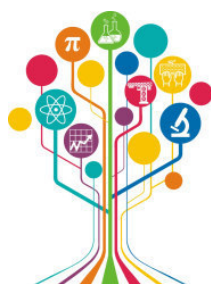


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов

XVIII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

27–30 апреля 2021 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

Volume 3. Mathematics

Abstracts

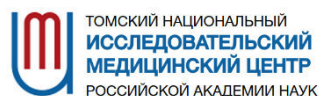
XVIII International Conference of students, graduate students
and young scientists

April 27–30, 2021



Национальный
исследовательский

Томский
государственный
университет



Томск 2021

УДК 501:004(063)
ББК 72:32.81л0
П27

Перспективы развития фундаментальных наук : сборник трудов XVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск, 27–30 апреля 2021 г.). В 7 томах. Том 3. Математика / под ред. И.А. Курзиной, Г.А. Вороновой. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2021. – 102 с.

ISBN 978-5-4387-1013-4 (т. 3)
ISBN 978-5-4387-1010-3

Сборник содержит труды участников XVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук», представленные на секции «Математика».

Предназначен для студентов, аспирантов, молодых ученых и преподавателей, специализирующихся в области математического моделирования и анализа данных, математических методов в физике, химии, биофизике, биологии, экономике, медицине, психологии, математической логики и приложений, вычислительной математики, а также дифференциальных уравнений.

УДК 501:004(063)
ББК 72:32.81л0

Редакционная коллегия

И. А. Курзина, доктор физико-математических наук, доцент;
Г. А. Воронова, кандидат химических наук, доцент;
С. А. Поробова.

ISBN 978-5-4387-1013-4 (т. 3)
ISBN 978-5-4387-1010-3

© ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2021



Группа Компаний ЭФКО – одна из крупнейших компаний пищевой промышленности России, вертикально-интегрированный производитель жиров специального назначения, используемых в кондитерской, хлебопекарной и других отраслях пищевой промышленности, и крупнейший переработчик отечественных маслосемян. «ЭФКО» – ведущий экспортер подсолнечного масла; продукция компании поставляется в 50 стран мира. «ЭФКО» – производитель продуктов питания – майонезов, растительных масел, кетчупов и соусов, йогуртов и молока в России, под такими широко известными брендами, как «Слобода», Altero и Violio.

Главная опора в развитии компании – это инновации. Нам интересны следующие технологические направления:

- Биотехнологии масел и жиров
- Переработка масличных
- Растительное мясо
- Сахарозаменители (редкие сахара, сладкие белки)
- Ферментация шрота
- Эффективное молочное животноводство



Инновации – философия бизнеса ГК «ЭФКО»

Основная инновационная активность развивается в следующих ключевых компаниях Группы:



Ключевой центр исследований и разработок (R&D) ГК «ЭФКО»; он оснащен высокотехнологичным оборудованием, позволяющим проводить полный цикл исследований: от лабораторных до промышленных. На территории создана инфраструктура для обучения, комфортного проживания и досуга (научно-образовательный центр, рестораны, горнолыжный комплекс, детский сад и школа для детей сотрудников)



Центр поиска новых идей и точка входа для стартапов и внешних партнеров в контур открытых инноваций ГК «ЭФКО»



Венчурный фонд, осуществляющий инвестиции в высокотехнологические стартапы пищевой отрасли по всему миру. «Топливо для роста» – это именно то, что мы даем компаниям: инвестиции, опыт и сеть контактов

Самая главная причина побед ГК «ЭФКО» – это люди, работающие в компании. Реализация любого, даже самого перспективного проекта, была бы невозможна без увлеченных специалистов, поэтому их поиск – наша первоочередная задача. Мы активно ищем увлеченных специалистов для реализации масштабных проектов, способных изменить пищевую индустрию! Сделаем еду вкуснее, полезнее и доступнее вместе!



www.efko.ru



[efko_innovations](https://www.instagram.com/efko_innovations)



[fuel4growth](https://www.facebook.com/fuel4growth)

Какие возможности и перспективы роста ГК «ЭФКО» предлагает молодым специалистам?

1. Производственная и научная практика в разных подразделениях компании, включая инновационный центр «Бирюч»
2. Трудоустройство и для профессионалов, и для начинающих специалистов
3. Включение в группу специалистов, работающих над перспективными инновационными проектами с международной кооперацией



Что мы предлагаем молодым талантам:

1. Программа гарантированного карьерного роста для сотрудников, которые готовы учиться, развиваться и расширять свой кругозор
2. Стартовая заработная плата от 60 тыс. руб. с перспективой роста
3. Бесплатное жилье в корпоративном многоквартирном доме (для сотрудников ИЦ «Бирюч»)
4. Бесплатное лечение в собственном лечебно-диагностическом центре

Кого мы ищем?

Мы ищем людей, кто по своим личностным характеристикам готов воспринимать жизнь как увлекательное приключение, и кто готов вместе с нами менять пищевую индустрию.

Мы активно ищем специалистов, которые могут разрабатывать и создавать новые продукты (биотехнологов, генных инженеров, биохимиков, микробиологов, биоинформатиков), а также тех, кто будет помогать выстраивать новые направления бизнеса (аналитиков, менеджеров проектов, инженеров, дизайнеров, бизнес-администраторов и многих других)



Если Вы хотите присоединиться к нашей дружной команде, то пишите нам на startup@efko.ru с темой «работа мечты»



www.efko.ru



[efko_innovations](https://www.instagram.com/efko_innovations)



[fuel4growth](https://www.facebook.com/fuel4growth)

Торговая марка «Органика» – это современные технологии, надежность и качество, проверенное временем.

АО «Органика» является производителем лекарственных средств с 1962 года. Сегодня – это современный комплекс полного производственного цикла от субстанций до готовых лекарственных препаратов 20 фармакотерапевтических групп, половина из которых входит в Перечень жизненно-необходимых и важнейших лекарственных средств Министерства здравоохранения РФ.

АО «Органика» производит следующие лекарственные средства:

- стерильные лекарственные препараты:
 - препараты, содержащие сильнодействующие вещества: растворы для инъекций;
 - препараты, не требующие специального выделения в отдельное производство: растворы для инъекций;

- нестерильные лекарственные препараты:
 - препараты, содержащие сильнодействующие вещества: таблетки непокрытые, таблетки покрытые оболочкой;
 - препараты, не требующие специального выделения в отдельное производство: капсулы, таблетки непокрытые, таблетки покрытые оболочкой;

- фармацевтические субстанции:
 - фармацевтические субстанции, получаемые методами химического синтеза;
 - фармацевтические субстанции, получаемые методами выделения из химического сырья.

Также, на стадии разработки находятся инновационные препараты в нескольких лекарственных формах.

АО «Органика» является активным участником системы импортозамещения, обеспечивая доступность фармацевтической помощи для граждан страны. За 10 лет работы производственный портфель предприятия пополнился 17 наименованиями лекарственных препаратов, у 2 наименований был расширен диапазон дозировок. За период 2017-2020 гг. было проведено 9 рандомизированных клинических исследований, показавших клиническую биоэквивалентность производимых заводом препаратов с референтными.

На предприятии идет непрерывное обновление производственных мощностей и введение в работу новых современных технологических линий. Ориентируясь на потребителя, АО «Органика» определяет основную цель своей деятельности в области качества: выпуск конкурентоспособной продукции, удовлетворяющей требованиям и ожиданиям наших потребителей, динамичное развитие предприятия.

Для реализации этих целей и задач нам необходимы новые кадры, новые мысли, новые люди.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОТОКОВ С МАТЕРИАЛАМИ В СОПЛАХ РД К.Л. Алигасанова	7
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ЖИДКОСТИ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ПОРИСТОМ КУБЕ ПРИ НАЛИЧИИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО НАГРЕВАТЕЛЯ М.С. Астанина	10
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОПРЯЖЁННОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТЫХ ОБЛАСТЯХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ РЕШЁТЧНЫМ МЕТОДОМ БОЛЬЦМАНА Н.С. Гибанов	13
ПРОГНОЗ ПРИЗЕМНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МНОГОСЛОЙНОГО ПЕРСЕПТРОНА И.В. Дель	16
МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТЕЙ А.А. Дышеков	19
МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ УСЛОВНОЙ ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТИ GARCH, ПРИМЕНЕННЫЕ К РАСЧЕТАМ МОДЕЛИ SARМ Е.Г. Запивахина	22
СЕГМЕНТАЦИЯ СНИМКОВ МИКРОФОКУСНОЙ РЕНТГЕНОГРАФИИ С.А. Ильина	25
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА Т. С. Индуцкая	28
АНАЛИЗ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ В ПРОЦЕССЕ ЛИНЕЙНОЙ СВАРКИ ТРЕНИЕМ К.В. Иохим	31
МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕЛЕВЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ СТИМУЛОВ Р.Р. Исмагилов	34
ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ КРЫЛА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА К.К. Исмаилов, А.М. Кагенов	37
ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СТЕНКЕ НА ЕСТЕСТВЕННУЮ КОНВЕКЦИЮ ВНУТРИ ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ М.А. Крайнов	40
КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ СЕРИИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО, СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ НА КРИВОЙ А.Е. Кулагин	43
РАЗРАБОТКА ПРАВИЛ БИЕКЦИИ МЕЖДУ МНОЖЕСТВОМ ВАРИАНТОВ ДЕРЕВА И/ИЛИ И КОМБИНАТОРНЫМ МНОЖЕСТВОМ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫМ ЧИСЛАМИ МОЦКИНА М.А. Куртова, Д.В. Кручинин	46
ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ МНОГОСЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ Н.А. Лаврентьев	49
РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ Д.О. Ларкин	52
ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ ПРИМЕСИ В УЛИЧНОМ КАНЬОНЕ Д.В. Лещинский	55

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ СТЕПЕННОЙ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ВНУТРИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОБОГРЕВАЕМОЙ ПОЛОСТИ Д.С. Лоенко	58
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ОГНЕЗАЩИТНОЙ ПРОПИТКИ НА ПОЖАРНУЮ ОПАСНОСТЬ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ДРЕВЕСИНЫ Т.И. Медведева, Д.П. Касымов	61
ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОВУЮ КОНВЕКЦИЮ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С.А. Михайленко	64
УСТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРЯЩИХ И ТЛЕЮЩИХ ЧАСТИЦ ПРИРОДНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛУНАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА К.Е. Орлов, Д.П. Касымов, М.В. Агафонцев	67
УЛУЧШЕННАЯ ПРОЦЕДУРА ВЫБОРА МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ДИФFUЗИОННЫХ СИГНАЛОВ ПО ДИСКРЕТНЫМ ДАННЫМ С.С. Перелевский	70
РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РАНЖИРОВАНИЯ И ГЕНЕРАЦИИ ПО РАНГУ ДЛЯ КОМБИНАТОРНОГО МНОЖЕСТВА ВЕРШИН ДЕРЕВА ФИБОНАЧЧИ М.П. Ретинский, Ю.В. Шабля	73
ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ WEATHER RESEARCH AND FORECASTING ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЯВЛЕНИЯ «ОСТРОВ ТЕПЛА» ДЛЯ УСЛОВИЙ ГОРОДА ТОМСК А.И. Сваровский	76
ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ПРОТОЧНЫХ ТРАКТАХ С УЧЕТОМ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГАЗОПРИХОДА И НАГРЕВА КОНСТРУКЦИИ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ М.С. Серeda, К.В. Костюшин	79
ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ НОЛЬШАГОВОГО МЕТОДА ДЛЯ ИНТЕГРО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТИПА АБЕЛЯ: ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ Г.К. Соколова	82
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДЕЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЫ ВОДЫ СО СТРУКТУРОЙ, СОСТАВЛЕННОЙ ИЗ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК Е.А. Тарасов, И.С. Демиденко, М.Д. Хильчук	85
NUMERICAL SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN A HOLLOW CONCRETE BLOCK А.А. Toylibaev, I.V. Miroshnichenko	88
РАСЧЕТ ПОТЕРЬ НА ХИМИЧЕСКУЮ НЕРАВНОВЕСНОСТЬ В СОПЛАХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ А.В. Червакова, К.В. Костюшин	91
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ В ОБУЧАЮЩИХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ИГРАХ Г.С. Чурсин	94
ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ: ОПТИМИЗАЦИЯ ГРАФИКА ЭКСПЛУАТАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УЧАСТКА МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА Е.О. Штанько	97
ВЛИЯНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО ИСТОЧНИКА ПЕРИОДИЧЕСКОГО ОБЪЕМНОГО ТЕПЛО ВЫДЕЛЕНИЯ НА СТРУКТУРУ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ЗАМКНУТОЙ ДВУСВЯЗНОЙ ПОЛОСТИ Е.В. Шулепова	100

УДК 533.697.4

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОТОКОВ С МАТЕРИАЛАМИ В СОПЛАХ РД**

К.Л. Алигасанова

Научный руководитель: к.ф.-м.н. И.В. Еремин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: aligasanova@gmail.com

**MATHEMATICAL MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER IN THE INTERACTION OF
HIGH-TEMPERATURE FLOWS WITH MATERIALS IN RD NOZZLES**

K.L. Aligasanova

Scientific Supervisor: PhD I.V. Eremin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: aligasanova@gmail.com

***Abstract.** This article describes the solution of the conjugate problem of hydrodynamics and heat transfer in the nozzle block of a rocket engine. The determination of the temperature of the heat-shielding material is carried out by solving the problem of S. K. Godunov. Parametric calculations are carried out for a nozzle block with and without an insert made of carbon-carbon composite material. Testing and comparison of the calculation results of the developed program with the theoretical data of other authors have been carried out.*

Введение. Необходимость обеспечения высокой надежности энергомассовых характеристик ракетного двигателя (РД) делает процесс проектирования сложным и требует проведения большого объема расчетно-экспериментальных исследований. Сопловой блок ракетного двигателя является самым теплонапряженным элементом и состоит из большого числа конструктивных элементов, изготовленных из различных теплозащитных и эрозионно-стойких материалов. Особое внимание уделяется критическому сечению сопла, которое подвергается наибольшему тепловому и силовому воздействию, поэтому для обеспечения термостойкости конструкции применяют вкладыши из тугоплавких металлов, стойких к воздействию высокотемпературных и химически активных продуктов сгорания или пирографита. Математическое моделирование теплового состояния в теплозащитном материале (ТЗМ) соплового блока с учетом влияния вкладышей различных типов является актуальной задачей [1]. Цель работы заключается в решении сопряженной задачи определения параметров теплообмена между газом и стенкой соплового блока с учетом внутрибаллистических параметров невязкого потока, полученных на основе метода Годунова [2].

Методика расчета. Для решения газодинамической задачи рассматривается одномерное течение в сопловом блоке, которое описывается уравнениями Эйлера, характеризующими параметры течения идеального газа для законов сохранения массы, импульса и энергии. Для замыкания системы уравнений привлекается уравнение состояния в калорической форме.

Численная методика расчета параметров в ядре потока осуществляется с использованием схемы Годунова, которая позволяет получить параметры в центрах расчетных ячеек, для определения которых необходимо знать потоки через грани ячейки. Учет потоков на границах ячеек разностной сетки осуществляется с использованием точного решения задачи Римана.

При взаимодействии высокотемпературных продуктов сгорания с поверхностью камеры сгорания и соплового блока протекают процессы конвективного теплообмена со стенками. Прогрев стенок газодинамического тракта ракетного двигателя определяется не только внешними условиями, т.е. законом теплопередачи от газа к внутренней поверхности двигателя, но и законом распространения тепла внутри материала стенки. В большинстве случаев при расчете нагрева отдельных элементов конструкции двигателя и в первую очередь его стенок, процесс теплопроводности с достаточной для практики точностью можно полагать одномерным. При этом условии закон распространения температуры в стенке определяется уравнением теплопроводности (1), которое описывает нестационарный перенос тепла и устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке тела [3].

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q(x,t) \quad (1)$$

Здесь ρ – плотность, c – удельная теплоёмкость, λ – коэффициент теплопроводности, $Q(x,t)$ – мощность внутренних источников тепловыделения.

Для решения уравнения теплопроводности применяется неявная схема, соответствующие производные заменяются центральными разностями. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений применяется метод прогонки. На гранях рассматриваемой задачи определены граничные условия 1 и 3 рода. За начальное условие принимается равномерное распределение температуры по толщине стенки для начального момента времени. Температура на внешней поверхности стенки сопла считается равной 300 К. Параметры температуры для решения задачи теплообмена на внутренней границе стенки определены с использованием метода Годунова. Коэффициент теплообмена определяется на основе экспериментальной зависимости [4].

Результаты расчетов и выводы. Разработан программный комплекс для расчета теплопереноса в сопловом блоке РД с учетом нестационарного распределения внутрибаллистических характеристик. Проведены параметрические исследования, в результате которых получены зависимости температуры ТЗМ с углерод-углеродным вкладышем в критическом сечении и без него по длине соплового блока. Геометрические параметры модельного сопла в безразмерных величинах соответственно равны: длина сверхзвуковой части сопла – 1; радиус критического сечения – 0,1; радиус образующей сопла – 0,3; радиус выходного сечения – 0,5; угол раскрытия – 4^0 . Шаг по времени соответственно равен 10^{-6} . Толщина ТЗМ в сужающей части сопла – 3 см, в критическом сечении – 5 см, в расширяющей части сопла – 4 см. Время работы двигателя при реализации тестовых расчетов – 90 с.

На рисунке 1 представлены зависимости температуры в ТЗМ материале от безразмерной длины соплового блока. Зеленой линией показано распределение температуры во внутренней части ТЗМ с применением углерод-углеродного вкладыша в критическом сечении соплового блока. Красной линией обозначено распределение температуры во внутренней части ТЗМ, состоящего из нержавеющей стали без

вкладыша. Синей линией определено распределение температуры газового потока в сопловом блоке за время работы двигателя. Характерное снижение температуры в трансзвуковой области сопла связано с использованием вкладыша, изготовленного из теплозащитного материала, обеспечивающего минимальный разгар (эрозионный унос материала) в области минимального сечения сопла. Так, например, углерод-углеродные композиционные материалы обладают такими свойствами как: высокая теплостойкость, стойкость к термоудару, низкими значениями температурного коэффициента расширения.

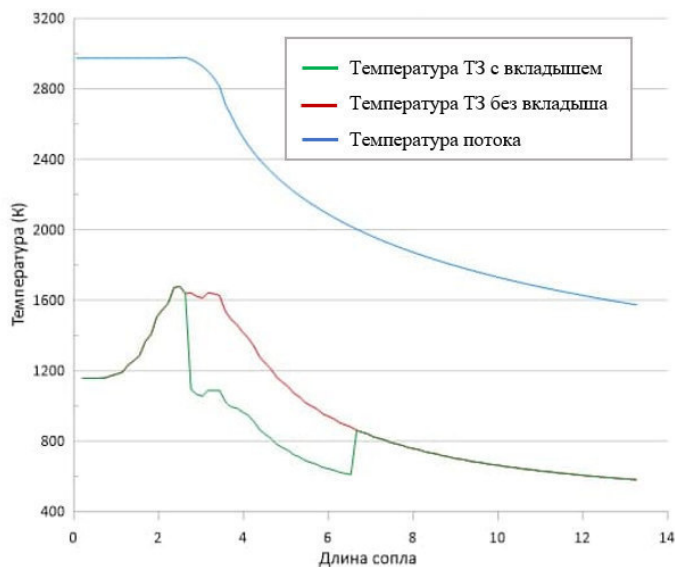


Рис. 1. Зависимость температуры ТЗМ по длине сопла

В результате параметрических исследований выявлено, что наличие вкладыша из углерод-углеродного композиционного материала обеспечивает достаточно хорошую тепловую защиту сопла за рассматриваемый начальный момент времени. В результате проведения верификации работы выявлено, что полученные результаты хорошо согласуются с известными решениями [4]. Результаты тестовых расчетов позволяют использовать разработанную программу расчета для моделирования теплопереноса при взаимодействии высокотемпературных потоков с материалами в соплах РД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орлов Б.В., Мазинг Г.Ю. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе – М.: Машиностроение, 1968. – 537 с.
2. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 608 с.
3. Крайнов А.Ю., Миньков Л.Л. Численные методы решения задач тепло- и массопереноса: учеб. пособие. – Томск : STT, 2016.– 92 с.
4. Шишков А.А., Рабочие процессы в ракетных двигателях твердого топлива. – М.: Машиностроение. 1989. – 239 с.

УДК 536.24

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ЖИДКОСТИ
ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ПОРИСТОМ КУБЕ ПРИ НАЛИЧИИ
ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО НАГРЕВАТЕЛЯ**

М.С. Астанина

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: astanina.marina@bk.ru

**NUMERICAL SIMULATION OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER OF FLUID WITH VARIABLE
VISCOSITY INSIDE A CLOSED POROUS CUBE HAVING AN ISOTHERMAL HEATER**

M.S. Astanina

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: astanina.marina@bk.ru

Abstract. *Mathematical simulation of natural convection within a cubical porous chamber having an isothermal heater with temperature T_h on the bottom surface has been performed. The horizontal walls are adiabatic while the vertical borders have a constant low temperature T_c . The governing equations have been formulated with help of dimensionless variables “vector potential functions – vorticity vector – temperature”. The system of control equations has been solved by the finite difference method. The influence of governing parameters such as Darcy number, Rayleigh number, Prandtl number and variable viscosity parameter on the heat transfer and cooling performance has been studied.*

Введение. Численное моделирование инженерных систем при наличии тепловыделяющих элементов в условиях развития конвективных режимов теплопереноса является эффективным способом прогнозирования сроков эксплуатации таких систем, а также позволяет разрабатывать и внедрять производительные системы охлаждения. Это связано с широким спектром математических моделей, учитывающих реальные условия работы оборудования, и возможностями компьютерного моделирования [1, 2].

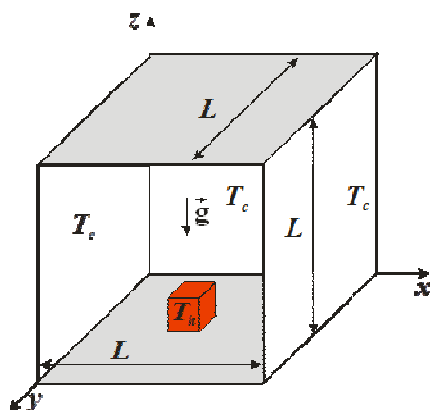


Рис. 1. Физическая модель задачи

Материалы и методы решения. Физическая постановка изучаемого процесса с используемой системой координат представлены на рисунке 1. Рассматривается задача конвективного теплообмена в замкнутом пористой кубе с нагревателем постоянной температуры на нижней стенке. В роли рабочей среды, заполняющей полость, используется ньютоновская теплопроводная жидкость, вязкость которой считается зависимой от температуры [1]. Также предполагается, что справедливо приближение Буссинеска.

Течение в кубе является ламинарным. Для моделирования пористой среды используется приближение Дарси-Бринкмана. Боковые грани куба поддерживаются при постоянной температуре охлаждения T_c ; остальные поверхности – теплоизолированы. Определяющие дифференциальные уравнения, описывающие рассматриваемый процесс, имеют вид:

$$\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} = -\omega_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} = -\omega_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} = -\omega_z \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} & \varepsilon \frac{\partial \omega_x}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial u}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial u}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial u}{\partial z} = \\ & = \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 (\mu \omega_x)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega_x)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega_x)}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega_x}{Da} \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) + \\ & + 2\varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left[\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\varepsilon v}{2Da} \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\varepsilon w}{2Da} \frac{\partial \mu}{\partial y} \right] + \varepsilon^2 \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} & \varepsilon \frac{\partial \omega_y}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v}{\partial z} = \\ & = \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 (\mu \omega_y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega_y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega_y)}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega_y}{Da} \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\omega_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) + \\ & + 2\varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\varepsilon w}{2Da} \frac{\partial \mu}{\partial x} - \frac{\varepsilon u}{2Da} \frac{\partial \mu}{\partial z} \right] - \varepsilon^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} & \varepsilon \frac{\partial \omega_z}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_z}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial w}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial w}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial w}{\partial z} = \\ & = \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 (\mu \omega_z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega_z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega_z)}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega_z}{Da} \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\omega_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) + \\ & + 2\varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left[\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\varepsilon u}{2Da} \frac{\partial \mu}{\partial y} - \frac{\varepsilon v}{2Da} \frac{\partial \mu}{\partial x} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\eta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\alpha_{pm} / \alpha_f}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

Здесь $Ra = \rho g \beta (T_h - T_c) L^3 / (\alpha \mu_0)$ – число Рэлея, $Da = K / L^2$ – число Дарси, ε – пористость, $Pr = \mu_0 / (\rho \alpha)$ – число Прандтля, η – относительная теплоемкость, $\mu = \exp(-\xi \theta)$ – безразмерная вязкость. В представленной системе уравнений использованы следующие безразмерные переменные: компоненты вектора завихренности и векторного потенциала, имеющие вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{u} &= \frac{\partial \bar{\psi}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{\psi}_y}{\partial z}, \quad \bar{v} = \frac{\partial \bar{\psi}_x}{\partial z} - \frac{\partial \bar{\psi}_z}{\partial x}, \quad \bar{w} = \frac{\partial \bar{\psi}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{\psi}_x}{\partial y}, \quad \frac{\partial \bar{\psi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\psi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\psi}_z}{\partial z} = 0. \\ \bar{\omega}_x &= \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}, \quad \bar{\omega}_y = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}, \quad \bar{\omega}_z = \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \end{aligned} \right.$$

Остальные безразмерные переменные вводились следующим образом:

$$\begin{aligned}x &= \bar{x}/L, \quad y = \bar{y}/L, \quad z = \bar{z}/L, \quad \tau = t\sqrt{g\beta(T_h - T_c)/L}, \quad \theta = (T - T_c)/(T_h - T_c), \quad \mu = \bar{\mu}/\mu_0, \\u &= \bar{u}/\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L}, \quad v = \bar{v}/\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L}, \quad w = \bar{w}/\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L}, \\ \psi_x &= \bar{\psi}_x/\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L^3}, \quad \psi_y = \bar{\psi}_y/\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L^3}, \quad \psi_z = \bar{\psi}_z/\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L^3}, \\ \omega_x &= \bar{\omega}_x\sqrt{L/[g\beta(T_h - T_c)]}, \quad \omega_y = \bar{\omega}_y\sqrt{L/[g\beta(T_h - T_c)]}, \quad \omega_z = \bar{\omega}_z\sqrt{L/[g\beta(T_h - T_c)]}.\end{aligned}$$

В начальный момент времени считалось, что жидкость неподвижна, и все переменные обнуляются. Граничные условия для сформулированной математической модели (1)–(7) рассматривались следующим образом:

$$\begin{aligned}\tau > 0: \quad & \begin{cases} \partial\psi_x/\partial x = 0, \psi_y = 0, \psi_z = 0; \omega_x = 0, \omega_y = -\partial w/\partial x, \omega_z = \partial v/\partial x; \\ \theta = 0 \quad \text{на } x=0, x=1, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad \text{и} \quad 0 \leq z \leq 1. \end{cases} \\ & \begin{cases} \psi_x = 0, \partial\psi_y/\partial x = 0, \psi_z = 0, \omega_x = \partial w/\partial y, \omega_y = 0, \omega_z = -\partial u/\partial y; \\ \theta = 0 \quad \text{на } y=0, y=1, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{и} \quad 0 \leq z \leq 1. \end{cases} \quad (8) \\ & \begin{cases} \psi_x = 0, \psi_y = 0, \partial\psi_z/\partial z = 0, \omega_x = -\partial v/\partial z, \omega_y = \partial u/\partial z, \omega_z = 0; \\ \theta = 0 \quad \text{на } z=0, z=1, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{и} \quad 0 \leq y \leq 1. \end{cases} \\ & \psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{на источнике}\end{aligned}$$

Дифференциальные уравнения в переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» (1)–(7) с учётом начальных и граничных условий (8) разрешались методом конечных разностей на однородной вычислительной сетке [1]. Разработанный метод решения был протестирован на модельных задачах и нескольких вычислительных сетках.

Результаты и заключение. В результате численного моделирования ламинарного конвективного течения были получены трёхмерные распределения полей температуры и компоненты скорости в кубе в зависимости от определяющих безразмерных параметров. Кроме того, анализ результатов проводился по зависимостям среднего числа Нуссельта, отражающего интенсивность теплообмена на поверхности нагревателя $\left(\overline{Nu} = -\frac{1}{l} \int_0^1 \frac{\partial\theta}{\partial n} d\zeta \right)$. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании систем охлаждения тепловых элементов.

Работа выполнена в рамках реализации проекта Российского фонда фундаментальных исследований (договор № 20-31-90080).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Astanina M.S., Buonomo B., Manca O., Sheremet M.A. Transient free convection of variable viscosity liquid in an inclined cube affected by the temperature modulation on a vertical wall // International Journal of Thermal Sciences. – 2021. – Vol. 164. – P. 106880.
2. Chou H.M., Wu H.W., Lin I.H., Yang W.J., Cheng M.L. Effects of temperature-dependent viscosity on natural convection in porous media // Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. – 2015. – Vol. 68. – P. 1331–1350.

УДК 532.5, 536.21

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОПРЯЖЁННОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В
ЗАМКНУТЫХ ОБЛАСТЯХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ РАЗЛИЧНЫХ
ФОРМ РЕШЁТОЧНЫМ МЕТОДОМ БОЛЬЦМАНА**

Н.С. Гибанов

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

**NUMERICAL INVESTIGATION OF CONJUGATE NATURAL CONVECTION IN
ENCLOSURES WITH LOCAL ENERGY SOURCES OF VARIOUS FORMS BY THE LATTICE
BOLTZMANN METHOD**

N.S. Gibanov

Scientific Supervisor: Associate Professor, Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Avenue, 36, 634050

E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

***Abstract.** Numerical simulation of the conjugate natural convection in closed square cavities with a heat-conducting element has been carried out. A two-dimensional closed cavity with square, triangular, and trapezoidal heaters, as well as in the presence of heat-conducting walls, has been considered as an area of research. The temperature inside and on the surface of the heater was considered to be constant and maximum, the temperature on the external side walls was considered to be constant and minimum. The lattice Boltzmann method as the main numerical solution method has been chosen. The influence of the thermal conductivity of the heat conducting walls and the material of the energy source, the shape of the energy source and the intensity of the flow in the cavity has been studied. As a result, thermohydrodynamic characteristics have been obtained.*

Введение. Задачи естественной конвекции в различных технологических объектах являются актуальными с самого зарождения области гидродинамики. Результаты таких исследований могут быть интересны и полезны в области охлаждения микро и радиоэлектроники [1-3]. В настоящий момент времени разработано несколько типов охлаждения различных систем [2]. Несмотря на более эффективные и часто используемые системы охлаждения жидкостного типа, системы пассивного охлаждения остаются востребованными ввиду универсальности их применения и простоты обслуживания. Кроме самих численных результатов исследований, также интересны и численные методики, с помощью которых можно эти данные получить. В настоящем исследовании будет рассматриваться решёточный метод Больцмана. Данный метод охватывает весь функционал ранее подробно изученных методов конечных разностей, контрольных объёмов и конечных элементов [4]. В данной работе было проведено исследование сопряжённой естественной конвекции в замкнутых областях с источниками энергии квадратной, трапециевидной и треугольной формы, причём как нагреватели, так и ограждающие конструкции области решения являлись теплопроводными.

Физическая и математическая постановка. На рисунке 1 представлена область исследования. Внутри замкнутого квадратного блока находится среда со свойствами несжимаемой ньютоновской жидкости и постоянными теплофизическими свойствами, удовлетворяющая приближению Буссинеска. Вертикальные боковые стенки поддерживались при фиксированной температуре T_c . Остальные стенки считались теплоизолированными. Процессы теплообмена в рассматриваемой области описываются с помощью кинетического уравнения Больцмана (1), (2). При решении представленной неизотермической задачи был использован подход DDF, подразумевающий использование двух функций распределения, для определения скалярных (температура) и векторных (скорость) макроскопических характеристик.

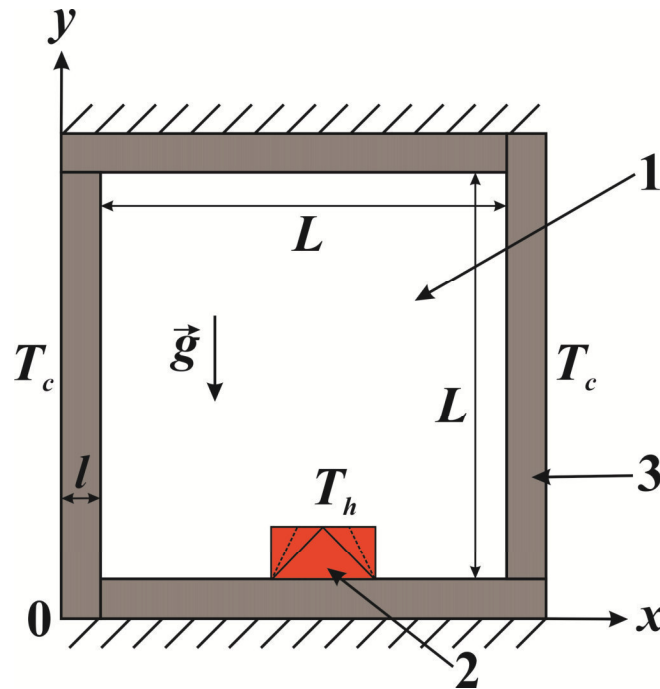


Рис. 1. Область исследования: 1 – газовая полость, 2 – теплопроводные источники энергии различных форм, 3 – теплопроводные ограждающие стенки

Кинетическое уравнение Больцмана представлено в виде [5]:

$$f_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t)(1 - \omega_f) + \omega_f f_k^{eq}(x, y, t) + \Delta t F_i c_{y_i} \quad (1)$$

$$g_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = g_k(x, y, t)(1 - \omega_g) + \omega_g g_k^{eq}(x, y, t) \quad (2)$$

здесь f_k – k -ая функция распределения (k определяется при выборе той или иной решеточной модели),

$$f_k^{eq} = w_k \rho \left(1 + \frac{\bar{u} \cdot \bar{c}_k}{c_s^2} + \frac{(\bar{u} \cdot \bar{c}_k)^2}{2c_s^4} - \frac{\bar{u} \cdot \bar{u}}{2c_s^2} \right) - k\text{-ая функция локального равновесного распределения, } w_k -$$

весовые коэффициенты, $\omega_f = \frac{1}{3\nu + 0.5}$ – формула для расчета функции распределения для движения (ν – кинематическая вязкость), f_k и f_k^{eq} – функции, использующиеся для определения макроскопических

параметров скорости и плотности, g_k и g_k^{eq} – функции для определения температуры, $\omega_g = \frac{1}{3a + 0.5}$ –

параметр, используемый при расчете функций распределения для температуры (a – коэффициент теплопроводности).

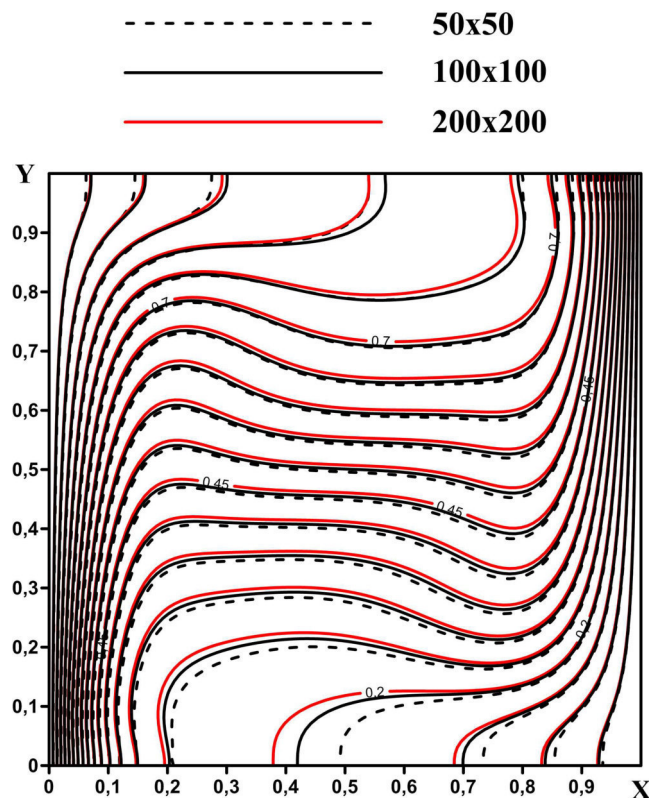


Рис. 2. Влияние размерности сетки

Результаты и заключение. В процессе расчёта решеточным методом Больцмана была использована двумерная модель D2Q9. Перед выполнением расчётов была проведена оценка влияния сеточной зависимости. На рисунке 2 представлены сравнения распределения изотерм, полученных на различных вычислительных сетках. С учётом полученных локальных полей была выбрана структурированная сетка размерности 100x100 вычислительных узлов.

В результате исследований были получены температурные поля, распределения изолиний функции тока и вектора скорости при различных значениях относительной теплопроводности материала среды, числах Рэлея в диапазоне $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ и для различных форм источника тепловыделения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Стипендии Президента РФ СП-2080.2021.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Incropera F.P. Convection heat transfer in electronic equipment cooling // Journal of Heat Transfer. – 1998. – Vol. 110. – P. 1097-1111.
2. Yeh L.T. Review of heat transfer technologies in Electronic Equipment // Journal of Electronick Packaging. – 1995. – Vol. 117. – P.333-339.
3. Shende1 M.D., Mahalle A. Cooling Of Electronic Equipments with Heat Sink: A Review of Literature // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. – 2013. – Vol. 5. – P. 56-61.
4. Mohamad A.A. Lattice Boltzmann Method // Fundamentals and engineering applications with computer codes. – 2011. – 178 p.
5. Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G., Viggen E.M. The Lattice Boltzmann Method // Springer International Publishing Switzerland, 2017. – P. 694.

УДК 519.6:004.032.06

**ПРОГНОЗ ПРИЗЕМНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ
МНОГОСЛОЙНОГО ПЕРСЕПТРОНА**И.В. Дель

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.В. Старченко
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: irina.del@mail.tsu.ru

**FORECAST OF THE SURFACE AIR TEMPERATURE BASED ON THE MULTILAYER
PERSEPTRON MODEL**I.V. Del

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.V. Starchenko
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: irina.del@mail.tsu.ru

***Abstract.** In the present study, a multilayer perceptron model is implemented for predicting meteorological values. Based on the known distribution of meteorological values for several previous days, the task was set to predict the values of surface air temperature.*

Введение. Прогноз погоды и моделирование возникновения опасных метеорологических условий – важные задачи, требующие особого внимания. В настоящее время прогностические модели все время совершенствуются, растет их пространственное разрешение, повышается точность прогнозирования различных процессов. Таким образом, в ближайшие годы тема моделирования метеорологических явлений будет оставаться актуальной.

Целью данной работы является реализация и применение модели многослойного персептрона для прогноза погоды по измеренным значениям приземной температуры воздуха. По известному распределению метеорологических величин за несколько предыдущих дней поставлена задача предсказать значения приземной температуры воздуха.

Материалы и методы исследования. Прогнозирование — наиболее развитая область в метеорологии. Стоит выделить следующие подходы научного прогнозирования погоды: синоптическое прогнозирование погоды, численный и статистический методы, методы машинного обучения и нейронные сети [1-5].

Разработанная модель ИНС основана на одной из архитектур нейронных сетей, называемой моделью многослойной персептрона (MLP).

Была выбрана трехуровневая структура (один входной слой, один скрытый слой и один выходной слой) с функцией активации ReLU ($ReLU(x) = \max(0, x)$) для скрытого слоя и линейной функцией активации для выходного слоя. Входной и скрытый слои содержат 48 нейронов. Выходной слой – 24 нейрона.

Сеть обучалась за фиксированное количество эпох (epochs = 500). Количество эпох показывает, сколько раз модель подвергается воздействию обучения. Эпоха – один проход вперед или назад для всех примеров обучения.

В этой нейронной сети осуществляется оптимизация методом адаптивной инерции Adam (вариант стохастического градиентного спуска) [4]. Правило обновления весов определяется на основе использования оценок двух различных моментов: $m_N = \alpha_1 m_{N-1} + (1 - \alpha_1) h_N$, $v_N = \alpha_2 v_{N-1} + (1 - \alpha_2) h_N^2$. В первом используются вычисленные ранее значения частных производных, а во втором их квадраты. Метод Adam считается устойчивым к выбору значений гиперпараметров α_1, α_2 .

Вычисленные моменты корректируются по формулам $\bar{m}_N = \frac{m_N}{1 - \alpha_1^N}$, $\bar{v}_N = \frac{v_N}{1 - \alpha_2^N}$, а затем производится пересчет весов по формуле $w^{N+1} = w^N - \frac{\eta}{\sqrt{\bar{v}_N + \varepsilon}} \bar{m}_N$.

Введенные обозначения: $h_N = \nabla_{w_N} F(w_N)$, где F - целевая функция ошибки, зависящая от параметра: w - весовые коэффициенты нейронной сети; ε - сглаживающий фактор, позволяющий избежать деления на 0.

Метрикой для рассматриваемой задачи в данной работе будет RMSE, рассчитываемая для каждого прогнозного временного шага (с 04.09.20 по 30.10.20).

Функция потерь используется для расчета ошибки между реальными и полученными значениями. Глобальная цель — минимизировать эту ошибку. За функцию потерь принята среднеквадратичная ошибка (MSE), поскольку она соответствует масштабу принятой ранее метрике (RMSE):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - d_i)^2, \text{ где } y_i - \text{предсказанное выходное значение, } d_i - \text{реальное выходное значение.}$$

Исходные данные для исследования были получены в ЦКП «Атмосфера» Института оптики атмосферы СО РАН за период времени с 01.01.2020 по 30.10.2020.

После сбора данных проводится процедура предварительной обработки данных: восстановление пропусков. Отсутствующие данные восстанавливаются с помощью линейной интерполяции.

Выбранные данные были разделены на две выборки: обучающую выборку, соответствующую 80% от основной выборки, и тестовую выборку, соответствующую 20%, чтобы можно было проверить способность сети к прогнозированию после фазы обучения.

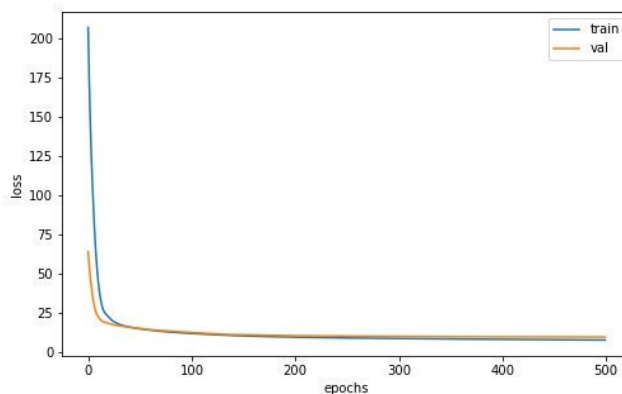


Рис. 1. Потери на этапах обучения и проверки

Степень близости графиков на рисунке 1 свидетельствует об удовлетворительной настройке сети.

Результаты. Общее значение RMSE по всему прогнозу составила $3,11^{\circ}\text{C}$.

В таблице 1 приведены результаты значений RMSE по некоторым дням из тестовой выборки. При сравнении этих значений друг с другом видно, что в некоторые дни ИНС хуже, а в другие лучше справляется с прогнозированием.

Таблица 1

Некоторые результаты метрик точности модели

Дата	04.09.20	15.09.20	16.09.20	18.09.20	29.09.20	30.09.20	08.10.20	11.10.20	20.10.20
RMSE	5,95	1,36	1,08	3,87	6,22	0,78	2,68	0,59	2,42

Для примера на рисунке 2 представлен график сравнения прогнозируемой почасовой температуры с наблюдениями за 15.09.2020 (RMSE = 1,36).

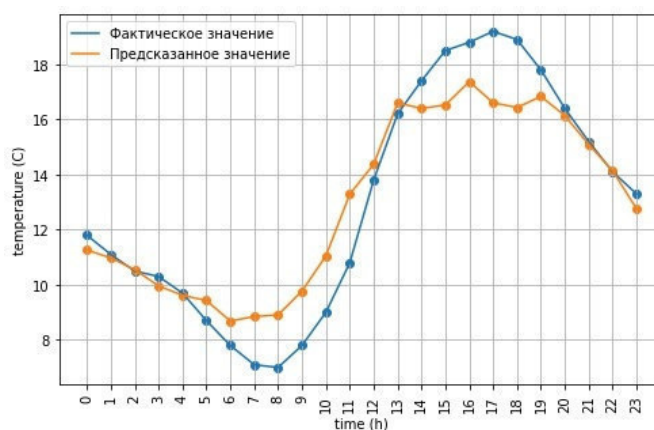


Рис. 2. Сравнение прогнозируемой температуры с наблюдениями за 15.09.20

Заключение. В данной работе была построена и применена модель многослойного персептрона для прогноза приземной температуры воздуха в городе Томске.

Сравнительный анализ реальных данных и результатов, полученных с помощью модели многослойного персептрона, свидетельствует о том, что метод нейросетевого прогнозирования может конкурировать со стандартными методами прогнозирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зверев А.С. Синоптическая метеорология. – Л.: Гидрометиздат, 1977. – 712 с.
2. Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д. Численные методы прогноза погоды. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 376 с.
3. Jason Brownlee. Deep Learning for Time Series Forecasting. Predict the Future with MLPs, CNNs and LSTMs in Python. – 2018. – 557 p.
4. Каширина И. Л., Демченко М. В. Исследование и сравнительный анализ методов оптимизации, используемых при обучении нейронных сетей // Вестник ВГУ. – 2018. – № 4. – С. 124-132.
5. Шолле Ф. Глубокое обучение на Python. – СПб.: Питер, 2018. – 400 с.

УДК 519.876.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТЕЙ

А.А. Дышеков

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семёнов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: aad52@tpu.ru

MODELING THE SPREAD OF EPIDEMICS USING NETWORKS

A.A. Dyshekov

Scientific Supervisor: Associated Prof., PhD M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: aad52@tpu.ru

Abstract. *In the present study, we have proposed and implemented a model for the spread of infections similar to Covid-19 based on SIR models using networks. The model implementation was made in the Wolfram Mathematica Software. We obtained a quantitative agreement between the modeling results and the official data. The proposed model takes into account the possible recurrence of the disease.*

Введение. Эпидемии всегда сопровождали человеческую цивилизацию, являясь одной из самых опасных угроз. В конце 2019 года человечеству явился новый штамм коронавируса – Covid-19. Не имея иммунитета и вакцины против него, человечеству приходится принимать строгие ограничительные меры на разных уровнях. В этих условиях как некогда стали актуальны математические модели распространения эпидемий, которые помогают понять, как эффективно следует бороться с пандемией. Вовремя введенные ограничительные меры способствуют быстрому затуханию распространения инфекции. Цель работы - создание модели распространения эпидемии Covid-19 с использованием сетей на основе SIR-подобных моделей. В статье предлагается объединение моделей SIRS и SEIR [1, 2] в модель, которая получила название SEIRS: восприимчивые – контактные – инфицированные – выздоровевшие – восприимчивые.

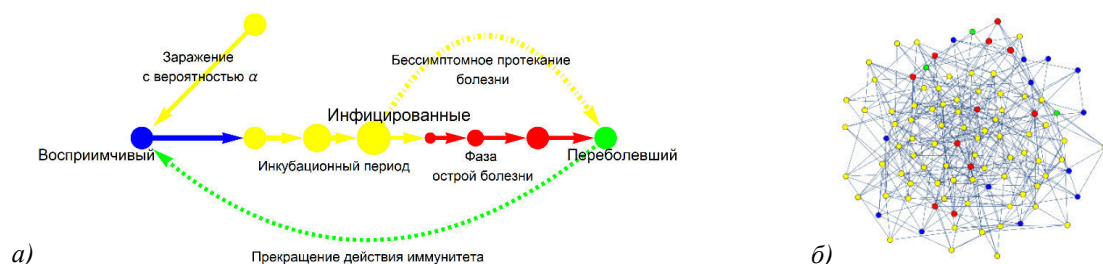


Рис. 1. (а) Общая схема модели SEIRS, (б) пример графа G при $n=100$, $d(m)=5$

Описание математической модели. Предлагаемая SEIRS модель базируется на концепциях SIR-подобных моделей [1, 2]. В основе модели лежит граф G , который генерируется случайно с N вершинами и $d(m) \cdot N$ рёбрами, где $d(m)$ – средняя степень вершины m . Вершина графа сопоставлена представителю популяции, которая в целом имитируется графом. Ребра графа характеризуют устойчивые (частые) связи между людьми в обществе. Каждая вершина имеет категориальный статус: *восприимчивый*,

инфицированный или *переболевший*. Для визуализации статуса вершины мы использовали цвета: синий, красный и зелёный соответственно (рис. 1).

В классической модели SIR люди со статусом *восприимчивые* при контакте с *инфицированными* также могут заболеть, и наоборот – инфицированные могут выздороветь. В предложенной нами модели, если синяя вершина является смежной красной, то она может быть инфицированной с вероятностью $0 \leq P(\alpha) \leq 1$ за одни сутки. Второй важной характеристикой вершины является её вес. Вес синих вершин постоянен и равен нулю. У других вершин вес динамически изменяется и равен количеству суток, которое они прибывают в определенном статусе. Например, если вес красной вершины равен 7, то данный индивид инфицирован уже в течении 7 суток. Подсчёт количества суток необходим для учёта выздоровления. Вес красных вершин сопоставлен со средней продолжительностью болезни - 30 суток [3]. Когда продолжительность болезни достигает значения средней продолжительности болезни, индивид выздоравливает и цвет вершины изменяется на зелёный.

Модель SIR довольно ограниченная, существует мало инфекций, которые можно моделировать с помощью этой модели. Однако, SIR имеет множество производных моделей, которые дополняют её функциональные возможности. Одной из таких моделей является SEIR [1, 2], в которой используется ещё один статус людей – *контактный* (exposed). В этой модели водится важное понятие как инкубационный период - промежуток времени от момента инфицирования до появления открытых, явных симптомов. Часто в инкубационный период человек может уже заражать (как в случае Covid-19), что сильно осложняет своевременное отчуждение больного и контроль распространения инфекции становится затруднительным. В нашей модели мы предлагаем добавить новый статус, характеризующих больных в инкубационном периоде (жёлтые вершины, рис. 1б). В этом случае характеристики жёлтых вершин очень схожа с красными. Ключевым отличием является, то что после достижения жёлтой вершиной веса равного инкубационному периоду - 10 суток [3] - они изменяют статус на *инфицированный* (красный), а не на *переболевший* (зелёный). Также в предлагаемой модели было введено следующее условие: заражать могут только *контактные* (жёлтые), тем самым имитируются процесс изоляции больного с открытыми симптомами. Далее в предлагаемой модели мы ввели параметр, характеризующий долю популяции, которые переболеют полностью в скрытой форме (20% популяции). Модель SIRS является развитием SIR модели, в которой введено временное ограничение на действия иммунитета – средняя длительность действия иммунитета принята равной 365 суток, т.е. в модели SIRS выздоровевшие через некоторое время могут снова стать восприимчивыми к болезни. Это очень характерно для гриппа, а возможно и для Covid-19. В предлагаемой модели мы использовали указанную особенность SIRS модели и ввели пересчет веса зелёных вершин: по достижению веса средней длительности действия иммунитета цвет вершины меняется с зелёного на синий, вес вершины принимается равным нулю. Таким образом, мы получаем цикл из возможных статусов индивида, что позволяет учитывать возможную повторность заболевания при моделировании. Для учёта мероприятий, влияющих на вероятность заражения, был ведён коэффициент ограничительных мер, равный отношению вероятности заражения с учётом мероприятия к вероятности заражения без учёта мероприятия. Данный коэффициент меньше 1, если мероприятие ограничивает распространение, и больше 1 в противном случае. Эксперт исходя из эмпирических наблюдений и имеющихся данных статистики даёт оценку степени влияние тех или иных ограничительных мер и событий на вероятность заражения индивида.

Результаты и обсуждение. Для верификации работоспособности предложенной SEIRS модели было проведено сопоставление полученных результатов моделирования с динамикой распространения Covid-19 по городу Томск [4]. Для генерации случайного графа G была использована равномерная модель Эрдеша-Реньи [5] при $n=650\,000$, $d(m)=5$, $P(\alpha)=0.05$, количество заражённых в начальный момент – 3, доля бессимптомных – 0.2. Коэффициент ограничительных мер выбран нами исходя из эмпирического опыта (цифры на рис. 2а).

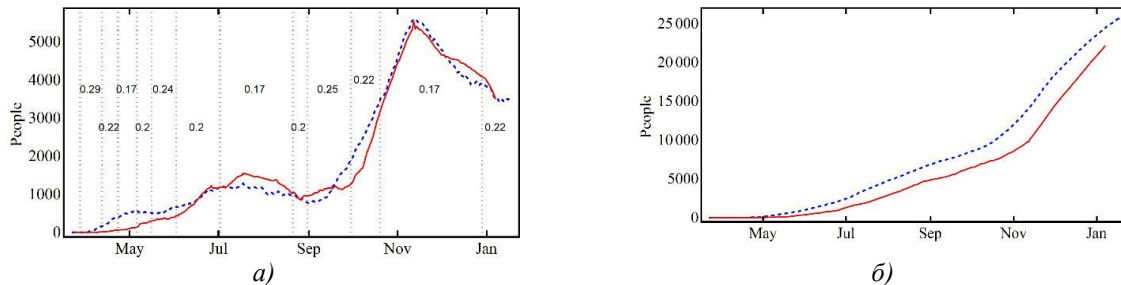


Рис. 2. Динамика изменения (а) числа инфицированных и (б) выздоровевших в Томске с марта 2020 г. по январь 2021 г.: официальные данные (красная линия) и результатам моделирования (пунктирная линия)

На рис. 2а представлено сопоставление динамики зараженных $I(t)$ в городе Томск согласно официальной статистики и модельных результатов. В целом наблюдается хорошая сходимость результатов моделирования динамики инфицирования со статистикой. Расхождение в начальный период (месяц - май) обусловлено отсутствием методов массового тестирования на коронавирус в начале пандемии. В летний период (июнь-август) данные официальной статистики превышают результаты моделирования, что объясняется сезонным ростом пространственной мобильности населения.

На рис. 2б изображена динамика выздоровления $R(t)$ жителей Томска. Как видно, модельная кривая выше эмпирических данных, это обусловлено тем, что в модели учитываются бессимптомные больные, которые в большинстве не обращались за медицинской помощью и не учтены в официальной статистике.

Заключение. Предложенная модель реализована в Wolfram Mathematica, верификация модели продемонстрировала количественную сходимость результатов моделирования с данными официальной статистики по городу Томск. В качестве возможных шагов по развитию модели является включение в модель учёта смертности и вакцинации населения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Винницкий, Э., Уайт Р. Введение в моделирование инфекционных заболеваний: учебное пособие. – Оксфорд: Изд-во Оксфордского университета, 2010. – 369 с.
2. Edelstein-Keshet L. Mathematical Models in Biology // SIAM. Society for Ind. and App. Math., 2005. –184 p.
3. Основные сведения о COVID-19 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.who.int/ru/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/question-and-answers-hub/q-a-detail/coronaviruse-disease-covid-19> (дата обращения 21.02.2020).
4. Яндекс Статистика. Коронавирус [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://yandex.ru/covid19/stat> (дата обращения 10.01.2021).
5. Erdős P., Rényi A. On random graphs // I. Publ. Math. Debrecen. – . 1959. – № 6. – 290–297.

УДК 51

**МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ УСЛОВНОЙ
ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТИ GARCH, ПРИМЕНЕННЫЕ К РАСЧЕТАМ МОДЕЛИ САРМ**Е.Г. Запивахина

Научный руководитель: старший преподаватель, О.А. Бельснер
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: egz3@tpu.ru

**MULTIVARIATE MODELS OF AUTOREGRESSION CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY
GARCH AS APPLYING TO THE CALCULATIONS OF THE CAPM MODEL**E.G. Zapivakhina

Scientific Supervisor: senior lecturer, O.A. Belsner
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: egz3@tpu.ru

Abstract. In the article calculates the expected return on shares of PAO «Aeroflot», PAO «Gazprom Oil», PAO «Yakutskenergo», PAO «M.Video» using the Bekk-Garch model and investigated the investment efficiency using the CAPM model. Based on the result of the study, recommendations were made on which shares can be invested in excess cash of the enterprise.

Введение. Инвестиционный процесс - принятие инвестором решения относительно ценных бумаг, в которые осуществляются инвестиции. Решение об инвестировании избытка наличности в рыночные ценные бумаги принимается на основе моделей оценки финансовых активов.

При анализе движений цен на финансовом рынке важно оценить и спрогнозировать изменение волатильности и доходности активов в портфеле. Ведь один из фактов состоит в том, что большинство финансовых моделей, многомерны: они включают 2 или более активов/ ценных бумаг/акций. Задача прогнозирования изменения волатильности и доходности активов может быть решена с помощью многомерных GARCH моделей (MGARCH).

Математической основой построения инвестиционного портфеля является теория ценообразования капитальных активов (Capital Asset Pricing Model, CAPM) [1]. Данная модель рассматривает доходность акции в зависимости от поведения рынка в целом.

Экспериментальная часть. Для проведения расчетов и построения моделей были использованы пакеты MS Excel и EViews 10. В данной работе рассчитана ожидаемая доходность акций ПАО «Аэрофлот», ПАО «Газпром нефть», ПАО «Якуцкэнерго», ПАО «М.Видео» с помощью модели ВЕКК-GARCH и исследована эффективность инвестирования в акции данных компаний с помощью модели CAPM. В ходе исследования были использованы исторические данные изменений цен акций, за рыночную доходность брали изменения индекса РТС (RTSI) за полгода (105 значений), начиная с 01.09.2020 по 28.02.2021. Котировки акций были взяты на сайте finam.ru в разделе «Про рынок» [2]. По входным данным рассчитали логарифмическую доходность:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}},$$

где r_t – дневная логарифмическая доходность индекса, P_t – рублевое значение индекса в день t , P_{t-1} – рублевое значение индекса в день $t-1$.

Оценка параметров модели BEKK GARCH производилась с помощью эконометрического пакета EViews 10. В работе рассмотрены вектора дневных доходностей индекса Rtsi и акций. Сделано предположение, что рассматриваемый случайный вектор задается следующей моделью:

$$r_t = \begin{pmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \\ r_{3,t} \\ r_{4,t} \\ r_{5,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \\ u_{4,t} \\ u_{5,t} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t), \quad \varepsilon_t = \begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \\ u_{4,t} \\ u_{5,t} \end{pmatrix},$$

где r_t – случайный вектор дневных доходностей, $r_{1,t}, r_{2,t}, r_{3,t}, r_{4,t}$ и $r_{5,t}$ – дневные доходности $c_{1, \dots, 5}$ – константы, ε_t – случайный вектор инноваций размерности (5×1) , с математическим ожиданием, равным нулю, и условной ковариационной матрицей Σ_t , где Ω_{t-1} – информация, доступная на момент $t-1$.

Условная ковариационная матрица случайного вектора доходностей r_t равняется условной ковариационной матрице случайного вектора инноваций ε_t . Таким образом, смоделированную r_t матрицу можно использовать в качестве ε_t матрицы [3]. Параметры матрицы r_t выводились в программе следующим образом (см. рисунок 1).

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	0.001639	0.000846	1.937581	0.0527
C(2)	0.003123	0.006529	0.036091	0.9712
C(3)	-0.001161	0.000993	-1.169240	0.2423
C(4)	-0.014467	0.124416	-0.116279	0.9074

Рис. 1. Оценки значений параметров случайного вектора доходностей ПАО «Аэрофлот»

Далее для каждой компании необходимо рассчитать коэффициент β с помощью стандартных функций Excel (надстройки в разделе «Главное меню» → «Данные» → «Анализ данных» → «Регрессия»):

$$\beta = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2},$$

где σ_{im} - стандартное отклонение изменения доходности акции от изменения доходности рынка, σ_m^2 - дисперсия рыночной доходности.

Коэффициент β отражает чувствительность изменения доходности акции и доходности рынка или отражает рискованность вложения в актив. Знак перед показателем отражает их однонаправленное или разнонаправленное движение. Для трактовки данного значения обратимся к таблице 1.

Таблица 1

Показания к значению коэффициента β

	Комментарии
$\beta > 1$	Доходность акции более чувствительна к изменению доходности рынка
$\beta = 1$	Доходность акции совпадает с доходностью рынка
$0 < \beta < 1$	Доходность акции менее чувствительна к изменениям доходности рынка
$\beta = 0$	Доходность акции не зависит от доходности рынка

Далее рассмотрели безрисковую ставку для модели CAPM, обозначили ее - R_f . Безрисковая ставка представляет собой гарантированный уровень доходности, который получил бы инвестор при

осуществлении альтернативного инвестирования [1]. Доходности по российским ценным бумагам можно посмотреть на сайте ЦБ РФ «Ключевая ставка Банка России» [4]. На конец 2020 года процентная ставка составляла около 4,25% годовых, что соответствует 0,0116% в день.

После проведения расчетов получили значения, представленные в таблице 2, где R_m - оценка ожидаемой доходности акций, R_{bekk} - ожидаемые доходности акций, отражающие поступление денежного потока в предстоящем периоде, в зависимости от коэффициента β .

$$R_m = \frac{\left(\sum_{t=1}^T \frac{r_t^i}{r_{t-1}^i} - 1 \right)}{T},$$

где r_t^i - дневная логарифмическая доходность i -ой акции в день t , r_{t-1}^i - предыдущая дневная логарифмическая доходность i -ой акции в день $t-1$, T - количество дней.

Таблица 2

Рассчитанные показатели

Rf	β_1	β_2	β_3	β_4	Rm	R_bekk_afkt	R_bekk_sibn	R_bekk_yken	R_bekk_mvid
0,0116%	0,16	0,44	0,2	0,1	0,9459%	0,1639%	0,1525%	0,1147%	0,4210%

Результаты. Анализируя значения коэффициента β , можем сказать о малой степени влияния рыночного риска на доходность акций рассматриваемых компаний. В результате проведенного исследования, а именно анализа акций компаний, для нескольких компаний были найдены ключевые показатели $R_{\text{bekk_afkt}}$, $R_{\text{bekk_sibn}}$, $R_{\text{bekk_yken}}$, $R_{\text{bekk_mvid}}$. Результаты отображены на рисунке 2.

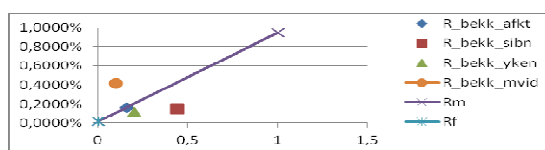


Рис. 2. Рыночная линия CML (Capital Market Line)

Заключение. Рассматривая представленный график линии CML, инвестор может сделать вывод, что акции ПАО «Аэрофлот», ПАО «Газпром нефть» и ПАО «Якутскэнерго» недооценены, несмотря на достаточно близкое расположение у линии рынка, а акции компании ПАО «М.Видео», переоценены.

Согласно проведенному анализу, не рекомендуется приобретать акции ПАО «Газпром нефть», ПАО «М.Видео» и ПАО «Якутскэнерго».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Едророва В.Н., Новожилова Т.Н. Рынок ценных бумаг: Учебное пособие для вузов. – М.: Магистр, 2007. – 684 с.
- Официальный финансовый портал [Электронный ресурс]: https://www.finam.ru/profile/moexakcii/yakutskenergo/export/?market=1&em=81766&code=YKEN&apply=0&df=25&mf=0&yf=2019&from=25.01.2019&dt=25&mt=5&yt=2019&to=25.06.2019&p=8&f=YKEN_190125_190625&e=.txt&cn=YKEN&dtf=1&tmf=1&MSOR=1&mstime=on&mstimever=1&sep=1&sep2=1&datf=1&at=1. Дата обращения: 17.04.2021
- R.F. Engle, K. Sheppard. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation 70 multivariate GARCH.- National Bureau of Economic Research – 2001. – Working Paper 8554.
- Официальный сайт ЦБ России [Электронный ресурс]: http://cbr.ru/hd_base/KeyRate/ Дата обращения: 17.04.2021

УДК 004.932

СЕГМЕНТАЦИЯ СНИМКОВ МИКРОФОКУСНОЙ РЕНТГЕНОГРАФИИ

С.А. Ильина

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: sai8@tpu.ru

SEGMENTATION OF MICROFOCUS X-RAY IMAGES

S.A. Iliina

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., PhD M. E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin ave., 30, 634050

E-mail: sai8@tpu.ru

Abstract. *In this article proposing solving a segmentation problem of microfocus X-ray image using the algorithm based on a minimum spanning tree. Program image processing was realized using the scikit-image library in the Python programming language.*

Введение. Одной из задач машинного обучения является задача сегментации, заключающаяся в разбиении изображения на множество покрывающих его областей. После применения сегментации к изображению, его представление становится легче анализировать, так как пиксели объединены в более крупные области. Существует множество различных алгоритмов сегментации изображений, полученных с использованием технологии микрофокусной рентгенографии [1, 2]. Мы предлагаем использовать сегментацию изображения с использованием графов. В этом случае граф $G = (V, E)$ формируется следующим образом: каждому пикселю изображения сопоставляется вершина графа $v_i \in V$, а ребро $e=(v_i, v_j) \in E$ соединяет вершины v_i и v_j на основании определённых свойств пикселей (например, контрастность, цвет, расположение). Вес ребра $w(e)=w(v_i, v_j)$ определяется исходя из сходства соседних вершин v_i и v_j .

В данной работе мы использовали алгоритм Фелценцвальба [3]. Данный алгоритм относится к методам сегментации без учителя и не требует предварительной разметки данных для обучающей выборки. Алгоритм основан на построении минимального остовного дерева – ациклического связного подграфа связного неориентированного графа, в который входят все вершины исходного графа и при этом обладающий минимальным суммарным весом рёбер. На вход алгоритму подаётся граф $G = (V, E)$ с $n=|V|$ вершинами и $m=|E|$ рёбрами. На выходе получаем сегментацию вершин на компоненты $S = (C_1, C_2, \dots, C_r)$. Используя обозначения из статьи [3] кратко приведём описание алгоритма.

- 0) Отсортировать рёбра графа в порядке неубывания весов $\pi = (o_1, \dots, o_m)$.
- 1) Начинают с сегментации S^0 , где каждая вершина v_i является отдельной компонентой.
- 2) Шаг 3 выполняется для $q = 1, 2, \dots, m$.
- 3) Строится сегментация S^q , на основе сегментации S^{q-1} . Пусть v_i и v_j обозначают вершины, соединённые q -м ребром в последовательности π , т.е. $o_q = (v_i, v_j)$. Если вершина v_i принадлежит компоненте C_i^{q-1} и вершина v_j принадлежит компоненте C_j^{q-1} причём $C_i^{q-1} \neq C_j^{q-1}$ и $w(o_q) \leq$

$MInt(C_i^{q-1}, C_j^{q-1})$, то сегментация S^q получается из сегментации S^{q-1} путём объединения компонент C_i^{q-1} и C_j^{q-1} . Иначе $S^q = S^{q-1}$.

4) Возвращается $S = S^m$.

Здесь $MInt(C_i^{q-1}, C_j^{q-1}) = \min(Int(C_i) + \tau(C_i), Int(C_j) + \tau(C_j))$ – минимальное внутреннее отличие между компонентами C_i^{q-1} и C_j^{q-1} , которые были созданы на шаге $q-1$, τ – пороговая функция, контролирующая уровень при котором отличие между двумя компонентами C_i и C_j должно быть больше чем их внутренние отличия, чтобы между ними существовала граница, $Int(C) = \max_{e \in MST(C,E)} w(e)$ – внутреннее отличие компоненты C , входящей в множество вершин графа V , $MST(C, E)$ – наибольший вес в минимальном остовном дереве для этой компоненты.

Вычислительные эксперименты и их обсуждение. Для демонстрации возможностей выбранного алгоритма проведём обработку изображения, полученного с использованием технологии микрофокусной рентгенографии. На снимке (рис. 1а) приведён набор семян подсолнечника из коллекции, предоставленной лабораторией Цифрового сельского хозяйства Сколковского института науки и технологий. Для определения коэффициента выполненности (high quality seed) требуется составить таблицу с геометрическими характеристиками объектов (ядро, лузга): площадь, высота и ширина.

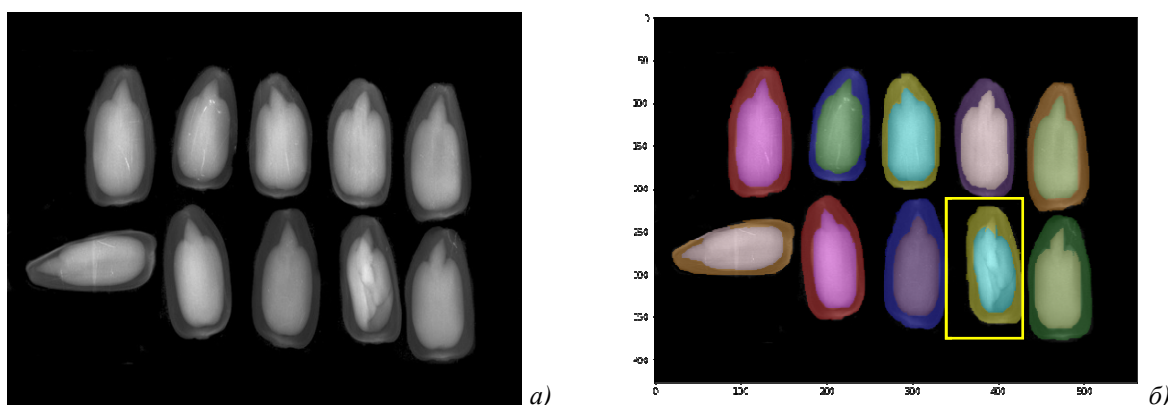


Рис. 1. а) исходное изображение, б) исходное изображение с маской при $scale=10$, $sigma=0.125$, $min_size=1850$, в желтой рамке – дефектный объект

Обработка изображения была проведена с использованием библиотеки *scikit-image* на языке *Python*, в которой реализован алгоритм Фелценцвальба [3] для сегментации многоканального (например, RGB) изображения. На вход алгоритма подается изображение (рис. 1а), а также необходимо задать параметры: $scale$, $sigma$ и min_size . Значение параметра $min_size=1850$ выбрано из соотношения размеров исходного изображения и желаемого результата сегментирования – наименьший по площади объект (ядро семечки) не может быть меньше указанного значения, значение параметра $scale=10$ выбрано с учетом желаемого размера сегментов и их количества (на снимке 10 объектов), для выбора значения параметра $sigma$ мы варьировали значения в пределах от 0 до 0,5 и остановились на 0,125, так как изображению не требовалось излишнее сглаживание. Для построения взвешенного графа по входному изображению использовано евклидово расстояние между пикселями в цветовом пространстве, вычисляемое по формуле $distance = \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + (G_2 - G_1)^2 + (B_2 - B_1)^2}$, где R_i , G_i , B_i - координаты i -го пикселя в цветовом пространстве, $i=1, 2$. Значения этих расстояний становятся весами рёбер, а

пиксели – вершинами графа, в итоге получим граф, с количеством вершин равным количеству пикселей в изображении, а количество рёбер $m = 4hw - 3h - 3w + 2$, где h, w – ширина и высота изображения в пикселях. То есть каждый пиксель связан ребром с восьмью окружающими его пикселями, пиксели в углах связаны с тремя соседними, а на краях – с пятью.

На выходе мы получили целочисленную маску (*integer mask*), обозначающую метки сегментов (рис. 1б), то есть массив размером $h \cdot w$, где h, w – ширина и высота изображения в пикселях, а каждый элемент массива содержит некоторое целое число, обозначающее номер сегмента, которому принадлежит соответствующий пиксель изображения. С использованием встроенной функции *regionprops* мы получили доступ к геометрическим характеристикам выделенных сегментов и сформировали итоговую таблицу (рис. 2а). Заметим, что для дополнительной обработки дефектного ядра (желтая рамка, на рис. 1б) мы использовали функцию *clear_border*.

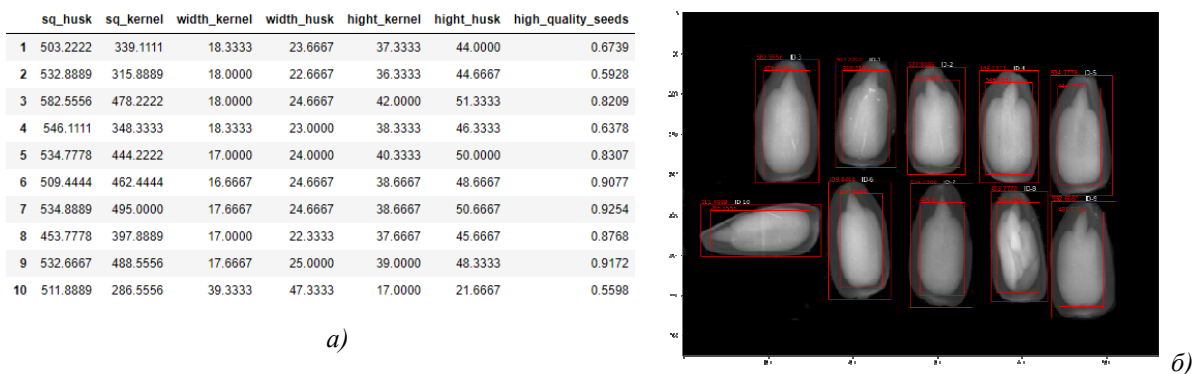


Рис. 2. а) Итоговая таблица, размеры в мм,

б) исходное изображение с минимальными ограничивающими прямоугольниками

В ходе вычислительного эксперимента мы продемонстрировали возможность решения задачи сегментации изображения с помощью алгоритма машинного обучения без учителя, привели рекомендации по выбору параметров алгоритма. В будущем мы планируем рассмотреть возможность пакетной обработки графических изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брач Е.А., Гаврилова В.А., Белов П.Е., Грязнов А.Ю., Жамова К.К., Кострин Д.К. Компьютерный метод оценки выполненности семян // Биотехносфера. – 2015. – Т. 38., № 2. – С. 28-30.
2. Прияткин Н.С., Архипов М.В., Гусакова Л.П., Бойцов А.А., Потрахов Н.Н., Староверов Н.Е., Щукина П.А., Капусткина А.В. Автоматический анализ и классификация цифровых рентгеновских и газоразрядных изображений семян пшеницы, поврежденных клопом вредная черепашка, для прогноза их посевных качеств // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2018. – № 6. – С. 60-67.
3. Felzenszwalb P.F., Huttenlocher D.P. Efficient Graph-Based Image Segmentation // International Journal of Computer Vision. – 2004. – V. 59(2) – P. 167-181.

УДК 519.642

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
ДРОБНОГО ПОРЯДКА**Т.С. Индуцкая

Научный руководитель: к.ф.-м. н. О.С. Будникова

Иркутский государственный университет,

Россия, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, 1, 664003

E-mail: indutskaya.tat@yandex.ru**NUMERICAL SOLUTION OF FRACTIONAL ORDER DIFFERENTIAL-ALGEBRAIC EQUATIONS**T. S. Indutskaya

Scientific Supervisor: PhD O.S. Budnikova

Irkutsk State University, Russia, Irkutsk, Karl Marx str., 1, 664003

E-mail: indutskaya.tat@yandex.ru

Abstract. This note is devoted to the development of numerical methods for solving of fractional order differential-algebraic equations. Left-hand rectangle rule and product integration method are used for integral analogs of these equations.

Введение. Дифференциальные уравнения (ДУ) дробного порядка возникают в различных разделах физики сплошных сред [1]. В настоящее время направление вычислительной математики, связанное с численными методами решения систем ДУ с дробными производными, находится в начале своего развития. Представляемая работа посвящена разработке численных методов решения вырожденных систем ДУ (или *дифференциально-алгебраических уравнений* (ДАУ)) дробного порядка с производной Римана – Лиувилля.

Постановка задачи. Рассмотрим ДАУ дробного порядка

$$AD_{0+}^{\alpha} u(t) + Bu(t) = f(t), \quad t \in [0; 1], \quad (1)$$

$$D_{0+}^{\alpha-1} u(t) \Big|_{t=0} = u_0, \quad u_0 \in \mathbb{R}^n. \quad (2)$$

Здесь A, B – постоянные $(n \times n)$ -матрицы, причем $\det A = 0$, а $u = u(t)$, $f = f(t)$ – искомая и заданная n -мерные вектор-функции, и введено обозначение *производной Римана – Лиувилля* [2]

$$D_{0+}^{\alpha} u(t) = \frac{d}{dt} I_{0+}^{1-\alpha} u(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} u(s) ds,$$

дробного порядка $0 < \alpha < 1$. Начальная задача (1), (2) традиционно называется *задачей типа Коши* [2].

Под ее решением будем понимать вектор-функцию $u(t) \in C([0; 1], \mathbb{R}^n)$, которая обращает в тождество уравнение (1) и удовлетворяет начальному условию (2). Как следует из работы [3], равенство $u_0 = \bar{0}$ должно выполняться за необходимость, чтобы решение задачи типа Коши было непрерывным на отрезке $[0; 1]$. Далее будем рассматривать задачу типа Коши (1), (2) с нулевым начальным условием (2).

Действие оператором Римана – Лиувилля I_{0+}^{α} дробного порядка $0 < \alpha < 1$ на уравнения (1) преобразует задачу типа Коши (1), (2) к *интегро-алгебраическому уравнению* (ИАУ) типа Абеля

$$Au(t) + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} Bu(s) ds = g(t), \quad (3)$$

с правой частью $g(t) = I_{0+}^{\alpha} f(t)$. В условиях $g(t) \in C([0; T], \mathbb{R}^n)$, индекса 1 матричного пучка $\lambda A + B$ и $\text{rank } A = \text{rank}(A | g(0))$ непрерывное решение ИАУ (3) существует и единственно [4].

Численный метод. Кратко опишем идею построения численного алгоритма. Для вычисления интегрального слагаемого будем использовать квадратурную формулу левых прямоугольников с выделенной весовой функцией $p(t, s) = (t-s)^{\alpha-1}$. Задавая на отрезке $[0; 1]$ равномерную сетку

$$t_i = ih, \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad h = \frac{1}{N},$$

и вводя обозначение $v_i = v(t_i)$ для некоторой функции $v = v(t)$, получим цепочку равенств

$$\begin{aligned} \int_0^{t_{i+1}} (t_{i+1}-s)^{\alpha-1} v(s) ds &= \sum_{j=0}^i \int_{t_j}^{t_{j+1}} (t_{i+1}-s)^{\alpha-1} v(s) ds \approx \\ &\approx \sum_{j=0}^i v_j \int_{t_j}^{t_{j+1}} (t_{i+1}-s)^{\alpha-1} ds = \sum_{j=0}^i \frac{h^{\alpha}}{\alpha} \left((i-j+1)^{\alpha} - (i-j)^{\alpha} \right) v_j. \end{aligned}$$

Тогда численный метод для ИАУ (3) имеет вид

$$Au_{i+1} + \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \sum_{j=0}^i h^{\alpha} \left((i-j+1)^{\alpha} - (i-j)^{\alpha} \right) Bu_j = g_{i+1}. \quad (4)$$

В силу вырожденности матрицы A , прямое применение алгоритма (4) приведет к проблемам решения вырожденной системы линейных алгебраических уравнений, поэтому модифицируем его

$$Au_i + \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \sum_{j=0}^i h^{\alpha} \left((i-j+1)^{\alpha} - (i-j)^{\alpha} \right) Bu_j = g_{i+1}.$$

Численные эксперименты. Численные расчеты проведены на тестовых примерах ДАУ порядков 0,01 и 0,99, близких к граничным значениям параметра α , порядка 0,5, который является центральным интервальным значением параметра α , а также порядков 0,37 и 0,87, выбранных произвольно.

Пример 1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} D_{0+}^{\alpha} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{t^{1-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} - \frac{4t^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} + t - 4 \\ 12 + 3t \end{pmatrix}, \quad t \in [0; 1], \quad \alpha \in (0; 1).$$

Точное решение: $x(t) = t - 4$, $y(t) = 12 + 3t$. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Пример 2.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} D_{0+}^{\alpha} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5t^{1-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} + \frac{t^{2-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + 5t + t^2 \\ t \end{pmatrix}, \quad t \in [0; 1], \quad \alpha \in (0; 1).$$

Точное решение: $x(t) = 5t + t^2$, $y(t) = t$. Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 1

Расчеты примера 1

h	$\alpha = 0,01$		$\alpha = 0,37$		$\alpha = 0,5$		$\alpha = 0,87$		$\alpha = 0,99$	
	err (h)	p	err (h)	p	err (h)	p	err (h)	p	err (h)	p
0,2	0,5941	1	0,438	1	0,4	1	0,3209	1	0,3015	1
0,1	0,2970	1	0,219	1	0,2	1	0,1604	1	0,1508	1
0,05	0,1485	1	0,1095	1	0,1	1	0,0802	1	0,0754	1

Таблица 2

Расчеты примера 2

h	$\alpha = 0,01$		$\alpha = 0,37$		$\alpha = 0,5$		$\alpha = 0,87$		$\alpha = 0,99$	
	err (h)	p	err (h)	p	err (h)	p	err (h)	p	err (h)	p
0,2	1,3488	1	1,0983	1	1,0551	1	0,9956	1	0,9889	1
0,1	0,6833	1	0,5472	1	0,5272	1	0,5023	1	0,5	1
0,05	0,3436	1	0,2714	1	0,2625	1	0,2521	1	0,2513	1

Порядок метода определяется по формуле

$$p = \log_2 \frac{\text{err}(h)}{\text{err}(h/2)},$$

где $\text{err}(h) = \max_{0 \leq i \leq N-1} \|u_i - u(t_i)\|$, а $\|\cdot\|$ – евклидова норма в \mathbb{R}^n .

Заключение. Результаты численных экспериментов показали, что предлагаемый алгоритм имеет первый порядок точности. Дальнейшее направление работы связано с его применением для ДАУ дробного порядка с переменными матричными коэффициентами, а также разработкой численных методов решения таких ДАУ на основе аппроксимации производной Римана – Лиувилля неизвестной функции с помощью конечных разностей Грюнвальда – Летникова дробного порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Учайкин В.В. Дробно-дифференциальные модели в гидромеханике // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2019. – Т. 27, № 1. – С. 5–40.
2. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. – Amsterdam; Boston; Heidelberg: Elsevier Science Publishers, 2006. – 541 p.
3. Индуцкая Т.С., Орлов С.С. Разрешимость начальной задачи типа Коши для дифференциально-операторного уравнения дробного порядка // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 59: Материалы XIX Всероссийской молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2020». – Ижевск: ООО «Принт», 2020. – С. 61–65.
4. Brunner H., Bulatov M.V. On singular systems of integral equations with weakly singular kernels // Proceeding of the 11-th Baikal International School Seminar "Optimization Methods and Their Applications". – Irkutsk: ESI SB RAS, 1998. – P. 64–67.

УДК 539.3

**АНАЛИЗ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ В ПРОЦЕССЕ ЛИНЕЙНОЙ
СВАРКИ ТРЕНИЕМ**

К.В. Иохим

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. В.А. Скрипняк
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: iokhim.k@mail.ru

**ANALYSIS OF THE PLASTIC FLOW OF TITANIUM ALLOYS IN THE PROCESS OF LINEAR
FRICTION WELDING**

K.V. Iokhim

Scientific adviser: professor, Ph.D. V.A. Skripnyak
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Ave., 36, 634050
Email: iokhim.k@mail.ru

***Abstract:** The paper presents the results of the analysis of the plastic flow of titanium alloys in the process of linear friction welding (LFW). LFW is a high-tech process for joining structural elements of aerospace technology made of light and heat-resistant alloys. Experimental studies of the LFW regimes of such alloys are expensive and technically difficult. Numerical modeling was carried out to understand the physics of the LFW process and the laws governing the formation of a strong bond of titanium alloys. The simulation was carried out using the LS DYNA software package (ANSYS WB 15.2) and the developed module for the governing equation.*

Введение. В современной инженерной практике используются две модификации технологии сварки трением: линейная сварка трением и сварка трением с перемешиванием. Сварка трением - это технология, которая позволяет сваривать два или более одинаковых, или разнородных материала с разными температурами плавления, используя тепло, выделяемое трением, а также механическое перемешивание материалов на стыковой поверхности. Сварка трением позволяет получать прочные сварные соединения различных сплавов, содержащих элементы, такие как титан, алюминий, магний и др., а также для получения сварных соединений сталей. Линейная сварка трением позволяет получить прочное соединение материалов в плоскости контактной поверхности движущихся тел за счет тепловыделения при трении и переноса частиц материала между контактирующими телами [1-4].

Численное моделирование. В данной работе на основе программного обеспечения LS DYNA (ANSYS WB 15.2) была разработана связанная трехмерная вычислительная модель термомеханического процесса линейной сварки трением (ЛСТ). Модель применялась для ЛСТ-моделирования деформируемых блоков пары трения (рис. 1). Размеры блоков для модели SPH (гидродинамика гладких частиц): $a = 2,5$ мм; $b = 5$ мм; $L_0 = 2,5$ мм; $d = b / 2$. Система частиц формировалась в блоках с начальной длиной сглаживания 0,1 мм. Частицы с одинаковой начальной плотностью имели одинаковый начальный объем. Для численного моделирования в программе LSDyna / WB ANSYS 15.2 использовался метод SPH с переменной длиной сглаживания. Нижний блок перемещался вперед и назад со скоростью, которая

изменялась как $\bar{v} = \bar{v}_0 \cdot \sin(\omega t)$. Процесс сварки трением моделировался при частоте изменения скорости 50 Гц. Диапазоны амплитуд смещения и частоты изменения скорости выбирались в соответствии с параметрами, реализованными в экспериментах Мак Эндрю на ЛСТ блоках титанового сплава Ti-6Al-4V [5].

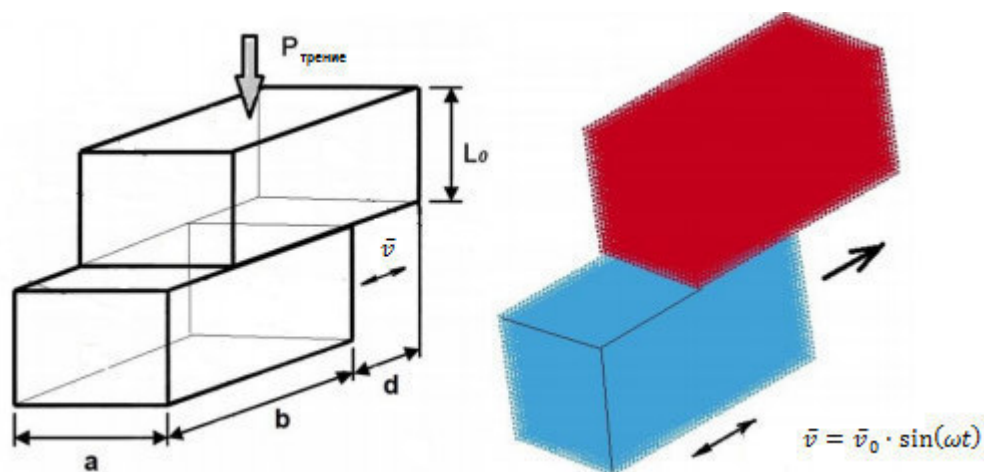


Рис. 1. Схема процесса ЛСТ

Результаты. Формирование прочного сварного соединения деталей при использовании технологии ЛСТ связано с процессами диффузии и массопереноса на границе деталей.

Оба этих процесса описываются с помощью используемой вычислительной модели. С помощью модели было показано распределение эффективной пластической деформации вблизи поверхности трения, которая образуется при циклическом движении нижнего блока (рис.2).

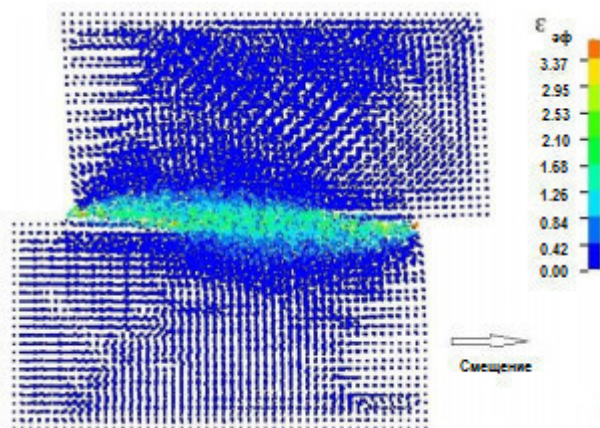


Рис. 2. Распределение эффективной пластической деформации вблизи поверхности трения

Полученные результаты свидетельствуют о том, что пластическое течение приповерхностных слоев материала блока распределено неоднородно по глубине и площади контактирующих блоков. Воздействие давления в зоне контакта блоков предотвращает возникновение повреждений в пластически деформируемом материале даже при возникновении растягивающих напряжений. Благодаря этому

титановые сплавы в приповерхностных слоях могут деформироваться в режиме интенсивной пластической деформации.

Выдавливание сплава из зоны сварки трением вызывается градиентом давления, что приводит к значительному уменьшению напряжения течения сплава в результате нагрева.

Результаты моделирования свидетельствуют об отклонении плоскости симметрии зоны пластической деформации от исходного положения плоскости контакта свариваемых блоков. Этот эффект влияет на плоскостность сварных швов, их механические свойства и поля остаточных напряжений в соединениях. Фазовый переход альфа (HCP) - beta (BCC) титановых сплавов при нагреве в процессе ЛСТ приводит к изменению механических свойств сплавов.

Следовательно, для получения сварного соединения необходимо увеличить время нагружения ЛСТ и величину накопленной пластической деформации.

Заключение. Выводы, которые можно сделать на основе численного моделирования, следующие:

- 1) Формирование сварного соединения происходит в сложном и нестационарном напряженно-деформированном состоянии.
- 2) В приповерхностных слоях свариваемых тел титановые сплавы могут деформироваться в режиме интенсивной пластической деформации.
- 3) Отклонение плоскости симметрии зоны пластической деформации от исходного положения плоскости контакта свариваемых тел происходит в процессе ЛСТ.
- 4) Экструзия материала из зоны сварного соединения в поперечном направлении по отношению к перемещению тел вызывается градиентом давления.
- 5) Фазовый переход от гексагональной плотноупакованной к объемно-центрированной решетке титановых сплавов при нагреве в процессе ЛСТ требует увеличения времени циклического нагружения для получения сварного соединения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Heidarzadeh, A., Mironov, S., Kaibyshev, R., Cam, G., Simar, A., Gerlich, A., Khodabakhshi, F., Mostafaei, A., Field, D.P., Robson, J.D., Deschamps, A., Withers, P. J. Friction stir welding/processing of metals and alloys: A comprehensive review on microstructural evolution // *Progress in Materials Science*. – 2020. – P. 1-67.
2. Venu, B., BhavyaSwathi, I., Raju, L.S., Santhanam G. A review on friction stir welding of various metals and its variable // *Materials Today: Proceedings*. – 2019. V. 18, Part 1. – P. 298-302.
3. Sai, S., Dhinakaran, M., Manoj, V., Kumar, K. P., Rajkumar, V., Stalin, B., Sathish, T. A systematic review of effect of different welding process on mechanical properties of grade 5 titanium alloy. // *Materials Today: Proceedings*. – 2020. V. 21, Part 1. P. 948-953.
4. Gotawala, N., Shrivastava A. Microstructural analysis and mechanical behavior of SS 304 and titanium joint from friction stir butt welding // *Materials Science & Engineering*. – 2020. – V. 789. – P. 139658.
5. McAndrew, A.R., Colegrove, P.A., Flipo, B.C.D., Bühr, C. 3D modelling of Ti–6Al–4V linear friction welds // *Science and Technology of Welding and Joining*. – 2016. V. 22(6). – P. 496–504.

УДК 519.876.2

**МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕЛЕВЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ
ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ СТИМУЛОВ**

Р.Р. Исмагилов

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н., М.Е. Семёнов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: rri10@tpu.ru

**DYNAMIC MODEL OF CONSUMER TARGET PREFERENCES INFLUENCED BY INFORMATION
EFFECTS**

R.R. Ismagilov

Scientific Supervisor: PhD, Associate Prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin ave., 30, 634050

E-mail: rri10@tpu.ru

***Abstract.** This article provided designing a program to model social selection and social influence of consumers. The dynamic actor-oriented model has been implemented by the RSiena package. Model effects estimates, their standard errors, and t -convergence coefficients were obtained using the method of moments. P -values of goodness of fit of indegree and outdegree distribution test are equal to 0.496 and 0.629 respectively which indicates good quality of the proposed model.*

Введение. Динамические процессы в социальных сетях обусловлены различными социальными механизмами, затрагивающими характеристики как отдельных участников, так и локальных структур. Социальная *селекция* наблюдается, когда один человек выбирает или образует новую социальную связь с другим человеком, похожим на него по определенной релевантной характеристике. Одно из следствий социальной селекции – социальное *влияние*, которое имеет место, когда поведение (статус) одного человека в результате социальной селекции изменяется так, что становится похожим или непохожим на поведение другого человека или группы людей.

Целью работы является разработка компьютерной программы для моделирования социальной динамики, учитывающей как *селекцию*, так и *влияние*. Данная модель позволила отслеживать и прогнозировать изменение целевых предпочтений потребителей под воздействием информационных стимулов. В качестве таких стимулов мы использовали публикации в сообществе (<https://vk.com/efkocase>), а исходных данных – комментарии и номинирования в данном сообществе.

Материалы и методы исследования. Для сбора исходных данных было создано публичное сообщество (16 пользователей) в социальной сети ВКонтакте, затем мы последовательно разместили четыре публикации с периодом около недели, посвященные вегетарианству. Участники сообщества выражали свое мнение к содержанию публикации через комментарии к ней, а также номинировали понравившиеся им комментарии с использованием кнопки “Нравится”. Для формирования выборки мы использовали API Вконтакте (Python) и учитывали только один (первый) комментарий и все

номинации под каждой публикацией. Далее мы классифицировали и закодировали комментарии: 1 – положительный, 2 – нейтральный, 3 – отрицательный и построили социальную сеть (рис. 1) для каждой временной точки (волны) [1], где вершины сети – участники сообщества, а дуги отражают номинации. Цвет вершины (атрибут) соответствует статусу члена сообщества: зеленый – положительное отношение, белый – нейтральное, красное – отрицательное, форма вершины – полу: квадрат – мужской, круг – женский.

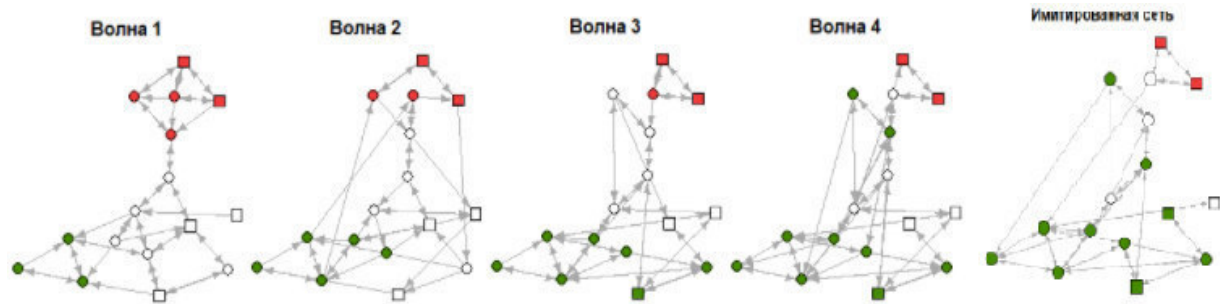


Рис. 1. Состояние сети в четырех временных точках и имитированная сеть для волны 4

Для анализа поведения пользователей и динамики сети мы использовали стохастическую агентно-ориентированную модель, основанную на идее – члены сообщества (акторы) изменяют свои связи и статусы с целью оптимизации своего положения в сети [1]. Моделирование *селекции* происходит последовательно – допускается одно изменение для одного пользователя на одном шаге моделирования, в то время как *влияние* осуществляется непрерывно – за одну итерацию статус могут изменить все члены сообщества. В результате моделирования (500 итераций) мы симулировали сеть для волны 4 (рис. 1, справа). Для оценки параметров модели мы использовали метод моментов. Пусть $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_k)$ – вектор параметров модели и S соответствующий им вектор статистик, $E_g[S]$ – математическое ожидание статистики, s – наблюдаемое значение статистики. Тогда оценка весов модели является решением системы, где M – количество функций интенсивности, N – количество эффектов модели [2]:

$$\begin{cases} E_g[S_{\rho_m} | X(t_{m-1}) = x(t_{m-1})] = s_{\rho_m}, m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{p=1}^3 E_g[S_k(X(t_p)) | X(t_{p-1}) = x(t_{p-1})] = \sum_{p=1}^3 s_k(x(t_p)), k = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

При моделировании мы использовали $N=8$ эффектов (Таблица 1), которые оказались значимы: коэффициент сходимости $|t| < 0,1$. Эффекты можно классифицировать [1]: 1) network dynamics – оказывают влияние на изменение связей в сети (строки 1-6), 2) behavior dynamics – влияют на статус актора (строки 7-8); а также 1) covariate effects – зависят от ковариат (строки 3-7), 2) structural effects – зависят от структуры сети (строки 1, 2) и 3) комбинация 1 и 2 типов (строка 8). Значения $\hat{\vartheta}_1, \hat{\vartheta}_5 < 0$, что означает: акторы склонны не устанавливать новые связи без каких-либо внешних факторов (эффект 1), предпочтение актора меняется после установления связи, а не наоборот (эффект 5).

Таблица 1

Оценка эффектов модели, стандартная ошибка (SSE) и коэффициент t -сходимости

№	Эффект (гипотеза)	Функция	\hat{g}	SSE	t
1	Актеры склонны образовывать новые связи	$s_{i1}(x) = \sum_j x_{ij}$, где $x_{ij} = 1$ есть связь, $x_{ij} = 0$ – нет связи	-2,2386	0,3283	-0,0476
2	Актеры склонны образовывать взаимные связи	$s_{i2}(x) = \sum_j x_{ij} x_{ji}$	2,2894	0,3599	-0,0172
3	Актеры одного пола более вероятны в установлении связей	$s_{i3}(x) = \sum_j x_{ij} \chi u_i = u_j$, χ – функция индикатор	0,6070	0,2378	0,0110
4	Актеры отмечают комментарии в зависимости от своих предпочтений	$s_{i4}(x) = u_i x_{i+}$	0,1579	0,1984	-0,0025
5	Статус комментатора влияет на связь между актором и комментатором	$s_{i5}(x) = \sum_j x_{ij} u_j$	-0,3706	0,2227	0,0122
6	Актеры с одинаковыми статусами более вероятны в установлении связей	$s_{i6}(x) = \sum_j x_{ij} \chi u_i = u_j$	0,1579	0,3369	-0,0025
7	Текущий статус актора влияет на изменение его статуса	$s_{i7}(x, z) = z_i^2$, где z – статус актора	0,0878	0,7005	0,0297
8	Изменение статуса актора зависит в среднем от предпочтений связанных с ним акторов	$s_{i8}(x) = x_{i+}^{-1} \sum_j x_{ij} (sim_{ij}^z - \overline{sim}^z)$ $sim_{ij}^z = 1 - \frac{ u_i - u_j }{u_{max} - u_{min}}$	1,8093	2,9887	-0,0451

Заключение. Для оценки качества модели мы выполнили 1000 Монте-Карло шагов и вычислили расстояние Махаланобиса (MHD) между распределениями степеней вершин для эмпирических и модельных данных. Для входящих дуг получили p -value = 0,496 > 0,05, MHD = 18,65, для исходящих – p -value = 0,629 > 0,05, MHD = 19,7, что подтверждает качество модели в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ripley R. M., Snijders T. A. B., Boda Z., Vörös A., Preciado P. (2020). Manual for SIENA version 4.0. Oxford: University of Oxford, Retrieved March 20, 2021, from https://www.stats.ox.ac.uk/~snijders/siena/RSiena_Manual.pdf
- Amati V., Schönenberger F., Snijders T. A. B. Estimation of stochastic actor-oriented models for the evolution of networks by generalized method of moments // J. de la société française de statistique. – 2015. – V. 156 (3). – P. 140-165.

УДК 533.69

**ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ КРЫЛА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА
САМОЛЕТНОГО ТИПА**

К.К. Исмаилов^{1,2}, А.М. Кагенов¹

Научный руководитель: профессор, д. ф.-м.н., С.В. Тимченко

¹Научный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050,

² ТОО «KazTechInnovations»

Республика Казахстан, г. Алматы, Медеуский р-н, мкр. Алатау, СЭЗ ПИТ, ул. Ибрагимова, 35/7, 050032

e-mail: mendikjan@ftf.tsu.ru

FIXED-WING UNMANNED AERIAL VEHICLE WING SHAPE OPTIMIZATION

K.K. Ismailov^{1,2}, A.M. Kagenov¹

Scientific Supervisor: professor, Ph.D., С.В. Тимченко

¹Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin ave., 36, 634050

²“KazTechInnovations” LLP, Kazakhstan, Almaty, Special Economic Zone Innovation Park “Alatau”,

Ibragimov str., 35/7, 050032

e-mail: mendikjan@ftf.tsu.ru

***Abstract.** The paper presents results of the unmanned aerial vehicle wing shape optimization, developed at Tomsk State University [1] (Ismailov K.K. et. al. Development of plane type UAV digital model // 19th International Conference “Aviation and Cosmonautics” (AviaSpace-2020), 23-27 November, 2020. Moscow. Abstracts. – Publishing house “Pero”, 2020. – 980 p. P. 59–60). The RANS equations were solved using SST $k-\omega$ turbulence model within OpenFOAM. The wing shape was optimized using the method of gradients. According to the research results, a more stalling-stable wing a bit loosed aerodynamic efficiency was obtained.*

Введение. Растущий интерес к беспилотным авиационным комплексам и круг задач, выполняемый с их помощью, во многом обеспечивается благодаря созданию и использованию специализированной целевой нагрузки, а также авионики, легких конструкционных материалов, двигателей, энергоустановок и т.д. Эти устройства и материалы в совокупности с летно-техническими и эксплуатационными требованиями задают параметры планера беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), от которых сильно зависят геометрические и аэродинамические характеристики БПЛА. Поэтому вопросы создания новых перспективных БПЛА, беспилотных авиационных комплексов и модернизация старых являются актуальными и входят в перечень приоритетных направлений развития науки и технологий.

Постановка задачи и метод решения. В данной работе рассматривается беспилотный летательный аппарат для транспортировки полезной нагрузки массой 2 кг и с продолжительностью полета 120 минут. Планер БПЛА аэродинамической схемы летающее крыло. В работе [1] представлены результаты спроектированного БПЛА «Прототип-2Э», форма крыла которого была оптимизирована для крейсерского полета. Основные характеристики БПЛА «Прототип-2Э» приведены в таблице 1. При углах атаки более 10 градусов на концевой части крыла возникал срыв, который быстро распространялся в

сторону корневой части крыла (рис.1а). Данное явление на минимальной скорости полета может привести к опасности авторотации планера и неуправляемого штопора. Поэтому форма крыла БПЛА была пересмотрена, и при оптимизации второй версии планера учитывался характер срыва крыла. Оптимизация формы крыла проводилась итерационным способом с использованием метода градиентов при решении уравнения существования самолета [2]. Ограничивались значения взлетной массы, размаха и минимальной скорости сваливания. Варьировались значения корневой и концевой хорд, углов крутки и стреловидности крыла. При решении задачи определялась взлетная масса БПЛА, приближенные значения минимальной скорости сваливания, скорости наибольшего качества и углов атаки. Точные значения этих параметров и аэродинамические характеристики определялись при теоретических скоростях с помощью OpenFOAM [3].

Результаты. По результатам проведенных исследований получен БПЛА «Прототип-2Т», основные характеристики которого приведены в таблице 1.

Таблица 1

Основные характеристики БПЛА «Прототип-2Э» и БПЛА «Прототип-2Т»

БПЛА	Прототип-2Э	Прототип-2Т
Масса взлетная, кг	7,32	7,2
Площадь крыла, м ²	0,663	0,693
Удлинение крыла	5,91	5,94
Угол стреловидности по линии 25% хорд, град	60	7,2
Относительный угол крутки концевое сечения, град	-1,9	-2,2
Скорость наибольшего качества, м/с	21	20
Аэродинамическое качество K	16,3	15,4

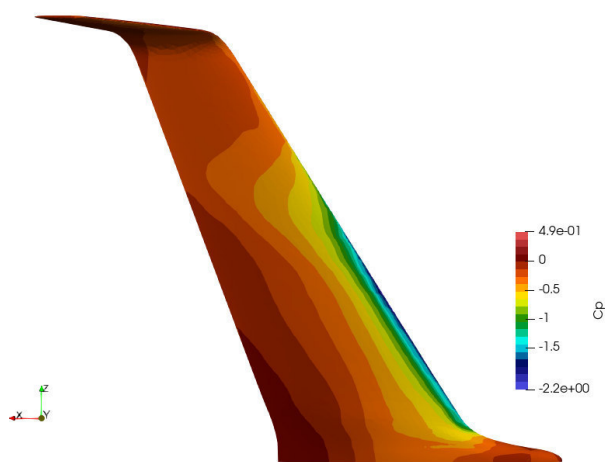


Рис. 1 а. Распределение C_p . Срыв в концевой части. БПЛА «Прототип-2Э». $\alpha = 11^\circ$; $V = 14$ м/с

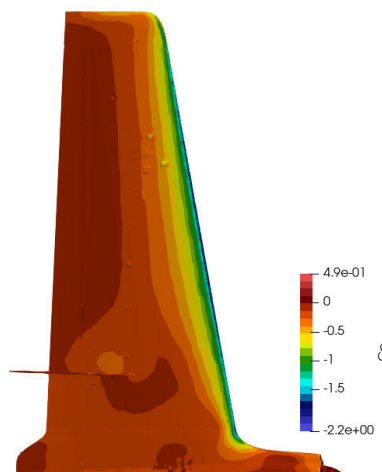


Рис.1б. Распределение C_p . Срыв в средней части. БПЛА «Прототип-2Т». $\alpha = 11^\circ$; $V = 14$ м/с

На крейсерском режиме полета наблюдается эллиптическое распределение приведенного коэффициента подъемной силы по размаху, и аэродинамическое качество составило 15,4 единиц против 16,3 первой версии планера БПЛА. С другой стороны, по сравнению с первой версией на новом крыле срыв крыла возникает на углах атаки 11-12 вблизи наплыва между фюзеляжем и крылом (см. выше. рис.1б). Благодаря малому углу стреловидности крыла и двухкилевому вертикальному оперению область

срыва локализуется в средней части крыла, отодвигая распространение срыва на всю поверхность до 13-14. При расположении центра тяжести в точке 15% средней аэродинамической хорды наблюдается хорошая устойчивость по углу атаки. Устойчивость по углу бокового скольжения обеспечивается благодаря отрицательному углу поперечного V и заклиниению килей вертикального оперения. Основные аэродинамические характеристики БПЛА «Прототип-2Э» и БПЛА «Прототип-2Т» приведены на рис.2а (коэффициент подъемной силы) и рис.2б (аэродинамическое качество).

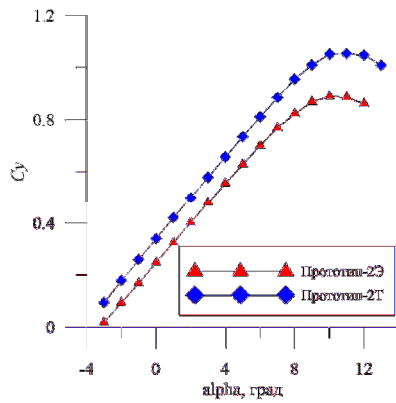


Рис. 2 а. Зависимость коэффициента подъемной силы C_y от угла атаки α

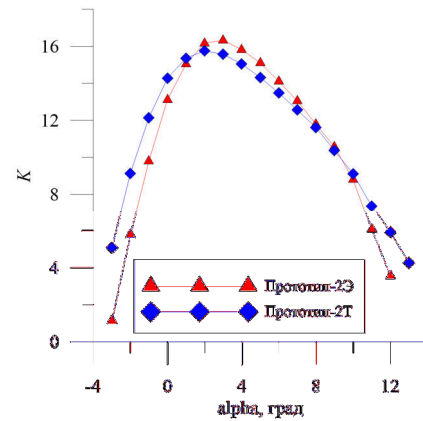


Рис. 2 б. Зависимость аэродинамического качества K от угла атаки α

Заключение. В результате проведенных исследований на основе БПЛА «Прототип-2Э» спроектирован БПЛА «Прототип-2Т». Крыло нового БПЛА обладает большей устойчивостью при возникновении срыва, однако аэродинамическое качество крыла снизилось с 16,3 до 15,4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исмаилов К.К., Кагенов А.М., Костюшин К.В., Орлов С.А. Разработка цифровой модели БПЛА самолетного типа // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика». 23-27 ноября 2020 года. Москва. Тезисы. – М.: Издательство «Перо», 2020. – 980 с. С. 59–60 .
2. Егер С.М., Мишин В.Ф., Лисейцев Н.К., Бадягин А.А., Ротин В.Е., Склянский Ф.И., Кондрашов Н.А., Киселев В.А., Фомин Н.А. Проектирование самолетов: учебник для вузов – М.: Машиностроение, 1983. – 616 с.
3. Kagenov A.M., Kostyushin K.V., Ismailov K.K., Kostyushina N.O., Orlov S.A., Prokhanov S.A. The development of a cloud system for investigation of UAVs aerodynamic characteristics // J. Phys.: Conf. Ser. – 2020. – V. 1488. – P. 1-5. doi:10.1088/1742-6596/1488/1/012017

УДК 519.6

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА
СТЕНКЕ НА ЕСТЕСТВЕННУЮ КОНВЕКЦИЮ ВНУТРИ ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ**

М.А. Крайнов

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Н.С. Бондарева

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: mikhailkraynov@mail.ru

**NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF TEMPERATURE FLUCTUATIONS ON A
WALL ON NATURAL CONVECTION INSIDE A CLOSED CAVITY**M.A. Kraynov

Scientific Supervisor: PhD N.S. Bondareva

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: mikhailkraynov@mail.ru

Abstract. *The unsteady problem of natural convection in a closed square cavity heated from the side wall with a variable temperature was solved. the influence of the Rayleigh number, amplitude and period of temperature change on the heated wall on changes in temperature fields and streamlines in the cavity was analyzed. The mathematical formulation was formulated in variables stream function, vorticity and temperature.*

Энергоэффективность и рациональное использование ресурсов являются одними из самых главных проблем современности. Это имеет важное значение в проектировании ограждающих конструкций зданий и сооружений. Использование конструкций с воздушными вставками требует учитывать влияние конвективного теплопереноса при различных внешних условиях, в том числе температурных колебаний [1, 2]

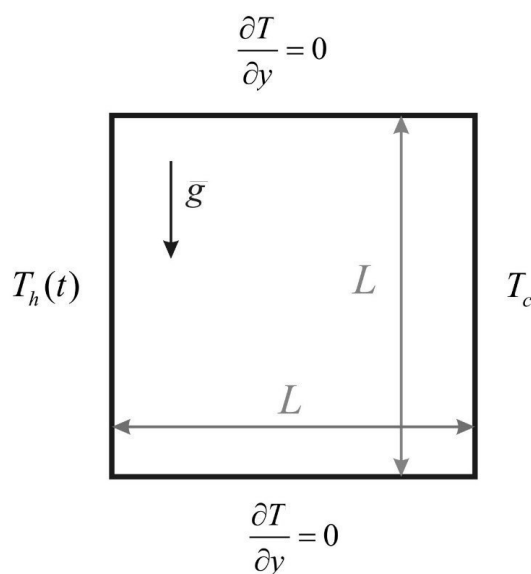


Рис. 1. Схематичное изображение рассматриваемой области

В данной работе рассматривается нестационарная задача естественной конвекции внутри замкнутой квадратной $L \times L$ полости нагреваемой и охлаждаемой от противоположных вертикальных стенок (рис. 1). Горизонтальные стенки области считались теплоизолированными, правая стенка с температурой T_c имела постоянную низкую температуру, на левой стенке где температура T_h было установлено периодическое изменение температуры с амплитудой: $T_h(t) = T_0 + a \sin(2\pi t/p)$. Считалось, что течение в полости ламинарное.

Математическая Постановка нестационарной задачи естественной конвекции была сформулирована в преобразованных переменных функция тока и завихрённость с использованием приближения Буссинеска [3, 4]. С использованием метода конечных разностей были получены распределения температур и функции тока в области для широкого диапазона числа Рэлея и амплитуды изменения температуры. На рисунке 1 представлено схематичное изображение рассматриваемой области.

Для оценки численного алгоритма было проведено сравнение результатов с работой [1]. На рисунке 2 представлено сравнение средних чисел Нуссельта на левой границе для случая: $Ra = 1,4 \cdot 10^5$, $a = 0,8$, $p = 0,01$. Показано хорошее численное согласование результатов.

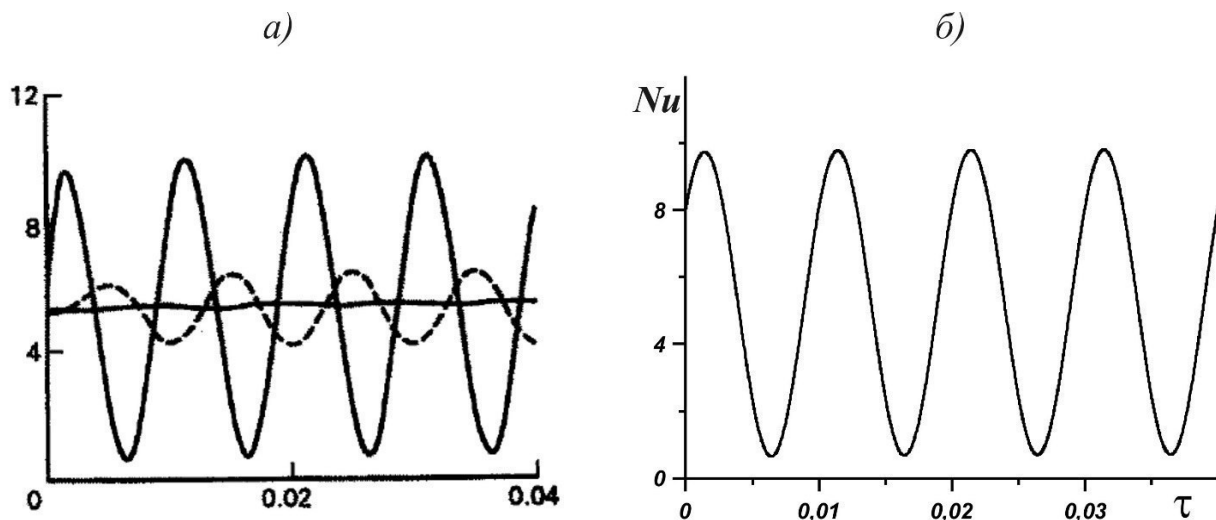


Рис. 2. сравнение средних чисел Нуссельта на левой стенке для случая $Ra = 1,4 \cdot 10^5$, $a = 0,8$, $p = 0,01$ а) результаты из работы [1], б) - результаты, полученные в данном исследовании

На основе полученных результатов было проанализировано влияние числа Рэлея, амплитуды и периода изменения температуры правой стенки на локальные и интегральные характеристики теплопереноса. На рисунке 3 изображены температурные распределения и линии тока для чисел Рэлея $Ra = 10^5$ и $Ra = 10^6$ при $a = 0,4$ и $p = 0,01$ в момент времени $t = 0,0345$. Максимальная абсолютная ошибка составляет 1,7-4,9 %. Для обоих случаев характерно сгущение изотерм на нагреваемой границе области и вытягивание вдоль вертикальной поверхности, что вызвано интенсивным конвективным теплообменом. В обоих случаях структура течения представляет собой вихрь с подъёмным течением вдоль левой стенки и охлаждённым нисходящим течением вдоль правой стенки. Такая гидродинамика способствует вытягиванию изотерм вдоль горизонтальной оси в средней части области. При этом центр вихря смещён к левой стенке, что связано с нестационарным режимом нагревания.

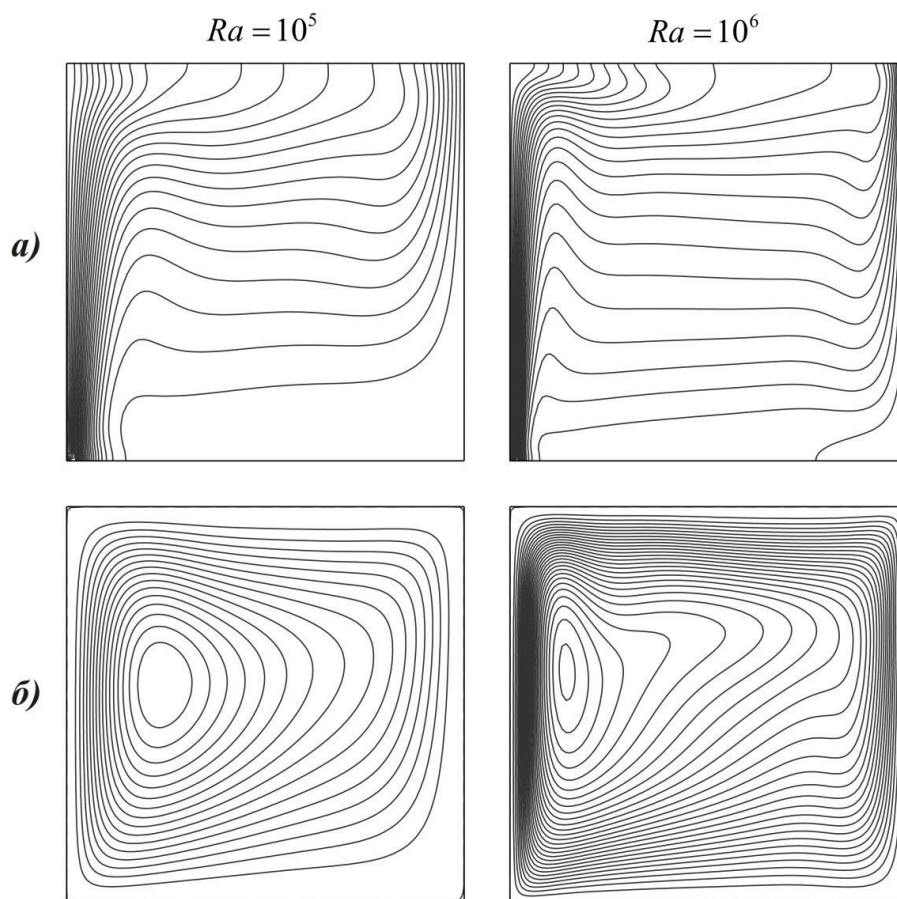


Рис. 3. Изотермы и линии тока для разных чисел Рэлея при $a = 0,4$ и $p = 0,01$ в момент времени $t = 0,0345$

Следует также отметить, что амплитуда изменения температуры на нагреваемой стенке и период влияет на интенсивность конвективного теплопереноса, изменяя максимальный температурный напор и интенсивность прогревания жидкости. Изменение периода колебаний влияет на скорости в потоке, с увеличением периода наблюдается интенсификация колебаний максимума функции тока.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ, проект № 19-79-00308.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kazmierczak M., Chinoda M. Buoyancy-driven flow in an enclosure with time periodic boundary conditions // Great Britain, Pergamon press. – 1992. – P. 1507-1518.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
3. Бондарева Н.С., Шеремет М.А. Численное моделирование процесса плавления галлия в замкнутой прямоугольной полости // Сб. науч. тр. XII Междунар. конф. студентов и молодых учёных “Перспективы развития фундаментальных наук”. – Томск: Изд-во ТПУ, 2015. – С. 627–629.
4. Роуч П. Дж. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

УДК 53:517.928:530.145

**КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ СЕРИИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ
ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО, СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ НА КРИВОЙ**

А.Е. Кулагин

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ack8@tpu.ru

**SEMICLASSICAL SPECTRAL SERIES OF THE NONLOCAL GROSS-PITAEVSKII EQUATION
CONCENTRATED ON A CURVE**

A.E. Kulagin

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.Yu. Trifonov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ack8@tpu.ru

***Abstract.** The method of constructing spectral series for the nonlocal Gross-Pitaevskii equation is presented. The eigenfunctions concentrated on a curve in phase space and eigenvalues are constructed. The semiclassical quantization condition is obtained for the stationary states. Our approach is based on the WKB-Maslov method and is adopted for the solutions with the complex topology.*

Введение. Модель Гросса-Питаевского в приближении среднего поля описывает бозе-эйнштейновский конденсат (БЭК) в разреженных газах [1]. Часто для простоты используют локальное уравнение Гросса-Питаевского (УГП), которая является приближением короткодействующего взаимодействия нелокальной версии, однако ряд физических задач требует учет далекодействующего характера межатомного взаимодействия (например, диполь-дипольное взаимодействие [2]), описываемого нелокальным УГП. Нелокальное УГП является нелинейным интегро-дифференциальным уравнением в частных производных, что сильно осложняет построение его решений как аналитическими, так и численными методами. Для численных методов особенно сложным становится решением спектральной задачи для УГП, которая обычно сводится к итеративному процессу, требующему хорошего начального приближения для стационарных состояний [3]. Обычно в качестве таких приближений выбираются решения соответствующего линейного уравнения Шредингера, которые являются хорошей аппроксимацией только для слабой нелинейности. Аналитические методы тоже, как правило, используют теорию возмущений для слабой нелинейности либо приближение Томаса-Ферми для сильной нелинейности, когда кинетическое слагаемое становится пренебрежимо мало [4]. Таким образом, задача построения решений для произвольной силы взаимодействия до сих пор является нерешенной в общем случае. В данной работе мы рассмотрим ее решение в квазиклассическом приближении на основе идей метода ВКБ-Маслова.

Описание метода. Нестационарное нелокальное уравнение Гросса-Питаевского в наиболее общем виде может быть записано как

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + V(\hat{z}) + \kappa \int_{\square^n} W(\mathbf{x}, \mathbf{y}) |\Psi(\mathbf{y}, t)|^2 d\mathbf{y} \right\} \Psi(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (1)$$

где $\hat{z} = (\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{x})$ – $2n$ -мерный вектор, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\partial_{\mathbf{x}}$, κ – параметр нелинейности. Слагаемое $V(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ описывает кинетическую энергию конденсата и его потенциальную энергию во внешнем поле ловушки, а $W(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ отвечает эффективному взаимодействию в конденсате в приближении среднего поля. Подстановка

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \exp\left(-\frac{i\mu t}{\hbar}\right) \Psi(\mathbf{x}) \quad (2)$$

в (1) приводит к стационарному уравнению Гросса-Питаевского вида

$$\left\{ V(\mathbf{p}, \mathbf{x}) + \kappa \int_{\square^n} W(\mathbf{x}, \mathbf{y}) |\Psi(\mathbf{y})|^2 d\mathbf{y} \right\} \Psi(\mathbf{x}) = \mu \Psi(\mathbf{x}), \quad (3)$$

для которого при выборе нормировки на единицу $\int_{\square^n} |\Psi(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = 1$ можно поставить задачу на собственные функции и собственные значения μ , которые отвечают химическому потенциалу. Метод построения квазиклассических решений спектральной задачи для уравнения (3), сосредоточенных на кривых, основан на методе построения асимптотических решений задачи Коши для уравнения (1), представленного в работе [5], и выбора из них решений вида (2).

Рассмотрим решения, сосредоточенные на одномерном многообразии Λ_t^1 (кривой) в фазовом пространстве

$$\Lambda_t^1 = \{z = (\mathbf{p}, \mathbf{x}) = Z(t, s) = (\mathbf{P}(t, s), \mathbf{X}(t, s)) \mid s \in [0, \omega T]\}, t \in [0, T], T > 0, \quad (4)$$

где s – параметр кривой. Нас интересуют многообразия, инвариантные относительно сдвигов по времени. Частным случаем таких многообразий Λ^1 являются кривые, задаваемые функциями Z вида

$$Z(t, s) = \bar{Z}(t + s/\omega), \quad \bar{Z}(t + T) = \bar{Z}(t), \quad \bar{Z}(t) = (\bar{\mathbf{P}}(t), \bar{\mathbf{X}}(t)). \quad (5)$$

Такие функции определяются T -периодическими решениями с автомодельной симметрией (5) следующей системы Гамильтона-Эренфеста типа (I, I) :

$$\dot{\bar{Z}}(t) = JH_z(t), \quad H_z(t) = V_z(\bar{Z}(t)) + \frac{\kappa}{T} \int_0^T W_z(\bar{\mathbf{X}}(t), \bar{\mathbf{X}}(r)) dr, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & -I_{n \times n} \\ I_{n \times n} & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь $I_{n \times n}$ – единичная матрица размера $n \times n$.

Квазиклассические решения уравнения (1) вида (2), сосредоточенные на кривых (4), (5), с точностью $O(\hbar^{3/2})$ по правой части могут быть записаны в виде

$$\Psi_0(\mathbf{x}, \mu_0) = \frac{N}{\sqrt{\det C(t)}} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[\int_0^t \left(\langle \bar{\mathbf{P}}(r), \dot{\bar{\mathbf{X}}}(r) \rangle - H(r) + \mu_0 \right) dr + \langle \bar{\mathbf{P}}(r), \Delta \mathbf{x} \rangle + \frac{1}{2} \langle \Delta \mathbf{x}, Q(t) \Delta \mathbf{x} \rangle \right] \right\} \Big|_{t = \tau(\mathbf{x})}, \quad (7)$$

$$\Psi_\nu(\mathbf{x}, \mu_\nu) = \prod_{k=1}^{\nu-1} \frac{1}{\sqrt{v_k!}} (\hat{\alpha}_k^+(t))^{\nu_k} \Psi_0(\mathbf{x}, \mu_\nu), \quad \Delta \hat{z} = (\Delta \hat{\mathbf{p}}, \Delta \mathbf{x}) = \hat{z} - \bar{Z}(t),$$

$$H(t) = H^{(0)}(t) + \hbar H^{(1)}(t)[v], \quad H^{(0)}(t) = V(\bar{Z}(t)) + \frac{\kappa}{T} \int_0^T W(\bar{X}(t), \bar{X}(r)) dr,$$

$$H^{(1)}(t)[v] = \frac{\kappa}{T} \int_0^T \left(\langle W_y(\bar{X}(t), \bar{X}(r)), X^{(1)}(t)[v] \rangle + \frac{1}{2} \text{Sp} [W_{yy}(\bar{X}(t), \bar{X}(r)) \cdot \sigma_{xx}(r)[v]] \right) dr.$$

Здесь $X^{(1)}(t)$ и $\sigma_{xx}(t)$ – T -периодические решения системы Гамильтона-Эренфеста второго порядка [5], v – $(n-1)$ -мерный мультииндекс, а $\hat{a}_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} \langle a_k(t), J^T \Delta \hat{z} \rangle$ – оператор, действующий при условии $t = \tau(\mathbf{x}) = const$, где $a_k(t)$, $a_k(t) = 1, \dots, (n-1)$ – набор линейно независимых решений Флоке системы в вариациях

$$a(t) = JH_{zz}(t)a(t), \quad H_{zz}(t) = V_{zz}(\bar{Z}(t)) + \frac{\kappa}{T} \int_0^T W_{zz}(\bar{X}(t), \bar{X}(r)) dr,$$

дополняющих $a_0(t) = \dot{\bar{Z}}(t)$ и отвечающих условию косоортогональности [5]. Для устойчивости кривой Λ^1 в линейном приближении, мы требуем, чтобы показатели Флоке $\lambda_k = \exp(i\Omega_k T)$ удовлетворяли условию $\text{Im} \Omega_k = 0$. Функции $C(t)$, $Q(t)$ также однозначно выражаются через решения системы в вариациях [5].

Из условия однозначности решений (7) можно получить следующие условия квантования в квазиклассическом приближении $\mu = \mu^{(0)} + \hbar \mu^{(1)}$:

$$H^{(0)}(t) = \mu^{(0)}, \quad \int_0^T \langle \bar{P}(t), \dot{\bar{X}}(t) \rangle dt = 2\pi \hbar l, \quad l \in \mathbb{Z},$$

$$\mu^{(1)} = \frac{1}{T} \int_0^T H^{(1)}(t) dt + \sum_{k=0}^{n-1} \Omega_k \left(v_k + \frac{1}{2} \right). \quad (8)$$

Первое условие квантования в (8) является совпадает с условием квантования Бора-Зоммерфельда, а второе является нетривиальным результатом и описывает высшие поправки к химическому потенциалу. Отметим, что в линейном случае условие квантования Бора-Зоммерфельда дает хорошее согласие с точными решениями уравнения Шредингера при $\hbar l = O(1)$, что стоит требовать и в нелинейном случае.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Томской области в рамках научного проекта № 19-41-700004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kevrekidis, P.G., Frantzeskakis, D.J., Carretero-Gonzalez R. Emergent nonlinear phenomena in Bose-Einstein condensates: Theory and experiment. – Berlin: Springer-Verlag, 2008.
2. Baranov, M.A. Theoretical progress in many-body physics with ultracold dipolar gases // Physics Reports. – 2008. – V. 464, №. 3. – P. 71-111.
3. Antoine, X., Duboscq, R. GPELab, a Matlab toolbox to solve Gross-Pitaevskii equations I: Computation of stationary solutions // Computer Physics Communications. – 2014. – V. 185, №. 3. – P. 2969-2991.
4. Stationary solutions of the Gross-Pitaevskii equation with linear counterpart // Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics. – 2000. – V. 275, №. 5-6. – P. 424-434.
5. Shapovalov A.V., Kulagin A.E., Trifonov A.Yu. The Gross-Pitaevskii equation with a nonlocal interaction in a semiclassical approximation on a curve // Symmetry. – 2020. – V. 12, №. 2. – P. .

УДК 519.163

**РАЗРАБОТКА ПРАВИЛ БИЕКЦИИ МЕЖДУ МНОЖЕСТВОМ ВАРИАНТОВ ДЕРЕВА И/ИЛИ
И КОМБИНАТОРНЫМ МНОЖЕСТВОМ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫМ ЧИСЛАМИ МОЦКИНА**М.А. Куртова, Д.В. Кручинин

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Д.В. Кручинин

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050

E-mail: kdv@fb.tusur.ru**THE DEVELOPMENT OF A BIJECTION BETWEEN THE SET OF AND/OR TREE VARIANTS
AND THE COMBINATORIAL SET DEFINED BY THE MOTZKIN NUMBERS**M.A. Kurtova, D.V. Kruchinin

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD D.V. Kruchinin

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634050

E-mail: kdv@fb.tusur.ru

Abstract. *In the present study, we consider the set of combinatorial objects with the cardinality function defined by the values of the Motzkin numbers. For this combinatorial set, we present the structure of an AND/OR tree where the number of its variants coincides with the value of the combinatorial set cardinality. We also define a bijection between the combinatorial set and the set of AND/OR tree variants.*

Введение. Существует большое количество так называемых специальных чисел, которые можно встретить в самых различных областях математики (числа Стирлинга, Эйлера, Нараяна, Бернулли, Белла, и многие другие) [1]. Числа Моцкина $\{M_n\}_{n>0}$ являются одним из примеров таких специальных чисел, которые обладают высокой значимостью в области прикладной математики. Последовательность значений чисел Моцкина представлена как последовательность A001006 в OEIS [2]:

$$1, 1, 2, 4, 9, 21, 51, 127, 323, 835, 2188, 5798, 15511, 41835, 113634, \dots$$

Основное приложение чисел Моцкина заключается в наличии множества комбинаторных интерпретаций. Одна из комбинаторных интерпретаций – количество правильных скобочных последовательностей, разряженных нулями. Также число Моцкина M_n задает количество маршрутов из точки $(0, 0)$ до точки $(n, 0)$ за n шагов, если на каждом шагу разрешено перемещаться только вправо-вверх, вправо-вниз или прямо и запрещается опускаться ниже стартовой точки. Количество возможных вариантов соединения n различающихся точек на окружности непересекающимися хордами также определяется числом Моцкина M_n . Имеется комбинаторная интерпретация из области биоинформатики: M_n соответствует количеству вторичных структур молекулы РНК длины n . Кроме того, существуют и другие известные комбинаторные интерпретации для чисел Моцкина.

Комбинаторное множество – это конечное множество, элементы которого имеют некоторую структуру и имеется процедура построения элементов этого множества.

Целью данного исследования является разработка алгоритмов комбинаторной генерации для комбинаторного множества, мощность которого определяется значением чисел Моцкина. В рамках

данной работы решается задача разработки представления такого комбинаторного множества в виде структуры дерева И/ИЛИ.

Материалы и методы исследования. Данное исследование направлено на развитие методов получения алгоритмов комбинаторной генерации. Рассмотрим метод получения алгоритмов комбинаторной генерации, который основан на применении деревьев И/ИЛИ для представления комбинаторного множества [3]. С помощью такого представления комбинаторного множества возможно построение алгоритмов последовательной генерации комбинаторных объектов, а также их ранжирования и генерации в соответствии с рангами. При этом при построении дерева И/ИЛИ для комбинаторного множества необходимо определить правила биекции между множеством вариантов дерева И/ИЛИ и множеством комбинаторных объектов. Под биекцией предполагается поиск однозначных соответствий между элементами комбинаторного множества и вариантами дерева И/ИЛИ (каждому комбинаторному объекту должен соответствовать только один вариант дерева И/ИЛИ, и наоборот).

Результаты. Рассмотрим одну из комбинаторных интерпретаций для чисел Моцкина: последовательность длины n , представляющая собой последовательность правильно вложенных скобок с возможностью добавления нулей. Данный комбинаторный объект предлагается кодировать в виде последовательности $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, где $a_i \in \{0, "(", ")"\}$.

Количество таких объектов для фиксированного значения параметра n определяется значением числа Моцкина M_n . Известна следующая функция мощности данного комбинаторного множества, которая принадлежит требуемой алгебре (последовательность A001006 в OEIS [1]):

$$M_n = M_{n-1} + \sum_{i=0}^{n-1} M_i M_{n-2-i},$$

где $M_0 = M_1 = 1$.

На основе данного выражения функции мощности комбинаторного множества построена структура дерева И/ИЛИ, которая представлена на рисунке 1.

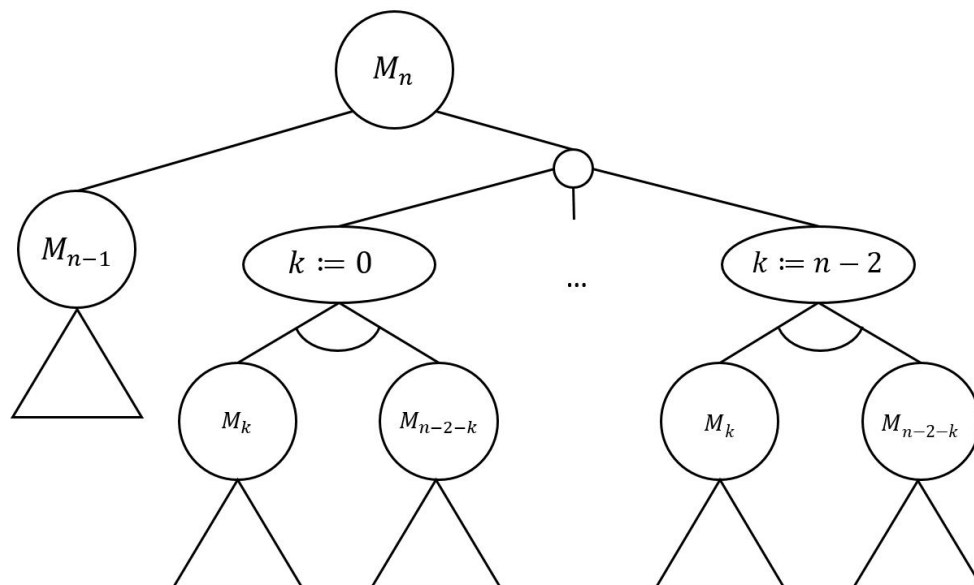


Рис. 1. Дерево И/ИЛИ для комбинаторного множества, определяемого числами Моцкина

Варианты данного дерева И/ИЛИ предлагается кодировать в виде пары $v = (v_1, v_2)$, где:

- v_1 соответствует выбору левого ($v_1 = 0$) или правого ($v_1 = 1$) сына ИЛИ-узла, помеченного M_n ;
- если $v_1 = 0$, то v_2 представляет собой вариант поддерева узла, помеченного M_{n-1} ;
- если $v_1 = 1$, то v_2 представляет собой тройку $v_2 = (k, vl, vr)$, где:
 - k соответствует метке выбранного сына для правого сына ИЛИ-узла;
 - vl соответствует варианту поддерева узла, помеченного M_k ;
 - vr соответствует варианту поддерева узла, помеченного M_{n-2-k} .

Для определения биекции между элементами комбинаторного множества и множества вариантов дерева И/ИЛИ выявлены изменения, происходящие при переходе от одного узла дерева И/ИЛИ к другому. В результате получены следующие правила биекции:

- выбор левого сына ИЛИ-узла, помеченного M_n , соответствует добавлению нуля в искомую последовательность a , которая представляется в виде $a = 0b$, где b является правильной скобочной последовательностью, разряженной нулями, и состоит из $n - 1$ символов;

- выбор правого сына ИЛИ-узла, помеченного M_n , соответствует добавлению пары открывающейся и закрывающейся скобок в искомую последовательность a , которая представляется в виде $a = (b)c$, где b и c также являются правильными скобочными последовательностями, разряженными нулями (b определяется вариантом vl и состоит из k символов, c определяется вариантом vr и состоит из $n - 2 - k$ символов).

Заключение. Результатом выполненной работы являются разработанные правила биекции между комбинаторным множеством, определяемым числами Моцкина, и множеством вариантов дерева И/ИЛИ. Для этого для рассматриваемого комбинаторного множества была построена структура дерева И/ИЛИ и проведен анализ изменений в структуре комбинаторных объектов при переходе от одного узла дерева И/ИЛИ к другому.

Также на основе разработанных правил биекции выполнена программная реализация, которая автоматизирует процесс вычислений и позволяет по заданной правильной скобочной последовательности, разряженной нулями, получить соответствующий ей вариант дерева И/ИЛИ, и наоборот. Полученные результаты могут быть применены при разработке алгоритмов комбинаторной генерации, а именно алгоритмов ранжирования и генерации комбинаторных объектов по рангу.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-71-00059.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Graham R.L. Knuth D.E., Patashnik O. Concrete mathematics. Second edition. – USA: Addison-Wesley, 1994. – 657 p.
2. The on-line encyclopedia of integer sequences [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://oeis.org>. (дата обращения: 01.04.2020)
3. Shablya Y.V Kruchinin. D.V., Kruchinin V.V. Method for developing combinatorial generation algorithms based on AND/OR trees and its application // Mathematics. – 2020. – Vol. 8, №6. – Article ID 962.

УДК 519.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ МНОГОСЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Н.А. Лаврентьев

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Р.К. Нариманов

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: lavrmini@mail.ru

RESEARCH OF APPLICATION OF MULTIPLIET METHODS FOR SOLVING PROBLEMS

N.A. Lavrentyev

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD R.K. Narimanov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Ave., 36, 634050

E-mail: lavrmini@mail.ru

***Abstract.** The multigrid method is a solution method based on the use of a sequence of nested grids and operators to move from one grid to another. It is one of the methods used to increase stability and to accelerate the convergence of numerical calculations.*

Введение. Многосеточный метод — это метод решения, основанный на использовании последовательности вложенных сеток и операторов перехода от одной сетки к другой. Как известно, многосеточный метод является одним из методов, который применяется для повышения устойчивости и для ускорения сходимости численных расчетов. Многосеточный метод устанавливает лишь структуру вычислительного алгоритма, эффективность которого зависит от адаптации его отдельных компонентов к решаемой задаче. Многовариантность имеющихся подходов связывается с поиском компромисса между общей эффективностью алгоритма и объемом требуемой вычислительной работы. Существующие варианты многосеточных методов различаются способом построения операторов ограничения и продолжения, выбором сглаживающей процедуры, реализацией многосеточного цикла, способом построения последовательности сеток. На сегодняшний день широкое применение при численном решении дифференциальных уравнений в частных производных находят многосеточные методы, в частности многосеточный V -цикл [1, 2].

Структура V -цикла. Применение V -цикла заключается в первоначальном выполнении нескольких итераций расчетной процедуры на исходной, самой детализированной сетке. Затем вычисляется невязка, которая огрубляется на сетку следующего уровня и итерации сглаживания повторяются уже на ней. Последовательность этих действий повторяются до тех пор, пока не будет достигнута самая грубая сетка. На ней вычисления проводятся с максимальной точностью. Далее начинается восходящий цикл от грубой сетки к мелким до достижения исходной. Результаты предыдущей (более грубой сетки) интерполируются на более мелкие сетки и складываются с приближенными решениями на них до тех пор, пока не будет достигнута исходная сетка [1, 3].

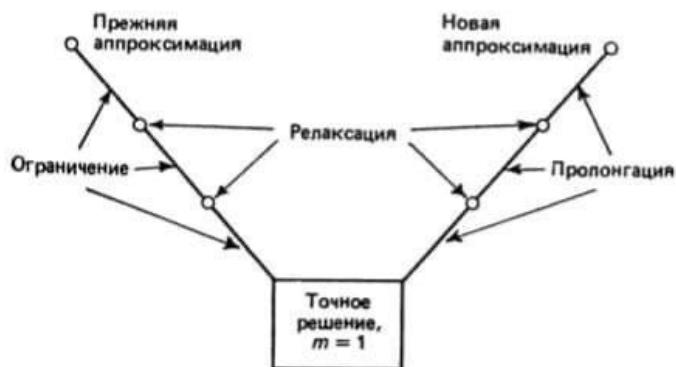


Рис.1. Блок схема многосеточного V-цикла [1]

Математическая постановка задачи. В данной работе представлены результаты исследования эффективности V-цикла в случае применения его к модельному двумерному уравнению Лапласа с граничными условиями первого рода и второго рода.

Уравнение Лапласа.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0,$$

Здесь U – значение искомой функции, x и y – координатные переменные. Рассматривается квадратная расчетная область. Первая краевая задача: на всех границах принимаем значение функции постоянным и равным 1. Вторая краевая задача: на верхней, нижней и левой боковой границах принимаем значение функции постоянным и равным 1, а на правой боковой границе задаем равенство нулю производной функции.

Метод решения. Для численного решения уравнения Лапласа применялась стандартная центральная конечно-разностная аппроксимация второго порядка. Для определения значений функции использовался итерационный метод Якоби. Везде в качестве начального приближения принималось значение функции во внутренних точках равное нулю. На границе в случае первой краевой задачи все значения функции равны 1. В случае второй краевой задачи на правой границе задается равенство нулю производной. Цель работы, определить наиболее эффективные параметры V-цикла, обеспечивающие наиболее высокую скорость получения решения. Структура V-цикла состояла из трех вложенных сеток с отношением шагов 0,5. Переход от мелкой сетки к крупной осуществлялся переносом значений в совпадающих узлах. Переход от крупной сетки к мелкой производился при помощи билинейной интерполяции. При решении первой и второй краевых задач использовались наборы сеток: I набор – сетка 20x20, сетка 40x40, сетка 80x80; II набор – сетка 40x40, сетка 80x80, сетка 160x160; и III набор – сетка 80x80, сетка 160x160, сетка 320x320. Мы варьируем количество повторений на каждой сетке, с целью определения наиболее эффективных параметров V-цикла, обеспечивающих наиболее высокую скорость получения решений.

Результаты работы. В данных таблицах представлены результаты исследования эффективности V-цикла в случае применения его к модельному двумерному уравнению Лапласа с граничными условиями первого рода и второго рода.

Таблица 1

Первая краевая задача. Время расчета. Использование V цикла

Количество повторений	Набор I 20x40x80	Набор II 40x80x160	Набор III 80x160x320
20	0,80 с	10,24 с	2 м 23,54 с
30	0,75 с	9,97 с	2 м 25,84 с
40	0,75 с	10,24 с	2 м 19,68 с
50	0,54 с	10,13 с	2 м 22,36 с
60	0,63 с	10,56 с	2 м 24,71 с

Таблица 2

Первая краевая задача. Время расчета Прямой расчет

сетка	80x80	160x160	320x320
время	11,31 с	1 м 39,1 с	22 м 46,91 с

Таблица 3

Вторая краевая задача. Время расчета. Использование V цикла

Количество повторений	Набор I 20x40x80	Набор II 40x80x160	Набор III 80x160x320
20	15,70 с	3 м 12,74 с	40 м 43,74 с
30	14,95 с	3 м 8,27 с	40 м 35,84 с
40	15,43 с	3 м 9,24 с	40 м 15,68 с
50	16,54 с	3 м 5,13 с	40 м 12,36 с
60	17,63 с	3 м 7,56 с	40 м 24,51 с

Таблица 4

Вторая краевая задача. Время расчета Прямой расчет.

сетка	80x80	160x160	320x320
время	4 м 16,31 с	30 м 49,1 с	2 ч 20 м 6,91 с

По скоростям решений V-цикла и прямого расчета делаем вывод, что V-цикл быстрее прямого расчета в 10-15 раз в зависимости от типа граничных условий и размерности сеток.

Заключение. В работе представлены результаты исследования эффективности применения многосеточного V-цикла к решению модельного уравнения Лапласа при граничных условиях первого и второго рода. Показано, что применение данного подхода на основе итерационного метода Якоби позволяет значительно сократить время расчета. Расчеты проводились с использованием языка программирования *Fortran* и открытой среды программирования с сайта www.onlineGDB.com.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Том 1. – М.: Мир, 1991. – 504 с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. 512с.
3. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т.: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – Т. 1, 2. – 728 с.

УДК 533

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ

Д.О. Ларкин

Научный руководитель: к.ф.-м.н. А.М. Кагенов

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: larkin935@gmail.com

CALCULATION OF THE GAS FLOW IN THE LAVAL NOZZLE

D.O. Larkin

Scientific Supervisor: PhD A.M. Kagenov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: larkin935@gmail.com

Abstract. An application has been developed that allows calculations of the main gas-dynamic parameters in a radius-conical Laval nozzle. The calculation algorithm is based on the use of gas-dynamic functions. The main feature is the use of sliders. With this function, you can change the geometric parameters of the Laval nozzle in real time and see how the main gas dynamic functions of the gas will change. Test calculations of flows of combustion products in nozzles are carried out. The result was checked by comparing it with a known solution.

Введение. В данной работе рассматривается течение идеального газа в коническом сопле. Сопло – устройство предназначенный для ускорения потока газа с дозвуковой скорости до сверхзвуковой. Это устройство является частью ракетных двигателей. При их проектировании часто используют газодинамические функции, которые описывают квазимодоодномерное изоэнтропическое течение идеального газа.

Методика расчета. Алгоритм расчёта был основан на определении безразмерной функции приведенной скорости (1).

$$q(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{k-1}\right)} \left(\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\left(\frac{1}{k-1}\right)}\right) \lambda = \frac{F_{кр}}{F} \quad (1)$$

В данной формуле λ — приведённая скорость, k — показатель адиабаты, F — площадь данного сечения, $F_{кр}$ — площадь критического сечения.

Уравнение (1) было решено с помощью метода половинного деления [1]. Далее по полученным значениям приведенной скорости рассчитываются остальные газодинамические параметры течения газа [2]. Например, функции параметров торможения τ , ε , π можно найти по следующим формулам:

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2, \quad \varepsilon(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\left(\frac{1}{k-1}\right)}, \quad \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\left(\frac{k}{k-1}\right)}$$

Результаты. Программа написана на языке С++ с использованием кроссплатформенного фреймворка «Qt Creator». Для построения графиков вся длина сопла делилась на 200 частей, что является оптимальным для сопла Лавалиа изображённого на рис. 1 (т. к. большее число разбиений уже не будет влиять на точность результатов). В случае необходимости более точных вычислений значений для построения графиков, сопло можно разбить на большее количество частей. Для этого в поле «Число разбиений» нужно указать необходимое количество разбиений. Графики являются безразмерными, а их отображение производилось с помощью библиотеки «QcustomPlot».

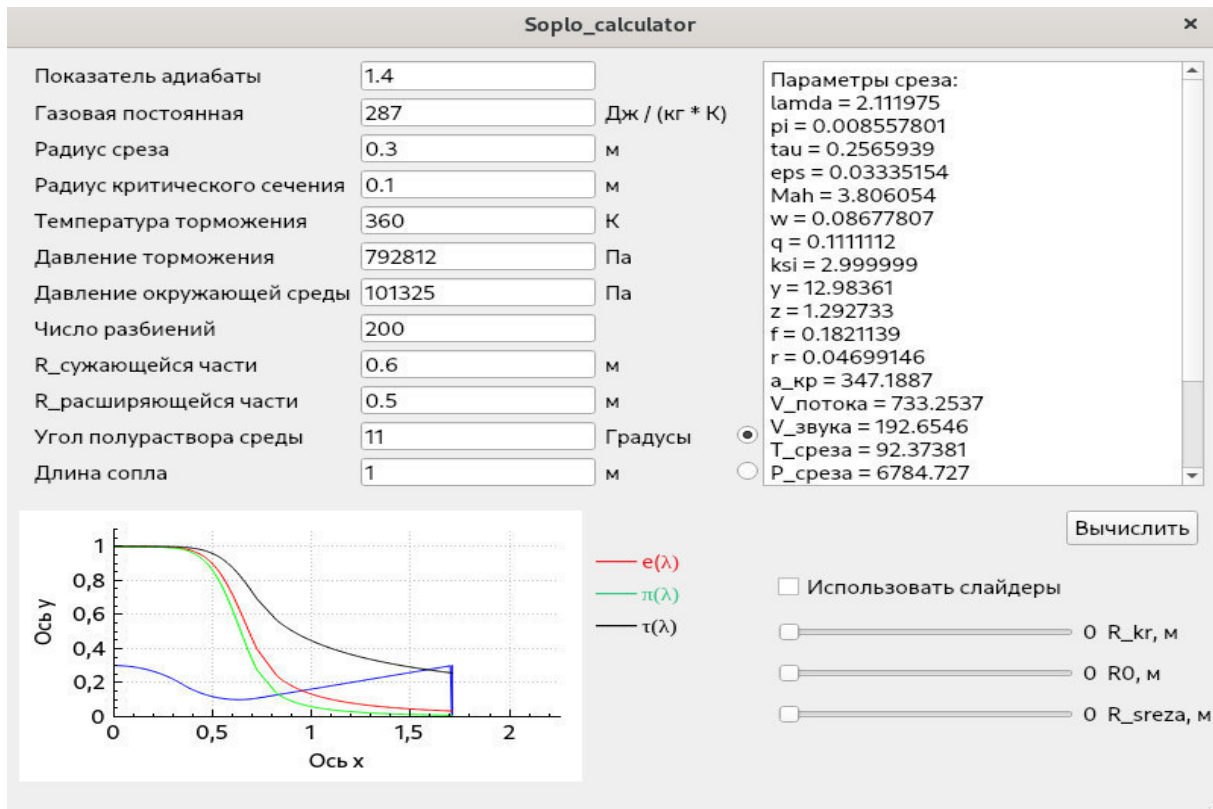


Рис. 1. Интерфейс приложения

Данное приложение состоит из двух функциональных модулей: модуль построение самого сопла и расчетного модуля. Первый модуль реализует построение геометрии радиусо-конического сопла Лавалиа. В качестве входных параметров принимает геометрические параметры сопла: радиус критического, входного и выходного сечений, длину сопла или угол полураствора и прочие параметры. На основании этих данных выполняется построение контура радиусо-конического сопла Лавалиа. Второй модуль программы в качестве начальных параметров использует: давление и температуру торможения, параметры рабочего тела (показатель адиабаты и газовую постоянную), а также давление окружающей среды. Данный модуль реализует расчёт основных газодинамических параметров течения газа используя газодинамические функции, решение которых основывается на методе половинного деления. В модуле построения сопла происходит построение графиков $e(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\tau(\lambda)$, данные для которых берутся из расчётного модуля. В программе имеется окно, где отображаются значения параметров на срезе (выходе) сопла, которые определены по газодинамическим функциям на срезе (выходе) сопла: секундных весовой

расход газа, реактивная сила, удельная тяга и др. Отличительной особенностью данного приложения является то, что можно использовать слайдеры для изменения: критического, входного и выходного радиусов. С помощью данной функции можно в режиме реального времени менять геометрические параметры сопла Лавала и смотреть как будут меняться основные газодинамические параметры газа.

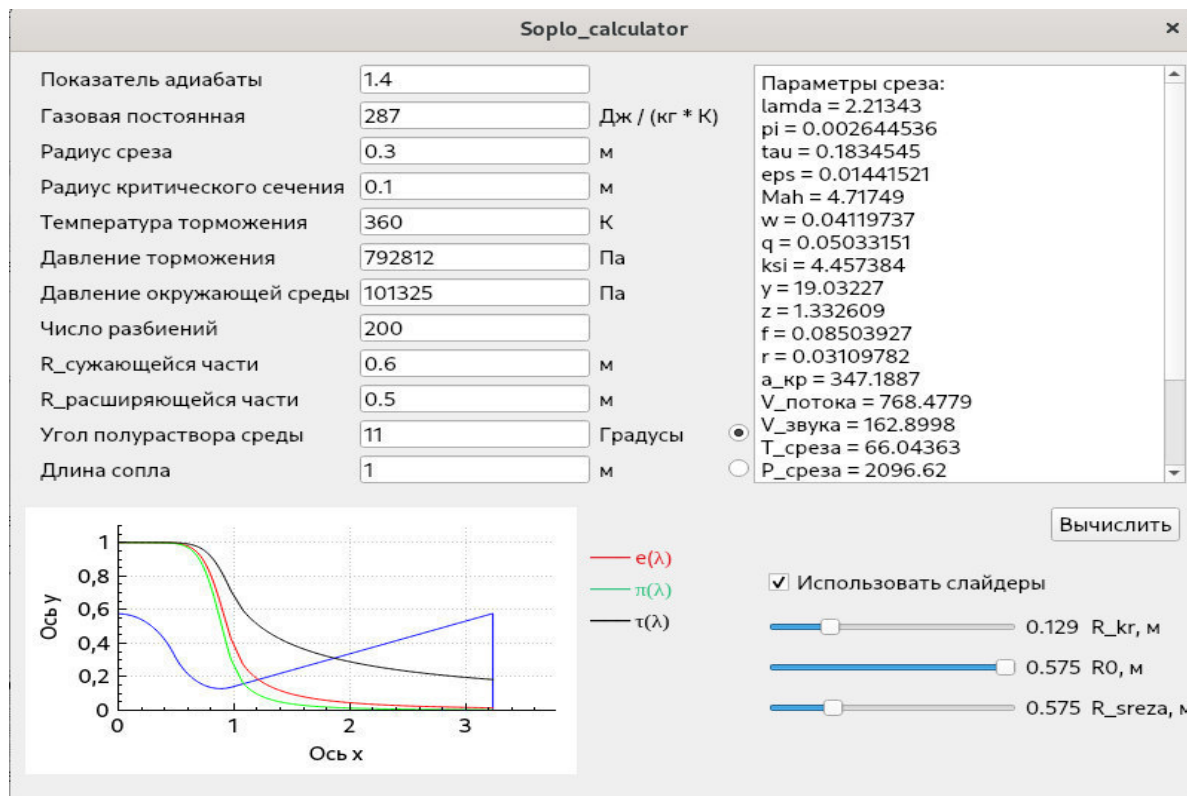


Рис. 2. Интерфейс приложения с использованием слайдеров

Заключение. Разработано инженерное приложение для расчета основных параметров течения газа в сопле Лавала. Проведены тестовые расчеты течений продуктов сгорания в конических соплах. Результат программы совпадает с данными из таблицы газодинамических функций [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мильков С.Л., Мильнов Л.Л. Основы численных методов: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям 553100 (код по ОКСО 140400) "Техническая физика" и 553300 (код по ОКСО 150300) "Прикладная механика" - Томск: Изд-во науч.-техн. лит., 2006. – 258 с.
2. Иров Ю.Д., Кейль Э.В., Маслов Б.Н. Газодинамические функции. – М: Машиностроение, 1965. – 398 с.

УДК 519.6

**ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ
ПРИМЕСИ В УЛИЧНОМ КАНЬОНЕ**

Д.В. Лещинский

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Е.А. Данилкин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: 360flip182@gmail.com

**INFLUENCE OF THE LOCATION OF THE POLLUTION SOURCE ON THE CONCENTRATION
OF THE IMPURITY IN THE STREET CANYON**

D.V. Leshchinskiy

Scientific Supervisor: PhD. E.A. Danilkin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: 360flip182@gmail.com

***Abstract.** The work is devoted to the study of the flow structure and the nature of the impurities distribution in a street canyon, depending on the location of a constant intensity pollution source. The paper considers three cases when the source of the impurity is located: in the center at the bottom of the street canyon, at the bottom under leeward wall and at the bottom under windward wall.*

Введение. Данная работа посвящена построению и апробации математической модели для исследования процессов переноса примеси в уличных каньонах. Исследования такого рода актуальны для понимания микроклимата городов, полезны в планировании новых зданий и оценке зон повышенной экологической опасности. На основе разрабатываемой оригинальной микромасштабной математической модели M2U [1] проведено исследование влияния расположения источника загрязнения на структуру течения и характер распространения примеси внутри уличного каньона. Математическая модель опирается на осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Замыкание системы дифференциальных уравнений осуществляется с использованием двухпараметрической $k - \varepsilon$ – модели, учитывающей влияние сил плавучести на турбулентную структуру течения, и градиентно-диффузионной гипотезы Буссинеска. Численное решение выполняется на основе метода конечного объема, монотонизированной схемы аппроксимации конвективных слагаемых и алгоритма SIMPLE для согласования полей скорости и давления [2].

В данной работе акцент делается на исследовании изменения максимальной и средней концентрации в зоне дыхания человека (до 2 метров от земли). Рассмотрено три случая расположения источника загрязнения: в центре на дне уличного каньона, на дне у подветренной стены и на дне у наветренной стены.

Физико-математическая постановка задачи. Рассматривается стационарное изотермическое турбулентное движение воздуха в приземном слое над неоднородной подстилающей поверхностью с элементами крупномасштабной шероховатости. Элементы шероховатости представляют собой

неподвижные, непроницаемые для потока препятствия (здания). Рассматривается точечный источник вредных выбросов постоянной интенсивности (автотранспорт).

Математическая модель включает в себя осредненные по Рейнольдсу уравнения неразрывности, уравнения Навье-Стокса, переноса примеси [2, 3] и теплообмена:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + g_i \frac{(\bar{T} - T_0)}{T},$$

$$\frac{\partial \bar{T} \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{T} \bar{u}_j}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial \bar{C} \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{C} \bar{u}_j}{\partial x_j} + S, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Здесь, \bar{u}_i, \bar{u}_j – осредненные и пульсационные проекции вектора скорости на оси координат; \bar{p} – давление; ρ – плотность; ν – кинематическая вязкость воздуха; \bar{T} – температура; \bar{C} – осредненное значение концентрации примеси; S – функция, описывающая распределение точечного источника примеси; $\bar{u}_i \bar{u}_j$ – тензор напряжений Рейнольдса; α, D – температуропроводность и коэффициент диффузии; $g_i(0, g)$ – компоненты ускорения свободного падения.

Замыкание описанной системы уравнений проводится с использованием градиентно-диффузионной гипотезы Буссинеска [2]:

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = -\nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij},$$

$$\bar{T} \bar{u}_j = -\frac{\nu_T}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}, \quad \bar{C} \bar{u}_j = -\frac{\nu_T}{Sc_T} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j},$$

Для вычисления турбулентной вязкости используется двухпараметрическая $k-\varepsilon$ – модель турбулентности, учитывающая влияние сил плавучести [4]

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad \frac{\partial k \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P + G - \varepsilon,$$

$$\frac{\partial \varepsilon \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P + C_{\varepsilon 3} G) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k},$$

$$P = -\bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad G = \beta g_i \frac{\nu_T}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j},$$

где ν_T – турбулентная вязкость, k – кинетическая энергия турбулентности, ε – диссипация турбулентной кинетической энергии, β – коэффициент температурного расширения. Коэффициенты модели турбулентности $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,22$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $C_{\varepsilon 3} = th(|u_3|/|u_1|)$, $C_\mu = 0,09$, $Sc_T = 0,5$, $Pr_T = 0,9$.

Для задания значений скорости, турбулентных параметров, трения и теплового потока вблизи твердой поверхности используется метод пристеночных функций [5]. В модели не учитывается осаждение примеси на стенах, крышах и подстилающей поверхности, поэтому на границах производные от концентрации по нормали к поверхности задаются равными нулю. Краевые условия на выходе потока из расчетной области и на открытой верхней границе – это равенство нулю производных по нормали. При задании граничных условий на входе используются равномерные профили скорости $k, \varepsilon, \bar{T}, \bar{C}$.

При расчете течений вокруг зданий использовался метод фиктивных областей, суть которого заключается в том, что значения векторных и скалярных величин в области преграды равны нулю и на границах фиктивных конечных объемах нет потоков диффузии [2].

Моделирование течения и проведение параметрических расчетов. Проведен анализа влияния расположения источника загрязнения в уличном каньоне на максимальную и минимальную концентрации примеси в зоне дыхания (до 2 м от дна каньона) и в каньоне в целом. Геометрические характеристики уличного каньона, высота (H) и ширина (W) 20 метров, глубина (L) 30 метров. Расчеты проводились на структурированной декартовой сетке 110x62x100 по осям O_x, O_y и O_z соответственно. Источник поступления примеси постоянной интенсивности располагался в центре, у подветренной стенки и у наветренной стенки уличного каньона, вблизи поверхности (Рис. 1).

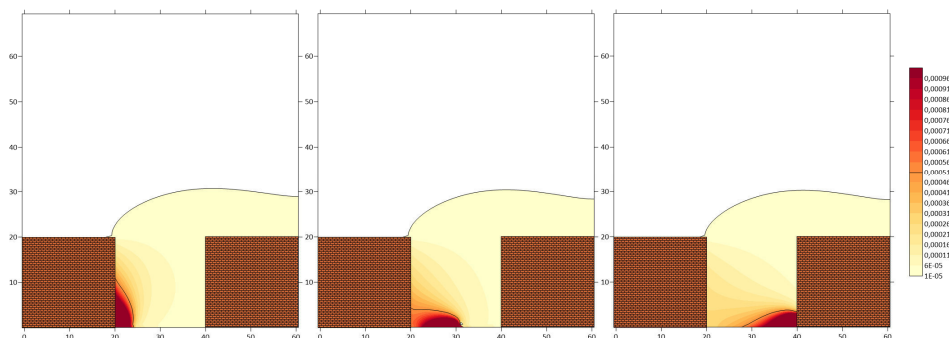


Рис. 1. Контурное поле концентрации примеси в уличном каньоне с левым, центральным и правым расположением источника загрязнения, соответственно

Закключение. Представлена микромасштабная модель турбулентного движения воздуха и переноса примеси в уличном каньоне. Для изотермического турбулентного течения воздуха в каньоне исследовано каким образом разные варианты расположения источника загрязнения влияют на накопление поступающей примеси внутри уличного каньона (Рис. 1). Рассчитаны и проанализированы интегральные характеристики концентрации примеси в уличном каньоне в целом и в зоне дыхания (до 2 м от дна каньона) в частности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nuterman R., Starchenko A., Balkanov A. Numerical Model of Urban Aerodynamics and Pollution Dispersion // International Journal of Environment and Pollution. – 2011. – С. 385–393.
2. Старченко А.В., Нутерман Р.Б., Данилкин Е.А. Численное моделирование турбулентных течений и переноса примеси в уличных каньонах. Томск: Изд. дом Томского гос. ун-та, 2015. – 252 с.
3. Данилкин Е.А., Старченко А.В. Моделирование распространения выбросов автомобильного транспорта в уличном каньоне // Вычислительные технологии. – 2020. – С. 4–21.
4. Henkes R. A.W.M., Van Der Flugt F. F. et al. Natural Convection Flow in a Square Cavity Calculated with Low-Reynolds-Number Turbulence Models // Int. J. Heat Mass Transfer, – 1991. – P. 1543–1557.
5. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1974. – P. 269–289.

УДК 536.24

**РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ СТЕПЕННОЙ
НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ВНУТРИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОБОГРЕВАЕМОЙ
ПОЛОСТИ**Д.С. Лоенко

Научный руководитель: доцент, д. ф.-м. н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: whiteink@bk.ru**REGULARIZATION TECHNIQUES IN NATURAL CONVECTION PROBLEMS FOR POWER-
LAW NON-NEWTONIAN FLUID CIRCULATION IN A DIFFERENTIALLY-HEATED CAVITY**D.S. Loenko

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: whiteink@bk.ru

***Abstract.** This work is devoted to the study of the regularization techniques for natural convection of a power-law fluid in a differentially-heated cavity. Three approaches of regularization are compared. The influence of the regularization parameter on hydrodynamics and heat transfer is estimated. Comparison with numerical data of other authors is performed. Optimal values of regularization parameter and uniform mesh are defined.*

Введение. Рост производительности вычислительных комплексов и постоянная миниатюризация элементов микроэлектронных систем ставит перед исследователями задачу поиска эффективного охлаждения тепловыделяющих элементов. Одним из наиболее популярных, дешевых и легких в реализации является метод пассивного охлаждения с помощью естественно-конвективного теплопереноса в жидкостях и газах. Известно, что большинство жидкостей, применяемых в таких задачах, проявляют неньютоновское поведение [1]. Особенностью неньютоновских сред является нелинейная зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига. Примерами описанных жидкостей являются следующие вещества: различные суспензии, наножидкости, гели, масла, эмульсии, пены.

Учитывая особенности поведения неньютоновских сред, их математическое моделирование представляет собой сложную задачу. При численном исследовании конвективного теплопереноса в псевдопластических жидкостях возникает особенность, вследствие появления «бесконечной» эффективной вязкости при стремлении к нулю интенсивности скоростей деформаций [2].

В данном исследовании будут изучены походы, связанные с регуляризацией степенной модели для сохранения устойчивости численного метода.

Постановка задачи. На рисунке 1 представлена геометрическая схема области решения задачи. В замкнутой квадратной дифференциально-обогреваемой полости ($T_h > T_c$) содержится степенная неньютоновская жидкость. Горизонтальные стенки полностью теплоизолированы. Сила тяжести направлена вертикально вниз.

Дифференциальные уравнения, описывающие процесс нестационарного конвективного теплопереноса в приближении Буссинеска в размерных переменных «скорость–давление», имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + g\beta(T - T_c) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

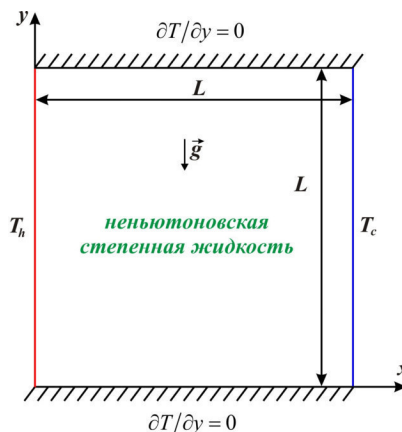


Рис. 1. Область решения задачи

Неньютоновский характер течения жидкости описывается степенным законом Оствальда-де-Вилля [3, 4]:

$$\tau_{ij} = 2\mu_{eff} D_{ij} = 2K (2D_{kl} D_{kl})^{\frac{n-1}{2}} D_{ij}$$

С целью исключения поля давления в систему уравнений (1)–(4) вводятся преобразованные переменные – функции тока и завихренности – а также применяется обезразмеривание [4]. Тогда система уравнений принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \left(\frac{Ra}{Pr} \right)^{\frac{n-2}{2}} \left[\nabla^2 (\bar{M}\Omega) + S_\Omega \right] + \frac{\partial \Theta}{\partial X} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (7)$$

где источниковый член S_Ω и безразмерная эффективная вязкость \bar{M} и имеют следующий вид:

$$S_\Omega = 2 \left[\frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial X^2} \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial Y^2} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial X \partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right], \quad \bar{M} = \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}$$

Выражение $A = \sqrt{2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2}$ определяет интенсивность скоростей

деформаций. Тогда эффективную вязкость можно выразить следующим образом: $\bar{M} = A^{n-1}$. В случае псевдопластической жидкости ($n < 1$) возможно появление «бесконечной» эффективной вязкости, поэтому для сохранения устойчивости численного метода используют регуляризацию степенной модели. В проводимых исследованиях использовались три подхода, представленные в таблице 1, где ε – параметр регуляризации, а n – показатель поведения жидкости.

Таблица 1

Три подхода в методе регуляризации

1	$\bar{M} = (A + \varepsilon)^{n-1}$
2	$\bar{M} = \left(\sqrt{A^2 + \varepsilon^2}\right)^{n-1}$
3	$\bar{M} = \left(\frac{A}{1 - \exp\left(-\frac{A}{\varepsilon}\right)}\right)^{n-1}$

Начальные и граничные условия для системы (5)-(7) в безразмерном виде:

$$\tau = 0 \rightarrow \Psi = \Omega = 0, \Theta = 0.5$$

$$\tau > 0 \rightarrow X = 0, 0 \leq Y \leq 1, \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \Theta = 1$$

$$X = 1, 0 \leq Y \leq 1, \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \Theta = 0$$

$$Y = 0 \text{ и } Y = 1, 0 \leq X \leq 1 \quad \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0$$

Система (5)-(7) с соответствующими начальными и граничными условиями решалась на основе конечных разностей с применением метода нижней релаксации и прогонки. В ходе решения были проанализированы три подхода регуляризации степенной модели при $\varepsilon=0.0001-0.1$. В результате были установлены оптимальные значения параметра регуляризации для каждой из рассмотренных моделей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-5799.2021.4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gangawane K.M., Manikandan, B. Laminar natural convection characteristics in an enclosure with heated hexagonal block for non-newtonian power law fluids // Chin. J. Chem. Eng. – 2017. – Vol. 25. – P. 555–571.
2. Шрагер Г.Р., Козлобродов А.Н., Якутенок В.А. Моделирование гидродинамических процессов в технологии переработки полимерных материалов. – Томск: Издательство Томского университета, 1999. – 230 с.
3. Khezzar L., Siginer D., Vinogarov I. Natural convection of power law fluids in inclined cavities // International Journal of Thermal Sciences. – 2012. – Vol. 53. – P. 8–17.
4. Лоечко Д.С., Шеремет М.А. Численное моделирование естественной конвекции неньютоновской жидкости в замкнутой полости // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – Т. 12, № 1. – С. 59–72.

УДК 536.37

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ
ОГНЕЗАЩИТНОЙ ПРОПИТКИ НА ПОЖАРНУЮ ОПАСНОСТЬ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ
ДРЕВЕСИНЫ**

Т.И. Медведева, Д.П. Касымов

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Д.П. Касымов

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: tatedmedvedeva@yandex.ru

**EXPERIMENTAL STUDY OF THE EFFECT OF SURFACE FLAME RETARDANT
IMPREGNATION ON THE FIRE BEHAVIOR OF WOOD-BASED MATERIALS**

T.I. Medvedeva, D.P. Kasymov

Scientific Supervisor: PhD D.P. Kasymov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: tatedmedvedeva@yandex.ru

***Abstract.** Wood is a renewable and easily processed material that has been used in the construction industry for thousands of years. Its use remains widespread, ranging from structural frames to floors, panels, doors, interior and exterior woodwork and furniture. Wood is one of the most sustainable and environmentally friendly materials. A tree is an integral part of structures. The often unavoidable danger of fire makes wood a very desirable material for further research. In addition to its fire resistance and low heat release rate, wood products have long been required to resist burning and maintain structural integrity while still providing protection when exposed to fire or heat. To understand and change the fire resistance of wood, it is necessary to know as much as possible about the decomposition processes. The test results are highly dependent on various parameters, including changes in the gas composition, temperature, heating rate, and sample size. The use of wood is restricted by various safety requirements and regulations regarding its flammability and spreading fire characteristics. To improve the reaction to fire, wood products are usually treated with flame-retardants.*

Введение. Древесина — это возобновляемый и легко обрабатываемый материал, который используется в строительной отрасли на протяжении тысячелетий. Его использование остается широко распространенным, начиная от структурных рам для полов, панелей, дверей, интерьера и внешняя работа по дереву и мебель. Древесина - один из самых устойчивых и экологически безопасных материалов. Опасность пожара делает древесину очень желательным материалом для дальнейшего исследования. Помимо стойкости к возгоранию и низкой скорости тепловыделения, изделия из древесины давно требовались для того, чтобы противостоять прожогу и сохранять целостность конструкции, продолжая при этом обеспечивать защиту при воздействии огня или тепла. Чтобы понять и изменить огнестойкость древесины, необходимо знать, как можно более подробно о процессах разложения. Результаты испытаний сильно зависят от различных параметров, включая изменения в составе газа, температура, скорость нагрева и размер образца. Использование дерева ограничены различными требованиями безопасности и правилами,

касающиеся его воспламеняемости и распространения огненных характеристик. Чтобы улучшить реакцию на огонь, изделия из древесины обычно обрабатываются антипиренами.

Экспериментальная часть. Проведен комплекс экспериментальных исследований в лабораторных условиях с применением инфракрасной камеры научно-исследовательского класса JADE J530SB по оценке поля температуры на поверхности образцов древесных строительных материалов (древесный массив – сосна, осина, лиственница; некоторые виды древесных строительных материалов) в результате воздействия модельного низового лесного пожара слабой интенсивности. За основу была взята модель низового лесного пожара, как наиболее распространённого в природных условиях, моделирование которого в лабораторных условиях не требует существенных технических затрат [1]. В качестве лесного горючего материала рассматривалась хвоя сосны, запас лесного горючего материала (ЛГМ) выбирался в соответствии с известными данными [2]. Контролировались основные параметры состояния рассматриваемых образцов древесины и ЛГМ: влагосодержание, масса, плотность теплового потока в области воздействия, влажность воздуха и др.

В результате съемки на инфракрасную камеру были получены последовательности термограмм, дальнейшая обработка которых производилась и использованием программного обеспечения «Altair» а также разработанной в ходе реализации проекта программы «Tempfiled-v.1» [3]. Для анализа динамики изменения температуры на поверхности исследуемого образца была предложена следующая обработка. Зная размеры матрицы инфракрасной камеры и масштабный коэффициент (расстояние от объектива камеры до торца образца), на полученной термограмме были определены границы образца на кадре. Для того чтобы получить таблицу температур, соответствующую данному образцу, был произведен экспорт значений температуры, соответствующий каждому пикселю матрицы.

Использование бесконтактного метода ИК-диагностики позволило экспериментально определить распределение температуры, а также теплонапряженные участки на поверхности образцов в результате воздействия модельного очага горения (рис. 1).

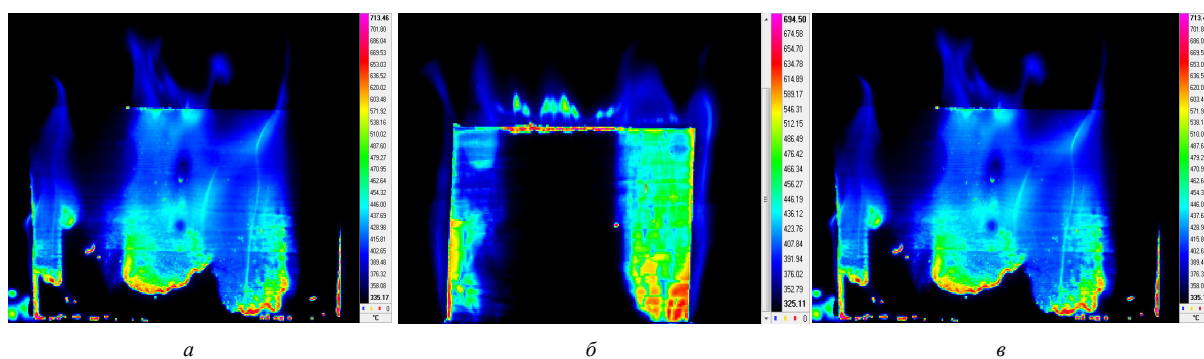


Рис. 1. Мгновенное распределение поля температуры на поверхности образцов (а – блок хаус; б – осина; в – сосна) после воздействия модельного очага низового лесного пожара

Результаты. Экспериментально проанализировано влияние различных огнезащитных составов (огне-био защитная пропитка для древесины «ФУКАМ», «Pirilax»-Classic», «СЕНЕЖ ОГНЕБИО ПРОФ», а также огнезащитный состав «МИГ-09») на пожароопасные свойства образцов древесных строительных материалов (плоские образцы из сосны, осины и лиственницы и древесный строительный материал для имитации бруса «Блок-хаус», выполненный из сосны). Отмечено существенное снижение

температуры поверхности образцов древесины, обработанных огнезащитными пропитками с аналогичными необработанными образцами (табл. 1).

Таблица 1

Значения максимальной температуры $T_{max\ av}$ на поверхности образцов древесины в зависимости от применяемого огнезащитного состава (на примере блок-хауса)

Тип строительного материала (сорт древесины)	Огнезащитный состав	$T_{max\ av}^*$, °С
Блок-хаус (сосна)	«Pirilax Classsic»	278
	«СЕНЕЖ ОГНЕБИО ПРОФ»	253
	«МИГ-09»	266
	«ФУКАМ»	240
	Без пропитки	664

Сравнительный анализ показывает, в зависимости от сорта древесины эффективность обработки поверхностными огнезащитными пропитками разных производителей поверхностей выбранных строительных материалов не превышает 30 % на основе метода определения времени воспламенения, скорости и глубины обугливания.

Определены скорости обугливания, а также величина глубины обугливания образцов древесины в зависимости от сорта древесины, а также типа применяемого огнезащитного состава. В частности, без использования предварительной обработки огнезащитным составом, скорость обугливания вдоль волокон плоских образцов из сосны при воздействии очага горения низового лесного пожара составила в экспериментах 0,2 мм/мин, осины – 0,22 мм/мин, лиственницы – 0,35 мм/мин. Полученные результаты согласуются с работой [4], в которой оценивалась средняя скорость обугливания древесины в зависимости от интенсивности внешнего теплового потока.

Заключение. Предложена оригинальная методика постановки геометрии эксперимента с регистрацией инфракрасного изображения температурного поля торца исследуемого образца при воздействии на его фронтальную поверхность теплового потока. Использование в качестве излучателя теплового потока эталонного излучателя АЧТ позволяет иметь исследователю источник тепла с высокой однородностью плотности теплового потока, большой диапазон задаваемых температур с погрешностью поддержания 1,0 °С задаваемой температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zima V.P., Kasymov D.P. Investigation of the Effect of the Combustion Site on Wood Specimens with the Use of IR Diagnostics // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2016. – Vol. 89, Issue 2. – P. 466-470. doi:10.1007/s10891-016-1397-5.
2. Валендик Э.Н., Матвеев П.М., Сафронов М.А. Крупные лесные пожары. – Москва: Наука, 1979. – 198 с.
3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018660031 «Tempfild-v.1. Построение и анализ поля температуры по данным, полученным при помощи инфракрасной камеры JADE J530SB» /авторы: Агафонцев М.В., Касымов Д.П., Рейно В.В., Лобода Е.Л. Зарегистрирована 28.08.2018 г.
4. Асеева Р.М., Серков Б.Б., Сивенков А.Б. Горение и пожарная опасность древесины // Пожаровзрывобезопасность. – 2012. – № 21 (1). – С. 19–32.

УДК 532.5

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОВУЮ КОНВЕКЦИЮ
ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

С.А. Михайленко

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

EFFECT OF SURFACE RADIATION ON THERMAL CONVECTION IN A ROTATING CUBIC CAVITY

S.A. Mikhailenko

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

Abstract. An investigation of convective heat transfer under an effect of thermal radiation in a rotating cubic cavity has been carried out numerically. Vertical left wall is heated, vertical right wall is cooled, and other walls of the cavity are insulated. The cavity rotates at a constant angular velocity in counterclockwise direction relative to z-axis. The cavity is filled with a fluid satisfying the Boussinesq approximation. Fluid is Newtonian and incompressible and all physical parameters are not dependent on a temperature. All surfaces inside the cavity are reflectors and emitters of thermal radiation, while the medium is transparent to thermal radiation. The system of governing equations is written in dimensionless non-primitive variables and solved by the finite difference method. The effect of surface emissivity on fluid flow and heat transfer has been studied.

Введение. Анализ конвективного теплообмена важен в широком множестве инженерных приложений. Не менее важным является учет теплообмена излучением. При правильном подборе материалов и их отражающих свойств можно добиться усиления теплообмена. Интересной областью исследований является теплообмен в условиях вращения. Вращающиеся системы часто встречаются при решении множества технических задач, например, проектировании роторных теплообменников [1] или проектировании систем охлаждения электронного оборудования [2, 3]. На рисунке 1 изображена область

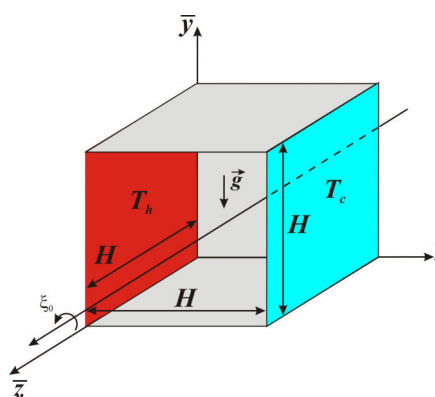


Рис. 1. Область решения задачи

решения рассматриваемой задачи. Имеется кубическая полость размера H , левая стенка которой нагревается, правая охлаждается, а все остальные стенки являются теплоизолированными. Полость вращается с постоянной угловой скоростью ω_0 вокруг оси, проходящей через центр области решения параллельно оси \bar{z} . Внутренние поверхности стенок являются серыми излучателями и отражателями энергии теплового излучения. Полость заполнена жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Жидкость с $Pr = 0.7$ является ньютоновской и несжимаемой, и все

физические параметры не зависят от температуры. Жидкость, заполняющая полость, является прозрачной для излучения. Конвективное течение и теплоперенос моделируются в ламинарном приближении.

Математическая постановка. Система уравнений, описывающая движение жидкости и теплоперенос, записана с помощью безразмерных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности» [4] и выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} &= -\omega_x \\ \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} &= -\omega_y \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} &= -\omega_z \\ \frac{\partial \omega_x}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial u}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial u}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial u}{\partial z} &= \\ = \frac{1}{\sqrt{\text{Ta}}} \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \cdot \text{Ta}} \frac{\partial \theta}{\partial z} \cos(\tau) + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_y}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v}{\partial z} &= \\ = \frac{1}{\sqrt{\text{Ta}}} \left(\frac{\partial^2 \omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2} \right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \cdot \text{Ta}} \frac{\partial \theta}{\partial z} \sin(\tau) + 2 \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_z}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_z}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial w}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial w}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial w}{\partial z} &= \\ = \frac{1}{\sqrt{\text{Ta}}} \left(\frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \cdot \text{Ta}} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} \cos(\tau) - \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin(\tau) \right\} + 2 \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \sqrt{\text{Ta}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

где Ra – число Рэлея; Pr – число Прандтля; Ta – число Тейлора; θ – безразмерная температура; ψ_x, ψ_y, ψ_z – безразмерные компоненты векторного потенциала; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – безразмерные проекции завихренности; x, y, z – безразмерные координаты; u, v, w – безразмерные проекции скорости; t – безразмерное время.

Исследования проводятся при следующих начальных и граничных условиях:

$$\tau = 0: \quad \psi_x = \psi_y = \psi_z = \omega_x = \omega_y = \omega_z = \theta = 0 \quad \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1$$

$$\tau > 0: \quad \frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \psi_y = \psi_z = 0, \quad \vec{\omega} = -\nabla^2 \vec{\psi}, \quad \theta = 1 \quad \text{при } x = 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1$$

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \psi_y = \psi_z = 0, \quad \vec{\omega} = -\nabla^2 \vec{\psi}, \quad \theta = 0 \quad \text{при } x = 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1$$

$$\psi_x = \frac{\partial \psi_y}{\partial y} = \psi_z = 0, \quad \vec{\omega} = -\nabla^2 \vec{\psi}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = N_{\text{rad}} Q_{\text{rad}} \quad \text{при } y = 0 \text{ и } y = 1, \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1$$

$$\psi_x = \psi_y = \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0, \quad \vec{\omega} = -\nabla^2 \vec{\psi}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = N_{\text{rad}} Q_{\text{rad}} \quad \text{при } z = 0 \text{ и } z = 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \text{ и } 0 \leq x \leq 1$$

где N_{rad} – радиационное число, Q_{rad} – безразмерный радиационный тепловой поток.

Для анализа радиационного теплообмена между поверхностями используется метод сальдо [5]. Безразмерная плотность радиационного потока $Q_{\text{rad},k}$, подводимого к k -ой поверхности, определяется с помощью плотности потока эффективного излучения R_k для k -ой поверхности:

$$Q_{\text{rad},k} = R_k - \sum_{i=1}^{NS} F_{k-i} R_i, \quad R_k = (1 - \varepsilon_k) \sum_{i=1}^{NS} F_{k-i} R_i + \varepsilon_k (1 - \gamma)^4 \left(\theta_k + 0.5 \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right)^4.$$

Здесь F_{k-i} – угловой коэффициент, ε_k – коэффициент излучения, θ_k – температура k -ой поверхности, γ – температурный параметр, NS – количество поверхностей.

Полученная система уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей на равномерной сетке. Уравнения Пуассона для векторного потенциала (1) аппроксимируются с помощью семиточечной разностной схемы. Полученная система линейных алгебраических уравнений решалась методом последовательной верхней релаксации. Уравнения дисперсии компонент вектора завихренности (2)–(4) и энергии (5) решались на основе локально-одномерной схемы Самарского. Диффузионные слагаемые аппроксимировались центральными разностями, конвективные – при помощи монотонной схемы А.А. Самарского. Полученные системы уравнений решались методом прогонки. Интенсивность теплообмена определяется с помощью средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта на левой нагретой стенке ($x = 0$):

$$\overline{Nu}_{\text{con}} = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} dy dz, \quad \overline{Nu}_{\text{rad}} = N_{\text{rad}} \int_0^1 \int_0^1 Q_{\text{rad}} dy dz$$

Результаты. Численное моделирование конвективно-радиационного теплопереноса в кубической вращающейся полости проводилось при числе Рэлея $Ra = 10^5$, числе Прандтля $Pr = 0.7$, числе Тейлора $Ta = 10^4$ и коэффициента излучения $0 < \varepsilon < 0.9$. Результаты получены после достаточного количества оборотов полости для достижения периодических изменений, как в картине течения, так и в поле температуры. Получены распределения скорости и температуры в области решения для различных углов поворота полости. Исследованы изменения интенсивности течения жидкости, среднего конвективного числа Нуссельта и среднего радиационного числа Нуссельта в течение полного оборота полости. Установлено, что повышение коэффициента излучения может привести к усилению теплообмена.

Работа выполнена в рамках реализации проекта Российского фонда фундаментальных исследований (соглашение № 20-31-90081).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huang S.-C., Wang C.-C., Liu, Y.-H. Heat transfer measurement in a rotating cooling channel with staggered and inline pin-fin arrays using liquid crystal and stroboscopy // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – Vol. 115. – P. 364–376.
2. Jin L.F., Tou K.W., Tso C.P. Experimental and numerical studies on a rotating cavity with discrete heat sources with conjugate effects // Experimental Heat Transfer. – 2005. – Vol. 18. – P. 259–277.
3. Tso C.P., Jin L.F., Tou K. W. Numerical segregation of the effects of body forces in a rotating, differentially heated enclosure // Numerical Heat Transfer A. – 2007. – Vol. 51. – P. 85–107.
4. Gibanov N.S., Sheremet M.A. Natural convection in a cubical cavity with different heat source configurations // Thermal Science and Engineering Progress. – 2018. – Vol. 7 – P. 138–145.
5. Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. — М.: Мир, 1975. – 934 с.

УДК 533.6

**УСТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРЯЩИХ И ТЛЕЮЩИХ ЧАСТИЦ ПРИРОДНОГО
ПРОИСХОЖДЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛУНАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

К.Е. Орлов, Д.П. Касымов, М.В. Агафонцев

Научный руководитель: к.ф.-м. н. Д.П. Касымов

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: humermor@yandex.ru

**DETERMINATION OF THE CHARACTERISTICS FIREBRANDS OF NATURAL ORIGIN IN THE
CONDITIONS OF A SEMI-NATURAL EXPERIMENT**

K.E. Orlov, D.P. Kasymov, M.V. Agafontsev

Scientific Supervisor: PhD D.P. Kasymov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: humermor@yandex.ru

***Abstract.** It is commonly known that wildfires are a powerful natural and anthropogenic factor that significantly changes the function and condition of forests. Tens of thousands of forest hectares and lands are burned out. Wildfires are often occurred and evolved near settlements and cities. Currently, there are many mathematical models of wildfires, but only a small part of them are taking into account the contribution of burning and smoldering firebrands formed in the combustion zone, which are one of the main reasons for the wildfires spread around the world. A series of experiments on the study of the generation and transfer of firebrands of natural origin by the airflow at the unique installation "Fire Dragon" are considered in this investigation. A high-speed infrared camera JADE J530SB with a set of narrow-band filters is used as the measuring equipment, which recorded the process of generation and transfer of firebrands. A characteristic database of burning firebrands (temperature, size, transfer rate, etc.) was prepared using original methods and algorithms for processing a thermal image of wildfires of various intensities for efficient preventing in the future.*

Введение. Пожары становятся все более серьезной проблемой мирового значения. По всему земному шару существует множество примеров крупных пожаров. Лесные пожары, распространяющиеся на городские территории, называемые природно-урбанизированными пожарами, становятся все более распространенными на многих континентах мира [1-3]. Общей чертой быстрого распространения крупных пожаров является тепловой поток от огня и генерация новых, гораздо меньших горючих фрагментов из исходного источника пожара, называемых горящими и тлеющими частицами, которые поднимаются и переносятся ветром [2, 3]. Именно поэтому необходимо иметь спектр различных моделей или подходов, с целью прогнозирования возможных очагов пожара и для дальнейшего предотвращения катастроф. В данной работе будет освещен ряд экспериментов по моделированию «огненного дождя», представляющего собой

горящие и тлеющие частицы природного происхождения. Воздействие на образцы потоком горящих частиц было обеспечено с помощью генератора горящих частиц собственной оригинальной разработки.

Экспериментальная часть. Эксперименты проводились в Большой аэрозольной камере Института оптики атмосферы Сибирского отделения РАН. Объем камеры составляет 2000 кубических метров. Работа в этой камере позволяет избавиться от влияния бокового и лобового ветра, который неизбежно присутствует при работе в полевых условиях и оказывает влияние на характеристики летящих частиц. Для регистрации полей температуры была использована инфракрасная камера JADE J530SB с применением оптического фильтра 2,5–2,7 мкм с фокальным расстоянием 25 мм и размером матрицы 320×240 пикселей, а также использовалась видеокамера Canon LEGRIA HF R86 и экшн-камера Sony FDR X3000. Для инфракрасной камеры использовались заводские калибровки для интерпретации зарегистрированного излучения в значение температуры.

Эксперимент проводился следующим образом. На пол укладывались поддоны, с заранее приготовленными равномерными слоями хвои плотностью 0,2–0,3 кг/м², в зоне наибольшего скопления частиц. Размеры одной секции поддона составляли 1,1×2 м. В качестве горящих частиц были использованы древесные пеллеты (древесные топливные гранулы). Диаметр древесных пеллет составил 8 мм, длина гранул от 5 до 10 мм. Для оценки количества частиц, имеющих зажигательный потенциал, перед началом эксперимента производилось взвешивание образцов (100 г), а также подсчет (658-700 шт) их количества перед загрузкой в бункер генератора. Далее происходила генерация «огненного ливня» и падение горящих и тлеющих частиц на поддоны, при постоянной съемке с трех камер.



Рис. 1. Экспериментальная площадка

Результаты экспериментов. По результатам проведения экспериментов была получена серия тепловизионных файлов, на которых запечатлен процесс генерации частиц, дальнейшая обработка которых осуществлялась с использованием программного обеспечения «Altair». Температурный массив данных

впоследствии обрабатывался с помощью программного комплекса для детектирования и отслеживания траектории характеристик горящих и тлеющих частиц оригинальной разработки [4].

В результате были получены последовательности термограмм, характеризующих тепловой фон при горизонтальной генерации (Рис 2).

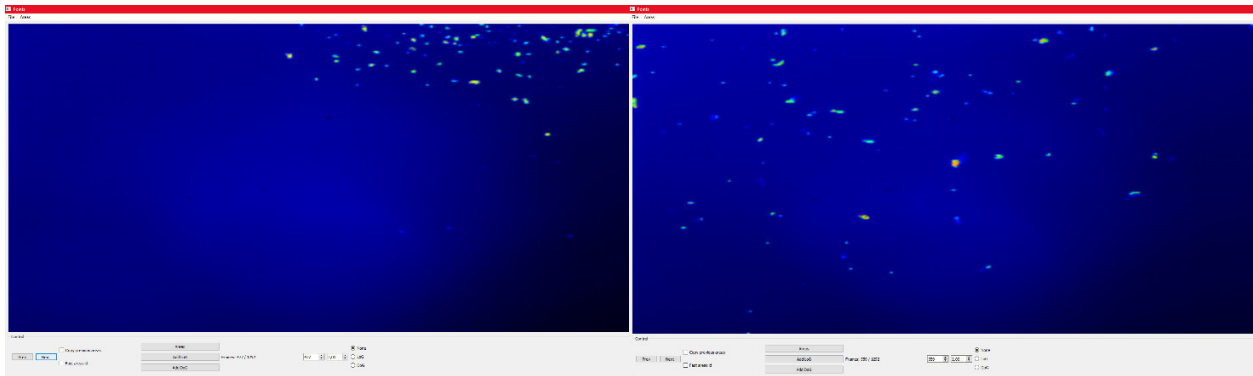


Рис. 2. Термограммы процесса генерации горящих и тлеющих частиц

По результатам анализа полученных термограмм средняя температура упавших частиц находится в интервале 500 – 600 °С, максимально достигнутая 740 °С. При этом температура в момент вылета из генератора горящих частиц составляет 450 – 500 °С.

Заключение. В результате проведенных исследований были оценены некоторые параметры частиц (максимальная дальность полета, максимальная температура, траектории, геометрия частиц) в зависимости от типа и начальной массы. Также была проведена оценка времени воздействия потока частиц до появления первого очага горения на слое, в зависимости от количества частиц, а также при различных параметрах съемки камерами высокого разрешения в видимом и инфракрасном диапазоне

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (Проект № 20-71-10068).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Caton S.E., Hakes R.S.P., Gorham D.J. et al. Review of Pathways for Building Fire Spread in the Wildland Urban Interface Part I: Exposure Conditions // Fire Technol. – 2017. – V. 53. – P. 429–473.
2. Thomas J, Mueller E, Santamaria S, Gallagher M, El Houssami M, Filkov A, Clark K, Skowronski N, Hadden R, Mell W, Simeoni A, et al. Investigation of firebrand generation from an experimental fire: Development of a reliable data collection methodology // Fire Safety Journal. – 2017.
3. Fernandez-Pello. Wildland fire spot ignition by sparks and firebrands // Fire Safety J. – 2017.
4. Проханов С.А., Агафонцев М.В., Касымов Д.П., Фильков А.И., Рейно В.В., Орлов К.Е. Использование нейронных сетей для детектирования и определения характеристик горящих частиц // В сборнике: Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии. Труды XX Международной конференции. под ред. проф. В.П. Гергеля. – Нижний Новгород, 2020. – С. 315-318.

УДК 519.23

УЛУЧШЕННАЯ ПРОЦЕДУРА ВЫБОРА МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ
ДИФФУЗИОННЫХ СИГНАЛОВ ПО ДИСКРЕТНЫМ ДАННЫМ

С.С. Перелевский

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Е.А. Пчелинцев

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: slavaperelevskiy@mail.comIMPROVED MODEL SELECTION PROCEDURE FOR
DIFFUSION SIGNAL PROCESSING FROM DISCRETE DATA

S.S. Perelevskiy

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., PhD E.A. Pchelintsev

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: slavaperelevskiy@mail.com

Abstract. In this paper we consider the nonparametric estimation problem for the diffusion signal on the basis of discrete data with unknown diffusion coefficients. For this problem through the truncated sequential point wise kernel estimators we construct a new improved model selection procedure for which we show oracle inequalities for arbitrary orthonormal basis on the grid, i.e. we show, that the constructed model selection procedure is optimal in the sharp oracle inequalities sense.

Введение. Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ задано стохастическое дифференциальное уравнение следующего вида

$$y_t = S(y_t)dt + r(y_t)dW_t, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

где $(W_t)_{t \geq 0}$ – стандартный скалярный винеровский процесс, начальное значение y_0 – некоторая заданная константа, $S(\cdot)$ – неизвестный сигнал, $r(\cdot)$ – неизвестный диффузионный коэффициент.

Задача - построить процедуру выбора модели для оценивания сигнала S по наблюдениям $(y_{t_j})_{1 \leq j \leq n}$, $t_j = j\delta$, где $\delta = \delta_T$ – некоторая функция от T , которая имеет более высокую среднеквадратическую точность по сравнению с оценками наименьших квадратов (МНК) для любого конечного объема наблюдений. Качество оценивания сигнала S будем измерять среднеквадратическим риском

$$R(\hat{S}, S) := \mathbf{E}_S \|\hat{S} - S\|^2 \quad \text{и} \quad \|S\|^2 = \frac{1}{n} \int_a^b S^2(x) dx, \quad (2)$$

где \hat{S} – некоторая оценка (измеримая функция от наблюдений), а a и b – некоторые числа, \mathbf{E}_S – математическое ожидание относительно распределения наблюдений $(y_{t_j})_{1 \leq j \leq n}$ с фиксированной функцией S .

Улучшенные оценки МНК. Для неасимптотического оценивания неизвестной функции S применим подход из [2]. Для этого, используя последовательный метод усеченного оценивания, перейдем от модели (1) к ее аппроксимации регрессионной моделью. В каждой точке $(x_k)_{1 \leq k \leq n}$, разбиения отрезка $[a, b]$ определим последовательный план (τ_k, \tilde{S}_k) с моментом остановки τ_k и оценкой \tilde{S}_k , определенными в [1]. Тогда на некотором множестве $\Gamma_n \subseteq \Omega$ таком, что $n^\mu P_{p,S}(\bar{\Gamma}_n) \rightarrow 0$ для любого $\mu > 0$ при неограниченном возрастании n , приходим к уравнению регрессии

$$Y_k = S(z_k) + \xi_k, \quad 1 \leq k \leq n, \quad (3)$$

$$Y_k = \tilde{S}_k(x_k)1_{\Gamma_n}, \quad \xi_k = \eta_k + \varpi_k,$$

где $(\eta_k)_{1 \leq k \leq n}$ – последовательность некоррелированных случайных величин и $(\varpi_k)_{1 \leq k \leq n}$ – последовательность ограниченных случайных величин. Теперь оценим функцию S в уравнении (3). Воспользуемся ее разложением Фурье по тригонометрическому базису $(\phi_j)_{j \geq 1}$:

$$S(x) = \sum_{j=1}^n \theta_j \phi_j(x), \quad \theta_j = (S, \phi_j)_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S(x_i) \phi_j(x_i).$$

Для оценивания функции S , необходимо оценить коэффициенты Фурье. Вместо классических оценок МНК, определим следующие сжимающие оценки

$$\theta_{j,n}^* = (1 - g(j)) \hat{\theta}_{j,n}, \quad g(j) = \frac{c_n}{|\hat{\theta}_n|_d} 1_{\{1 \leq j \leq d\}}, \quad \hat{\theta}_{j,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \phi_j(x_i),$$

где $c_n = c_n(d)$ – известная константа [3], $|\cdot|_d$ – евклидова норма в \mathbf{R}^d , $d = 2 + [\ln n]$. Определим класс взвешенных сжимающих оценок МНК функции S для всех $0 \leq t \leq 1$ в следующем виде:

$$S_\lambda^*(t) = \sum_{k=1}^n S_\lambda^*(x_k) 1_{\{x_{k-1} < t \leq x_k\}}, \quad S_\lambda^*(x_k) = \sum_{j=1}^n \lambda_j \theta_{j,n}^* \phi_j(x_k) 1_{\Gamma_n}, \quad (4)$$

где $\lambda = (1, \dots, 1, \lambda_{d+1}, \dots, \lambda_n)$ – вектор весовых коэффициентов, который принадлежит конечному множеству $\Lambda \subset [0, 1]^n$. Данная оценка обладает более высокой среднеквадратической точностью по сравнению с взвешенной оценкой МНК, поэтому ее называют улучшенной. При этом по аналогии с [3] установлено, что минимальный выигрыш в точности равен c_n^2 .

Метод выбора модели. Далее, из семейства оценок (4) требуется выбрать наилучшую (в смысле оракульного неравенства) оценку. С этой целью определим платежную функцию

$$J(\lambda) = \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 \theta_{j,n}^{*2} - 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{\theta}_{j,n} + \rho P_n(\lambda),$$

где $\bar{\theta}_{j,n} = \theta_{j,n}^* \hat{\theta}_{j,n} - \frac{1}{n} s_{j,n}$, $P_n(\lambda) = \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 s_{j,n}$, $s_{j,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_j^2(x_i) \mathbf{E}_S \eta_i$ и $0 < \rho < 1$. Полагая $\lambda^* = \arg \min_{\lambda \in \Lambda} J_n(\lambda)$,

приходим к процедуре выбора модели

$$S^* = S_{\lambda^*}^*. \quad (5)$$

Предложенная процедура выбора модели является оптимальной в следующем смысле.

Теорема. Пусть наблюдения описываются уравнением (1). Тогда для любых $n \geq 1$, $1 < \rho < 1/3$ среднеквадратический риск (2) предложенной процедуры выбора модели (5) удовлетворяет следующему точному оракульному неравенству $R(S^*, S) \leq \frac{1-\rho}{1-2\rho} \min_{\lambda \in \Lambda} R(S_\lambda^*, S) + \frac{1}{\rho n} \Psi_n$, где остаточное слагаемое Ψ_n такое, что для любого $\mu > 0$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Psi_n}{n^\mu} = 0$.

Численное моделирование. Далее рассмотрим результаты численного сравнения эмпирических среднеквадратических рисков предложенной улучшенной оценки и оценки МНК. Моделирование проводилось в среде MATLAB. Предположим, что в модели (1) функция S определена на отрезке $[0,1]$ и имеет следующий вид $S(t) = t \sin(2\pi t) + t^2(1-t) \cos(4\pi t)$, а шум $(\varepsilon_k)_{k \geq 1}$ – независимые одинаково распределённые случайные величины из стандартного нормального распределения. Для вычисления процедуры выбора модели (5) параметр $\delta = (3 + \ln 2)^{-2}$. Эмпирические среднеквадратические риски рассчитываются по приближенной формуле

$$\tilde{R}(S^*, S) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|S_k^* - S\|_n^2, \quad (6)$$

где S_k^* – оценка, вычисленная по k -ой реализации выборки, $N=1000$. Результаты приведены в Таблице 1.

Таблица 1

Эмпирические среднеквадратические риски предложенной оценки и оценки МНК функции S

n	50	100	500	1000
$R(S^*, S)$	2,1878	0,2779	0,0596	0,0196
$R(\hat{S}, S)$	5,9569	3,5897	1,7896	0,9481

Из таблицы видно, что эмпирический риск предложенной процедуры меньше, чем для процедуры выбора модели, построенной на основе оценок МНК. Также, отметим, что риски с ростом n стремятся к нулю, т.е. улучшенный подход для процедуры выбора модели следует использовать для ограниченного числа наблюдений.

Работа выполнена при поддержке Гранта Президента Российской Федерации, проект № МК-834.2020.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Galtchouk, L.I., Pergamenschikov, S.M. Asymptotically efficient sequential kernel estimates of the drift coefficient in ergodic diffusion processes // Statistical Inference for Stochastic Processes. – 2006. – Vol.9. – P. 1-16.
2. Galtchouk L., Pergamenschikov S. Adaptive Sequential Estimation for Ergodic Diffusion Processes in Quadratic Metric // Journal of Nonparametric Statistics. – 2011. – Vol. 23. – P. 255-285.
3. Pchelintsev E.A., Perelevskiy S.S., Makarova I.A. Improved nonparametric estimation of the drift in diffusion processes // Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki. – 2018. – Vol. 160, No 2. - P. 364-372.

УДК 519.163

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РАНЖИРОВАНИЯ И ГЕНЕРАЦИИ ПО РАНГУ
ДЛЯ КОМБИНАТОРНОГО МНОЖЕСТВА ВЕРШИН ДЕРЕВА ФИБОНАЧЧИ**

М.П. Ретинский, Ю.В. Шабля

Научный руководитель: к.т.н. Ю.В. Шабля

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050

E-mail: retinskiymp@gmail.com

**THE DEVELOPMENT OF ALGORITHMS FOR RANKING AND UNRANKING
THE COMBINATORIAL SET OF FIBONACCI TREE NODES**

M.P. Retinskiy, Y.V. Shablya

Scientific Supervisor: PhD Yu.V. Chablis

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634050

E-mail: retinskiymp@gmail.com

***Abstract.** In the present study, we consider the development of new combinatorial generation algorithms. Using the obtained representation of the combinatorial set of Fibonacci tree nodes in the form of an AND/OR tree, we develop new algorithms for ranking and unranking this combinatorial set. The performed computational experiment shows the effectiveness of the developed combinatorial generation algorithms in comparison with the existing ones.*

Введение. Дерево Фибоначчи – это сбалансированное AVL-дерево с минимально возможным количеством узлов при заданной высоте: каждый узел дерева имеет левое поддерево высотой на единицу больше, чем его правое поддерево. Таким образом, если для какой-либо из вершин дерева Фибоначчи высота ее поддерева равна h , то правое и левое поддерево этой вершины имеют высоты равные $h - 1$ и $h - 2$ соответственно. Известны следующие сферы применения деревьев Фибоначчи: оценка сложности поиска в AVL-дереве [1], построение рекуррентных систем [2], алгоритмы организации информации в виде дерева Фибоначчи [3], и другие.

Комбинаторная генерация – это научное направление на стыке комбинаторики и информатики, в рамках которого рассматривается задача разработки алгоритмов генерации элементов дискретных множеств. Комбинаторные алгоритмы предназначены для выполнения вычислений на различного рода объектах, возникающих в прикладных комбинаторных задачах и при исследовании дискретных математических структур. Необходимость разработки эффективных комбинаторных алгоритмов определяется их потребностью при решении различного рода задач из области прикладной математики. Одним из основных критериев качества алгоритма реализующего вычисления является время, которое необходимо для его выполнения.

Целью данного исследования является разработка алгоритмов ранжирования и генерации по рангу для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи. В свою очередь, это позволит

оптимизировать процесс хранения множества вершин дерева Фибоначчи и минимизировать требования к данному процессу с точки зрения вычислительных возможностей.

Материалы и методы исследования. Для разработки алгоритмов ранжирования и генерации по рангу предлагается использовать метод, основанный на представлении исходного комбинаторного множества в виде структуры дерева И/ИЛИ [4]. Данный выбор обоснован наличием информации о функции мощности комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи, которая принадлежит требуемой алгебре и имеет следующий вид:

$$N(h) = N(h-1) + N(h-2) + 1, \quad N(0) = 0, \quad N(1) = 1,$$

где $N(h)$ – число вершин дерева Фибоначчи, h – заданная высота дерева.

Также в данном исследовании использованы полученные ранее структура дерева И/ИЛИ, соответствующая рассматриваемому комбинаторному множеству, а также правила биекции между множеством вариантов дерева И/ИЛИ и комбинаторным множеством [5].

Результаты. На основе применения предложенных методов исследования для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи были разработаны алгоритмы ранжирования и генерации по рангу. Алгоритм ранжирования позволяет получить ранг комбинаторного объекта, который представляет собой некоторый уникальный порядковый номер конкретного варианта дерева И/ИЛИ. Данный алгоритм представлен на рисунке 1. Функция Rank принимает на вход объект v , который представляет собой путь от корня дерева И/ИЛИ до конкретной вершины, и высоту h дерева Фибоначчи.

```

Rank(v=[v1,v2,...], h) :=
(
  if h = 1 then r := 0
  else
  (
    if v1 = 0 then r := Rank([v2,...], h - 1)
    else
    (
      if v1 = 1 then r := Rank([v2,...], h - 2) + N(h - 1)
      else r := N(h - 1) + N(h - 2)
    )
  )
  return r
)

```

Рис. 1. Алгоритм ранжирования для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи

```

Unrank(r, h) :=
(
  if h = 1 then v := []
  else
  (
    if r < N(h - 1) then v := concat(0, Unrank(r, h - 1))
    else
    (
      r := r - N(h - 1)
      if r < N(h - 2) then v := concat(1, Unrank(r, h - 2))
      else v := []
    )
  )
  return v
)

```

Рис. 2. Алгоритм генерации по рангу для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи

Алгоритм генерации по рангу позволяет для каждого ранга определить соответствующий вариант дерева И/ИЛИ. Данный алгоритм представлен на рисунке 2. Функция Unrank принимает параметр r – ранг элемента множества, и h – высота дерева Фибоначчи. На рисунке 4.2 представлен алгоритм Unrank для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи. Функция принимает на вход ранг r элемента множества и высоту h дерева Фибоначчи.

Данные алгоритмы были реализованы на языке программирования C++. На основе полученной программной реализации разработанных алгоритмов были проведены тесты производительности при следующих условиях: в качестве аналога алгоритма генерации по рангу выступает классический алгоритм поиска в ширину дерева; задача – найти путь до всех вершин в дереве Фибоначчи высотой в 20 уровней; затраченное время каждым алгоритмом приводится к среднему значению и фиксируется на протяжении 10 измерений. Результаты измерений отображены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты вычислительного эксперимента

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Поиск в ширину, мс	0,170	0,170	0,170	0,190	0,183	0,188	0,189	0,180	0,182	0,179
Генерация по рангу, мс	0,070	0,071	0,074	0,073	0,073	0,072	0,068	0,069	0,069	0,068
Выигрыш, %	59	58	56	62	60	62	64	62	62	62

Заключение. В результате проведенных исследований были разработаны алгоритмы ранжирования и генерации по рангу для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи. Проведенный вычислительный эксперимент показал, что разработанный алгоритм работает быстрее классического алгоритма поиска в ширину. Также важно учитывать тот факт, что в расчет не шло время на построение самого дерева Фибоначчи, что само по себе является достаточно затратной операцией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сенюкова О.В. Сбалансированные деревья поиска: Учебно-методическое пособие. – М.: МАКС Пресс, 2014. – 69 с.
2. Wagner S.G. The Fibonacci number of Fibonacci trees and a related family of polynomial recurrence systems // Fibonacci Quarterly. – 2007. – Vol. 45, № 3. – P. 247-253.
3. Адельсон-Вельский Г.М., Ландис Е.М. Один алгоритм организации информации // Докл. АН СССР. – 1962. – Т. 146, №2. – С. 263-266.
4. Shablya Y.V., Kruchinin D.V., Kruchinin V.V. Method for developing combinatorial generation algorithms based on AND/OR trees and its application // Mathematics. – 2020. – Vol. 8, №6. – Article ID 962.
5. Ретинский М.П. Дерево И/ИЛИ и правила биекции для комбинаторного множества вершин дерева Фибоначчи // Материалы IX региональной научно-практической конференции «Наука и практика: проектная деятельность – от идеи до внедрения». – Томск: Издательство ТУСУРа, 2020. – С. 222-225.

УДК 519.6:551.509

**ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ WEATHER RESEARCH AND FORECASTING ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
ЯВЛЕНИЯ «ОСТРОВ ТЕПЛА» ДЛЯ УСЛОВИЙ ГОРОДА ТОМСК**

А.И. Сваровский

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.В. Старченко
Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: svarart@yandex.ru

**APPLICATION OF THE WEATHER RESEARCH AND FORECASTING MODEL TO STUDY THE
"HEAT ISLAND" PHENOMENON FOR THE CONDITIONS OF THE CITY OF TOMSK**

A.I. Svarovsky

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.V. Starchenko

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Avenue., 36, 634050

E-mail: svarart@yandex.ru

***Abstract.** The results of the application of the Weather Research and Forecasting model for the study of the phenomenon of "heat island" in the city of Tomsk are considered. The results of the numerical calculations were compared with the measurements obtained with the instruments of the Center for Collective Use "Atmosphere" of the IAO SB RAS and the Bogashevo airport in Tomsk. It is shown that on some days the temperature difference between the city and the suburbs can reach 1-2 °C.*

Введение. Городской «остров тепла» - это увеличение температуры воздуха в городе по сравнению с окружающей его местностью. Это явление достаточно давно установлено [1]. Оно играет важную роль в циркуляции воздуха. Основной вклад в образование «острова тепла» в Томске вносят антропогенные выбросы и поглощение городской подстилающей поверхностью коротковолновой радиации [2].

Целью работы является применение модели Weather Research & Forecasting (WRF) [3] для исследования явления «острова тепла» для условий города Томск.

Математическая модель. В основу динамического ядра ARW (Advanced Research WRF) заложены негидростатические уравнения О. Рейнольдса. Уравнения ARW формулируются с использованием вертикальной координаты гидростатического давления, следующей за рельефом местности [4].

В качестве «ведущей» модели для получения начальных данных и данных на границах на срок прогноза может быть использована система глобальных прогнозов Национального центра прогнозирования окружающей среды NCEP GFS [3].

Условия применения модели WRF. На основе данных реанализа NCEP GFS 0.25 Degree Global Forecast Grids Historical Archive (ds084.1), используя программы системы препроцессинга модели WRF (WPS), были сгенерированы файлы со значениями начальных и граничных метеорологических характеристик и геодезических параметров на расчётной сетке, покрывающей область исследования.

Область моделирования имеет размеры 450x450 км (координаты центра 56,5° с.ш., 85° в.д. области совпадают с центром города) и включает две вложенные подобласти размерами 150x150 и 50x50 км. Шаг сеток для областей составляет 9, 3 и 1 км, соответственно. В вертикальном направлении рассматривался 51 уровень.

При выполнении расчетов было использовано 5 наборов параметризаций подсеточных метеорологических процессов. Набор параметризаций учитывал следующие процессы: микрофизика влаги, длинноволновая радиация, коротковолновая радиация, приземный слой, поверхность земли, планетарный пограничный слой, городская поверхность [3].

Для проверки корректности расчетов по модели использовались данные измерений, полученные с приборов, установленных в 3 пунктах наблюдения, указанных на рис. 1 вместе с распределениями категорий землепользования.

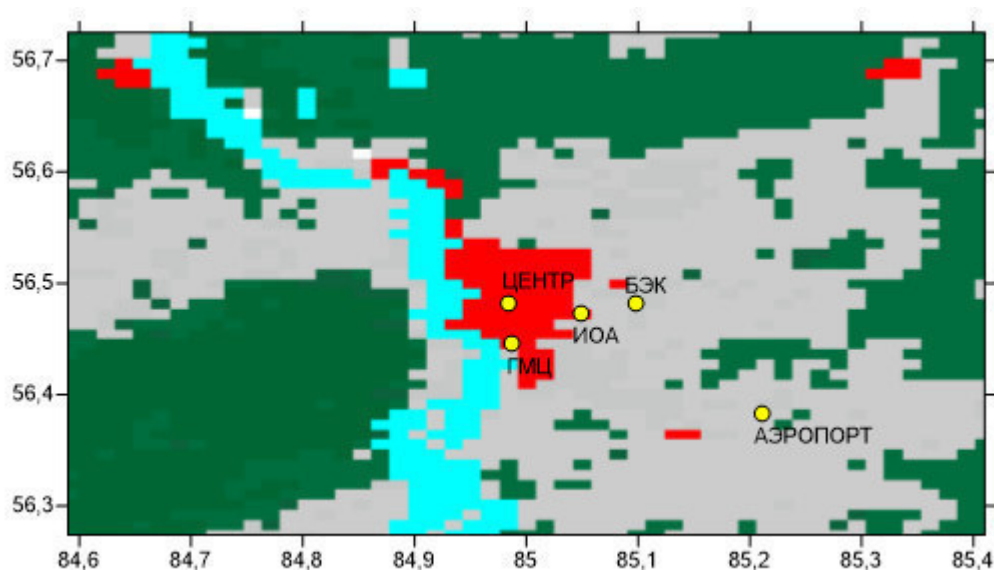


Рис. 1. Карта распределения категорий землепользования (красный цвет – городская застройка, зеленый – лес, серый – незначительная растительность, голубой – вода). В центре г. Томск

Пункт 1. «ИОА», расположенный на крыше лабораторного корпуса ИОА СО РАН (Восточная окраина г. Томск, Академгородок). Пункт отнесен к позиции «город» («урбанизированная территория» – УЗМ «ИОА»).

Пункт 2. Территория Базового Экспериментального Комплекса («БЭК») ИОА СО РАН. Ближний пригород Томска (к востоко-северо-востоку). Естественный ландшафт (большая поляна, окруженная лесопосадками) с несколькими одноэтажными строениями.

Пункт 3. Аэропорт Богашево («АЭРОПОРТ»), пригород; расположен в 18 км к юго-востоку от центра города. Естественный ландшафт с несколькими служебными и жилыми строениями.

Условия проведения расчетов. Были проведены расчеты для девяти зимних дат (ноябрь-февраль) и семи летних дат (июнь-август) 2015 года. Наиболее яркий случай явления «острова тепла» был зафиксирован 22 июля. В эту дату в Томске наблюдалась ясная жаркая погода, слабый ветер (1 м/с) с-в-в направления. Хорошая видимость. Экстремальные температуры – 15,3 °С (07 ч), 25,8 °С (19 ч). Давление понизилось в течение суток на 4 мм рт.ст. [5].

Результаты. На рис. 2 представлен график изменения в течении суток 22 июля 2015 года приземной измеренной (на графике точки и треугольники) и рассчитанной по модели (сплошные линии) температуры на высоте 2 м. Заметная разница температур между городом («ИОА») и пригородом («БЭК», «АЭРОПОРТ») в данных измерений и расчетов наблюдалась в ночное время с 1 до 8 ч. Максимальная разница измерений температуры за этот период наблюдалась между пунктами «ИОА» и «АЭРОПОРТ» и составила 4,6 °С в 6 ч., а максимальная разница расчетов температуры за этот период составила 2,9 °С в 6 ч также между пунктами «ИОА» и «АЭРОПОРТ».

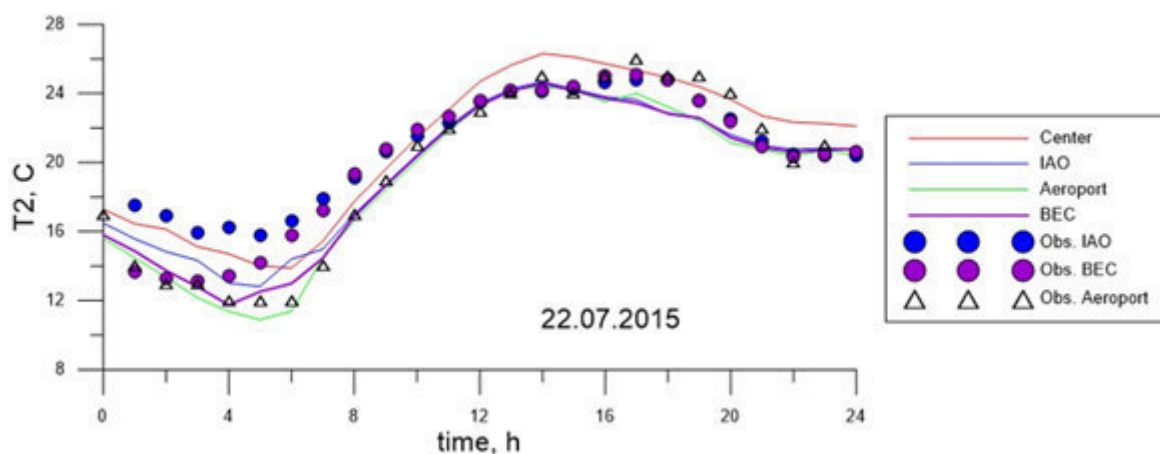


Рис. 2. Остров тепла с 1 до 8 ч 22.07.2015

Заключение. Таким образом, было проведено несколько расчетов с использованием модели WRF, среди которых выбрана дата с наиболее отчетливым проявлением «острова тепла» в г. Томске. Для оценки точности расчетов по модели были вычислены систематическая (BIAS), средняя абсолютная (MAE), средняя квадратическая (RMSE) ошибки, коэффициент корреляции R прогнозируемых и фактических значений. В целом, результаты расчетов показали приемлемую точность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландсберг Г.Е. Климат города. – Л.: Гидрометеиздат, 1983. – 248 с.
2. Дудорова Н.В., Белан Б.Д. Оценка факторов, определяющих формирование городского острова тепла в г. Томске // Оптика атмосферы и океана. – 2016. – Т. 29, № 5. – С. 426–436.
3. ARW Version 4 Modeling System User's Guide // Weather Research and Forecasting. January, 2019.
4. Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Barker D.M., Duda D.M., Wang W., Powers J.G. A description of the advanced research WRF version 3 // NCAR Tech. Note. NCAR/TN-68CSTR, 2008, – 100 p.
5. Архив погоды в Томске [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://rp5.ru>. (дата обращения: 06.03.2021)

УДК 533.6.011

**ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ
В ПРОТОЧНЫХ ТРАКТАХ С УЧЕТОМ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГАЗОПРИХОДА И НАГРЕВА
КОНСТРУКЦИИ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ**

М.С. Середа, К.В. Костюшин

Научный руководитель: к. ф.-м. н. И.В. Еремин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: mihailsereda@mail.ru

**SOFTWARE PACKAGE FOR CALCULATING THE FLOW OF COMBUSTION PRODUCTS IN
FLOW PATHS TAKING INTO ACCOUNT THE NON-STATIONARY GAS INTAKE AND
HEATING OF THE ROCKET ENGINE STRUCTURE**

M.S. Sereda, K.V. Kostyushin

Scientific Supervisor: PhD I.V. Eremin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: mihailsereda@mail.ru

***Abstract.** The article presents a program designed for mathematical modeling of non-stationary processes in the flow part of a solid-fuel rocket engine and heating of the engine structure by combustion products. The solution of this problem is an important stage in the design of rocket engines. Of great interest to this work is its main goal: the development of a universal domestic application that allows you to simulate gas-dynamic and thermophysical processes with high-quality output results. The development of the software package was carried out in the C# language in the environment Microsoft Visual Studio 2019. The construction of a rich graphical interface of the software package is implemented using WPF (Windows Presentation Foundation) technology, using the declarative markup language XAML. Mathematical modeling of non-stationary gas-dynamic processes in the flow paths of a rocket engine is carried out by methods based on the solution of the complete Euler equations. Modeling of the heating process of the rocket engine structure is described by the equation of thermal conductivity.*

Введение. Разработан программный комплекс, предназначенный для проведения многопараметрических вычислительных экспериментов в газодинамических трактах ракетных двигателей. Программный комплекс позволяет проводить расчет параметров течения продуктов сгорания в газодинамических трактах ракетных двигателей, с учетом изменения геометрии высокоэнергетического наполнителя, и прогрев конструкции двигателя продуктами сгорания.

Методика расчета. Расчет локальных характеристик в проточном тракте ракетного двигателя проводится с использованием схемы С.К. Годунова, предназначенной для решения невязких уравнений газовой динамики, с учетом подвижной пространственной дискретной сетки [1]. Для общего случая можно записать следующую схему:

$$\begin{aligned}
& \frac{(\rho G)_i^{k+1} - (\rho G)_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} R_j ([\mathbf{V} - \mathbf{D}] \cdot \mathbf{S})_j = 0, \\
& \frac{(\rho \mathbf{v} G)_i^{k+1} - (\rho \mathbf{v} G)_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} (R \mathbf{V})_j ([\mathbf{V} - \mathbf{D}] \cdot \mathbf{S})_j + \sum_{j=1}^{m(i)} P_j \mathbf{S}_j = 0, \\
& \frac{(eG)_i^{k+1} - (eG)_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} E_j ([\mathbf{V} - \mathbf{D}] \cdot \mathbf{S})_j + \sum_{j=1}^{m(i)} P_j \mathbf{S}_j = 0, \\
& \frac{G_i^{k+1} - G_i^k}{\Delta t} - \sum_{j=1}^{m(i)} (\mathbf{D} \cdot \mathbf{S})_j = 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где Δt – шаг по времени. Нижний целый индекс i обозначает величины функций, отнесенные к центру i -ой дискретной ячейки, а нижний целый индекс j обозначает величины, отнесенные к центру j -ой грани дискретной ячейки. $\mathbf{S}_j = \mathbf{n}_j S_j$, S_j – площадь, а \mathbf{D}_j – скорость движения центра j -ой грани дискретной ячейки, G_i – объем i -ой ячейки. Верхний целый индекс k обозначает номер шага по времени. Малые величины ρ , \mathbf{v} , p , e обозначают плотность, скорость, давление и полную энергию в центре дискретной ячейки. Большие величины R , \mathbf{V} , P , E обозначают соответственно плотность, скорость, давление и полную энергию на гранях дискретной сеточной ячейки. Эти величины вычисляются путем решения задачи распада произвольного разрыва для уравнений газовой динамики. Вычисление значений параметров газа на границах смежных ячеек реализуется с помощью приближенного метода Рунге [2].

Нагрев стенки двигателя определяется законом теплопередачи от продуктов сгорания к внутренней поверхности, законом теплопроводности внутри материала стенки и конвективным теплообменом с окружающей средой. Решение данной задачи определяется системой уравнений, приведенной к безразмерной форме:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial y^2} + Q(x, y, \tau), 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, \\
\frac{\partial \mathcal{G}(0, y, \tau)}{\partial x} &= 0, \frac{\partial \mathcal{G}(l_x, y, \tau)}{\partial x} = 0, \\
\frac{\partial \mathcal{G}(x, 0, \tau)}{\partial y} &= -Bi(\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}(x, 0, \tau)), \frac{\partial \mathcal{G}(x, l_y, \tau)}{\partial y} = -Bi(\mathcal{G}(x, l_y, \tau) - \mathcal{G}_2), \\
\mathcal{G}(x, y; 0) &= 0,
\end{aligned}$$

где $\frac{\partial^2}{\partial x^2} = L_x$, $\frac{\partial^2}{\partial y^2} = L_y$, $Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}$, \mathcal{G} – безразмерная температура, \mathcal{G}_1 – безразмерная температура продуктов сгорания, \mathcal{G}_2 – безразмерная температура окружающей среды, λ – коэффициент теплопроводности стенки, α – коэффициент теплоотдачи газа, $Q(x, y, \tau)$ – источники и стоки тепла интенсивности.

Вводим разностную сетку с шагами h_x , h_y , $\Delta \tau$ по переменным x , y , τ соответственно. Примем обозначения:

$$\Lambda_x \tilde{\theta} = \frac{\tilde{\theta}_{i+1,j} - 2\tilde{\theta}_{i,j} + \tilde{\theta}_{i-1,j}}{h_x^2}, \Lambda_y \theta^k = \frac{\theta_{i,j+1}^k - 2\theta_{i,j}^k + \theta_{i,j-1}^k}{h_y^2}, \Lambda_y \theta^{k+1} = \frac{\theta_{i,j+1}^{k+1} - 2\theta_{i,j}^{k+1} + \theta_{i,j-1}^{k+1}}{h_y^2}.$$

Расчет нестационарной теплопроводности проводился с использованием метода продольно-поперечной прогонки [3]. Данная методика позволяет реализовать численное решение двумерной задачи теплопроводности и получить распределение температур в исследуемом объекте на протяжении всего периода работы двигательной установки.

$$\frac{\theta_{i,j}^{\square} - \theta_{i,j}^k}{0,5\Delta\tau} = \Lambda_x \theta^{\square} + \Lambda_y \theta^k + Q_{i,j}^k, \quad \frac{\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^{\square}}{0,5\Delta\tau} = \Lambda_x \theta^{\square} + \Lambda_y \theta^{k+1} + Q_{i,j}^k. \quad (1)$$

где θ^{\square} - безразмерная температура на промежуточном временном слое. Нижние целые индексы i, j обозначает величины функций, отнесенные соответствующей ячейке. Верхний целый индекс k обозначает номер шага по времени.

На базе изложенной методики разработан программный комплекс, позволяющий проводить расчеты течения продуктов сгорания в проточном тракте РДТТ и нагрев корпуса соплового блока ракетного двигателя высокотемпературными продуктами сгорания твердого ракетного топлива. Программный комплекс разработан на языке программирования C# в среде разработки Microsoft Visual Studio 2019. Построение графического интерфейса программного комплекса проводилось посредством использования технологии WPF, использующей декларативный язык разметки XAML. Программный комплекс имеет модульную архитектуру и состоит из следующих функциональных частей: модуль построения геометрии, модуль построения расчетных сеток, модуль задания граничных условий, модуль проведения газодинамических расчетов, модуль проведения тепловых расчетов, модуль визуализации результатов расчетов, модуль экспорта данных

Заключение. Алгоритм апробирован на структурированных и блочно-структурированных расчетных сетках при определении параметров невязкого сжимаемого газа в газодинамическом тракте ракетного двигателя и определения температурного состояния соплового блока РД. Полученные результаты хорошо согласуются с известными решениями [3, 5].

Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 0721-2020-0032.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. – М.: Физматлит, 2001. – 607 с.
2. Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: A Practical Introduction, Third Edition – 2009. – 724 p. DOI: 10.1007/b79761
3. Крайнов А.Ю., Миньков Л.Л. Численные методы решения задач тепло- и массопереноса : учеб. пособие.– Томск : STT, 2016. – 92 с.
4. Kostyushin K.V., Eremin I.V., Kagenov A.M., Zhiltsov K.N., Tyryshkin I.M., Sereda M.S., Chervakova A.V. Method of gas flows calculation in solid propellant rocket engines taking into account the combustion of solid fuel charge // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 597. P. 012077-01283.
5. Алемасов В.Е., Дрегалин Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей : учебник для студентов высших технических учебных заведений. – М.: Машиностроение, 1989. -464 с.

УДК 519.642

ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ НОЛЬШАГОВОГО МЕТОДА ДЛЯ ИНТЕГРО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ ТИПА АБЕЛЯ: ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Г.К. Соколова

Научные руководители: доцент, к. ф-м н. О.С. Будникова

Иркутский государственный университет,

Россия, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, 1, 664003

E-mail: 98gal@mail.ruAN ANALYSIS OF THE PROPERTIES OF ZEROSTEP METHOD FOR THE ABEL TYPE
INTEGRAL ALDEBRAIC EQUATIONS: CONSTRUCTION OF STABILITY DOMAINS

G.K. Sokolova

Scientific Supervisors: Assoc. Prof., PhD. O.S. Budnikova

Irkutsk State University, Russia, Irkutsk, Karl Marx str., 1, 664003

E-mail: 98gal@mail.ru

Abstract. This note deals with the Abel type integral algebraic equations. Multistep-step methods for the numerical solutions of the studied problem are proposed. Abel integral equation with stiff components is used for examining the properties of these methods. Stability domains are constructed.

Постановка задачи. Работа посвящена построению областей устойчивости численного метода первого порядка точности для интегро-алгебраических уравнений типа Абеля. Рассмотрим интегральное уравнение с тождественно вырожденной матрицей перед главной частью

$$A(t)x(t) - \int_0^t (t-s)^{-a} K(t,s)x(s) ds = f(t), \quad t \in [0, 1], \quad (1)$$

здесь $A(t)$ и $K(t,s)$ – заданные квадратные $(n \times n)$ матрицы, $f = f(t)$ и $x = x(t)$ – соответственно известная и искомая n -мерные вектор-функции. Систему уравнений вида (1) называют *ИАУ со слабой диагональной особенностью* или *ИАУ типа Абеля* [1].

Ранее в работе [2] для численного решения (1) были предложены многошаговые алгоритмы на основе явных квадратурных формул типа Адамса и метода интегрирования произведений. С учётом обозначений $A_i = A(t_i)$, $K_{i,\ell} = K(t_i, t_\ell)$, $f_i = f(t_i)$ и $x_i \approx x(t_i)$, здесь $t_i = ih$, $i = 0, 1, \dots, N$,

$h = \frac{1}{N}$, простейший нольшаговый метод имеет вид

$$A_{i+1}x_i + \sum_{\ell=0}^i \omega_{i+1,\ell} K_{i+1,\ell} x_\ell = f_{i+1}, \quad (2)$$

где $\omega_{i+1,\ell}$ – веса квадратурной формулы

$$\omega_{i+1,\ell} = \frac{((i+1-\ell)h)^{1-a}}{1-a} - \frac{((i-\ell)h)^{1-a}}{1-a}.$$

В силу того, что каждый тип содержательной задачи предъявляет свои требования к приближённым алгоритмам, исследование свойств разрабатываемых алгоритмов является не менее значимой задачей, чем обоснование их сходимости.

Построение характеристических полиномов. Перед описанием основных результатов приведём вспомогательные сведения из теории устойчивости. Для исследования свойств численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которые содержат жёсткие компоненты, применяется классическая тестовая задача – уравнение Далквиста

$$x'(t) = \lambda x(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \in [0, 1], \quad \operatorname{Re} \lambda \ll 0. \quad (3)$$

Классические k -шаговые методы, применяемые к данному уравнению (3) имеют вид

$$\sum_{j=0}^k b_j x_{i+1-j} = z \sum_{j=0}^k c_j x_{i+1-j}, \quad z = \lambda h. \quad (4)$$

Важную роль при исследовании таких схем играет характеристический полином

$$\sum_{j=0}^k (b_j - z c_j) p^{k-j} = 0. \quad (5)$$

Известно [3], что разностная схема (4) устойчива, если корни полинома (5) лежат в единичном круге, и на границе нет кратных корней. Приведём необходимые для дальнейшего изложения определение [3].

Определение. Численный метод называется A -устойчивым, если его область абсолютной устойчивости включает всю полуплоскость $\operatorname{Re}(\lambda h) \leq 0$.

Свойство A -устойчивости численного метода (2) будем исследовать на модельном уравнении

$$x(t) - \frac{\lambda}{\Gamma(1-a)} \int_0^t (t-s)^{-a} x(s) ds = 1, \quad \lambda \ll 0, \quad (6)$$

здесь $\Gamma(a)$ – гамма-функция Эйлера параметра $a \in (0, 1)$. Данное уравнение является интегральным аналогом дифференциального уравнения с дробной производной Герасимова – Капуто

$${}^{GC}D_{0+}^{1-a} x(t) = \lambda x(t), \quad x(0) = x_0,$$

с точным решением при $x_0 = 1$ в виде функции Миттаг-Леффлера

$$x(t) = E_{1-a}(\lambda t^{1-a}),$$

которая при указанных значениях параметров a и λ имеет свойства аналогичные свойствам решения жесткого ОДУ (3).

Численный метод (2) применительно к уравнению (6) имеет вид

$$x_i + \frac{\lambda}{\Gamma(1-a)} \sum_{\ell=0}^i \omega_{i+1,\ell} x_\ell = 1, \quad (7)$$

а его характеристический полином:

$$x_{i+1}(1-z) - x_i(1-2z+2^{1-a}z) - \sum_{\ell=0}^{i-1} z((i-\ell+2)^{1-a} - 2(i-\ell+1)^{1-a} + (i-\ell)^{1-a}) x_\ell = 0, \quad (8)$$

где $z = \frac{\lambda}{\Gamma(1-a)} \frac{h^{1-a}}{1-a}$. При $a = 0$ соотношение (8) даёт классический результат $x_{i+1} = \frac{1}{1-z} x_i$.

Заметим, что степень характеристического полинома численного метода для простейшего ИУВ второго рода с диагональной особенностью в ядре зависит от шага интегрирования: чем меньше h , тем выше степень характеристического полинома. Приведём области устойчивости метода (7), где серым цветом обозначим область устойчивости.

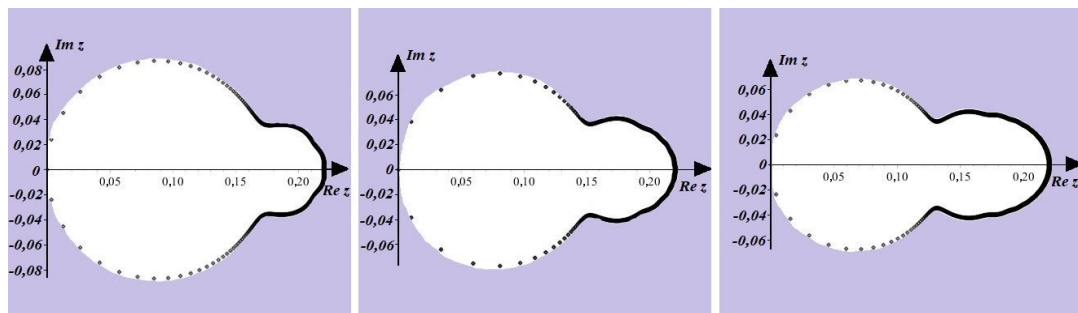


Рис. 1. Области устойчивости метода (7) при $a=0,8$ и $i=5; 10; 20$ соответственно

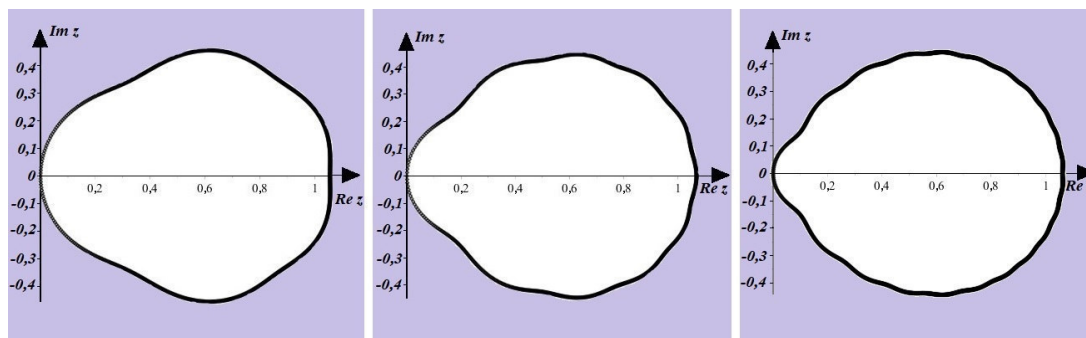


Рис. 2. Области устойчивости метода (7) при $a=0,3$ и $i=5; 10; 20$ соответственно

Из представленных рисунков и приведённого ранее определения устойчивости немедленно следует, что метод (7) является A -устойчивым при указанных значениях параметров.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Иркутской области в рамках научного проекта № 20-41-385002 р_Наставник.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brunner H., Bulatov M.V. On singular systems of integral equations with weakly singular kernels // Proceeding of the 11-th Baikal International School Seminar "Optimization Methods and their Applications". – Irkutsk: ESI SB RAS, 1998. – P. 64–67.
2. Булатов М.В., Будникова О.С. Численное решение интегро-алгебраических уравнений со слабой особенностью в ядре k -шаговыми методами // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. – 2015. – Т. 13. – С. 3–15.
3. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1979. – 312 с.

УДК 539.21

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДЕЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЫ
ВОДЫ СО СТРУКТУРОЙ, СОСТАВЛЕННОЙ ИЗ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК**

Е.А. Тарасов, И.С. Демиденко, М.Д. Хильчук

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: diomedis@mail.ru

**MATHEMATICAL MODELING OF THE INTERACTION OF A MODEL WATER MOLECULE
WITH A STRUCTURE CONSISTED OF CARBON NANOTUBES**

E.A. Tarasov, I.S. Demidenko, M.D. Khilchuk

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: diomedis@mail.ru

***Abstract.** In this work, the process of interaction of a cell of four double-walled nanotubes with a water molecule was numerically simulated. The simulation results show that, under normal conditions, water molecules pass through a cell of nanotubes in a plane parallel to the length of the tubes, and in a plane perpendicular to the length, the structure for such molecules is not passable.*

Введение. В предыдущих работах нашей научной группы [1-2] было показано, что использование модифицированного потенциала Леннарда-Джонса [3] подходит для задач, в которых описывается взаимодействие различных атомов и молекул со структурами, размеры которых лежат в пределах нанометрового диапазона. В работах [4-5] показано, что углеродные наноструктуры хорошо подходят для задач мембранного разделения газов. В работе [6] показано, что такой подход, с некоторыми уточнениями справедлив и для водяного пара. В этой работе мы показываем процесс создания и работы с модельной молекулой воды и её взаимодействие с выбранной углеродной структурой.

Материалы и методы исследования. В этой статье описано численное моделирование процесса движения модельной молекулы воды около ячейки, составленной из четырех двухслойных углеродных трубок, которые уложены в квадратную наноструктуру. Модель была создана как описание движения такой молекулы с помощью законов классической механики и потенциала для такого объекта молекула воды. В данной работе использовался только модифицированный потенциал Леннарда-Джонса. Далее численная схема полученных уравнений движения в поле потенциальных сил решалась с помощью метода Рунге-Кутты 4 порядка. Данное решение было реализовано с помощью авторского кода на языке Fortran.

Результаты. В процессе моделирования изучалось взаимодействие молекулы водяного пара и выбранной структуры следующим образом. Тестовая молекула размещалась на достаточном удалении от углеродной структуры, в области, в которой можно считать, что потенциальное поле структуры никак не влияет на характер движения молекулы. Затем молекула с выбранной скоростью двигалась в направлении к структуре и взаимодействовала с ней тем или иным способом. Результаты этих взаимодействий представлены на рисунка 1-3. На рисунке 1 можно видеть, что две молекулы, размещенные на расстоянии более 3 нм от структуры начинали свое движение со скоростью 450 м/с по

двум траекториям – осевой, относительно центра системы и осевой относительно центра нижней левой трубки. Обе молекулы успешно преодолели данную структуру, что видно и на рисунке 2.

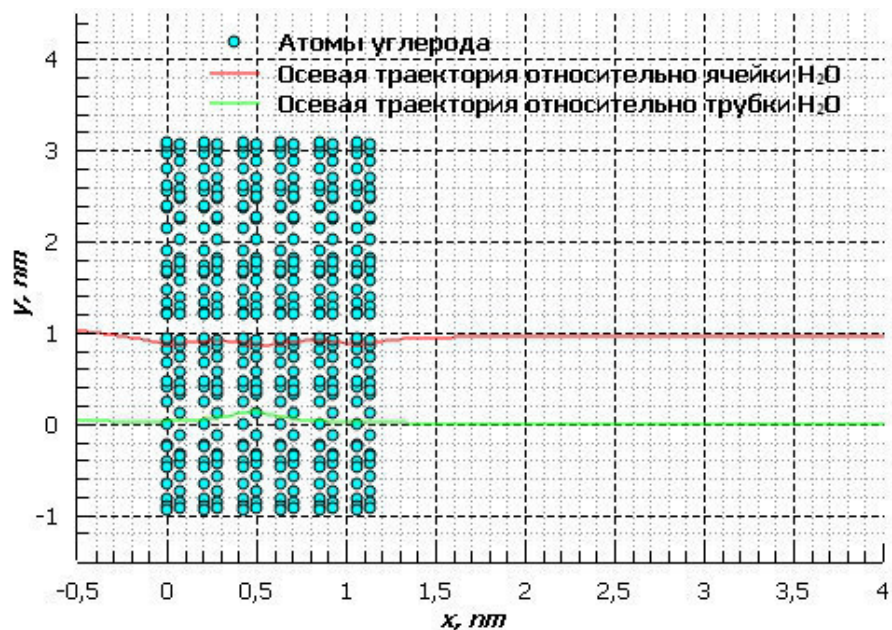


Рис. 1. Траектории движения молекул H_2O в плоскости xy через ячейку мембраны при начальной скорости движения 450 м/с. Красным цветом отмечена траектория, проходящая через ось симметрии ячейки, зеленым – траектория, проходящая через центр нижней левой трубки

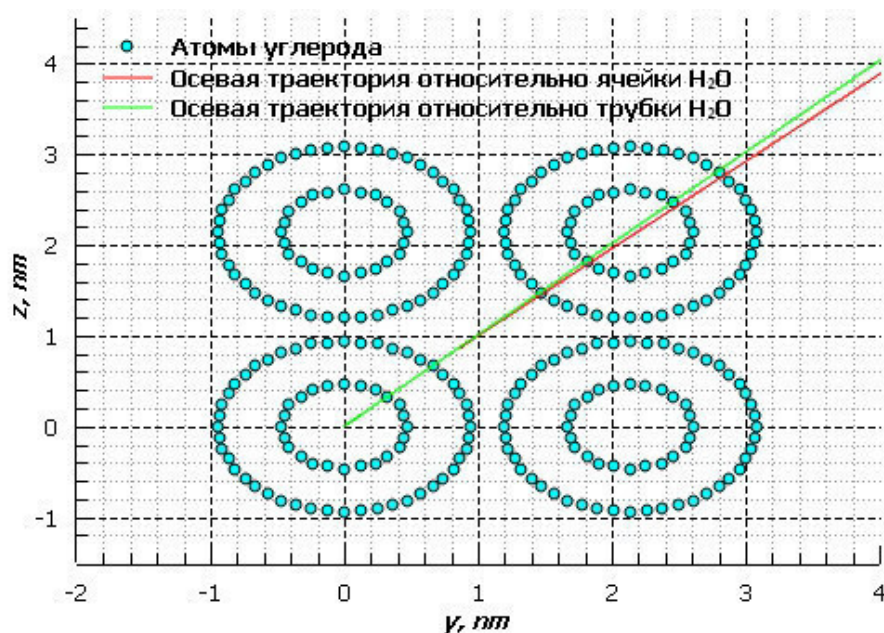


Рис. 2. Траектории движения молекул H_2O в плоскости yz через ячейку мембраны при начальной скорости движения 450 м/с. Красным цветом отмечена траектория, проходящая через ось симметрии ячейки, зеленым – траектория, проходящая через центр нижней левой трубки

На рисунке 3 представлен случай, когда исследуемая структура была повернута на угол в 90 градусов, и взаимодействие происходило по трем сценариям. Первый сценарий — это осевой случай, а два другие – отклонение от оси с шагом в один нанометр вверх и вниз по оси z .

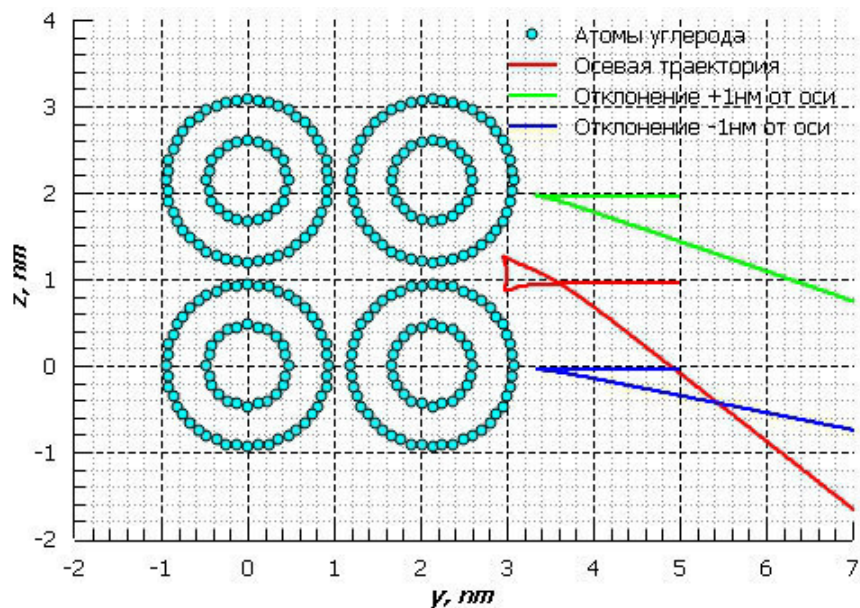


Рис. 3. Траектории движения молекул H_2O в плоскости yz при взаимодействии с повернутой на 90 градусов наноструктурой при начальной скорости движения равной 450 м/с. Красным цветом отмечена траектория, проходящая через ось симметрии ячейки, зеленым – траектория, с отклонением от оси на 1 нанометр вверх по оси z , синим – траектория, с отклонением от оси на 1 нанометр вниз по оси z

Заключение. Результаты моделирования показывают, что в случае движения молекул водяного пара вдоль координаты, соответствующей длине нанотрубок, данная ячейка пропускает молекулы, а в случае её поворота, может быть использована как задерживающая структура.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bubenchikov M.A., Bubenchikov A.M., Libin E.E., Khudobina Y.P. Penetration of particles through multi-barrier systems // MATEC Web of Conferences. Heat and Mass Transfer in the System of Thermal Modes of Energy – Technical and Technological Equipment. – 2016. p.01057. DOI:10.1051/mateconf/20167201057
2. Tarasov, E.A. Comparison of two elementary nanomembranes cells for gas mixture separation problem // Key Engineering Materials. – 2018. – Vol.769, P.128-133. DOI:10.4028/www.scientific.net/KEM.769.128
3. Lennard-Jones, J. E. On the Determination of Molecular Fields: II: From the Equation of State of a Gas / J. E. Lennard-Jones // Proc. Roy. Soc., – 1924, – Vol. A 106, – p. 463.
4. Kim S., Chen L., Johnson J.K., Marad E. Polysulfone and functionalized carbon nanotube mixed matrix membranes for gas separation: theory and experiment // Journal of membrane science – 2007 – Vol.294 – P.147–158.
5. Majidi R. Molecular dynamics simulation of Noble gases adsorption of carbon nanotube bundles / R. Majidi // Fullerene, nanotubes and carbon nanostructures – 2012 – Vol. 22, – P. 520–527.
6. Lin D.T.W., Chen C.-K. A molecular dynamics simulation of TIP4P and Lennard-Jones water in nanochannel // Acta Mechanica – 2004 – Vol.173 – P.181–194 – doi.org/10.1007/s00707-004-0134-x

УДК 536.2

NUMERICAL SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN A HOLLOW CONCRETE BLOCK

A.A. Toylibaev, I.V. Miroshnichenko

Scientific Supervisor: Dr. I.V. Miroshnichenko

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin av., 36, 634050

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПУСТОТЕЛОМ БЕТОННОМ БЛОКЕ

А.А. Тойлибаев, И.В. Мирошниченко

Научный руководитель: к.ф.-м.н. И.В. Мирошниченко

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

***Аннотация.** Рассматривается задача сложного теплообмена в замкнутой полости с твердыми теплопроводными стенками. Область решения, в некотором приближении, соответствует пустотелому бетонному блоку. Решение представленной задачи проведено на основе разработанной вычислительной модели, включающей уравнения неразрывности, движения и энергии в воздушной среде, а также уравнение теплопроводности в твердых стенках. Проведена верификация разработанных математических моделей и разработанных численных алгоритмов на известных экспериментальных данных и модельных задачах. Проведен анализ влияния сеточных параметров на структуру течения и теплообмен в области решения. В результате получены распределения термогидродинамических характеристик внутри анализируемого объекта, установлены значения интегральных параметров на характерных границах.*

Introduction. The problem of heat and energy conservation is highly relevant in the world. In the energy balance of Russia, the construction industry consumes more than 55% of all extracted energy resources [1]. Improving the energy efficiency of buildings saves enormous amounts of money and makes housing better and more comfortable. The study of heat transfer characteristics in buildings and structures based on mathematical modeling is relevant, due to the need to develop models that reflect the dependence of the internal temperature of the object from the external climatic conditions and different building characteristics. The interest in this problem has led to numerous experimental and numerical studies [2-4]. Thermal performance of hollow autoclaved aerated concrete blocks in wall constructions of buildings under hot summer conditions has been investigated by Mahmoud et al. [5]. They determined the size and distribution of cavities (within building blocks) that reduce heat flow through the walls and thereby lead to energy savings in air conditioning. Their findings indicated that several small cavities in a block may lead to small reductions in heat flux, but the best configuration found is a large cavity with a fine divider mesh in which case heat flux reductions of 50% are achievable.

Published works on this issue contain analysis of fairly simple formulations (the temperature of the source is constant and Dirichlet boundary condition is considered at the external boundaries), which does not allow using the results obtained in the study of physical processes and phenomena occurring in real hollow

concrete blocks. The goal of this study is to investigate thermogravitational convection with surface radiation inside the enclosure (within a building block).

Research methods. The problem under consideration is shown in Figure 1. It is a square enclosure bounded by concrete walls of finite thickness h . The medium inside the enclosure is air, which is incompressible and radiatively transparent. The change in air density with temperature is introduced through the Boussinesq approximation. The external surfaces of top and bottom walls are maintained adiabatic. On left and right external borders of solid walls, convective heat exchange with an environment is simulated. It should be noted that the thermal properties of both the solid walls material and the air are the temperature independent.

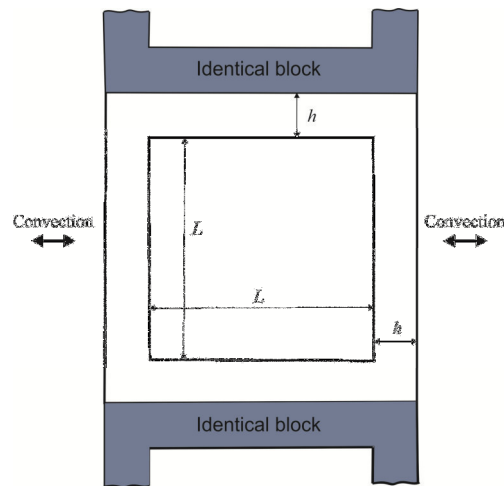


Fig. 1. Schematic diagram for a hollow block

Bearing in mind the above assumptions, the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations can be written in the following form:

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial S_1}{\partial x_1} + \frac{\partial S_2}{\partial x_2} = R \quad (1)$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 \\ u_2 \\ T \\ k \\ \varepsilon \\ T \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$S_i = \begin{pmatrix} u_i \\ p\delta_{i1} - (v + v_t)\sigma_{i1} + u_i u_1 \\ p\delta_{i2} - (v + v_t)\sigma_{i2} + u_i u_2 \\ -(\alpha + \alpha_t)\partial T/\partial x_i + u_i T \\ -(v + v_t/\sigma_k)\partial k/\partial x_i + u_i k \\ -(v + v_t/\sigma_\varepsilon)\partial \varepsilon/\partial x_i + u_i \varepsilon \\ \alpha_w \partial T/\partial x_i \end{pmatrix}, \forall i = 1, 2 \quad (3)$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g\beta\Delta T \\ 0 \\ P_k + G_k - \varepsilon \\ (c_{1\varepsilon}(P_k + c_{3\varepsilon}G_k) - c_{2\varepsilon}\varepsilon)\frac{\varepsilon}{k} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (5)$$

Here x_1, x_2 are the physical coordinates; T is the temperature; u_1, u_2 are the velocity components in the projection on the x_1 and x_2 axes, respectively; ε is the dissipation rate of the kinetic energy of turbulence; α_w is the coefficient of thermal diffusivity of the solid wall material; ν is the coefficient of kinematic viscosity; ν_t is the coefficient of turbulent viscosity; g is the gravitational acceleration; k is the kinetic energy of turbulence; α_t is the coefficient of turbulent thermal diffusivity; β is the temperature coefficient of volume expansion; t is the time; L is the characteristic size of the enclosure (Figure 1). The Kolmogorov–Prandtl formula $\nu_t = c_\mu k^2 / \varepsilon$ was used to calculate turbulent viscosity. To solve the set of governing equations (1)–(5) the finite-difference method is used. To change a non-uniform grid in physical domain to a uniform grid in computational domain, a special algebraic coordinate transformation is applied.

Conclusion. In this study, we have provided a complex overview of the available results concerning the heat transfer and fluid flow inside a hollow concrete block. The effect of dimensionless time and surface emissivity of internal surfaces has been investigated. The total heat transfer, which includes both the convective and radiative heat transfer, was also studied. A role of the free convection in the total energy transport is decreased with the walls surface emissivities. At the same time, reducing the effects of convection is compensated by the contribution of radiative mechanism.

This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 19-79-00296).

REFERENCES

1. Savin V.K. Building physics: energy transfer, energy efficiency, energy saving. - M.: Lazur, 2005. – 432 p.
2. Rahimi M., Sabernaeeemi A. Experimental study of radiation and free convection in an enclosure with a radiant ceiling heating system // *Energy and Buildings*. – 2010. – Vol. 42. – P. 2077–2082.
3. Li, X., Tu, J. Evaluation of the eddy viscosity turbulence models for the simulation of convection–radiation coupled heat transfer in indoor environment // *Energy and Buildings*. 2019. – Vol. 184. –P. 8–18.
4. Zhang X., Su G., Yu J., Yao Z., He F. PIV measurement and simulation of turbulent thermal free convection over a small heat source in a large enclosed cavity // *Building and Environment*. 2015. – Vol. 90, P. 105–113.
5. Mahmoud A. M., Ben-Nakhi A., Ben-Nakhi A., Alajmi R. Conjugate conduction convection and radiation heat transfer through hollow autoclaved aerated concrete blocks // *Journal of Building Performance Simulation*. – 2012. – Vol. 5. –P. 248–262.

УДК 533.697.4

**РАСЧЕТ ПОТЕРЬ НА ХИМИЧЕСКУЮ НЕРАВНОВЕСНОСТЬ В СОПЛАХ РАКЕТНЫХ
ДВИГАТЕЛЕЙ**

А.В. Червакова, К.В. Костюшин

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. И.В. Еремин
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: ch-nastya1997@mail.ru

CALCULATION OF LOSSES FOR CHEMICAL INEQUALITY IN ROCKET ENGINE NOZZLES

A.V. Chervakova, K.V. Kostyushin

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD I.V. Eremin
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: ch-nastya1997@mail.ru

***Abstract.** An algorithm has been developed that makes it possible to calculate the reacting flows of combustion products in the nozzles of rocket engines. Calculations of the flow of combustion products of model fuel for a test configuration of a rocket engine with a radius-conical nozzle are carried out. Specific impulse losses due to chemical nonequilibrium in the gas phase are determined.*

Введение. Одним из этапов при анализе энерготяговых характеристик ракетных двигателей является математическое моделирование физико-химических процессов, протекающих в камере сгорания и сопловом блоке. Газообразные продукты сгорания ракетных топлив включают большое число компонентов, что сильно увеличивает ресурсоемкость численных исследований течений реагирующих смесей продуктов сгорания вдоль проточных трактов высокоэнергетических установок. Целью данной работы является разработка методики и алгоритма расчета течений продуктов сгорания в сопловом блоке ракетного двигателя с учетом физико-химических превращений в газовой фазе и определение потерь удельного импульса на химическую неравновесность.

Методика расчета. Рассматривается одномерное нестационарное течение идеальной смеси газов в сопле Лавалья. Алгоритм расчета параметров течения основан на решении системы уравнений Эйлера с использованием схемы Годунова [1]. Система разностных уравнений газовой динамики имеет вид [2]:

$$G_i \frac{\rho_i^{k+1} - \rho_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=i}^{i+1} (R_j U_j) S_j = 0, \quad (1)$$

$$G_i \frac{(\rho u)_i^{k+1} - (\rho u)_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=i}^{i+1} [(R_j U_j^2 + P_j) S_j] = p_i^k \sum_{j=i}^{i+1} S_j, \quad (2)$$

$$G_i \frac{[\rho(\varepsilon + u^2/2)]_i^{k+1} - [\rho(\varepsilon + u^2/2)]_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=i}^{i+1} \{ [R_j U_j (E_j + U^2/2)] + P_j U_j \} S_j = 0. \quad (3)$$

Здесь G_i – объем ячейки, где i – номер ячейки; S_j – площадь грани ячейки, где j – номер грани; p , ρ , u , ε – давление, плотность, скорость, удельная внутренняя энергия газовой смеси; P , R , U , E – соответствующие параметры на гранях ячейки; Δt – временной шаг.

Система (1)-(3) замыкается уравнением состояния для смеси совершенных газов в термической или калорической форме:

$$p = R_g \rho T / \mu, \quad p = (\gamma - 1) \rho \varepsilon, \quad (4)$$

где R_g – универсальная газовая постоянная; T – температура; μ – молекулярная масса; γ – показатель адиабаты смеси.

Вычисление значений параметров газа на границах смежных ячеек выполняется на основе точного решения задачи Римана о распаде разрыва. Поскольку состав и свойства смеси изменяются вдоль тракта сопла в зависимости от параметров потока (T , p), при решении задачи Римана термодинамические характеристики продуктов сгорания, такие как R_g , c_p , γ , терпят разрыв. В связи с этим в разработанной методике расчета учитывается разрыв в показателе адиабаты γ .

В случае расчета в равновесном приближении состав смеси газов является переменным и определяется из решения задачи расчета равновесного состава. Значения давления P и температуры T на текущем временном слое определяются из уравнений состояния (4):

$$p_i^{k+1} = (\gamma_i^k - 1) \rho_i^{k+1} \varepsilon_i^{k+1}, \quad T_i^{k+1} = p_i^{k+1} / \left((R_g)_i^k \rho_i^{k+1} \right). \quad (5)$$

Здесь газовая постоянная $(R_g)_i^k$ и показатель адиабаты γ_i^k определяются из расчета равновесных параметров состояния программой «TERRA» [3], в зависимости от давления P и температуры T в расчетной ячейке на k -ом шаге по времени с помощью аппроксимационных зависимостей по методу наименьших квадратов.

Результаты расчетов и выводы. Для тестирования разработанной методики и алгоритма проведены расчеты основных параметров течения твердого плазмообразующего топлива в предположении протекания равновесных химических реакций (равновесное течение, состав продуктов сгорания переменный вдоль тракта сопла) и в предположении отсутствия химических реакций (замороженное течение, состав продуктов сгорания фиксируется по камере сгорания). В качестве граничных условий в камере сгорания фиксируется давление, равное 60 атм и температура 3500 К. В начальный момент времени в сопле давление принимается равным 1 атм, а температура 300 К. На рисунке 1 показано распределение скорости смеси продуктов сгорания по длине сопла для двух вариантов расчета. Видно, что основные различия между равновесным и замороженным течениями наблюдаются в области трансзвуковой части сопла. Это объясняется тем, что при переходе через минимальное сечение в случае равновесного течения в поток вносится дополнительная тепловая энергия в результате протекания экзотермических реакций. Часть выделившегося при рекомбинации молекул тепла превращается в кинетическую энергию, и как следствие, увеличивает скорость потока смеси.

Для рассмотренного тестового сопла проведена серия расчетов по исследованию изменения потерь удельного импульса в сопловом блоке на химическую неравновесность в газовой фазе в зависимости от степени расширения $F_a/F_{кр}$ и длины сверхзвуковой части сопла $L_{св}$. Определение потерь проводилось по результатам расчетов параметров потока по моделям равновесного и замороженного течений. Результаты расчетов представлены на рисунках 2-3. Видно, что с уменьшением $F_a/F_{кр}$ и увеличением $L_{св}$ потери удельного импульса химическую неравновесность уменьшаются. Это связано с увеличением времени пребывания частиц рабочего тела в камере сгорания и скоростей химических реакций из-за нарастания концентраций компонентов.

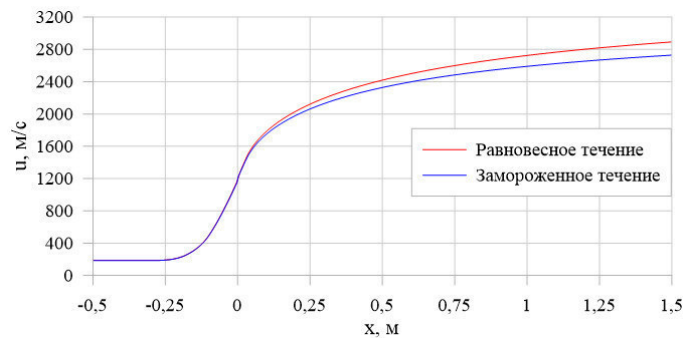


Рис. 1. Распределение скорости по длине сопла

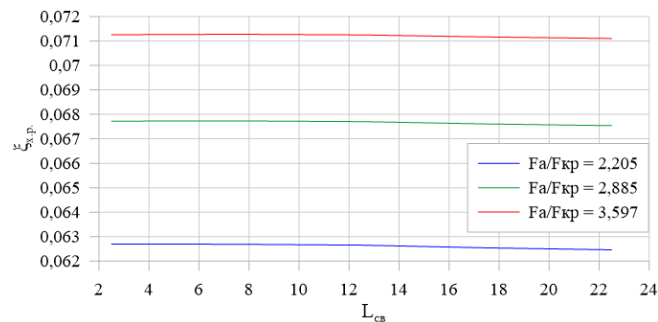


Рис. 2. Потери удельного импульса из-за химической неравновесности в зависимости от $L_{св}$

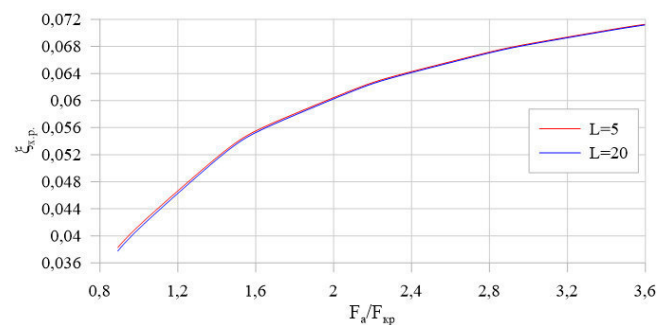


Рис. 3. Потери удельного импульса из-за химической неравновесности в зависимости от $F_a/F_{кр}$

Полученные результаты могут быть использованы в качестве основы для расчета двухфазных течений в камерах сгорания и сопловых блоках ракетных двигателей с физико-химическими превращениями в газовой фазе, в том числе, с учетом горения частиц конденсированной фазы.

Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 0721-2020-0032.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Течения газа в соплах. – М.: Изд-во Московского университета, 1978. – 288 с.
2. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
3. Трусов Б.Г. Программная система TERRA для моделирования фазовых и химических равновесий // XIV Международная конференция по химической термодинамике : 1-5 июля 2002 г. : Тез. докл. - СПб., 2002. -

УДК 004.92

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ В ОБУЧАЮЩИХ
КОМПЬЮТЕРНЫХ ИГРАХ**Г.С. Чурсин

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семенов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050
E-mail: gsc2@tpu.ru

USING COMPUTER VISION IN EDUCATIONAL COMPUTER GAMESG.S. Chursin

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD M.E. Semenov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: gsc2@tpu.ru

***Abstract.** This article discusses the use of computer vision elements in an educational game developed with the Unity3D game engine. The game is aimed at teaching and developing the skills of the student. The article describes the method used for the tests, as well as the test results.*

Введение. На сегодняшний день развития в области обучающих компьютерных игр не происходит. Одной из причин является отсутствие интереса к образовательным играм со стороны школьников. Главной проблемой в таких играх, является их простота и однообразность. Существующие игры не подталкивают учеников к изучению чего-то нового. Для того, чтобы вызывать интерес к изучению математики, физики или программированию игры должны демонстрировать возможности применения этих наук в реальном мире.

В игровой сфере основными инструментами взаимодействия с играми являются физические устройства. В качестве альтернативы физическим устройствам можно рассмотреть компьютерное зрение. Компьютерное зрение успешно используется в различных сферах жизни. Но полноценного внедрения в игровую индустрию не произошло. Основными проблемами использования компьютерного зрения в играх являются низкая скорость работы, низкий уровень детектирования динамических объектов и повышенная нагрузка на компьютер.

При этом обучающие компьютерные игры включают в себя различные головоломки, которые не требуют динамических сцен и серьезных вычислений. А значит это позволяет использовать компьютерное зрение в игровом процессе. Такой механизм позволит завлечь школьников в игровой процесс и помочь в освоении школьного материала. Поэтому целью работы является внедрение компьютерного зрения в разработку обучающих компьютерных игр.

Экспериментальная часть. В качестве эксперимента рассмотрим следующую игровую ситуацию. Появление в камере открытой ладони, сопровождается созданием объекта на игровой сцене. Появление сжатого кулака, приводит к удалению случайного объекта со сцены.

Для детектирования руки в видео используется гистограмма направленных градиентов (рис.1), в основе которого лежит допущение, что наличие и форму объектов на изображении можно описать распределением градиентов интенсивности изображения. Реализация этих дескрипторов получается разбиением изучаемого изображения на ячейки. В ячейках вычисляются гистограммы h_i направленных градиентов внутренних точек [1].

$$h_{L_2} = \frac{h}{\sqrt{\|h\|_2^2 + \varepsilon}}, h_{L_1} = \frac{h}{\|h\|_1 + \varepsilon}, h_{\sqrt{L_1}} = \sqrt{h_{L_1}},$$

где ε – некоторая малая константа. Комбинация этих гистограмм и является дескриптором.

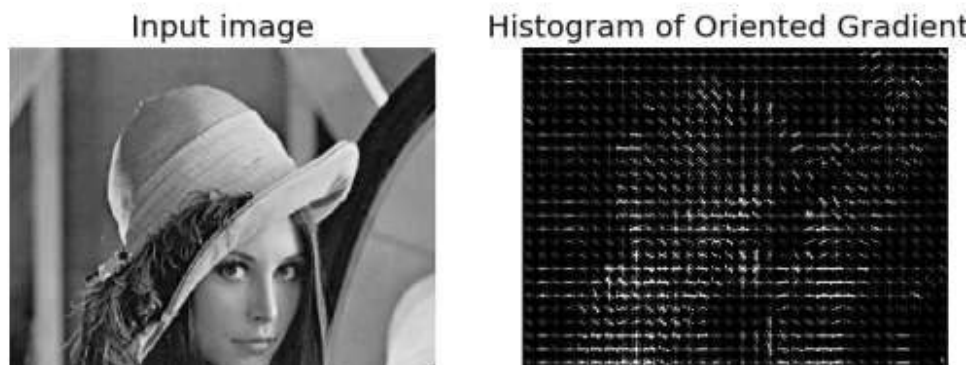


Рис. 1. Изображение гистограммы направленных градиентов

Обучение программы происходит с помощью набора изображений, содержащих исследуемый объект. Исходный набор изображений подвергается процессу аннотации, то есть на каждом кадре помечается расположение объекта [2]. Если объект, который необходимо определять, рассматривается только с одной стороны (например, ладонь руки), а также фон объекта является постоянным, то можно упростить процедуру создания изображений и аннотации. Для этого можно использовать скользящее окно [3]. В таком подходе, поток видео с веб-камеры сопровождаетсядвигающимся окном, в котором необходимо удерживать исследуемый объект. Это позволяет обучать модель без ручной аннотации, что экономит время. Также такой подход позволяет обучать программу прямо перед использованием, что крайне полезно в процессе создания игр.

Результаты. В ходе работы был подготовлен набор данных, для детектирования открытой ладони и сжатого кулака. Обучение и тестирование модели проходит в два этапа. На первом этапе обучение выполняется на 80% исходных данных. После обучения тестирование выполняется отдельно на использовавшихся данных и 20 % оставшихся данных. Согласно результатам, точность детектирования первого набора составляет 98%, точность определения объектов на новых изображениях 96%. На втором этапе обучение происходит на 100 % подготовленных исходных данных. Повторное тестирование на изображениях, участвовавших в обучение, показало точность 97%.

Стоит отметить, что такая точность достигается только в однотипных изображениях, где освещение и вид объекта не меняются. Для достижения более качественного уровня детектирования необходимо подготовить больше исходных данных, с разными условиями (фон, освещение). Полученный детектор, был использован в Unity3D, для создания (рис.2) и удаления (рис.3) объектов с игрового поля.

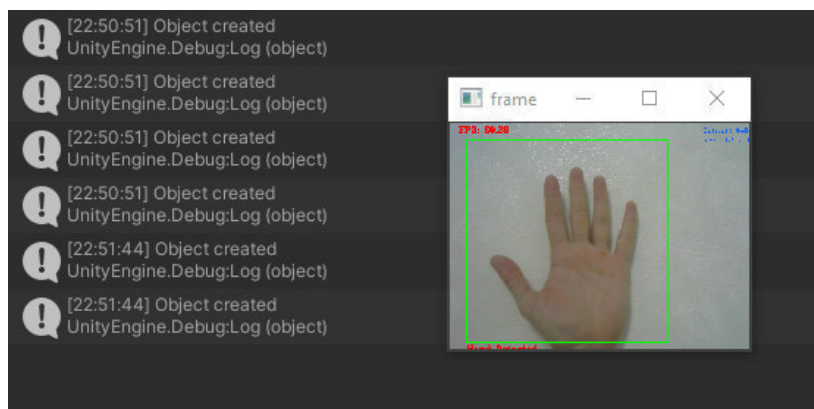


Рис. 2. Создание объекта с помощью ладони

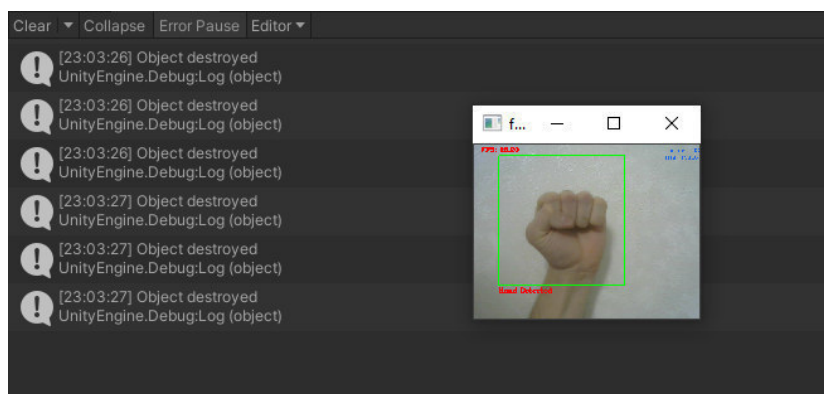


Рис. 3. Удаление объекта с помощью сжатого кулака

При использовании мало нагруженных игровых сцен, просадки в производительности не сказываются на игровом процессе. Компьютер для тестирования использует процессор ryzen r1200. В процессе работы детектора, загрузка процессора составляет от 10% до 14%, количество потребляемой оперативной памяти около 54 МБ. При использовании детектора, количество кадров видеосъемки падает с 60 до 29 кадров/с.

Заключение. Внедрение современных технологий в обучающие компьютерные игры, может проявить интерес у школьников к изучению новых технологий и работе в научных областях. В частности, использование компьютерного зрения в играх, может подтолкнуть учеников к изучению таких дисциплин, как информатика, программирование и математика. Предложенный вариант внедрения компьютерного зрения, позволяет быстро и качественно подключать программы для детектирования объектов к игровому процессу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Южаков Г.Б. Алгоритм быстрого построения дескрипторов изображения, основанных на технике гистограмм ориентированных градиентов // ТРУДЫ МФТИ. – 2013. – Т.19., №3 – С. 84–91.
2. Dalal N., Triggs B. Histograms of Oriented Gradients for Human Detection // INRIA. — 2005.
3. Naveenkumar M., Vadivel A. OpenCV for Computer Vision Applications // Proceedings of National Conference on Big Data and Cloud Computing. – 2015. – P. 52–56.

УДК 622.692.4.053

**ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ: ОПТИМИЗАЦИЯ ГРАФИКА
ЭКСПЛУАТАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УЧАСТКА МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА**

Е.О. Штанько

Научный руководитель: профессор, д.т.н. М.В. Лурье

РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина,

Россия, г. Москва, Ленинский просп., 65, корп. 1, 119991

E-mail: shtanko_98@mail.ru

**LINEAR PROGRAMMING PROBLEM: OPTIMIZATION OF THE OPERATING SCHEDULE OF
THE TECHNOLOGICAL SECTION OF THE MAIN OIL PIPELINE**

E.O. Shtanko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.V. Lurie

National University of Oil and Gas "Gubkin University", Russia, Moscow, Leninsky Prospekt, 65, bldg. 1,

119991

E-mail: shtanko_98@mail.ru

***Abstract.** The present study considers the issue of choosing the optimal operating schedule for the technological section of the main oil pipeline at various pumping capacities. The optimality criterion is the minimum of total monetary expenses for payment of electric energy consumed for the oil pumping process. It is necessary to answer the question whether the new regime being introduced is optimal, what will be the amount of additional or unspent electricity required, and how much it is needful to adjust the electricity demand when changing oil-pumping plans. In this regard, determining how to correctly calculate and compare energy consumption when planning the operation modes of the main oil pipeline for different, changing pumping plans is an urgent and important task. A two-stage algorithm for determining the optimal operating schedule of the oil pipeline technological section is proposed. The proposed method consists in solving a linear programming problem formulated in a way that considers all features of calculating the cost of consumed electrical energy. An illustrative example of calculation using the proposed algorithm is given.*

Введение. Управление процессом перекачки нефти по магистральному нефтепроводу сводится к выбору и реализации определенных режимов работы технологических участков магистрального нефтепровода (ТУ МН) в определенные временные промежутки. Эти режимы отличаются между собой устанавливаемой производительностью перекачки и определяются количеством, а также подачей и напором работающих магистральных насосов на нефтеперекачивающих станциях (НПС). Иначе говоря, режим работы участка нефтепровода представляет собой определенную комбинацию одновременно включенных насосных агрегатов всех НПС, а программа перекачки (график эксплуатации ТУ МН) на плановый период формируется, в свою очередь, из последовательности определенных режимов и установленного времени работы на каждом из них.

Необходимо иметь в виду, что каждая комбинация работающих насосных агрегатов на НПС, то есть каждый допустимый режим работы ТУ МН, сопряжен с определенной величиной необходимой

электрической энергии. И, поскольку наибольшую долю в структуре эксплуатационных затрат предприятий трубопроводного транспорта нефти составляет затраты именно на оплату электрической энергии, потребляемой насосами НПС [1], вопрос экономически и энергетически эффективной организации работы ТУ МН имеет особую важность и актуальность. Итак, в настоящей работе рассматривается задача оптимального планирования процесса перекачки нефти, заключающаяся в определении такой последовательности допустимых режимов работы ТУ МН во времени, которая минимизирует денежные затраты на оплату израсходованной насосным оборудованием электроэнергии при обязательном выполнении установленного плана поставок нефти за заданный период.

Материалы и методы исследования. Оплата потребленной электрической энергии производится по трем составляющим: *электроэнергия* по каждому часу; *покупная мощность*, представляющая собой потребление электроэнергии предприятием в час пиковой нагрузки, определенный для региона расположения производства; *сетевая мощность*, представляющая собой максимальное значение потребления электроэнергии предприятием в часы пиковой нагрузки, определенные для каждого месяца и ценовой зоны. Важно отметить, что именно оплата сетевой мощности составляет наибольшую долю в структуре энергетической составляющей денежных затрат нефтепроводного предприятия.

Для упрощения проведения и оценки результатов оптимизационных расчетов предлагается разделить сутки на две зоны в соответствии с часами пиковой нагрузки, заданными для расчета сетевой мощности. Первая зона определяется как «высокая», характеризующаяся высоким тарифом на электроэнергию, K_v , руб./($\text{МВт} \cdot \text{ч}$), вторая – как «низкая», со сниженным тарифом, K_n , руб./($\text{МВт} \cdot \text{ч}$).

Тогда задача оптимизации процесса перекачки нефти по ТУ МН представляет собой задачу минимизации целевой линейной функции стоимости электроэнергии за заданный промежуток времени (1) с $2m$ неотрицательными аргументами τ_{vi}, τ_{ni} , подлежащими определению:

$$\frac{\mathcal{E}}{T} = \sum_{i=1}^{i=m} [N_i K_v \tau_{vi} + N_i K_n \tau_{ni}] \rightarrow \min, \quad (1)$$

где \mathcal{E} – стоимость электроэнергии, руб.; m – число допустимых режимов работы рассматриваемого ТУ МН; $\tau_{vi} = t_{vi}/T$ – относительная продолжительность работы участка нефтепровода в i -м режиме в «высокой» временной зоне, ч; $\tau_{ni} = t_{ni}/T$ – относительная продолжительность работы участка нефтепровода в i -м режиме в «низкой» временной зоне, ч; $T = 24$ часа – заданный период времени, ч; N_i – мощность, потребляемая насосными агрегатами НПС в i -ом режиме, МВт.

При этом необходимо выполнение системы ограничений (2), отражающей, помимо естественных, условия протекания технологического процесса перекачки и требования, предъявляемые к нему:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{i=m} (\tau_{vi} + \tau_{ni}) = 1, \\ \sum_{i=1}^{i=m} Q_i (\tau_{vi} + \tau_{ni}) = q, \\ \sum_{i=1}^{i=m} \tau_{vi} \leq \frac{T_n}{T}, \\ \sum_{i=1}^{i=m} \tau_{ni} \leq \frac{T_n}{T}, \\ \tau_{vi} \geq 0, \tau_{ni} \geq 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где Q_i – расход перекачки в i -м режиме, $\text{м}^3/\text{ч}$; $q = V/T$ – средний расход заданного плана поставки, $\text{м}^3/\text{ч}$;

V – объем поставки нефти, m^3 ; T_v, T_n – суммарные продолжительности работы соответственно в «высокой» и «низкой» временных зонах, соответственно, ч.

Таким образом, задача определения оптимального варианта эксплуатации технологического участка нефтепровода представляет собой, на первом этапе, классическую задачу линейного программирования [2]. Ее решение находится известным симплекс-методом, реализуемым во многих прикладных математических программах.

Предлагается проведение второго этапа оптимизационного расчета, позволяющего учесть, что затраты на сетевую мощность составляют наибольшую долю в структуре денежных затрат на оплату электроэнергии, потребляемой для осуществления насосными агрегатами перекачки нефти. Данный этап заключается в последовательном введении в решаемую систему дополнительных ограничительных уравнений, обеспечивающих отказ от эксплуатации наиболее энергоемких режимов работы ТУ МН в «высокой» временной зоне:

– на первом шаге: $\tau_{vm} = 0$;

– на втором шаге: $\tau_{v(m-1)} = 0$, и так далее.

При этом важно учитывать, что отказ от режимов с высокими затратами электроэнергии, а, следовательно, высокой производительностью, в большинстве случаев не может быть произведен вплоть до самых минимальных значений в силу обязанности нефтепроводной компании обеспечить выполнение плана поставок нефти в полном объеме.

Результаты. Рассмотренные в работе примеры наглядно продемонстрировали, что реализация предлагаемого второго этапа оптимизации режимов работы ТУ МН позволяет значительно снизить суммарные денежные затраты на оплату электроэнергии путем существенного снижения стоимости потребленной сетевой мощности. Так, например, для технологического участка модельного нефтепровода с наружным диаметром 1067 мм, состоящего из трех перегонов с головной и двумя промежуточными НПС, оснащенных тремя насосами марки НМ 10000-210 на подачу $7000 m^3/ч$ каждая, экономия денежных средств за счет реализации второго этапа оптимизации при плане поставок нефти со средним расходом равном $6520 m^3/ч$ составила 8,064 млн. руб. в месяц, при плане $6120 m^3/ч$ – 7,962 млн. руб. в месяц. Такие результаты были получены путем отказа от эксплуатации режимов с максимальным количеством работающих насосов в периоды с высоким тарифом на оплату электрической энергии и снижения, как следствие, стоимости сетевой мощности.

Заключение. Результатом представленной работы является предложение способа определения оптимального графика эксплуатации ТУ МН путем решения задачи линейного программирования, сформулированной таким образом, который учитывает все особенности подсчета стоимости потребленной электрической энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ревель-Муроз П.А. Разработка методов повышения энергоэффективности нефтепроводного транспорта с внедрением комплекса энергосберегающих технологий: Автореф. Дис. ... канд. техн. наук. – Уфимский гос. нефтяной техн. университет, 2018. – 202 с.
2. Голунов Н.Н., Лурье М.В. Выбор оптимального режима эксплуатации технологического участка нефтепровода с применением карт режимов работы // Территория НЕФТЕГАЗ. – 2018. – №12. – С. 20-24.

УДК 536.24

**ВЛИЯНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО ИСТОЧНИКА ПЕРИОДИЧЕСКОГО ОБЪЕМНОГО
ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ НА СТРУКТУРУ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ЗАМКНУТОЙ
ДВУСВЯЗНОЙ ПОЛОСТИ**Е.В. Шулепова

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: elena.vasilevna.1996@mail.ru

**LOCATION EFFECT OF THE INTERNAL PERIODICAL VOLUMETRIC HEAT-GENERATING
SOURCE ON THE STRUCTURE OF A CONVECTIVE FLOW IN A CLOSED DOUBLE-
CONNECTED CAVITY**E.V. Shulepova

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: elena.vasilevna.1996@mail.ru

***Abstract.** This work deals with numerical simulation of natural convection in a closed cavity with internal unit of periodical volumetric heat generation. The governing partial-differential Oberbeck–Boussinesq equations have been formulated using non-primitive variables and solved by the finite difference method. Analysis of thermal oscillation frequency, temperature difference and heater location on flow structures and heat transfer patterns has been performed. Optimal values of governing parameters illustrating the heat transfer enhancement have been defined.*

Введение. Развитие микроэлектронных систем требует детального изучения транспортных процессов внутри электронных сборок с целью снижения тепловых нагрузок на составные элементы. В настоящее время существует множество активных и пассивных подходов к интенсификации теплоотвода [1], но наиболее простым методом пассивного охлаждения, отличающимся низким уровнем шума и высокой степенью надежности в случае небольших тепловых потоков, является формирование свободноконвективного режима переноса энергии внутри полости с тепловыделяющим элементом. Целью настоящей работы является математическое моделирование нестационарных режимов естественной конвекции внутри замкнутой полости с источником периодического объемного тепловыделения в условиях двусвязности геометрии анализируемого объекта.

Определяющие уравнения и метод решения. Математическое описание поставленной задачи проведено в рамках механики сплошной среды с использованием основных законов сохранения массы, импульса и энергии. Ньютоновская теплопроводная жидкость циркулирует внутри двусвязной области (рисунок 1). Предполагается, что условия применения приближения Буссинеска выполнены. Тепловое излучение внутри полости считается пренебрежимо малым по сравнению с режимом естественной конвекции. Плотность объемного тепловыделения внутреннего источника энергии описывается на

основе следующего закона: $Q(t) = 0.5Q_0 \{1 - \cos(ft)\}$, который отражает колебательное изменение производительности внутреннего элемента.

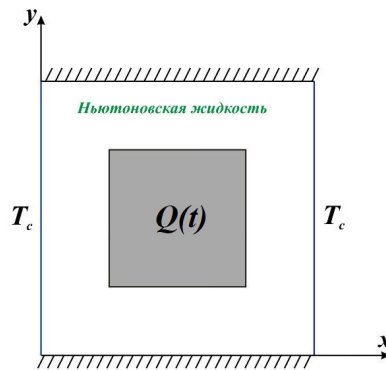


Рис. 1. Область исследования

Для моделирования теплопереноса в приближении Буссинеска в замкнутой полости с внутренним блоком периодического объемного тепловыделения за основу были взяты дифференциальные уравнения в размерных переменных «скорость–давление», имеющие следующий вид [2, 3]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + \rho g \beta (T - T_c) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$(\rho \tilde{n})_b \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_b \nabla^2 T + Q(t) \quad (5)$$

Здесь x, y – координаты декартовой системы координат; t – время; u, v – составляющие скорости в проекции на оси x, y , соответственно; ρ – среднее значение плотности; p – давление; T – температура; λ_b – коэффициент теплопроводности материала внутреннего блока; c_b – коэффициент теплоемкости материала внутреннего блока; μ – коэффициент динамической вязкости, β – температурный коэффициент объемного расширения, a – коэффициент температуропроводности.

Для сокращения времени вычислений за счет исключения поля давления вводятся безразмерные функция тока ψ и завихренность ω [3, 4]. В результате использования новых функций и обезразмеривания задачи, нестационарные дифференциальные уравнения примут вид [3, 4]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{y}^2} = -\omega \quad (6)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \omega}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \omega}{\partial \bar{y}} = \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \bar{y}^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a_b/a_f}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + \frac{1}{2} \{1 - \cos(\gamma \tau)\} \right) \quad (9)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной системы дифференциальных уравнений (6)–(9) в безразмерном виде выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau = 0: \quad \psi = 0, \quad \omega = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1; \\ \tau > 0: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \bar{x}} = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{при} \quad \bar{x} = 0, 1, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1; \\ \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \bar{y}} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} = 0 \quad \text{при} \quad \bar{y} = 0, 1, \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1 \\ \psi = \xi, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \bar{n}} = 0, \quad \begin{cases} \theta_f = \theta_b \\ \lambda_f \frac{\partial \theta_f}{\partial \bar{n}} = \lambda_b \frac{\partial \theta_b}{\partial \bar{n}} \end{cases} \quad \text{на внутренней границе блока} \end{aligned} \quad (10)$$

Сформулированная краевая задача (6)–(10) была решена численно методом конечных разностей на равномерной сетке.

Для определения величины функции тока на внутренней границе блока была разработана специальная процедура, основанная на однозначности поля давления вдоль внутренней поверхности блока [3, 4]:

$$\int \frac{\partial p}{\partial \eta} d\sigma = 0$$

Здесь η – единичный тангенциальный вектор вдоль границы источника энергии, σ – внутренняя поверхность блока.

Разработанная процедура позволила определить значение функции тока на поверхности внутреннего источника энергии [3, 4].

Численные исследования проведены в широком диапазоне изменения определяющих параметров, характеризующих режимы конвективного теплопереноса. Получены распределения изолиний функции тока и температуры, отражающие влияние температурного напора, частоты температурных осцилляций и положения источника энергии внутри полости. Установлены наиболее оптимальные параметры, характеризующие интенсификацию теплоотвода.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-79-20141).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bahiraei M., Heshmatian S. Electronics cooling with nanofluids: A critical review // *Energy Conversion and Management*. – 2018. – Vol. 172. – P. 438–456.
2. Sivaraj C., Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Influence of thermal radiation on thermogravitational convection in a tilted chamber having heat-producing solid body // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. – 2020. – Vol. 115. – 104611.
3. Pop I., Sheremet M.A., Grosan T. Thermal convection of nanoliquid in a double-connected chamber // *Nanomaterials*. – 2020. – Vol. 10(3). – 588.
4. Shulepova E.V., Sheremet M.A., Oztop H.F. Natural convection of Al_2O_3 –water nanosuspension in a semi-open domain with composite fin // *Physics of Fluids*. – 2021. – Vol. 33. – 033606.

Научное издание

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов
XVIII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Компьютерная верстка *С.А. Поробова*

Зарегистрировано в Издательстве ТПУ
Размещено на корпоративном портале ТПУ
в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета



Издательство

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ