

УДК 519.876.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТЕЙ

А.А. Дышеков

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семёнов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: aad52@tpu.ru

MODELING THE SPREAD OF EPIDEMICS USING NETWORKS

A.A. Dyshekov

Scientific Supervisor: Associated Prof., PhD M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: aad52@tpu.ru

Abstract. *In the present study, we have proposed and implemented a model for the spread of infections similar to Covid-19 based on SIR models using networks. The model implementation was made in the Wolfram Mathematica Software. We obtained a quantitative agreement between the modeling results and the official data. The proposed model takes into account the possible recurrence of the disease.*

Введение. Эпидемии всегда сопровождали человеческую цивилизацию, являясь одной из самых опасных угроз. В конце 2019 года человечеству явился новый штамм коронавируса – Covid-19. Не имея иммунитета и вакцины против него, человечеству приходится принимать строгие ограничительные меры на разных уровнях. В этих условиях как некогда стали актуальны математические модели распространения эпидемий, которые помогают понять, как эффективно следует бороться с пандемией. Вовремя введенные ограничительные меры способствуют быстрому затуханию распространения инфекции. Цель работы - создание модели распространения эпидемии Covid-19 с использованием сетей на основе SIR-подобных моделей. В статье предлагается объединение моделей SIRS и SEIR [1, 2] в модель, которая получила название SEIRS: восприимчивые – контактные – инфицированные – выздоровевшие – восприимчивые.



Рис. 1. (а) Общая схема модели SEIRS, (б) пример графа G при $n=100$, $d(m)=5$

Описание математической модели. Предлагаемая SEIRS модель базируется на концепциях SIR-подобных моделей [1, 2]. В основе модели лежит граф G , который генерируется случайно с N вершинами и $d(m) \cdot N$ рёбрами, где $d(m)$ – средняя степень вершины m . Вершина графа сопоставлена представителю популяции, которая в целом имитируется графом. Ребра графа характеризуют устойчивые (частые) связи между людьми в обществе. Каждая вершина имеет категориальный статус: *восприимчивый*,

инфицированный или *переболевший*. Для визуализации статуса вершины мы использовали цвета: синий, красный и зелёный соответственно (рис. 1).

В классической модели SIR люди со статусом *восприимчивые* при контакте с *инфицированными* также могут заболеть, и наоборот – инфицированные могут выздороветь. В предложенной нами модели, если синяя вершина является смежной красной, то она может быть инфицированной с вероятностью $0 \leq P(\alpha) \leq 1$ за одни сутки. Второй важной характеристикой вершины является её вес. Вес синих вершин постоянен и равен нулю. У других вершин вес динамически изменяется и равен количеству суток, которое они прибывают в определенном статусе. Например, если вес красной вершины равен 7, то данный индивид инфицирован уже в течении 7 суток. Подсчёт количества суток необходим для учёта выздоровления. Вес красных вершин сопоставлен со средней продолжительностью болезни - 30 суток [3]. Когда продолжительность болезни достигает значения средней продолжительности болезни, индивид выздоравливает и цвет вершины изменяется на зелёный.

Модель SIR довольно ограниченная, существует мало инфекций, которые можно моделировать с помощью этой модели. Однако, SIR имеет множество производных моделей, которые дополняют её функциональные возможности. Одной из таких моделей является SEIR [1, 2], в которой используется ещё один статус людей – *контактный* (exposed). В этой модели водится важное понятие как инкубационный период - промежуток времени от момента инфицирования до появления открытых, явных симптомов. Часто в инкубационный период человек может уже заражать (как в случае Covid-19), что сильно осложняет своевременное отчуждение больного и контроль распространения инфекции становится затруднительным. В нашей модели мы предлагаем добавить новый статус, характеризующих больных в инкубационном периоде (жёлтые вершины, рис. 1б). В этом случае характеристики жёлтых вершин очень схожа с красными. Ключевым отличием является, то что после достижения жёлтой вершиной веса равного инкубационному периоду - 10 суток [3] - они изменяют статус на *инфицированный* (красный), а не на *переболевший* (зелёный). Также в предлагаемой модели было введено следующее условие: заражать могут только *контактные* (жёлтые), тем самым имитируются процесс изоляции больного с открытыми симптомами. Далее в предлагаемой модели мы ввели параметр, характеризующий долю популяции, которые переболеют полностью в скрытой форме (20% популяции). Модель SIRS является развитием SIR модели, в которой введено временное ограничение на действия иммунитета – средняя длительность действия иммунитета принята равной 365 суток, т.е. в модели SIRS выздоровевшие через некоторое время могут снова стать восприимчивыми к болезни. Это очень характерно для гриппа, а возможно и для Covid-19. В предлагаемой модели мы использовали указанную особенность SIRS модели и ввели пересчет веса зелёных вершин: по достижению веса средней длительности действия иммунитета цвет вершины меняется с зелёного на синий, вес вершины принимается равным нулю. Таким образом, мы получаем цикл из возможных статусов индивида, что позволяет учитывать возможную повторность заболевания при моделировании. Для учёта мероприятий, влияющих на вероятность заражения, был ведён коэффициент ограничительных мер, равный отношению вероятности заражения с учётом мероприятия к вероятности заражения без учёта мероприятия. Данный коэффициент меньше 1, если мероприятие ограничивает распространение, и больше 1 в противном случае. Эксперт исходя из эмпирических наблюдений и имеющихся данных статистики даёт оценку степени влияние тех или иных ограничительных мер и событий на вероятность заражения индивида.

Результаты и обсуждение. Для верификации работоспособности предложенной SEIRS модели было проведено сопоставление полученных результатов моделирования с динамикой распространения Covid-19 по городу Томск [4]. Для генерации случайного графа G была использована равномерная модель Эрдеша-Реньи [5] при $n=650\,000$, $d(m)=5$, $P(\alpha)=0.05$, количество заражённых в начальный момент – 3, доля бессимптомных – 0.2. Коэффициент ограничительных мер выбран нами исходя из эмпирического опыта (цифры на рис. 2а).

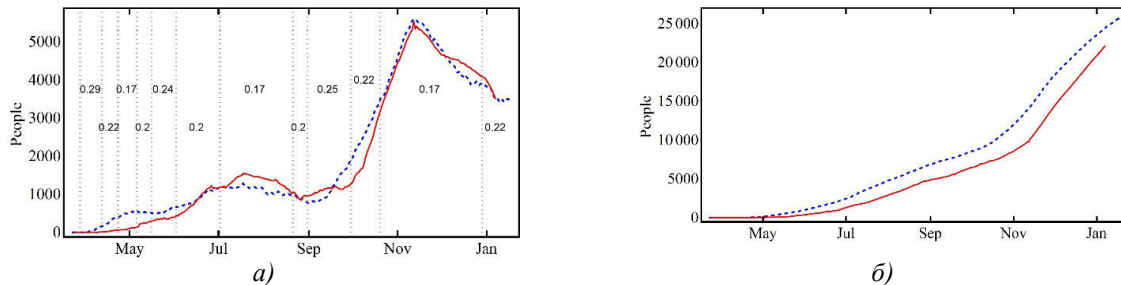


Рис. 2. Динамика изменения (а) числа инфицированных и (б) выздоровевших в Томске с марта 2020 г. по январь 2021 г.: официальные данные (красная линия) и результатам моделирования (пунктирная линия)

На рис. 2а представлено сопоставление динамики зараженных $I(t)$ в городе Томск согласно официальной статистики и модельных результатов. В целом наблюдается хорошая сходимость результатов моделирования динамики инфицирования со статистикой. Расхождение в начальный период (месяц - май) обусловлено отсутствием методов массового тестирования на коронавирус в начале пандемии. В летний период (июнь-август) данные официальной статистики превышают результаты моделирования, что объясняется сезонным ростом пространственной мобильности населения.

На рис. 2б изображена динамика выздоровления $R(t)$ жителей Томска. Как видно, модельная кривая выше эмпирических данных, это обусловлено тем, что в модели учитываются бессимптомные больные, которые в большинстве не обращались за медицинской помощью и не учтены в официальной статистике.

Заключение. Предложенная модель реализована в Wolfram Mathematica, верификация модели продемонстрировала количественную сходимость результатов моделирования с данными официальной статистики по городу Томск. В качестве возможных шагов по развитию модели является включение в модель учёта смертности и вакцинации населения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Винницкий, Э., Уайт Р. Введение в моделирование инфекционных заболеваний: учебное пособие. – Оксфорд: Изд-во Оксфордского университета, 2010. – 369 с.
2. Edelstein-Keshet L. Mathematical Models in Biology // SIAM. Society for Ind. and App. Math., 2005. –184 p.
3. Основные сведения о COVID-19 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.who.int/ru/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/question-and-answers-hub/q-a-detail/coronaviruse-disease-covid-19> (дата обращения 21.02.2020).
4. Яндекс Статистика. Коронавирус [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://yandex.ru/covid19/stat> (дата обращения 10.01.2021).
5. Erdős P., Rényi A. On random graphs // I. Publ. Math. Debrecen. – . 1959. – № 6. – 290–297.