотках статора, индуктивность обмоток не учитывается. Главный момент приложенных к ротору со стороны рабочей обмотки электромагнитных сил (момент двигателя) определяется в виде

$$\vec{M}^{\text{\tiny ЭM}} = \vec{B}^* \times \vec{P},$$

где  $\vec{B}^*$  – вектор магнитной индукции ротора;  $\vec{P}$  – магнитный момент рабочей обмотки. Главный момент гидродинамических сил рассматривается как момент сил вязкого трения и в проекциях на оси Резаля  $Oy_i$  записывается

$$M_{yj}^{\text{гидр}} = -D_{yj}\omega_{yj},$$

где  $D_{yj}$ ,  $(j = \overline{1, 3})$  – коэффициенты сопротивления гидроподвеса;  $\omega_{yj}$  – проекции угловой скорости ротора на оси  $Oy_j$ . Уравнения пространственного вращения ротора, полученные с помощью уравнений Лагранжа II рода и записанные в форме уравнений моментов относительно осей Резаля, имеют вид

$$\ddot{\alpha} \left(A\cos^{2}\gamma + B\sin^{2}\gamma\right)\cos\beta + \dot{\alpha}\dot{\beta} \left(C - A - B\right)\sin\beta - \dot{\alpha}\dot{\gamma}(A - B)\cos\beta\sin2\gamma + + 0.5\,\ddot{\beta} \left(A - B\right)\sin2\gamma + \dot{\beta}\dot{\gamma} \left[(A - B)\cos2\gamma + C\right]\cos\beta - 0.5\dot{\alpha}^{2}(A - - B)\sin\beta\cos\beta\sin2\gamma + D_{y1}\dot{\alpha}\cos\beta - M_{_{RB}}\sin\beta\sin(\gamma + \delta_{_{2}}) = 0; \ddot{\beta} \left(A\sin^{2}\gamma + B\cos^{2}\gamma\right) + \dot{\beta}\dot{\gamma}(A - B)\sin2\gamma + 0.5\,\ddot{\alpha}(A - B)\sin2\gamma\cos\beta - - 0.5\dot{\alpha}^{2}(C - A\cos^{2}\gamma + B\sin^{2}\gamma)\sin2\beta - \dot{\alpha}\dot{\gamma} \left[C - (A - B)\cos2\gamma\right]\cos\beta + + D_{y2}\dot{\beta} - M_{_{RB}}(\operatorname{ctg}\delta_{1}\cos\beta - \sin\beta\cos(\gamma + \delta_{_{2}})) = 0; C\ddot{\gamma} + \dot{\alpha}\dot{\beta} \left[C - (A - B)\cos2\gamma\right]\cos\beta + C\ddot{\alpha}\sin\beta - 0.5\dot{\beta}^{2}(A - B)\sin2\gamma + + 0.5\,\dot{\alpha}^{2}(A - B)\cos^{2}\beta\sin2\gamma + D_{y3}(\dot{\alpha}\sin\beta + \dot{\gamma}) + M_{_{RB}}\cos\beta\sin(\gamma + \delta_{_{2}}) = 0,$$
(1)

где A, B, C – главные осевые моменты инерции ротора;  $M_{_{\text{дB}}} = B^* i w \sigma \sin \delta_1$  – модуль электромагнитного момента; i – ток рабочей обмотки;  $w, \sigma$ , – параметры синхронизирующей обмотки;  $\delta_1, \delta_2$  – углы, определяющие положение вектора магнитной индукции ротора в системе координат  $Oz_j$  ( $\delta_1$  – угол между  $\vec{B}^*$  и осью  $z_3, \delta_2$  – угол, отсчитанный в плоскости  $z_1, z_2$  от оси  $z_1$  к проекции вектора  $\vec{B}^*$  на эту плоскость).

Блок управления двигателем рассматривается как преобразователь тока с постоянной времени T и коэффициентом передачи  $K_{\rm n}$ , и описывается дифференциальным уравнением

$$T\frac{di}{dt} + i = K_{\pi} i_c.$$
<sup>(2)</sup>

Ток *i<sub>c</sub>* синхронизирующей обмотки, обусловленный вращением намагниченного ротора, определяется с помощью закона электромагнитной индукции и описывается выражением

$$i_c = K_i \sin \delta_1 [\dot{\beta} \sin \beta \cos(\gamma + \delta_2) + \dot{\gamma} \cos \beta \sin(\gamma + \delta_2) - \dot{\beta} \operatorname{ctg} \delta_1 \cos \beta],$$

$$K = P^* = \langle P_i, P_j \rangle$$

где  $K_i = B^* w \sigma / R$ ; R – активное сопротивление синхронизирующей обмотки.

Исследование устойчивости стационарного вращения и возмущенных движений ротора выполнено на основе совместного решения уравнений (1), (2) при допущении о динамической симметрии ротора  $A = B = E_0$  и при условии, что магнитная ось ротора является главной осью инерции ( $\delta_1 = \pi/2$ ,  $\delta_2 = 0$ ).

Стационарное синхронное вращение

$$\alpha(t) = \beta(t) = 0, \ \dot{\gamma}(t) = \omega_0 \tag{3}$$

с параметрами  $\omega_0, \phi$  ( $\phi$  – сдвиг фазы тока относительно фазы собственного вращения ротора), отвечающими условиям

$$D_{y3}\omega_0 = -0.5A_{\rm dB}^{\rm I}\cos\varphi; \quad 0.5\pi < \phi < 1.5\pi,$$
(4)

и соответствующие этому вращению законы токов рабочей и синхронизирующей обмоток

$$i^{*} = I^{(1)} \sin(\omega_{0}t + \phi); i_{c}^{*} = K_{i}\omega_{0}\sin\omega_{0}t$$
 (5)

рассматриваются как невозмущенное состояние электромеханической системы (1), (2). Здесь  $A_{дв}^{I} = B^{*} w \sigma I^{(1)}$ ;  $I^{(1)} = K^{*} \omega_{0} / T \sqrt{\omega_{0}^{2} + v^{2}}$ ;  $K^{*} = v K_{\Pi} K_{i}$ ; v = 1/T. Сдвиг фазы  $\phi = \operatorname{arctg}(-\omega_{0}T)$  обеспечивается преобразователем и определяется по условию сохранения скорости установившегося вращения ротора после переключения электропривода с двухфазного режима на однофазный

$$\cos\varphi = -2k_2\sin\varphi_*,$$

где  $k_2 = \sqrt{v^2 + \omega_0^2} / v\omega_0 \sigma K_{\pi}$ ;  $\phi_* - «угол нагрузки», представляющий сдвиг фазы собственного вращения ротора относительно фазы вращения магнитного поля статора в двухфазном режиме.$ 

Невозмущенное движение, определяемое равенствами (3)–(5), не является строгим решением уравнений (1), (2), но может рассматриваться как приближенное решение. В связи с этим здесь используется понятие «практической» устойчивости невозмущенного движения в смысле понятия, приведенного в книге И.Г. Малкина [Малкин, И.Г. Теория устойчивости движения / И.Г. Малкин. – М.: Наука, 1966. – 532 с].

Фазовые координаты в возмущенном движении представим с помощью отклонений

$$\overline{\alpha} = \alpha; \ \beta = \beta; \ \gamma = \omega_0 t + \eta(t); \ i = i^* + \Delta i; \ i_c = i_c^* + \Delta i_c,$$

где 
$$\alpha, \beta, \eta, \Delta i, \Delta i_{c}$$
 – отклонения. Уравнения возмущенного движения приводятся  
к нормальной форме относительно переменных  $x_{1} = \dot{\alpha}, x_{2} = \alpha, x_{3} = \dot{\beta}, x_{4} = \beta, x_{5} = \dot{\eta}, x_{6} = \eta, x_{7} = \Delta i$  и записываются в виде  
 $\dot{x}_{1} = -\frac{(C - 2E_{0})x_{1}x_{3}\sin x_{4}}{E_{0}\cos x_{4}} - \frac{Cx_{3}(\omega_{0} + x_{5})}{E_{0}} - \frac{D_{y1}x_{1}}{E_{0}} + \frac{B^{*}w\sigma x_{7}\sin x_{4}\sin(\omega_{0}t + x_{6})}{E_{0}\cos x_{4}} + \frac{A_{AB}^{1}\sin x_{4}\sin(\omega_{0}t + x_{6})\cos(\omega_{0}t + \Delta\phi)}{E_{0}\cos x_{4}}; \dot{x}_{2} = x_{1};$   
 $\dot{x}_{3} = \frac{Cx_{1}(\omega_{0} + x_{5})\cos x_{4}}{E_{0}} - \frac{0.5(C - E_{0})x_{1}^{2}\sin 2x_{4}}{E_{0}} - \frac{B^{*}w\sigma x_{7}\sin x_{4}\cos(\omega_{0}t + x_{6})}{E_{0}} - \frac{A_{AB}^{1}\sin x_{4}\cos(\omega_{0}t + \Delta\phi)\cos(\omega_{0}t + x_{6})}{E_{0}} - \frac{D_{y2}x_{3}}{E_{0}}; \dot{x}_{4} = x_{3};$  (6)  
 $\dot{x}_{5} = -\dot{x}_{1}\sin x_{4} - x_{1}x_{3}\cos x_{4} - \frac{D_{y3}(x_{1}\sin x_{4} + \omega_{0} + x_{5})}{C} - \frac{B^{*}w\sigma x_{7}\cos x_{4}\sin(\omega_{0}t + x_{6})}{C} - \frac{A_{AB}^{1}\cos x_{4}\sin(\omega_{0}t + x_{6})}{C} + \frac{A_{AB}^{1}\cos x_{4}\sin(\omega_{0}t + x_{6})\sin(\omega_{0}t + \Delta\phi)}{C}; \dot{x}_{6} = x_{5};$ 

 $\dot{x}_7 = -v x_7 + K^* (x_3 \sin x_4 \cos (\omega_0 t + x_6) + (\omega_0 + x_5) \cos x_4 \sin (\omega_0 t + x_6)).$ где  $\Delta \phi = \phi - \pi/2$  – модифицированный параметр сдвига фазы.

Соответствующие системе (6) уравнения линейного приближения имеют вид  $\dot{x}_1 = -\overline{C}x_3 - d_{y1}x_1 + \overline{d}_{y3}x_4(\sin(2\tau + \Delta\phi) - \sin\Delta\phi)\csc\Delta\phi; \quad \dot{x}_2 = x_1;$ 

$$\dot{x}_{3} = \overline{C}x_{1} - d_{y2}x_{3} - \overline{d}_{y3}x_{4}(\cos(2\tau + \Delta\phi) + \cos\Delta\phi)\csc\Delta\phi; \quad \dot{x}_{4} = x_{3};$$
  

$$\dot{x}_{5} = -d_{y3}x_{5} - \Lambda x_{7}\sin\tau - d_{y3}x_{6}(\cos(2\tau + \Delta\phi) + \cos\Delta\phi)\csc\Delta\phi - (7)$$
  

$$-d_{y3}\sin(2\tau + \Delta\phi)\csc\Delta\phi;$$

$$\dot{x}_6 = x_5; \ \dot{x}_7 = -\frac{v x_7}{\omega_0} + K^* (\eta \cos \tau + \dot{\eta} \sin \tau).$$

где  $\tau = \omega_0 t$ ;  $\Lambda = B^* w \sigma / C \omega_0^2$ ;  $d_{y1} = D_{y1} / E_0 \omega_0$ ;  $d_{y2} = D_{y2} / E_0 \omega_0$ ;  $\overline{d}_{y3} = D_{y3} / E_0 \omega_0$ ;  $d_{y3} = D_{y3} / C \omega_0$ ;  $\overline{C} = C / E_0$ . Уравнения содержат периодические коэффициенты в слагаемых, представляющих проекции электромагнитного момента.

Параметрически возмущенной системе (ПВС) (7) соответствует полученная осреднением периодических коэффициентов по времени  $\tau$  за период  $\pi$  линейная система (линейная осредненная система – ЛОС)

$$\dot{x}_{1} = -Cx_{3} - d_{y1}x_{1} + d_{y3}x_{4}; \ \dot{x}_{2} = x_{1};$$
  

$$\dot{x}_{3} = \overline{C}x_{1} - d_{y2}x_{3} - \overline{d}_{y3}x_{4} \operatorname{ctg} \Delta \varphi; \ \dot{x}_{4} = x_{3};$$
  

$$\dot{x}_{5} = -d_{y3}x_{5} - d_{y3}x_{6} \operatorname{ctg} \Delta \varphi; \ \dot{x}_{6} = x_{5};$$
  

$$\dot{x}_{7} = -\frac{\nabla x_{7}}{\omega_{0}}.$$
(8)

Решение нелинейной системы выполняется прямым численным интегрированием уравнений (6). Свойства ПВС изучаются с помощью теории Флоке–Ляпунова (путем вычисления мультипликаторов и применения выводов Флоке-Ляпунова устойчивости) теории об И прямым численным Здесь дальнейшем интегрированием. И В численное интегрирование выполняется адаптивным методом Рунге-Кутта 5-го порядка с шагом интегрирования 10<sup>-6</sup>. Дальнейшее уменьшение шага в рассматриваемой задаче не привело к изменению численных результатов. Для линейной системы (8) с помощью критерия Рауса-Гурвица получено условие устойчивости

$$k > \frac{\left(\overline{C} - d_{y} \operatorname{ctg} \Delta \varphi\right)\overline{C}}{2\overline{C}^{2} + 2d_{y}^{2}}; \ 0 < \Delta \varphi < \pi/2,$$
(9)

где  $d_y = d_{y1} = d_{y2}$ ;  $k = d_{y1}/d_{y3}$ . Условиям (9) на плоскости параметров k,  $\Delta \varphi$  соответствует область устойчивости ЛОС (рис. 2).



Характеристическое уравнение ЛОС имеет один нулевой корень, поэтому необходимо рассмотреть решения нелинейных уравнений и ПВС.

Установлено, ЧТО значениях при параметров  $k, \Delta \varphi$ , соответствующих условиям (9), возмущенное движение в большинстве устанавливается случаев В виде высокочастотных колебаний частотой, С равной скорости собственного вращения  $\omega_0$ , и малой амплитудой, зависящей от начальных условий и от величины параметра сдвига фазы

 $\Delta \varphi$ . В установившемся процессе  $\alpha(t)$  присутствует постоянная составляющая  $\alpha^*$ , величина которой также зависит от начальных условий и в значительной степени от  $\Delta \varphi$  (рис. 3).



Рис. 3. Процессы  $\alpha(\tau)$ :  $\overline{C} = 1$ ; k = 1;  $\Delta \phi = 0,147$ ; значения модулей мультипликаторов:  $p_1 = 1$ ;  $p_2 = 0,9970$ ;  $p_3 = 1$ ;  $p_4 = 0,9972$ ; а – нелинейная система; б – ПВС

Следует отметить, что существует узкая область на плоскости параметров  $(k, \Delta \phi)$ , в которой параметрические возмущения, обусловленные электромагнитной связью между ротором и электрическими обмотками, оказываются столь значительными, что из устойчивости линейной системы не

следует устойчивость ПВС и нелинейной системы. Кроме того, существуют такие значения параметров k,  $\Delta \varphi$  из области (9), при которых наблюдается неустойчивость ПВС и устойчивость нелинейной системы (рис. 4), а также устойчивость ПВС и неустойчивость нелинейной системы.



Рис. 4. Процессы  $\alpha(\tau)$ :  $\overline{C} = 1$ ; k = 0.8;  $\Delta \varphi = 0.147$ ; значения модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ;  $p_2 = 1,0005$ ;  $p_3 = 0.9973$ ;  $p_4 = 0.9972$ ; а – нелинейная система; б – ПВС

Для ПВС с помощью численного интегрирования уравнений (7) и вычисления мультипликаторов (теории Флоке-Ляпунова) определена область устойчивости на плоскости параметров  $\overline{C}, k$ , позволяющая оценить влияние эллипсоида инерции ротора от сферы, также влияние отклонений a несимметрии гидроподвеса на устойчивость и возмущенные движения. существует узкая область на плоскости параметров  $\overline{C}, k$ , в Получено, что которой имеет место параметрический резонанс и неустойчивость синхронного вращения ротора. При значениях  $0.99 < \overline{C} < 1$  и  $0.8 < k \le 1$  возмущенное движение в нелинейной системе устанавливается в виде колебаний с частотой  $\omega_0$ , имеющих сравнительно большие амплитуды  $A_{\alpha}$ ,  $A_{\beta}$  (по сравнению с линейной системой), рассматриваемых составляющие при параметрах примерно 0,05 рад.

На нелинейной и параметрически возмущенной моделях получено: в случае идеального сферического распределения массы ротора ( $\overline{C} = 1$ ) и симметричного гидроподвеса (k = 1) возмущенное движение устанавливается в виде колебаний с частотой  $\omega_0$ , амплитуда которых зависит от начальных условий и от величины фазового параметра  $\Delta \varphi$ .

Резюмируя полученные данные, можно сделать вывод о том, что устойчивость стационарного вращения достигается применением системы управления током рабочей обмотки, содержащей преобразователь тока синхронизирующей обмотки. Этот результат полезен при создании гироинтегратора, т.к. означает, что освободившуюся после переключения на однофазный режим обмотку двигателя можно использовать как сигнальную для получения информации о кажущейся скорости подвижного объекта (идея принадлежит А.С. Золотухину и НПО электромеханики).

Во второй главе выполнено исследование устойчивости и возмущенных движений однокомпонентного гироинтегратора, построенного на основе миниатюрного ротора-диполя с однофазным электроприводом. Показано, что в рассматриваемом гироинтеграторе реализуется тот же принцип определения кажущейся линейной скорости объекта, что и в классическом ГИ, построенном на основе трехстепенного гироскопа в кардановом подвесе: угол поворота гироскопа относительно выходной оси пропорционален приращению кажущейся линейной скорости подвижного объекта.



Рис. 5. Принципиальная схема ГИ, построенного на основе намагниченного ротора: Р1 – рабочая обмотка; С1 – синхронизирующая обмотка; S1, S2 – сигнальные обмотки; ДМ – датчик момента;  $O_1$  – центр масс

Приведена принципиальная схема ГИ с намагниченным сферическим ротором, в которой центр масс ротора смещен относительно его геометрического центра O в направлении оси собственного вращения на величину  $\Delta l = (0,5...1)$  мм (рис. 5).

Представим некоторые параметры ротора диаметром 5 мм: номинальная скорость вращения

 $\omega_0 = 1,571 \cdot 10^4 \text{ рад/с};$  момент инерции ротора относительно оси собственного вращения

 $C = 1,36 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ; кинетический момент ротора относительно оси собственного вращения  $H = 2,35 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{c}$ ; масса ротора  $m = 5,45 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$ ; коэффициенты сопротивления гидроподвеса  $D_{yj} = 3,93 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{c}$  (относительные коэффициенты сопротивления  $d_{yj} = 1,84 \cdot 10^{-3}$ ).

Принимается, что прибор установлен на платформе, стабилизированной относительно географически ориентированной системы координат, которую приближенно принимаем инерциальной. Связанные с ротором оси  $Oz_j$  являются главными осями инерции в точке O. Координатные оси статора обозначены через  $Ox_j$ , ось  $x_1$  вертикальна и является входной и одновременно выходной осью ГИ. Уравнения относительного движения ротора с неподвижным центром O и смещенным центром масс в случае поступательного движения объекта с постоянным ускорением  $\vec{v}$  имеют вид

$$\ddot{\alpha} \left(A\cos^{2}\gamma + B\sin^{2}\gamma\right)\cos\beta + \dot{\alpha}\beta\left(C - A - B\right)\sin\beta - \dot{\alpha}\dot{\gamma}(A - B)\cos\beta\sin2\gamma - 0.5\dot{\alpha}^{2}(A - B)\sin\beta\cos\beta\sin2\gamma + \dot{\beta}\dot{\gamma}\left[(A - B)\cos2\gamma + C\right]\cos\beta + D_{y1}\dot{\alpha}\cos\beta + (10) + 0.5\ddot{\beta}\left(A - B\right)\sin2\gamma - M_{_{IB}}\sin\beta\sin(\gamma + \delta_{_{2}}) - m\Delta l(\dot{v}_{_{x2}}\cos\alpha + \dot{v}_{_{x3}}\sin\alpha) = M_{_{k}}; \\ \ddot{\beta} \left(A\sin^{2}\gamma + B\cos^{2}\gamma\right) + \dot{\beta}\dot{\gamma}(A - B)\sin2\gamma + 0.5\ddot{\alpha}(A - B)\cos\beta\sin2\gamma - 0.5\dot{\alpha}^{2}(C - A\cos^{2}\gamma + B\sin^{2}\gamma)\sin2\beta - \dot{\alpha}\dot{\gamma}\left[C - (A - B)\cos2\gamma\right]\cos\beta + D_{y2}\dot{\beta} + (11) + M_{_{IB}}\sin\beta\cos(\gamma + \delta_{_{2}}) + m\Delta l((\dot{v}_{_{x1}} + g)\cos\beta + (\dot{v}_{_{x2}}\sin\alpha - \dot{v}_{_{x3}}\cos\alpha)\sin\beta) = 0;$$

$$C\ddot{\gamma} + \dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta[C - (A - B)\cos 2\gamma] + C\ddot{\alpha}\sin\beta - 0.5\dot{\beta}^{2}(A - B)\sin 2\gamma + 0.5\dot{\alpha}^{2}(A - B)\cos^{2}\beta\sin 2\gamma + D_{y3}(\dot{\alpha}\sin\beta + \dot{\gamma}) + M_{_{\rm ZB}}\cos\beta\sin(\gamma + \delta_{2}) = 0,$$
(12)

где *т* – масса ротора.

Динамические уравнения (10)–(12) рассматриваются совместно с уравнением преобразователя тока синхронизирующей обмотки

$$\frac{di}{dt} + \nu i = K^* \sin \delta_1 [\dot{\beta} \sin \beta \cos(\gamma + \delta_2) + \dot{\gamma} \cos \beta \sin(\gamma + \delta_2) - \dot{\beta} \operatorname{ctg} \delta_1 \cos \beta].$$
(13)

Полученные уравнения позволяют рассматривать некорректируемый ГИ  $(M_k = 0)$  и случаи ГИ с различными типами коррекции – пропорциональной  $(M_k = K\beta)$  или релейной  $(M_k = K_m \operatorname{sign}\beta)$ .

С помощью уравнений (10)–(13) при условии  $A = B = E_0$  и при допущении о том, что магнитная ось ротора является главной осью инерции, решается задача об устойчивости прецессионного движения ротора, обусловленного переносным ускорением  $\vec{v}$ .

Установившееся прецессионное движение

$$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}^*, \ \beta = \beta^*, \dot{\gamma} = \omega_0 \tag{14}$$

и соответствующие этому движению законы токов рабочей и синхронизирующей обмоток

$$i^* = I^{(1)} \sin(\omega_0 t + \varphi); \ i_c^* = K_i \omega_0 \cos\beta^* \sin\omega_0 t; \ 0.5\pi < \varphi < 1.5\pi$$
(15)

в совокупности рассматриваются как невозмущенное состояние электромеханической системы (10)–(13). Параметры  $\dot{\alpha}^*, \beta^*, \omega_0$  при постоянном переносном ускорении  $\dot{v}_{x1}$  удовлетворяют равенствам

$$D_{y1}\dot{\alpha}^{*}\cos\beta^{*} - 0.5A_{AB}^{I}\sin\beta^{*}\cos\varphi - K\beta^{*} = 0;$$
  
-  $C\dot{\alpha}^{*}\omega_{0}\cos\beta^{*} - 0.5\dot{\alpha}^{*2}(C - E_{0})\sin 2\beta^{*} + 0.5A_{AB}^{I}\sin\beta^{*}\sin\varphi = -m\Delta l\dot{V}_{x1}\cos\beta^{*};$  (16)  
$$D_{y3}\omega_{y3} = -0.5A_{AB}^{I}\cos\beta^{*}\cos\varphi,$$

где  $\omega_{y3} = \dot{\alpha}^* \sin \beta^* + \omega_0$ ;  $\dot{V}_{x1} = \dot{v}_{x1} + g$ .

Исследование устойчивости в смысле «практической» устойчивости и возмущенных движений рассматриваемого гироинтегратора выполняется на нелинейной, линейной математических моделях: параметрически трех возмущенной и линейной осредненной моделях путем прямого численного интегрирования соответствующих систем уравнений. Сравнение результатов, полученных моделям, позволяет обосновать использование по трем упрощенных моделей (ЛОС, ПВС) при изучении динамики ГИ.

Установлено, что при управлении током рабочей обмотки однофазного двигателя существует устойчивое прецессионное движение (14) со скоростью, пропорциональной кажущемуся ускорению объекта.

С помощью критерия Льенара-Шипара найдены условия устойчивости ЛОС, имеющие вид

$$\overline{C} > \frac{d_{y3} - k_1}{2k \, d_{y3}}; \ 0 < \Delta \phi < \pi / 2, \ (k_1 = K / E_0 \omega_0^2).$$
(17)

На нелинейной модели в случаях некорректируемого ГИ и ГИ с пропорциональной коррекцией получено: при выполнении условий (17)возмущенное движение  $\dot{\alpha}(t)$  в большинстве случаев устанавливается с виде наложения прецессии со времени скоростью течением В  $\dot{\alpha}_{vcm}$ , пропорциональной измеряемому ускорению объекта, и автоколебаний с малой амплитудой и частотой, равной удвоенной частоте собственного вращения Возмущенное ротора  $2\omega_0$ . движение  $\beta(t)$ устанавливается в виде автоколебаний с частотой  $2\omega_0$  вблизи положения  $\beta = \beta_{vcm}$ , где величина  $\beta_{vcm}$ представляет собой смещение центра автоколебаний. Величины  $\dot{\alpha}_{vcm}$  и  $\beta_{vcm}$ отличаются от величин  $\dot{\alpha}^*$ ,  $\beta^*$ , определяемых равенствами (16), при указанных параметрах примерно на 1,7 % и 3 % соответственно. Приведенные численные оценки позволяют заключить, что в большинстве случаев возмущенное движение, представляющее собой высокочастотные автоколебания, мало отличается от регулярной прецессии с параметрами  $\dot{\alpha}^*, \beta^*, \omega_0$  (рис. 6).



Рис. 6. Процессы  $\dot{\alpha}(t), \beta(t)$ :  $M_k = 0; \dot{V}_{x1} = 10g; \ \overline{C} = 1,0001; \ k = 1; \Delta \phi = 10^\circ$ 

При выполнении условий устойчивости ЛОС в случае симметричного гидроподвеса (k = 1) существует узкая область на плоскости параметров  $\overline{C}$ , k  $(0,99 < \overline{C} < 1)$ , в которой наблюдается неустойчивость ПВС; при этом нелинейная система оказывается устойчивой. В случаях некорректируемого ГИ  $(M_k = 0)$  и ГИ с пропорциональной коррекцией  $(M_k = K\beta)$  устойчивость прецессионного движения в большинстве случаев соответствует устойчивости по модели ЛОС. Для определения параметров возмущенных движений (амплитуд, частоты) необходимо обратиться к нелинейной модели. При значениях параметра сдвига фазы  $\Delta \varphi = 1...15^\circ$  качественно верный результат об устойчивости прецессионного движения доставляет ПВС.

На нелинейной модели получено, что в случае идеально сферического распределения массы ротора ( $\overline{C} = 1$ ) возмущенное движение устанавливается с частотой  $\omega_0$ ; при малых отклонениях эллипсоида инерции от сферы частота установившихся автоколебаний составляет  $2\omega_0$ . На нелинейной модели и модели ПВС установлено, что величина смещения центра масс  $\Delta l$  не влияет на устойчивость и параметры возмущенных движений ГИ.

Получено, что традиционные способы коррекции, применяемые В классических гироинтеграторах, для рассматриваемого ΓИ оказываются неэффективными. Так, для схемы ГИ с релейной коррекцией ( $M_k = K_m \operatorname{sign}\beta$ ) на нелинейной модели получено, что установившиеся автоколебания с частотой  $2\omega_0$  имеют сравнительно большие амплитуды:  $A_{\alpha} \approx 80$  рад/с,  $A_{\beta} \approx 20$  угл.мин (рис. 7 в). На нелинейной и параметрически возмущенной моделях ГИ с пропорциональной коррекцией установлено, что устойчивость прецессионного движения (14) обеспечивается при значениях относительного коэффициента усиления  $k_1 \le 10^{-5} (k_1 = K / E_0 \omega_0^2)$ . При таких значениях  $k_1$  устанавливаются малые углы  $\beta_{vcm}$ :  $\beta_{vcm} \approx (0,5...1)$  угл. мин (рис. 7 б). При значениях  $k_1 > 10^{-5}$ имеет место неустойчивость прецессионного движения. Показано, что ГИ с миниатюрным намагниченным ротором имеет следующую особенность: при малые отсутствии коррекционного момента углы ß обеспечиваются «естественным образом» - с помощью позиционного момента, обусловленного электромагнитным взаимодействием намагниченного ротора и обмоток статора (рис. 7 а).



Рис. 7. Влияние способа коррекции на динамику ГИ:  $\dot{V}_{x1} = 10g$ ;  $\overline{C} = 1,0001$ ; k = 1;  $\Delta \phi = 10^{\circ}$ 

В рассматриваемом гироинтеграторе с намагниченным сферическим ротором является невозможным непосредственное измерение угла поворота ротора

относительно выходной оси с помощью датчиков углов, как это выполняется в классических ГИ. Информацию о кажущейся скорости поступательного движения объекта можно получить с помощью системы обработки сигналов с обмоток S1, S2, C1, в состав которой входит программируемый вычислитель. Снимаемые с обмоток S1, S2, C1 сигналы представляют собой ЭДС, наводимые магнитным полем вращающегося ротора. Эти ЭДС содержат информацию об углах относительных поворотов ротора  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и определяются по закону электромагнитной индукции:

$$\begin{split} \mathcal{E}_{C1} &= K_{\varepsilon} [\dot{\beta}(\sin\beta\cos(\gamma + \delta_{2}) - \cos\beta\operatorname{ctg}\delta_{1}) + \dot{\gamma}\cos\beta\sin(\gamma + \delta_{2})]; \\ \mathcal{E}_{S1} &= K_{\varepsilon} [\dot{\alpha}(\sin\alpha\sin(\gamma + \delta_{2}) + \cos\alpha\cos\beta\operatorname{ctg}\delta_{1} - \cos\alpha\sin\beta\cos(\gamma + \delta_{2})) - \\ &- \dot{\beta}(\sin\alpha\cos\beta\cos(\gamma + \delta_{2}) + \sin\alpha\sin\beta\operatorname{ctg}\delta_{1}) + \dot{\gamma}(\sin\alpha\sin\beta\sin(\gamma + \delta_{2}) - \\ &- \cos\alpha\cos(\gamma + \delta_{2}))]; \\ \mathcal{E}_{S2} &= K_{\varepsilon} [\dot{\alpha}(\sin\alpha\cos\beta\operatorname{ctg}\delta_{1} - \cos\alpha\sin(\gamma + \delta_{2}) - \sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma + \delta_{2})) - \\ &- \dot{\gamma}(\sin\alpha\cos(\gamma + \delta_{2}) + \cos\alpha\sin\beta\sin(\gamma + \delta_{2})) + \dot{\beta}(\cos\alpha\cos\beta\cos(\gamma + \delta_{2}) + \\ &+ \cos\alpha\sin\beta\operatorname{ctg}\delta_{1})], \end{split}$$
(18)

где  $K_{\varepsilon} = B^* w \sigma \sin \delta_1$ .

Предложен алгоритм получения информации о кажущейся скорости объекта, включающий процедуры демодуляции, вычислений углов α и β и вычисления кажущейся скорости объекта V<sub>x1</sub>. В результате демодуляции высокочастотных сигналов (18) на выходе демодулятора получаются низкочастотные сигналы:  $\mathcal{E}_{S_1}^d$ , пропорциональный углу  $\beta$ , и  $\mathcal{E}_{S_2}^d$ , пропорциональный величине sin  $\alpha$ . Демодулированные сигналы поступают в программируемый вычислитель, с помощью которого определяются приближенные значения переменных  $\hat{\beta}$  и sin  $\hat{\alpha}$ , затем по вложенному алгоритму выполняется вычисление угла α и кажущейся скорости объекта  $V_{x1}$ . Алгоритм расчета угла  $\hat{\alpha}$  и кажущейся скорости является достаточно простым и может быть реализован с помощью стандартных языков программирования. В диссертации алгоритм реализован с помощью программы MathCAD. Сравнение процесса  $\hat{\alpha}(t)$ , полученного с помощью такого алгоритма, с результатом  $\alpha(t)$  прямого численного интегрирования уравнений (10)–(13) для случаев некорректируемого ГИ и ГИ с пропорциональной коррекцией доставляет оценку методической погрешности определения скорости  $\approx 0.37$  %, что свидетельствует о достаточности предложенной схемы, содержащей демодулятор и программируемый вычислитель, для получения информации о скорости объекта (рис. 8).







Анализ рассмотренных моделей позволяет сделать вывод о возможности создания однокомпонентного гироинтегратора на основе миниатюрного ротора-диполя с управляемым однофазным электроприводом.

В третьей главе рассмотрена задача о раскрутке двухфазным электроприводом неуравновешенного намагниченного ротора со сферическим гидроподвесом до номинальной синхронной скорости  $\omega_0$ .

Представляет интерес способ раскрутки путем непрерывного увеличения частоты токов в рабочих обмотках статора. На модели намагниченного ротора с неподвижной осью вращения приходим к результату о том, что вхождение ротора в стационарное синхронное вращение обеспечивается непрерывным увеличением частоты токов в рабочих обмотках по закону вида

$$\dot{\Phi}(t) = \omega_0 (1 - e^{-st}),$$
 (19)

где  $\Phi(t)$  – фаза вращения поля статора;  $s = \overline{D}, \overline{D} = D/J, D$  – коэффициент сопротивления гидроподвеса; J – момент инерции ротора относительно оси вращения. Функция (19) рассматривается как закон изменения частоты токов в рабочих обмотках и используется при моделировании раскрутки неуравновешенного ротора со сферическим гидроподвесом.

Как и в главах 1 и 2, сохраняем допущение о том, что гидроподвес обеспечивает центрирование ротора относительно статора. Связанные со статором оси  $Ox_j$ ,  $j = (\overline{1,3})$  выбраны таким образом, что оси  $x_j$  совпадают с осями электрических обмоток, при этом ось  $x_3$  является осью вращения магнитного поля статора. Перед началом раскрутки магнитная ось ротора устанавливается в направлении оси  $x_1$  с помощью магнитного поля постоянного тока, подаваемого в рабочую обмотку с осью  $x_1$ . Координатные оси ротора  $Oz_j$  выбраны так, что ось  $z_1$  совпадает с магнитной осью ротора, ось  $z_3$  ортогональна  $z_1$  и расположена в плоскости, содержащей магнитную ось и центр масс ротора. Принимается, что центр масс ротора смещен относительно геометрического центра на величину  $\Delta l$  в направлении оси  $z_3$ , что соответствует схеме *гироскопического* 

*интегратора*. Уравнения сферического движения неуравновешенного ротора имеют вид

$$J_{11}\dot{\omega}_{z1} - J_{12}\dot{\omega}_{z2} - J_{13}\dot{\omega}_{z3} = J_{13}\omega_{z1}\omega_{z2} + J_{23}(\omega_{z2}^2 - \omega_{z3}^2) - J_{33}\omega_{z2}\omega_{z3} - J_{23}\omega_{z1}\omega_{z3} + J_{22}\omega_{z2}\omega_{z3} - D\omega_{z1} - mg\Delta l\cos\beta\sin\gamma;$$
  

$$-J_{12}\dot{\omega}_{z1} + J_{22}\dot{\omega}_{z2} - J_{23}\dot{\omega}_{z3} = -J_{11}\omega_{z1}\omega_{z3} + J_{12}\omega_{z2}\omega_{z3} + J_{13}(\omega_{z3}^2 - \omega_{z1}^2) - J_{23}\omega_{z1}\omega_{z2} + J_{33}\omega_{z1}\omega_{z3} - D\omega_{z2} - A_{\mu}(\sin\Phi\sin\alpha\cos\beta - \cos\Phi\sin\beta) - mg\Delta l\cos\beta\cos\gamma;$$
  

$$-J_{13}\dot{\omega}_{z1} - J_{23}\dot{\omega}_{z2} + J_{33}\dot{\omega}_{z3} = J_{12}(\omega_{z1}^2 - \omega_{z2}^2) - J_{22}\omega_{z1}\omega_{z2} + J_{23}\omega_{z1}\omega_{z3} + (20)$$

$$+J_{11}\omega_{z1}\omega_{z2} - J_{13}\omega_{z2}\omega_{z3} - D\omega_{z3} + A_{_{\mathcal{H}B}}(-\cos\phi\cos\beta\sin\gamma + \omega_{z3})$$

 $+\sin\Phi(\cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma)),$ 

где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – углы Эйлера–Крылова, отсчитанные аналогично способу, использованному в главе 1;  $J_{11}, J_{22}, J_{33}$  – осевые моменты инерции ротора;  $J_{12}, J_{23}, J_{13}$ – центробежные моменты инерции ротора;  $A_{\rm дв}$  – параметр двигателя;  $\omega_{zj}, j = \overline{1,3}$  – проекции угловой скорости ротора на связанные с ним оси.

К динамическим уравнениям (20) присоединяются кинематические уравнения

 $\omega_{z1} = \dot{\alpha} \cos \beta \cos \gamma + \dot{\beta} \sin \gamma; \ \omega_{z2} = \dot{\beta} \cos \gamma - \dot{\alpha} \cos \beta \sin \gamma; \ \omega_{z3} = \dot{\gamma} + \dot{\alpha} \sin \beta.$  (21) Анализ процесса раскрутки выполнен на основе прямого численного интегрирования системы уравнений (20), (21) (при  $\beta \neq \pi/2$ ), приведенной к нормальной форме относительно переменных  $\omega_{zj}, \alpha, \beta, \gamma$ , при использовании закона изменения частоты токов рабочих обмоток (19) и параметров двигателя, удовлетворяющих уравнению установившегося вращения

$$\overline{D}\omega_0 = \overline{A}_{\text{\tiny AB}} \sin \varphi_*, \ (\overline{A}_{\text{\tiny AB}} = A_{\text{\tiny AB}} / J_{33}).$$

Динамическая неуравновешенность ротора рассматривается малой: отношения осевых моментов инерции  $J_{22}/J_{11}$ ,  $J_{33}/J_{11}$  являются величинами из интервала (0,95...1,2); относительные значения центробежных моментов инерции  $J_{12}/J_{11}$ ,  $J_{13}/J_{11}$ ,  $J_{23}/J_{11}$  при расчетах взяты из интервала (0,01...0,04).

Установлено, что раскрутка миниатюрного сферического ротора с помощью синусоидальных токов рабочих обмоток с заданной номинальной частотой  $\dot{\Phi} = \omega_0$  осуществляется только в случае идеально сферического распределения массы ротора при весьма малых значениях «угла нагрузки»  $\phi_* \leq 1^\circ$ , которые обеспечить практически невозможно.

Получено, что непрерывное увеличение частоты токов по экспоненциальному закону вида (19) обеспечивает раскрутку. Раскрутка может осуществляться не только при  $s = \overline{D}$ , но и при других значениях параметра s. Выбор величины s влияет на продолжительность раскрутки: при значении  $s = \overline{D}$  продолжительность раскрутки составляет  $\approx 0,25$  с; при значениях  $s < \overline{D}$  длительность раскрутки увеличивается. Изменение параметра s в пределах  $\overline{D} < s < 25\overline{D}$  на

продолжительность раскрутки не влияет. При значениях  $s > 25\overline{D}$  раскрутка не осуществляется.

Положение оси установившегося вращения в пространстве ротора и в пространстве статора определяется с помощью проекций мгновенной угловой скорости  $\omega_{zj}$ ,  $\omega_{xj}$ . Получено, что при рассматриваемых параметрах неуравновешенности ось установившегося вращения ротора в пространстве статора приходит к положению, отклоненному от оси  $x_3$  двигателя на малый угол. Так, при значениях физических параметров: радиус ротора R = 2,5 мм; частота токов в обмотках  $f = 1000 \, \Gamma q$ ; разность радиусов поверхностей чаши подвеса и ротора  $\varepsilon = 10$  мкм; величина смещения центра масс  $\Delta l = 1$  мм; плотность распределения массы ротора  $\rho = 8,6 \cdot 10^3 \, \mathrm{kr/M}^3$ ;  $\varphi_* = 2,5^\circ$ ;  $J_{22} = 1,1J_{11}$ ;  $J_{33} = 1,2J_{11}$ ;  $J_{12} = J_{13} = J_{23} = 0,01J_{11}$  угол между осью установившегося вращения и осью  $x_3$  составляет  $\approx 20$  угл. мин. Положение оси установившегося вращения в системе координат ротора зависит от соотношения осевых моментов инерции: при условии  $J_{22} < J_{33}$  раскрутка происходит вокруг оси  $z_2$ , при этом ось  $z_2$  расположена близко к оси двигателя.

В случае успешной раскрутки процессы  $\omega_{zj}(t)$ ,  $\omega_{xj}(t)$ ,  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  устанавливаются в виде незатухающих высокочастотных колебаний с частотой  $\omega_0$  и амплитудой, зависящей от величины центробежных моментов инерции и не зависящей от начальных условий. Установившиеся значения углов и квазискоростей не зависят от величины смещения центра масс ротора вдоль оси вращения.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Построены математические модели, позволяющие выполнить анализ динамики миниатюрного сферического ротора-диполя с управляемым однофазным электроприводом. Получено, что устойчивость синхронного вращения ротора, охваченного слоем вязкой жидкости, достигается применением системы управления током рабочей обмотки двигателя, содержащей преобразователь тока синхронизирующей обмотки. Вычислительным экспериментом установлены области значений параметров  $\overline{C}$ , k, характеризующих отклонения эллипсоида инерции от сферы и несимметричность подвеса соответственно, при которых линеаризованные модели ротора оказываются неприменимыми и необходимо обращение к нелинейной динамической модели.

2. Разработана динамическая модель гироинтегратора, чувствительным элементом которого является миниатюрный намагниченный ротор со смещенным центром масс. Получены численные оценки, подтверждающие возможность создания на основе такого ротора однокомпонентного ГИ. Установлено, что при управлении током рабочей обмотки однофазного двигателя, обеспечивающем устойчивое собственное вращение, существует устойчивое прецессионное движение намагниченного ротора ГИ со скоростью, пропорциональной кажущемуся ускорению объекта. В случаях некорректируемого ГИ и ГИ с пропорциональной коррекцией об устойчивости прецессионного движения в основном можно судить по линейной модели. Для определения параметров возмущенных движений (амплитуд, частоты) необходимо обратиться к нелинейной модели.

Малые углы β в рассматриваемом гироинтеграторе вполне обеспечиваются позиционным моментом, обусловленным электромагнитным взаимодействием ротора-диполя и обмоток статора. Применение других способов коррекции является неэффективным. Предложен алгоритм получения информации о кажущейся скорости объекта с помощью обработки сигналов с обмоток статора, для реализации которого необходимо использовать в составе системы обработки сигналов демодулятор и программируемый вычислитель.

3. Получены численные результаты по раскрутке неуравновешенного намагниченного ротора. На рассмотренной модели установлено, что непрерывное увеличение частоты токов по экспоненциальному закону вида (19) при значениях параметра  $\overline{D} < s < 25\overline{D}$  обеспечивает раскрутку. Получено, что при рассматриваемых параметрах неуравновешенности ось установившегося вращения ротора в пространстве статора приходит к положению, отклоненному от оси  $x_3$ двигателя на малый угол. Положение оси установившегося вращения в системе координат ротора зависит от соотношения осевых моментов инерции: раскрутка происходит вокруг оси с наибольшим моментом инерции.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Левина, Г.А. Параметрические колебания и устойчивость намагниченного шарового ротора / Г.А. Левина, А.А. Логвинова, Е.А. Белоглазова // Системы управления, информационные и измерительные технологии, радиоэлектроника: тематический сборник научных трудов приборостроительного факультета – Челябинск: Изд-во «Т.Лурье», 2005. – С. 86–93.

2. Левина, Г.А. Устойчивость стационарного вращения намагниченного шарового ротора с однофазным электроприводом / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Информационные измерительные управляющие и радиоэлектронные устройства: тематический сборник научных трудов приборостроительного факультета. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – С. 56–63.

3. Логвинова, А.А. Динамика намагниченного шарового ротора, предназначенного для МЭМ / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Конкурс грантов студентов, аспирантов и молодых ученых вузов Челябинской области: сборник рефератов научно-исследовательских работ студентов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – С. 222–223.

4. Левина, Г.А. К проблеме создания малогабаритного гироскопического интегратора линейных ускорений на базе гироскопа со сферическим ротором / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Информационные системы и устройства: тематический сборник научных трудов приборостроительного факультета. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – С. 108–114.

5. Левина, Г.А. К динамике намагниченного сферического ротора гироскопического интегратора линейных ускорений / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление и радиоэлектроника». – 2006. – Вып. 4. – № 14(69). – С. 105–110.

6. Левина, Г.А. К динамике миниатюрного намагниченного шарового ротора в гидроподвесе как чувствительного элемента интегратора линейных ускорений / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Гироскопия и навигация № 2 (57): материалы IX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», рефераты докладов. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2007. – С. 100.

7. Левина, Г.А. К динамике миниатюрного намагниченного шарового ротора в гидроподвесе как чувствительного элемента гироскопического интегратора линейных ускорений / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Навигация и управление движением: материалы докладов IX конференции молодых ученых / науч. редактор д.т.н. О.А. Степанов; под общ. ред. академика РАН В.Г. Пешехонова. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2007. – С. 186–193.

8. Левина, Г.А. Динамика намагниченного сферического ротора в гидроподвесе как чувствительного элемента гироскопического интегратора линейных ускорений / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Конкурс грантов студентов, аспирантов и молодых ученых вузов Челябинской области: сборник рефератов научно-исследовательских работ аспирантов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – С. 110–111.

9. Левина, Г.А. Математическое моделирование обработки сигналов гироскопического интегратора, построенного на базе намагниченного шаровидного ротора / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Наука и технологии. Секция 4. Динамика и управление. – Краткие сообщения XXVIII Российской школы. – Екатеринбург: УрО РАН, 2008. – С. 39–41.

10. Левина, Г.А. Динамический анализ гироинтегратора, построенного на базе намагниченного шарового ротора / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // 60-я юбилейная научная конференция, посвященная 65-летию университета. Секция технических наук: материалы конференции, 2008. – Т. 2. – С. 73–77.

11. Левина, Г.А. Динамический анализ гироскопического интегратора, построенного на основе намагниченного сферического ротора / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Авиакосмическое приборостроение. – М.: Изд-во «Научтехлитиздат», 2009. – № 3. – С. 31–37.

12. Левина, Г.А. К задаче о раскрутке намагниченного сферического ротора в сопротивляющейся среде / Г.А. Левина, А.А. Логвинова // Системы управления и информационные технологии: тематический сборник научных трудов приборостроительного факультета. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2009. – С. 113–119.

13. Пат. 85240 Российская Федерация, МПК<sup>8</sup> G01P7/00, G01P9/02, G01C21/16. Бескарданный гироинтегратор линейных ускорений / А.С. Золотухин, Г.А. Левина, А.А. Логвинова, В.В. Коваленко. – № 2009105034; заявл. 13.02.2009. – 8 с.: ил.