

На правах рукописи

Суходоев Михаил Сергеевич

**КОРНЕВОЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ
С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВЕ
ВЕРШИННЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ**

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации
(по отраслям: промышленность)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Томск – 2008

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Томский политехнический университет».

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент
Гайворонский Сергей Анатольевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук
Костюченко Сергей Владимирович

кандидат технических наук, доцент
Бойченко Иван Валентинович

Ведущая организация: Институт космических и
информационных технологий Сибирского
федерального университета,
г. Красноярск

Защита состоится 10 декабря 2008 г. в 14:30 на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.269.06 при Томском политехническом университете по адресу: 634034, г. Томск, ул. Советская, 84, институт «Кибернетический центр» ТПУ.

С диссертацией можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке Томского политехнического университета по адресу: 634034, г. Томск, ул. Белинского, 55.

Автореферат разослан «07» ноября 2008 г.

Ученый секретарь

Совета

к. т. н., доцент

М. А. Сонькин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Практически все реальные системы автоматического управления содержат интервально-неопределенные параметры. Их интервальность обусловлена неточным знанием параметров или их изменением в процессе эксплуатации систем в заданных диапазонах по заранее неизвестным законам. Системы с подобными параметрами получили название интервальных систем (ИС).

Одним из важных направлений современной теории автоматического управления является разработка методов анализа робастной устойчивости и робастного качества ИС. Под робастной устойчивостью понимают сохранение системой устойчивости при любых значениях ее интервальных параметров. Анализ робастного качества ИС предусматривает определение наихудших показателей качества системы при изменении интервальных параметров в заданных диапазонах. Представляет интерес также задача параметрического синтеза линейных регуляторов, гарантирующих в ИС заданное робастное качество управления.

Основополагающие результаты в области анализа и синтеза робастных систем принадлежат ведущим отечественным (Цыпкин Я.З., Харитонов В.Л., Поляк Б.Т., Мееров М.В., Бесекерский В.А., Первозванский В.А., Римский Г.В. и др.) и зарубежным (Soh Y.C., Barmish B.R., Bhattacharyya S.P., Anderson B.D., Ackerman J., Kokotovic P.V. и др.) ученым. Наряду с теоретическими исследованиями большое внимание уделяется также разработке пакетов прикладных программ, дающих проектировщику эффективный инструмент для решения указанных задач. Для этого главным образом используется получившая широкое распространение программная среда MatLab.

В настоящее время для анализа робастной устойчивости разработаны необходимые и достаточные условия, основанные на применении алгебраических и частотных методов. При этом значительно меньше внимания уделяется использованию корневых методов, которые могут быть достаточно эффективны не только для анализа робастной устойчивости, но также и для исследования робастного качества ИС. Анализ робастного качества при корневом подходе предусматривает определение таких корневых показателей, как минимальная степень устойчивости (робастная степень устойчивости) и максимальная колебательность (робастная колебательность) системы, которые возможны в ИС при изменениях ее интервальных параметров в заданных пределах.

Задачей параметрического синтеза для ИС широко используемых в инженерной практике линейных регуляторов является нахождение таких их настроек, которые обеспечивают гарантированные показатели качества ИС. Для этого предлагается в зависимости от желаемого робастного качества включать в ИС один из основных типов линейных регуляторов: пропорциональный (П), пропорционально-интегральный (ПИ) или пропорционально-интегрально-

дифференциальный (ПИД). Задача параметрического синтеза линейных регуляторов при использовании корневого подхода сводится к расположению областей локализации корней характеристического полинома ИС в желаемых областях комплексной плоскости.

Для анализа робастного качества ИС и синтеза для нее линейных регуляторов на основе корневого подхода целесообразно использовать робастное расширение известного метода корневого годографа. Его результатом является многопараметрический интервальный корневой годограф, получаемый при отображении параметрического многогранника ИС на комплексную плоскость корней. Вершины данного многогранника образованы минимальными и максимальными значениями интервальных параметров системы. Использование свойств отображения этих вершин значительно облегчает решение задач анализа и синтеза ИС.

Для оценки результатов синтеза регуляторов ИС желательно перейти от корневых показателей качества к прямым показателям, определяемым по графикам переходных процессов. В частности, для реальных систем управления важным показателем является перерегулирование. Основным фактором, влияющим на него, является взаимное расположение областей локализации полюсов и нулей передаточной функции ИС.

Важным с практической точки зрения является доведение разрабатываемых алгоритмов анализа и синтеза до программной реализации на ЭВМ, позволяющей проектировщику быстро и эффективно исследовать ИС. Для этого может быть использована программная среда Matlab, которая широко применяется при решении задач теории управления, включая ее робастное расширение.

Целью работы является разработка методик анализа и синтеза систем автоматического управления с интервальной и аффинной неопределенностями с применением робастного расширения корневого метода для решения следующих задач:

1. формирование набора вершинных характеристических полиномов, позволяющих проводить анализ робастного качества ИС с интервальной неопределенностью;
2. формирование граничного реберного маршрута для анализа робастного качества ИС с аффинной неопределенностью;
3. разработка методик интервально-параметрического синтеза П-, ПИ-регуляторов для ИС с интервальной неопределенностью на основе желаемого расположения областей локализации полюсов системы;
4. разработка методики интервально-параметрического синтеза ПИД-регулятора, обеспечивающего апериодический вид переходного процесса в ИС с интервальной неопределенностью на основе желаемого расположения областей локализации полюсов системы;

5. разработка методики коррекции желаемой области локализации полюсов ИС для обеспечения требуемых прямых показателей качества системы на основе заданных областей расположения нулей ИС.

Методы исследования. При решении поставленных задач применялись разделы интервальной математики, теория устойчивости и робастное расширение метода корневого годографа. Для экспериментальных исследований синтезируемых систем, свойств интервальных полиномов, моделей управления и режимов их работы использовалась среда Matlab.

Научную новизну работы определяют:

1. методики анализа робастного качества ИС с интервальной и аффинной неопределенностями на основе выбора вершинных характеристических полиномов;
2. методики интервально-параметрического синтеза П- и ПИ- регуляторов, обеспечивающих гарантированные корневые показатели качества ИС при любых значениях ее интервальных параметров;
3. методики интервально-параметрического синтеза ПИД-регулятора обеспечивающего апериодический вид переходного процесса при любых значениях интервальных параметров ИС;
4. методики коррекции желаемой области расположения полюсов ИС с учетом расположения нулей для обеспечения гарантированных прямых показателей качества системы.

Практическую ценность работы составляют:

1. разработанные в среде Matlab на основе полученных алгоритмов прикладные программы анализа робастного качества ИС;
2. разработанные в среде Matlab на основе полученных алгоритмов прикладные программы параметрического синтеза линейных П-, ПИ-, ПИД-регуляторов для ИС, гарантирующих робастное качество управления;
3. разработанный пакет прикладных программ RASIS, рассчитанный на инженерный уровень использования, что делает его доступным средством для решения практических задач управления в ИС, а также обучения студентов соответствующих специальностей;
4. установленное взаимное влияние нулей и полюсов ИС на ее перерегулирование и возможность получения его заданного значения на основе коррекции области расположения полюсов ИС.

Внедрение работы. Результаты исследований и разработок, описанных в диссертационной работе, использованы в учебном процессе кафедры автоматики и компьютерных систем Томского политехнического университета при выполнении студентами курсового и дипломного проектирования.

На основе разработанных в диссертации методик выполнено проектирование системы автоматического регулирования уровнем жидкости в барабане котлоагрегата ДКВР-10-13 в МП УК «ЖКХ Самусь» (г. Томск).

Практическое использование результатов диссертационных исследований подтверждается соответствующими актами о внедрении.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

1. III, V и VI Всероссийских научно-практических конференций студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии», г. Томск, 2005-2008 гг.;
2. XI, XII и XIII Международных научно-практических конференций студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные техника и технологии», г. Томск, 2005-2007 гг.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 10 работ, включая 4 статьи в журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 118 наименований, содержит 131 печатную страницу основного текста, 59 рисунков и 6 таблиц.

На защиту выносятся следующие положения:

1. правило формирования набора вершинных характеристических полиномов, определяющих локализацию полюсов ИС с интервальной неопределенностью в заданном секторе;
2. правило формирования набора вершинных характеристических полиномов, определяющих локализацию полюсов ИС с интервальной неопределенностью в заданном усеченном секторе;
3. правило формирования реберного маршрута ИС с аффинной неопределенностью, позволяющего проводить анализ робастного качества системы;
4. методики интервально-параметрического синтеза П-, ПИ- регуляторов, обеспечивающих гарантированные корневые показатели качества ИС при любых значениях ее интервальных параметров;
5. методика интервально-параметрического синтеза ПИД-регулятора, обеспечивающего апериодический вид переходного процесса при любых значениях интервальных параметров ИС;
6. методика коррекции желаемой области расположения полюсов ИС с учетом расположения нулей для обеспечения гарантированных прямых показателей качества системы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении на основе обзора современного состояния теории автоматического управления раскрыта актуальность решения задач анализа робастного качества (определения минимальной степени устойчивости и максимальной колебательности) систем с интервально-неопределенными параметрами и задач параметрического синтеза линейных регуляторов, обеспечивающих гарантированные показатели качества функционирования ИС. Рассмотрено четыре известных типа неопределенностей характеристического полинома ИС: интервальная, аффинная, полилинейная и полиномиальная. Дальнейшие исследования в работе проводятся для ИС с двумя типами неопределенности: интервальной и аффинной, учитывая, что если ИС имеет другие типы неопределенности, то их можно привести к аффинной или интервальной на основе правил интервальной математики.

Проведен обзор существующих методов анализа и синтеза ИС для интервальной и аффинной неопределенностей, определены их достоинства и недостатки. Для дальнейшего исследования ИС обоснованно выбран корневой подход. Описаны области локализации корней интервального характеристического полинома (ИХП), соответствующие желаемым робастным показателям качества (рисунок 1). На рисунке 1а желаемая область Γ ограничена лучами OA и OC , задающими максимально допустимую колебательность ИС. На рисунке 1б область Γ ограничена ломаной линией $ABCD$, задающей кроме максимально допустимой колебательности также и минимально допустимую степень устойчивости ИС. Представляет интерес также расположение корней ИХП, при котором гарантируется аperiodический характер переходного процесса ИС. Для этого необходимо на рисунке 1б правее области Γ иметь отрезок на вещественной оси, где должен локализовываться доминирующий вещественный полюс ИС.

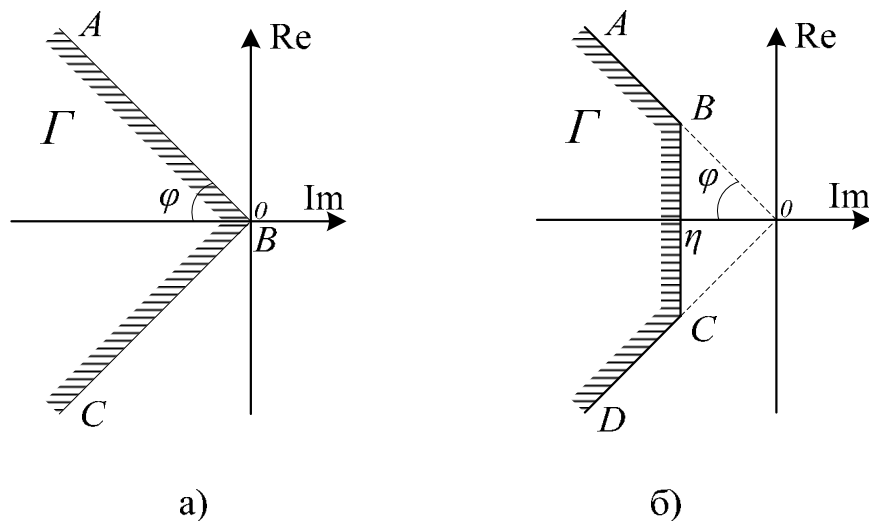


Рисунок 1 – Желаемые области расположения полюсов интервальной системы

Во введении также рассмотрены существующие прикладные программные пакеты для решения поставленных задач на ЭВМ.

В первой главе рассматривается отображение параметрического многогранника интервального полинома на корневую плоскость. Вводятся основные понятия и обозначения, применяемые при указанном отображении. Так, образами ребер R_j^i многогранника являются реберные ветви RS_j^i , а образами его вершин V_i – корневые узлы U_i (рисунок 2). Результатом такого отображения является многопараметрический интервальный корневой годограф.

Показано, что корневые показатели качества для неопределенности интервального типа определяются вершинами ИХП, а для неопределенности аффинного типа – его ребрами.

Сделан вывод о том, что реберные ветви многопараметрического интервального корневой годографа могут входить в состав границы области локализации корня как полностью, так и частично, причем в последнем случае они пересекаются в особых корневых узлах U^* . Определены условия, позволяющие заранее знать о возможности наличия U^* на границах областей локализации полюсов ИС. Данное свойство границ необходимо учитывать при нахождении реберного маршрута параметрического многогранника (набора ребер, образы которых формируют границы корневых областей).

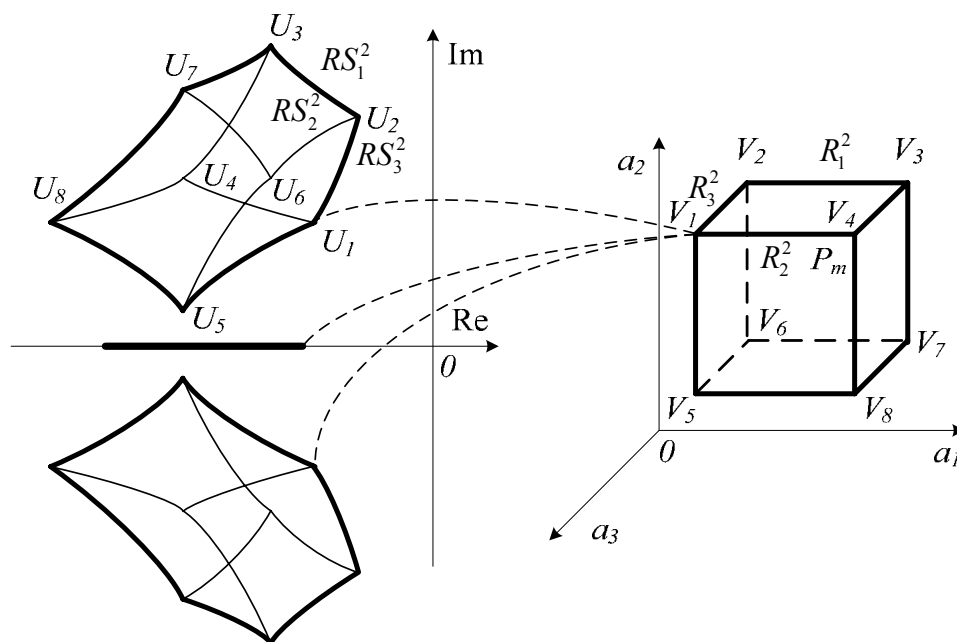


Рисунок 2 – Отображение интервального характеристического полинома

Установлено, что в случае интервальной неопределенности U^* располагаются на особых лучах, проведенных во втором квадранте из начала координат корневой плоскости под углами $\varphi = \pi - \frac{\pi}{|i-j|}$, $|i-j| = 3, 4, 5, \dots$, где i, j –

индексы интервальных коэффициентов ИХП, образующих соответствующую грань параметрического многогранника (рисунок 3).

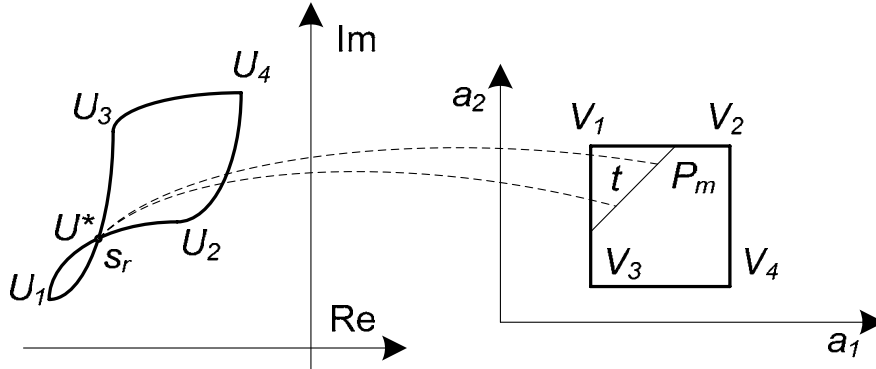


Рисунок 3 – Отображение грани параметрического многогранника с особой прямой

Для случая аффинной неопределенности приведена методика проверки плоскостей граней параметрического многогранника на наличие U^* . Она основана на решении системы уравнений, образованных из вещественных и мнимых частей полиномов при интервальных параметрах ИС.

Во второй главе определяются условия принадлежности корневого узла границе области локализации полюсов ИС. Для этого введены в рассмотрение углы выхода RS_i^q из комплексного узла U_q , которые обозначены через Θ_i^q . Их можно найти из уравнения фаз, записанного для узла U_q . Если вершинный ИХП $D_q(s)$ в общем случае имеет степень n , а полином $A_i(s)$ при интервальном параметре T_i степень z , тогда Θ_i^q при увеличении ΔT_i находится по формуле

$$\Theta_i^q = 180^\circ - \sum_{k=1}^n \Theta_k + \sum_{l=1}^z \Theta_l^i, \text{ а при уменьшении } \Delta T_i: \Theta_i^q = -\sum_{k=1}^n \Theta_k + \sum_{l=1}^z \Theta_l^i, \text{ где } \Theta_k \text{ и } \Theta_l^i$$

- углы между вещественной осью и векторами, направленными из узла U_q соответственно к k -ому полюсу и к l -ому нулю функции $W_i^q(\Delta T_i, s) = \frac{\Delta T_i \cdot A_i(s)}{D_q(s)}$.

Если расположить все углы выхода из вершины q в порядке возрастания, то условие принадлежности корневого узла границе имеет вид $|\Theta_m - \Theta_1| < 180^\circ$.

Показано, что для нахождения реберного маршрута параметрического многогранника ИС с рассматриваемыми типами неопределенностей следует определить углы выхода всех реберных ветвей интервального корневого годографа из любого граничного корневого узла. При этом установлено, что если в области отображения параметрического многогранника нет U^* , то последовательность реберных ветвей, ограничивающих область локализации

комплексного корня, будет соответствовать последовательности их углов выхода (в порядке убывания или возрастания) из граничного корневого узла. В этом случае реберный маршрут определяется последовательным соединением соответствующих ребер параметрического многогранника.

Если в области отображения какой-либо грани параметрического многогранника возможно наличие особых корневых узлов U^* , то при движении по реберному маршруту необходимо полностью отображать все ребра этой грани. В этом случае реберный маршрут определяется последовательно-параллельным соединением соответствующих ребер параметрического многогранника. Показано, что реберный маршрут является единственным для построения областей локализации всех корней ИС.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что, по сравнению с реберной теоремой, требующей отображения всех ребер параметрического многогранника, применение разработанных алгоритмов нахождения реберных маршрутов значительно упрощает задачу анализа и синтеза робастных систем.

Рассмотрен частный случай определения областей локализации полюсов ИС с аффинной неопределенностью, когда ИХП имеет вид: $D(s) = B(s) + \sum_{i=0}^m (T_i A_i(s))$,

где $B(s) = \sum_{j=0}^k (b_j s^j)$, $A_i(s) = \sum_{j=0}^1 (a_{i,j} s^j)$, $T_{i\min} < T_i < T_{i\max}$. В этом случае нули

передаточной функции $W_i^q(\Delta T_i, s) = \frac{\Delta T_i \cdot A_i(s)}{D_q(s)}$ будут располагаться на вещественной оси (рисунок 4).

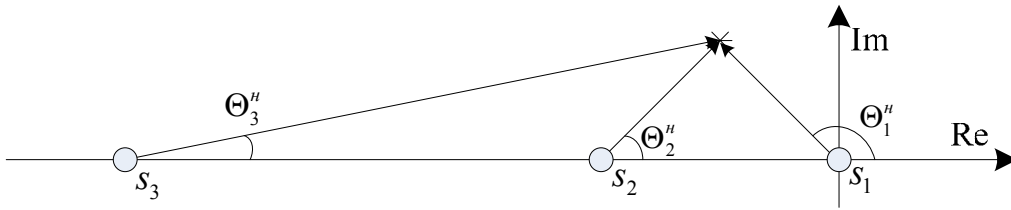


Рисунок 4 – Расположение нулей ИХП с аффинной неопределенностью

Доказано, что если нули образуют последовательность $s_1 > s_2 > \dots > s_n$, то ей будет соответствовать последовательность углов выхода $\Theta_1^i > \Theta_2^i > \dots > \Theta_n^i$ реберных ветвей из вершины q при изменениях интервальных параметров $T_1, T_2, \dots, T_n$. Данная последовательность пределов интервальных параметров будет соответствовать граничной вершине. Для нахождения всего набора граничных вершин разработана методика, основанная на построении векторной круговой диаграммы по формулам: $\Theta_i^q = \pi + \sum_{l=1}^z \Theta_l^i$ при увеличении ΔT_i и

$\Theta_i^q = \sum_{l=1}^z \Theta_l^i$ при уменьшении ΔT_i . При этом диаграмма строится для всех возможных наборов интервальных параметров. Пример такой диаграммы приведен на рисунке 5, а соответствующий ему реберный маршрут может быть сформирован по граничным вершинам, представленным в таблице 1.

Определяя из диаграммы все наборы из m векторов, лежащие в угле 180° , можно получить $2m$ граничных вершин, задающих минимальный реберный маршрут для ИС.

В результате проведенных исследований установлено, что для анализа робастного качества ИС с аффинным типом ИХП достаточно отобразить минимальный граничный реберный маршрут на корневую плоскость и по его отображению определить корневые оценки качества ИС.

Далее показано, что в случае интервальной неопределенности для анализа робастного качества ИХП достаточно рассматривать корневые оценки качества ИС только в вершинных полиномах параметрического многогранника, отображающихся на границу областей локализации. Для этого разработано правило формирования искомого набора вершин на основе построения векторных круговых диаграмм по следующим формулам: $\Theta_i^q = \pi + i\Theta_0$ при увеличении a_i и $\Theta_i^q = i\Theta_0$ при уменьшении a_i , где Θ_0 – угол между вещественной осью и вектором, направленным из U_q к i нулям, имеющим одинаковые координаты $(0; j0)$.

Таблица 1 – Набор граничных вершин

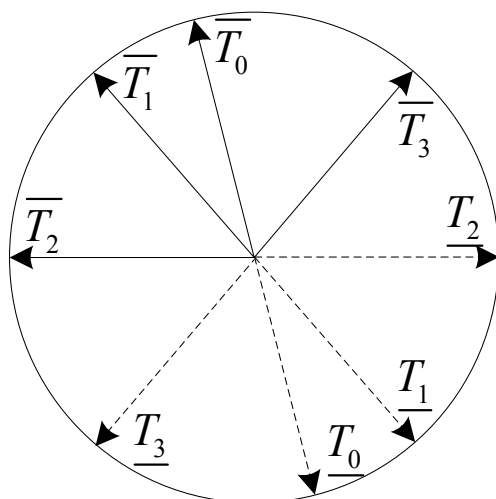


Рисунок 5 – Круговая векторная диаграмма

Номер вершины	Координаты вершины			
	T_0	T_1	T_2	T_3
1.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
2.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
3.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
4.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
5.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
6.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
7.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$
8.	$\overline{T_0}$	$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$

Установлено, что при определении полного набора проверочных вершинных полиномов следует учитывать, что реберные ветви могут входить в состав границ корневых областей как полностью, так и частично, пересекаясь в определенных точках. Поэтому векторные диаграммы необходимо строить для всех секторов, располагающихся между особыми лучами, выходящих под углами $\varphi = \pi - \frac{\pi}{n-k}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n-2$, на которых возможно наличие точек пересечения реберных ветвей.

Приведены примеры, иллюстрирующие нахождение реберных маршрутов и определение робастного качества для систем с интервальной и аффинной неопределенностями, которые наглядно иллюстрируют работоспособность и эффективность разработанных методик анализа относительной робастной устойчивости ИС.

В третьей главе для ИС, структура которой показана на рисунке 6, разработаны методики параметрического синтеза типовых линейных регуляторов (П, ПИ и ПИД), гарантирующих в системе робастные показатели качества.

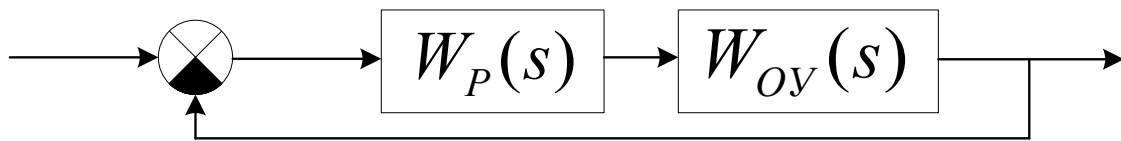


Рисунок 6 – Структура интервальной системы

Интервальный объект управления имеет передаточную функцию $W_{io}(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$, где $A(s) = \sum_{i=0}^m (a_i s^i)$, $B(s) = \sum_{j=0}^n b_j \cdot s^j$, $\underline{b_j} \leq b_j \leq \overline{b_j}$.

Для П-регулятора с передаточной функцией $W_D(s) = K$ разработан алгоритм определения интервалов параметра K , при котором все полюсы ИС располагаются в заданной области Γ , представленной на рисунке 1б. Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Приведение ИХП ИС к виду $f(p) = \Phi(p) + K\Psi(p) = 0$, где $\Phi(s) = \sum_{i=0}^n (a_i s^i)$, $\Psi(p) = s^m$, $0 \leq m \leq n$, K – варьируемый параметр регулятора.
2. Определение возможных граничных вершин ИХП P_m , отображающихся на границу области Γ (вида, показанного на рисунке 1а или 1б).
3. Определение для каждой найденной вершины значений варьируемого параметра K , при которых соответствующая ветвь корневого годографа пересекает границу Γ .
4. Определение для каждой граничной вершины интервалов K , для которых ветви корневого годографа будут находиться внутри области Γ .

5. Определение пересечения найденных интервалов K , при которых корни полинома располагаются в заданной области Γ .

Для реализации второго этапа следует воспользоваться разработанной методикой определения набора граничных вершин на основе построения векторных круговых диаграмм.

При выполнении третьего этапа решения поставленной задачи предлагается использовать уравнение корневого годографа Теодорчика-Эванса (КГТЭ):

$$F(\delta, \omega)P(\delta, \omega) - E(\delta, \omega)R(\delta, \omega) = 0 \quad (1)$$

где $E(\delta, \omega) = \operatorname{Re}(\Phi(p))$, $F(\delta, \omega) = \operatorname{Im}(\Phi(p))$,

$P(\delta, \omega) = \operatorname{Re}(\Psi(p))$, $R(\delta, \omega) = \operatorname{Im}(\Psi(p))$,

δ и ω – вещественные и мнимые части корня, принадлежащего КГТЭ.

В результате подстановки в (1) уравнения границ Γ и координаты проверочной граничной вершины, определяются значения ω , при которых происходит пересечение реберной ветви с границей Γ .

Для дальнейшего нахождения значений K необходимо воспользоваться выражением:

$$K = \frac{E(\delta, \omega) \cdot P(\delta, \omega) + F(\delta, \omega) \cdot R(\delta, \omega)}{P^2(\delta, \omega) + R^2(\delta, \omega)}. \quad (2)$$

В результате подстановки в (2) ранее полученных действительных значений ω определяются значения K , при которых происходит пересечение реберной ветви с границей области Γ . Данная процедура повторяется для всех граничных вершин.

На четвертом этапе подстановкой значений K из найденных интервалов определяются интервалы K , при которых корни полинома лежат внутри Γ .

На пятом этапе методом пересечения находятся интервалы K , удовлетворяющие каждой из возможных граничных вершин.

Если в результате синтеза ПИ-регулятора не обеспечивается требуемое робастное качество ИС, то следует выбрать ПИ-регулятор с передаточной функцией $W_D(s) = \frac{K_I s + K_E}{s}$, где K_I , K_E – настройки регулятора.

Параметрический синтез ПИ-регулятора проводится на основе ИХП вида

$$(K_E + K_I \cdot s) \cdot A(s) + s \cdot B(s) = 0, \quad (3)$$

Уравнение (3) приводится к виду $\sum_{i=0}^k c_i \cdot s^i = 0$, где коэффициенты c_i являются функциями интервальных параметров объекта управления и настроек регулятора. При этом предел коэффициента c_i соответствует пределу коэффициента b_{i-1} . Параметрический синтез ПИ-регулятора основан на следующем доказанном утверждении.

Утверждение 1. Если интервальные коэффициенты полинома заданы чередующимися пределами $\underline{c}_0 \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{c}_3 \dots$, начиная с максимального для c_0 , то данный набор коэффициентов определяет вещественный корень, углы выхода корневых годографов из которого по всем интервальным коэффициентам составляют 180° .

Данное утверждение определяет вершину, задающую правую границу области Γ на рисунке 1б. Образом этой вершины является вещественный корень $s^* = \alpha^*$, определяющий минимальную степень устойчивости ИС. Его значение α^* , а также соответствующие ему значения чередующихся пределов коэффициентов b_i подставляются в полином (3) и $K_{\dot{E}}$ выражается через K_I . В результате преобразований получается характеристическое уравнение $(K_{\dot{E}}(K_I, \alpha^*, b_j) + K_I \cdot s) \cdot A(s) + s \cdot B(s) = 0$ с одним варьируемым коэффициентом K_I .

Дальнейший параметрический синтез ПИ-регулятора предполагает определение интервала K_I по разработанной методике синтеза параметра П-регулятора. Из найденного интервала K_I необходимо выбрать его числовое значение и, подставив его в выражение $K_{\dot{E}} = f(K_I, \alpha^*, b_j)$, найти второй искомый параметр ПИ-регулятора.

Параметрический синтез ПИД-регулятора с передаточной функцией $W_D(s) = \frac{K_I s + K_{\dot{E}} + K_{\ddot{A}} s^2}{s}$, где K_I , $K_{\dot{E}}$, $K_{\ddot{A}}$ - настройки регулятора, обеспечивающие апериодический вид переходного процесса ИС, проводится на основе ИХП вида

$$(K_{\dot{E}} + K_I \cdot s + K_{\ddot{A}} \cdot s^2) \cdot A(s) + s \cdot B(s) = 0. \quad (4)$$

ПИД-регулятор должен гарантировать расположение корней ИХП в области Γ , показанной на рисунке 7. Она характеризуется доминантным расположением отрезка вещественного корня и локализацией остальных корней в желаемой области.

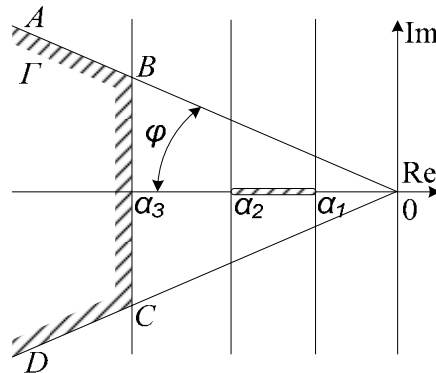


Рисунок 7 – Желаемая область расположения полюсов интервальной системы

Уравнение (4) приводится к виду $\sum_{i=0}^k c_i \cdot s^i = 0$. Синтез параметров ПИД-регулятора основан на следующем доказанном утверждении.

Утверждение 2. Если интервальные коэффициенты уравнения $\sum_{i=0}^k c_i \cdot s^i = 0$ заданы чередующимися пределами $\underline{\tilde{n}}_0 \overline{\tilde{n}}_1 \underline{\tilde{n}}_2 \overline{\tilde{n}}_3 \dots$, начиная с минимального для c_0 , то данный набор коэффициентов определяет вещественный корень, углы выхода корневых годографов из которого по всем интервальным коэффициентам составляют 0° .

Данное утверждение вместе с утверждением 1 определяют вершины, отображающиеся на границы отрезка $[\alpha_1; \alpha_2]$ (рисунок 7) вещественного корня. В результате подстановки в (4) корней $s^* = \alpha_1$ и $s^{**} = \alpha_2$ и соответствующих им чередующихся пределов $\tilde{b}_i$ находятся выражения для параметра $K_{\tilde{E}}$ регулятора, из которых после несложных преобразований определяются зависимости параметров $K_{\tilde{E}}$ от $K_{\tilde{A}}$ и $K_{\tilde{E}}$ от K_I . В результате получается характеристическое уравнение $(K_{\tilde{E}}(K_{\tilde{A}}, \alpha^*, \alpha^{**}, \tilde{b}_i) + K_I(K_{\tilde{A}}, \alpha^*, \alpha^{**}, \tilde{b}_i) \cdot s + K_{\tilde{A}} \cdot s^2) \cdot A(s) + s \cdot B(s) = 0$, где $\tilde{b}_i$ – граничные значения коэффициентов полинома $B(s)$. Оно зависит только от одного варьируемого коэффициента $K_{\tilde{A}}$.

Дальнейший параметрический синтез ПИД-регулятора предполагает определение интервала $K_{\tilde{A}}$ по разработанной методике синтеза параметра П-регулятора для заданной области Γ . Из найденного интервала $K_{\tilde{A}}$ выбирается его числовое значение и на основании выражений $K_I = f(K_{\tilde{A}}, \alpha^*, \alpha^{**}, \tilde{b}_i)$ и $K_{\tilde{E}} = f(K_{\tilde{A}}, \alpha^*, \alpha^{**}, \tilde{b}_i)$ находятся остальные искомые параметры $K_{\tilde{E}}$ и K_I ПИД-регулятора.

В главе 3 также проведены исследования влияния нулей передаточной функции ИС на такой прямой показатель качества, как перерегулирование. Перерегулирование системы автоматического управления зависит от локализации полюсов ИС и расположения ее нулей. В результате экспериментальных расчетов установлено, что наихудшие показатели перерегулирования при неизменных значениях полюсов будут при нулях, приближающихся к началу координат комплексной плоскости. При их удалении от начала координат перерегулирование будет уменьшаться.

После параметрического синтеза линейного регулятора для учета взаимного влияния нулей и полюсов ИС предлагается проводить проверку качества замкнутой ИС и, если это необходимо, вносить изменения в желаемую область Γ . Для реализации этой процедуры разработана методика, основанная на построении линий уровня, характеризующих перерегулирование системы автоматического регулирования в зависимости от изменения положений

доминирующей пары комплексных полюсов при заданных нулях и фиксированных остальных полюсах в точках с минимальной степенью устойчивости и максимальной колебательностью.

В главе также приведены числовые примеры интервально-параметрического синтеза линейных П-, ПИ- и ПИД-регуляторов, построения областей локализации полюсов ИС с синтезированными регуляторами и соответствующие им переходные процессы. Примеры наглядно иллюстрируют работоспособность и эффективность разработанных методик синтеза линейных регуляторов различных типов, обеспечивающих гарантированное робастное качество ИС.

В четвертой главе приведено описание программной среды MATLAB и предложено математическое представление границ интервальных параметров ИС для решения рассматриваемых задач на ЭВМ. В результате программной реализации разработанных алгоритмов анализа и синтеза ИС разработан пакет прикладных программ Robust Analysis and Syntheses of the Interval Systems (RASIS), содержащий общие модули, а также модули для анализа и синтеза ИС в среде MATLAB.

Использование RASIS позволяет проектировщику производить следующие виды исследований ИС.

Анализ показателей качества систем с интервальными параметрами:

- 1) анализ принадлежности корней ИХП заданному сектору;
 - 2) анализ принадлежности корней ИХП заданному усеченному сектору;
 - 3) определение максимальной колебательности и минимальной степени устойчивости интервальной САУ;
 - 4) построение переходных процессов интервальной САУ;
 - 5) построение многопараметрического интервального корневого годографа,
- Параметрический синтез линейных регуляторов ИС:

- 1) определение максимальных интервалов варьируемого коэффициента, обеспечивающих секторную устойчивость ИХП;
- 2) интервально-параметрический синтез П-регулятора;
- 3) интервально-параметрический синтез ПИ-регулятора;
- 4) интервально-параметрический синтез ПИД-регулятора.

Пакет прикладных программ RASIS имеет удобный и универсальный командный интерфейс, позволяющий инженеру-проектировщику в диалоговом интерактивном режиме проводить необходимые исследования ИС. Работоспособность пакета RASIS проверена на числовых примерах при анализе ИС и интервально-параметрическом синтезе для нее различных типов линейных регуляторов. Пример анализа робастного качества интервальной системы с использованием RASIS показан на рисунке 8.

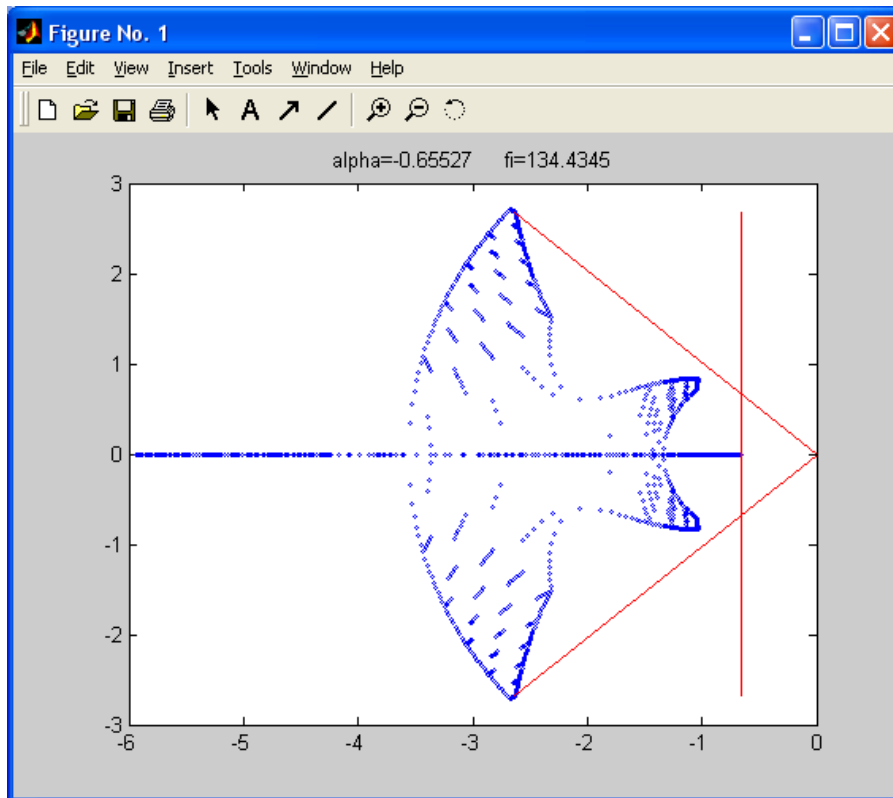


Рисунок 8 – Определение робастного качества ИС

В пятой главе рассматривается применение разработанных методик анализа ИС и синтеза линейного ПИД-регулятора системы автоматического управления уровнем жидкости в барабане котлоагрегата ДКВР-10-13 ГМ. Приведено описание физических процессов котлоагрегата, на основании которого построена математическая модель, представленная на рисунке 9, где $K_{\bar{a}} = 0,5$, $T_{\bar{a}} = 10$, $T_i = 2$, $K_K = 1$, $T_K = 188,4$, $K_f = 5$, $T_f = 50$, $W_{I\bar{E}\bar{A}}(s) = \frac{K_I \cdot s + K_{\bar{E}} + K_{\bar{A}} \cdot s^2}{s}$.

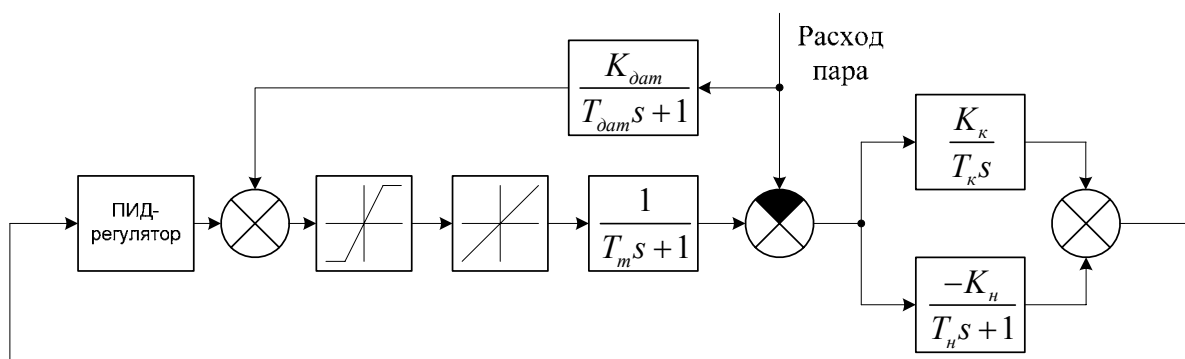


Рисунок 9 – Структура системы автоматического управления уровнем жидкости в барабане котлоагрегата ДКВР-10-13 ГМ

Объект управления имеет следующие интервальные параметры:

- T_e – постоянная времени барабана котлоагрегата (может увеличиться на 1% из-за появления накипи и нагара на стенках барабана котлоагрегата);
- K_i, T_i – соответственно скорость «набухания» и постоянная времени «набухания» (могут изменяться на 20%);
- T_d – постоянная времени трубопровода (может увеличиться на 5%).

Автоматическая система регулирования питания барабанного котла должна обеспечить удержание уровня воды в допустимых пределах:

1. при отсутствии резких возмущений по нагрузке максимально допустимые отклонения по уровню не должны превышать ± 20 мм;
2. при скачкообразном возмущении по нагрузке на 10% максимально допустимые отклонения по уровню не должны превышать ± 50 мм;
3. при нормальном стационарном режиме работы котла число включений регулятора не должно превышать шести в минуту.

В результате преобразований получена структурная схема линейной ИС автоматического управления уровнем воды в барабане котлоагрегата, показанная на рисунке 10, где приведенный объект управления имеет следующие интервальные параметры: $a_3 = [15072; 23975, 78]$, $a_2 = [7912, 8; 11816, 64]$, $a_1 = [188, 4; 190, 28]$.

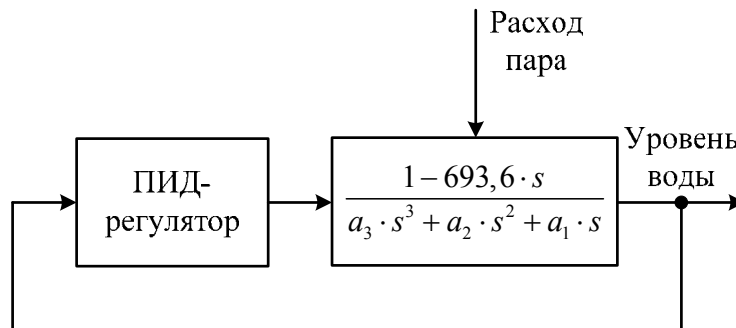


Рисунок 10 – Приведенная структурная схема интервальной системы

В разработанном ППП RASIS был проведен синтез параметров ПИД-регулятора для локализации полюсов рассматриваемой системы в области Γ , показанной на рисунке 7 с $\alpha_1 = -0,001$, $\alpha_2 = -0,0012$, $\alpha_3 = -0,0013$ и $\varphi = 45^\circ$. В результате были получены следующие настройки ПИД-регулятора: $K_I = 0,175$, $K_E = 0,0001$, $K_A = 5,87$. Командное окно Matlab с фрагментом выполнения процедуры синтеза ПИД-регулятора для рассматриваемой системы показано на рисунке 11.

```

Command Window
To get started, select MATLAB Help or Demos from the Help menu.
Рассмотрим интервал от 218.2432 до Inf - возьмем точку 219.2432
Корни при этой точке:
    12.1923
     0.0014
    -0.0013
    -0.0010

        0    13.1404

Минимальное значение Td = 5.8658
Максимальное значение Td = 7.3446
Варианты настроек регулятора:
Td=5.8658   Kp=0.1750   Ti=0.0001
Td=6.6052   Kp=0.1767   Ti=0.0001
Td=7.3446   Kp=0.1783   Ti=0.0001
Определим особые лучи:
135.00 180.00
Определим возможные крайние вершины для заданного угла устойчивости
(45.00 градусов (0.79 радиан)) :
1101
1001

```

Рисунок 11 – Процесс синтеза ПИД-регулятора в ППП RASIS

Проведен анализ системы с полученными настройками ПИД-регулятора путем построения переходных процессов в граничных вершинах параметрического многогранника ($\underline{a_3 a_2 a_0}$, $\overline{a_3 a_2 a_0}$, $\underline{a_3 a_2 a_0}$, $\overline{a_3 a_2 a_0}$, $\underline{a_3 a_2 a_0}$, $\overline{a_3 a_2 a_0}$) (рисунок 12).

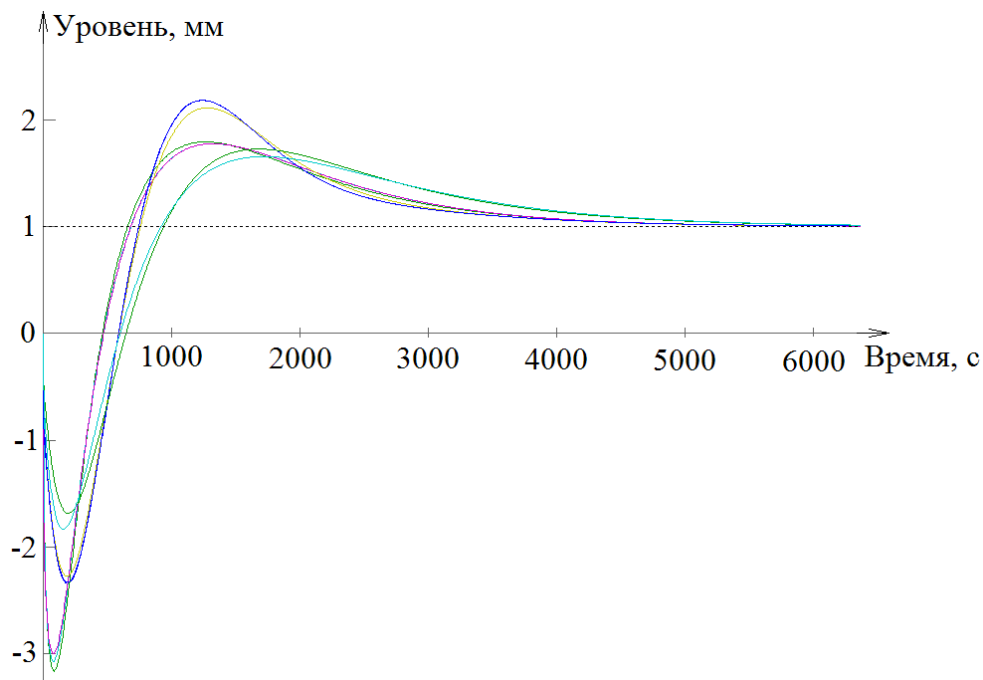


Рисунок 12 – Переходные процессы САУ в граничных вершинах параметрического многогранника системы

Из рисунка видно, что все переходные процессы замкнутой системы автоматического управления имеют аperiодический вид с заданными

показателями качества, а именно при скачкообразном изменении нагрузки (расхода пара) на 10% от максимально допустимого, отклонения уровня регулируемой величины (воды в барабане котлоагрегата) не превышают ± 5 мм.

В заключении приведены основные результаты диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Представленная диссертационная работа описывает результаты исследований, направленных на разработку алгоритмов анализа и параметрического синтеза линейных регуляторов систем управления с интервальными параметрами. Сформулируем основные результаты диссертации.

1) На основе свойств отображения параметрического многогранника ИС на корневую плоскость разработаны методики определения его граничных вершинных характеристических полиномов и граничного реберного маршрута;

2) На основе определения вершинных характеристических полиномов для ИС с интервальной и аффинной неопределенностями разработаны методики анализа робастного качества системы;

3) На основе полученных фазовых соотношений для граничных узлов областей локализации полюсов ИС с интервальной неопределенностью разработаны:

- методика интервально-параметрического синтеза П-, ПИ-регуляторов, обеспечивающих гарантированное робастное качество ИС при любых значениях ее интервальных параметров на основе желаемого расположения областей локализации полюсов ИС;
- методика интервально-параметрического синтеза ПИД-регулятора, гарантирующего апериодический вид переходного процесса в ИС на основе желаемого расположения областей локализации полюсов ИС.

4) Разработана методика коррекции области расположения полюсов ИС с учетом нулей ИС для обеспечения гарантированного перерегулирования в системе.

5) В среде MATLAB разработан пакет прикладных программ RASIS, позволяющий проектировщику в интерактивном режиме проводить анализ робастного качества и интервально-параметрический синтез линейных П-, ПИ-, ПИД-регуляторов для систем с интервальными параметрами.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Суходоев, М.С.** Анализ и синтез робастных систем автоматического управления в среде Matlab // М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский, С.В. Замятин // Известия Томского политехнического университета, 2008. – т.312 – № 5. – С.61–65.

2. **Суходоев, М.С.** Интервально-параметрический синтез робастной системы с гарантированной секторной устойчивостью. / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 27 февраля – 1 марта 2007. – Томск: ТПУ, 2007. – С.333–334.
3. **Суходоев, М.С.** Интервально-параметрический синтез робастной системы с гарантированными корневыми показателями качества. / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский // Современные техника и технологии: Труды XIII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых - Томск, 26–30 марта 2007. – Томск: ТПУ, 2007. – С.447–449.
4. **Суходоев М.С.** Исследование интервальных полиномов на основе свойств критерия Рауса. / М.С. Суходоев, С.В. Замятин, С.В. Ефимов // Современные техника и технологии: Труды XII Международной научно-практической конференции студентов и молодых ученых, – Томск, 27–31 марта 2006. – Томск: ТПУ, 2006. – С.61–63.
5. **Суходоев, М.С.** Определение желаемой области расположения доминирующих полюсов замкнутой системы с учетом ее нулей / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский // Известия Томского политехнического университета, 2007. – т.311 – № 5. – С. 57–61.
6. **Суходоев М.С.** Пакет прикладных программ для анализа и синтеза интервальных систем // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых – Томск, 26–28 февраля 2008. – Томск: СПб Графикс, 2008. – С.377–378.
7. **Суходоев, М.С.** Параметрический синтез линейного регулятора интервальной системы с гарантированными корневыми показателями качества / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский, С.В. Замятин // Известия Томского политехнического университета, 2007. – т.311 – № 5. – С.10–13.
8. **Суходоев М.С.** Размещение областей локализации доминирующих полюсов интервальной системы автоматического управления в заданном усеченном секторе / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский, С.В. Замятин // Известия Томского политехнического университета, 2007. – т.311 – № 5. – С.5–9.
9. **Суходоев, М.С.** Условия робастной устойчивости интервального полинома. / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов III Всероссийской научно-практической конференции студентов. Томск, 15–17 февраля 2005 г. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – С.216–217.
10. **Суходоев, М.С.** Условия робастной устойчивости полинома с аффинной неопределенностью. / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский // – С.266–268.