

УДК 622. 322

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА РАЗРУШЕНИЯ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ ПЛАСТА ФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПОТОКОМ ПЛАСТОВОЙ ЖИДКОСТИ И ПРЕДОТВРАЩЕНИЕ ПРОБКООБРАЗОВАНИЯ В СКВАЖИНЕ

Хабибуллин Марат Яхиевич,
m-hab@mail.ru

Уфимский государственный нефтяной технический университет, филиал в г. Октябрьский,
Россия, 452607, г. Октябрьский, ул. Девонская, 54-а.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью предотвратить разрушение пласта вблизи забоя скважин и появлением большого количества песка в пластовой жидкости при ее фильтрации в призабойную зону скважины. Решение этой проблемы позволит улучшить работу фильтрации пластовой жидкости из пласта в скважину и сократить затраты на дополнительное применение методов интенсификации притока пластовой жидкости к скважине.

Цель: разработать и предложить методику, позволяющую во время эксплуатации скважин, склонных к пробкообразованию, ограничивать депрессию пластового давления предельно допустимой величиной, при которой материал прифилтровой зоны находится в упругом состоянии по всему объему.

Объекты. Для определения напряженного состояния на этом участке колонны необходимо данный элемент представить в виде полого шара, который опирается на обсадную колонну. Когда снижается гидравлическое давление в материале пористой среды для процесса фильтрации пластовой жидкости, она будет расширяться при отсутствии препятствий протеканию этому процессу. Одновременно происходит повышение давления пластовой жидкости снаружи полого шара. Поэтому необходимо найти закономерности, происходящие при расширении–сжатии пористой среды в процессе фильтрации пластовой жидкости через полый шар.

Методы. Наибольшая разность нормальных напряжений возникает на стенке скважины, поскольку при этом радиальные напряжения равны минимальному, а тангенциальные – максимальному значениям. Поэтому в зависимости от депрессии пластового давления и прочностных свойств закрепленной зоны возможны следующие условия эксплуатации скважины: закрепленная прискважинная часть пласта по всему объему находится в упругом состоянии; закрепленная прискважинная часть пласта по всему объему находится в пластическом состоянии. Из решения упругой задачи известно, что наибольшая разность нормальных напряжений в теле полого шара при фильтрации жидкости через его стенку к центру имеет место на внутренней поверхности, поэтому условия текучести материала шара возникнут, прежде всего, на внутренней поверхности шара. Пользуясь решением упругой задачи с учетом сжимаемости породы можно определить величину перепада давления на пласт, исключая возможность пластического течения пластового материала, то есть допустимый перепад давления.

Результаты. При эксплуатации скважин, склонных к пробкообразованию, необходимо ограничивать депрессию пластового давления предельно допустимой величиной, когда материал прифилтровой зоны находится в упругом состоянии по всему объему. Таким образом, максимальная разность главных нормальных напряжений наблюдается на стенке скважины, поэтому для предотвращения разрушения пласта вблизи забоя необходимым условием является соответствие прочностных свойств горных пород напряжениям, действующим в этой зоне.

Ключевые слова:

Деформация, интенсивность, радиус, толщина, скважина, пласт.

Введение

При исследовании механизма разрушения пласта фильтрационным потоком пластовой жидкости не учитывается такое явление, как длительное деформирование породы с потерей прочности. Этот фактор влияет на уменьшение долговечности материала за обсадной колонной скважин, длительность работы эксплуатационной скважины без поступления песка из пласта [1–3]. Отсюда возникает необходимость в рассмотрении вопросов, связанных с упругими и пластическими напряжениями в элементах пористой среды в затрубном пространстве в области перфорационных отверстий при фильтрации пластовой жидкости. Для определения напряженного состояния на этом участке колонны необходимо данный элемент представить в виде полого шара, который опирается на обсадную колонну. Когда снижается гидравлическое давление в материале пористой среды для процесса фильтрации пластовой жидкости, она будет расширяться при от-

сутствии препятствий протеканию этому процессу. Одновременно происходит повышение давления пластовой жидкости снаружи полого шара. Поэтому необходимо найти закономерности, происходящие при расширении–сжатии пористой среды в процессе фильтрации пластовой жидкости через полый шар.

Методология

Наибольшая разность нормальных напряжений возникает на стенке скважины, поскольку при этом радиальные напряжения равны минимальному, а тангенциальные – максимальному значениям [4–6]. Поэтому в зависимости от депрессии пластового давления и прочностных свойств закрепленной зоны возможны следующие условия эксплуатации скважины:

- закрепленная прискважинная часть пласта по всему объему находится в упругом состоянии, то есть выполняется условие по формуле (1)

$$\sigma_{ra} - \sigma_{\theta a} = \sigma_s; \quad (1)$$

- закреплённая прискважинная часть пласта по всему объёму находится в пластическом состоянии, то есть выполняется условие согласно (2)

$$\sigma_{rb} - \sigma_{\theta b} = \sigma_s, \quad (2)$$

где σ_s – предел текучести.

Из решения упругой задачи известно, что наибольшая разность нормальных напряжений в теле полого шара при фильтрации жидкости через его стенку к центру имеет место на внутренней поверхности ($r = a$) [7]. Поэтому условия текучести материала шара возникнут, прежде всего, на внутренней поверхности шара, что можно записать как (3):

$$\sigma_{ra} - \sigma_{\theta a} = \sigma_s, \quad (3)$$

где σ_s – предел текучести материала шара при напряжении сжатия; σ_{ra} и $\sigma_{\theta a}$ – нормальные напряжения, радиальное и тангенциальное соответственно.

Пользуясь этим выражением и решением упругой задачи с учётом сжимаемости породы можно определить величину перепада давления на пласт, исключающую возможность пластического течения пластового материала, то есть допустимый перепад давления P_{ag} [8].

Принимая во внимание, что $\sigma_{ra} = 0$, можно записать так (4):

$$-\sigma_{\theta a} = \frac{\sigma_s}{z}, \quad (4)$$

где z – запас прочности; $\sigma_{\theta a}$ – нормальное тангенциальное напряжение, определяемое из [9] при $r = a$.

Учитывая, что в зернистом цементированном материале с «вязким» цементом напряжения, вызванные неравномерным гидравлическим сжатием упругой составляющей материала, могут прелаксировать, в формуле (4) следует пренебречь этой составляющей, то есть принять $\alpha = \omega = 0$ ($\chi = -1$). Примем также равным нулю неизвестное внешнее контактное напряжение сжатия σ_{rb} . Тогда нормальное тангенциальное напряжение сжатия на внутренней поверхности шара приближенно будет (приняв $\frac{b}{a} \geq 1$) равно (5)

$$\sigma_{ba} = -\frac{1+v}{1-v} \cdot (P_a - P_b), \quad (5)$$

или, ограничивая это напряжение допустимой величиной $\frac{\sigma_s}{z}$, запишем согласно (6):

$$\frac{\sigma_s}{z} = \frac{1+v}{1-v} \cdot (P_a - P_b). \quad (6)$$

Распределение давления жидкости в стенке полого шара при фильтрации по (7):

$$P = \left[1 - \left(1 - \frac{a}{r} \right) \cdot \left(1 - \frac{a}{b} + \frac{naK_1}{hK_2} \ln \frac{R_k}{r_c+b} \right)^{-1} \right] \cdot P_a, \quad (7)$$

где a – радиус перфорированного отверстия, м; b – толщина фильтровой зоны, м; n – число перфорационных отверстий в колонне; h – мощность вскрытой перфорацией части пласта, м; K_1 – проницаемость фильтровой зоны, м²; K_2 – проницаемость пласта, м²; R_k – радиус контура питания, м; r_c – радиус скважины, м; P_a – полный перепад давления на пласт и фильтр, МПа.

Тогда выражение для определения допустимого перепада давления на пласт запишется так (8):

$$P_{ad}^y = \frac{\sigma_s}{z} \cdot \frac{1-v}{1+v} \cdot \left(1 + \frac{nbK_1}{hK_2} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c+b} \right). \quad (8)$$

Рассмотренный метод расчета величины допустимой депрессии на пласт базируется на результатах кратковременных определений механических свойств материала фильтра, а именно величины предела текучести σ_s , и, очевидно, не отвечает на вопрос о долговечности фильтра [10].

Известно, что все горные породы могут деформироваться во времени при разности напряжений $\sigma_r - \sigma_{\theta}$ меньшей σ_s . И если цементирующий материал в породе течет, теряя свои свойства, то цементированная порода будет терять свойства по мере развития пластических деформаций. Поэтому за другой критерий прочности, скорее долговечности, горной породы за колонной в скважине может быть принята скорость ее пластического течения или предельная величина относительной деформации [11].

При длительном наблюдении за деформацией горной породы, находящейся в «упругом» состоянии в обычном понимании, можно наблюдать ее деформацию во времени. В связи с этим нет смысла решать смешанную задачу о напряженном состоянии горной породы, когда имеет место внешняя ее зона, находящаяся в упругом состоянии, и внутренняя зона, в пределах которой материал в состоянии пластического течения, которое, очевидно, невозможно теоретически из-за наличия упругой зоны. Тем не менее деформация во времени возможна и в этом случае. Поэтому рассмотрим предельный случай, когда полый шар по всему сечению испытывает состояние пластического течения [12].

Известно, что в упругом полом шаре при фильтрации жидкости к его центру при снижении давления в его полости напряжения в стенке шара по всему сечению однозначны – отрицательны (напряжения сжатия), причем в соотношении $|\sigma_{\theta}| \geq |\sigma_r|$. В связи с этим для зоны пластичности справедливо следующее условие текучести материала (9):

$$\sigma_r - \sigma_{\theta} = +\sigma_s. \quad (9)$$

Знак плюс перед σ_s в уравнении (9) взят из решения [13], так как разность $\sigma_r - \sigma_{\theta}$ при переходе материала из упругого состояния в состояние пластического течения, очевидно, не изменится.

Нужно полагать, что предел текучести для зернистого материала снижается по мере развития пластических деформаций. В первом приближении этот параметр прочности примем линейно-снижающимся по мере развития пластической деформации по (10):

$$\sigma_s = \sigma_{s0} \cdot (1 - \eta_{\sigma} \bar{\epsilon}), \quad (10)$$

где

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{(\epsilon_r^n - \epsilon_{\theta}^n)^2 + (\epsilon_r^n - \epsilon_z^n)^2},$$

$$\epsilon_r^n = \frac{du^n}{dr}, \quad \epsilon_{\theta}^n = \epsilon_z^n = \frac{u^n}{r}.$$

Несомненно, в условиях пластического течения материала эффектом сжимаемости, вызванным действием гидростатического давления, можно прене-

бречь, так как эти напряжения релаксируют, и, кроме того, упругая деформация составляет незначительную долю деформации в последующем [14]. Примем также, что при пластическом течении зернистый сцементированный материал сохраняет постоянный объем, то есть (11)

$$\Delta = \frac{du^n}{dr} + 2 \frac{u^n}{r} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \cdot (r^2 u^n). \quad (11)$$

Отсюда получается (12)

$$u^n = \frac{c}{r^2}, \varepsilon_r^n = -2 \frac{c}{r^3}, \varepsilon_\theta^n = \frac{c}{r^3}. \quad (12)$$

Из граничного условия $r = a$, $u^n = u_a^n$ находим $c = a^2 \cdot u_a^n$.

Подставляя ε_r^n и ε_θ^n из (12) в (11), получим выражение интенсивности деформации сдвига при пластическом течении по (13):

$$\varepsilon = \varepsilon_a^n \cdot \frac{a^3}{r^3}, \varepsilon_a^n = 2\sqrt{3} \cdot \frac{u_a^n}{a}. \quad (13)$$

Уравнение равновесия напряженной пористой среды для изотропного полого шара имеет вид (14):

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \chi \cdot \frac{dP}{dr}. \quad (14)$$

Подставляя в него (9), (10) и (13) при $\chi = -1$, получим (15)

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_{so}}{r} \cdot \left(1 - \eta_\theta \varepsilon_a^n \cdot \frac{a^3}{r^3}\right) + \frac{dP}{dr} = 0. \quad (15)$$

Величина градиента давления определяется как (16):

$$\frac{dP}{dr} = \frac{q_{\mu_{ж}}}{2\pi K_1} \cdot \frac{1}{K^2}. \quad (16)$$

Подставляя это значение в (15), после интегрирования при граничном условии $r=a$, $P=P_a$, $\sigma_r=0$, получим (17), (18):

$$\sigma_r = P_a - P - 2\sigma_{so} \cdot [f(r) - f(a)], \quad (17)$$

$$f(r) = \frac{1}{\sigma_{so}} \cdot \int_a^r \frac{\sigma_s}{r} dr = \ln r + \frac{1}{3} \eta_\theta \varepsilon_a^n \cdot \frac{a^3}{r^3} + c, \quad (18)$$

где $b \geq r \geq a$, $\sigma_\theta = \sigma_r - \sigma_s$

Входящую в уравнение (17) разность $P_a - P$ находим как (19)

$$P_a - P = \frac{Q_{ж\mu_{ж}}}{2\pi na K_1} \cdot \left(1 - \frac{a}{r}\right). \quad (19)$$

Подставляя (19) в (17) и используя граничное условие $r = b$, $P = P_b$, $\sigma_r = \sigma_{rb}$, получим формулу предельного соотношения между критическим дебитом нефти и предельным напряженным состоянием материала горной породы, соответствующим пластическому течению ее по всему сечению полого шара (20):

$$\frac{Q_{ж\mu_{ж}}}{2\pi na K_1} \cdot \left(1 - \frac{a}{b}\right) = 2\sigma_{so} \cdot [f(b) - f(a)] - \sigma_{rb}. \quad (20)$$

Полученную зависимость (20) можно рассматривать как критериальное уравнение. Пользуясь этой зависимостью, можно определить допустимый дебит нефти или перепад давления на пласт, обеспечивающие нормальную эксплуатацию скважины и устойчивость материала пласта за колонной [15]. Для определения допустимых значений дебита или перепада давления воспользуемся известным параметром – коэффициентом запаса прочности z . Подставляя допустимое значение предела текучести по формуле (21)

$$|\sigma_{so}| = \frac{\sigma_{so}}{z} \quad (21)$$

в формулу (20) и заменяя расход $Q_{ж}$ соответствующим значением перепада давления из (19), получим формулу для расчета допустимого перепада давления на пласт (22)

$$P_{ad}^n = \left[2 \frac{\sigma_{so}}{z} (f_b - f_a) - \sigma_{rb}\right] \left(\frac{b}{a} + \frac{nb^2 K_1}{(b-a) \cdot h K_2} \ln \frac{R_k}{r+b_c}\right). \quad (22)$$

Для ориентировочных расчетов примем $\sigma_{rb} = 0$, $\eta_\theta \cdot \varepsilon_a^n = 1$ и пренебрежем величиной $\frac{b}{a}$ по сравнению с единицей. Формула (22) примет вид (23):

$$P_{ad}^n \approx 2 \frac{\sigma_{so}}{z} \cdot \left(1 + \frac{na K_1}{n K_2} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c+b}\right) \cdot \frac{b}{a} \ln \frac{b}{a}. \quad (23)$$

Условие $\eta_\theta \varepsilon_a^n = 1$ соответствует случаю, когда материал теряет прочность на стенке полого шара ($r = a$) по достижении деформации течения предельных значений. Дальнейшая деформация горной породы будет сопровождаться ее разрушением, выкрашиванием зернистого материала во времени. В связи с этим вопрос о долговечности горной породы за колонной будет определяться скоростью «истечения» ее через перфорационное отверстие, что требует специальных длительных исследований текучести материала в условиях, близких к реальным [16].

Сравнивая величину допустимого перепада давления на пласт, полученного из условия $-\sigma_\theta = \frac{\sigma_s}{z}$ при $r = a$, когда материал полого шара по всему сечению находится в упругом состоянии, с величиной допустимого перепада давления, полученной для случая, когда материал полого шара по всему сечению находится в состоянии пластического течения, можно видеть, что в первом случае величина допустимого перепада давления на пласт P_{od}^y в десятки раз меньше, чем во втором случае P_{od}^y . Эту минимальную величину P_{od}^y , по-видимому, и следует принимать за допустимую при эксплуатации скважин, что должно обеспечить наибольшую долговечность фильтра за колонной, материал которого склонен к пластическим деформациям. При этом запас прочности z может быть принят равным единице [17]. В дальнейшем эта величина может быть уточнена по результатам промысловых исследований и внедрения способов крепления призабойной зоны скважин.

Следует иметь в виду, что значение P_{od}^y рассчитывается на основе величины предела текучести породы σ_s , определяемой путем кратковременных исследований механических свойств материала. Поэтому для достижения устойчивости при скважинной части пласта к разрушению необходимо соответствие прочностных свойств консолидированной породы (а именно предела текучести) действующей в этой области максимальной разности нормальных напряжений. Однако при этом не исключается, что закрепленная зона пласта вблизи забоя скважины начнет разрушаться через некоторое время после проведения процесса консолидации. Это может быть обусловлено такими факторами снижения прочности породы, как развитие ползучих и пластических деформаций, а также снижения значения a_s в результате растворяющей способности фильтрующихся углеводородов.

Обсуждение

Таким образом, длительная устойчивость пласта к разрушению будет определяться как напряжениями, действующими в породе вблизи забоя скважины в условиях притока флюидов, так и прочностными и реологическими свойствами самой породы, зависящими от состава пластовой нефти, песка и технологических условий проведения процесса закрепления. При эксплуатации скважин, склонных к пробкообразованию, необходимо ограничивать депрессию пластового давления предельно допустимой величиной, когда материал прифилтровой зоны находится в упругом состоянии по всему объему.

При определении напряженного состояния упругого полого шара при фильтрации через его стенку жидкости необходимо решить задачу о напряжениях для случая фильтрации жидкости к центру шара при снижении давления в его полости ($\chi = -1$). Этот случай представляет для нас элемент общей задачи о напряженном состоянии кольцевого фильтра за обсадной колонной при работе скважины. Задача решается в следующей последовательности.

Сначала решается задача фильтрации жидкости – определяются изменения давления в исследуемом теле при фильтрации жидкости. Затем решается уравнение равновесия относительно радиальной деформации (4) [18], по (24)

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d}{dr} \left(\frac{du}{dr} + 2 \frac{u}{r} \right) = \chi(1 - \alpha\beta) \frac{dP}{dr}, \quad (24)$$

после чего, подставляя значения этой функции и ее производных в уравнение (2) [18] и используя граничные условия $r = a, \sigma_r = 0, P = P_a$; $r = b, \sigma_r = \sigma_{rs}, P = P_b$, находим постоянные интегрирования уравнения (24), входящие в основные зависимости, чем, по существу, и заканчивается решение поставленной задачи.

Найдем закон распределения давления в стенке полого шара при фильтрации жидкости, вызванной давлением в его полости ($\chi = -1$) и решая уравнение нестационарного притока жидкости через стенку половины поверхности полого шара (25):

$$2\pi r^2 \cdot \frac{K_1}{\mu_{ж}} \cdot \frac{dP}{dr} = \text{const}, \quad (25)$$

при граничных условиях $r = a, P = P_a$; $r = b, P = P_b$ получим закон распределения давления жидкости при фильтрации (26), (27):

$$P = P_b + \frac{a}{b-a} \cdot \left(\frac{b}{r} - 1 \right) \cdot (P_a - P_b) = P_a + \frac{b}{b-a} \cdot \left(\frac{a}{r} - 1 \right) \cdot (P_a - P_b), \quad (26)$$

$$q = \frac{Q_{ж}}{n} = \frac{2\pi abK_1}{\mu_{ж}(b-a)} \cdot (P_a - P_b). \quad (27)$$

Подставляя значение перепада давления в пласте P_b , приходящегося на толщину депрессионной воронки (за вычетом толщины фильтра за колонной), из формулы Дюпюи имеем по (28)

$$P_b = \frac{Q_{ж}\mu_{ж}}{2\pi hK_2} \cdot \ln \frac{R_K}{r_c+b} \quad (28)$$

получим окончательно по (29):

$$P_b = \frac{Q_{ж}\mu_{ж}}{2\pi hK_1} \cdot \left(\frac{b}{r} - 1 + \frac{nbK_1}{hK_2} \cdot \ln \frac{R_K}{r_c+b} \right). \quad (29)$$

Из формулы (28) при $r = a$ находим величину полного перепада давления ΔP на пласт и фильтр (30):

$$\Delta P = P_a = \frac{Q_{ж}\mu_{ж}}{2\pi hK_1} \cdot \left(\frac{b}{a} - 1 + \frac{nbK_1}{hK_2} \cdot \ln \frac{R_K}{r_c+b} \right). \quad (30)$$

С учетом (30) формулу (6) можно представить в виде (31):

$$P = \left[1 - \left(1 - \frac{a}{r} \right) \cdot A \right] \cdot P_a. \quad (31)$$

Функция среднего давления жидкости в стенке полого шара в пределах радиуса может быть представлена (32)

$$\varphi = \frac{1}{r^3} \cdot \int_0^r r^2 P dr. \quad (32)$$

Подставляя давление P из (26), получим (33):

$$\varphi = \frac{1}{3} P_b + \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{b-a} \cdot \left(\frac{a}{r} - \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{b} \right) \cdot (P_a - P_b). \quad (33)$$

При оценке состояния прифилтровой зоны пласта используется параметр «скин-эффект», представляющий собой относительную величину снижения коэффициента продуктивности скважины при загрязнении прифилтровой зоны [19] (34):

$$S = \left(\frac{\eta_2}{\eta} - 1 \right) \cdot \ln \frac{R_K}{r_c+b'}, \quad (34)$$

где η_2 – коэффициент продуктивности скважины перед коксованием; η – коэффициент продуктивности скважины после коксования.

Подставляя значения $\eta_2 = \frac{Q_{ж}}{P_b}$ из уравнения (5) и $\eta = \frac{Q_{ж}}{P_a}$ из уравнения (30), получим формулу для определения «скин-эффекта», обусловленного наличием фильтра за колонной труб (35):

$$S = \frac{hK_2}{hbK_1} \cdot \frac{b-a}{a}. \quad (35)$$

При $\frac{b}{a} \gg 1$ выражение (35) упрощается до вида (36)

$$S = \frac{hK_2}{naK_1}. \quad (36)$$

Решим теперь задачу о напряжениях в стенке полого шара. Интеграл уравнения равновесия упругого тела (24) имеет вид (37):

$$E' \cdot u = \frac{1}{3} \cdot cr + \frac{D}{r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \int_0^r r^2 P dr, \quad (37)$$

где (38)

$$E' = \frac{\lambda+2\mu}{\chi(1-\alpha\beta)}. \quad (38)$$

Из уравнения (37) найдем значения $\frac{du}{dr}, \frac{u}{r}, \Delta$ (39)

$$\begin{aligned} E' \frac{du}{dr} &= \frac{c}{3} - 2 \frac{D}{r^3} - 2\varphi + P, \\ E' \frac{u}{r} &= \frac{c}{3} + \frac{D}{r^3} + \varphi, \\ E' \Delta &= c + P. \end{aligned} \quad (39)$$

Подставляя найденное значение деформаций в уравнение (39), получим выражение компонент главных нормальных напряжений в стенке полого шара (40):

$$E' \sigma_r = \frac{\beta c}{3} + (\lambda + 2\mu + \omega E') \cdot P - 4\mu \frac{D}{r^3}, \quad (40)$$

$$E' \sigma_\theta = \frac{\beta c}{3} + (\lambda + \omega E') \cdot P + 2\mu \varphi + 2\mu \frac{D}{r^3}.$$

Или по (41)

$$E' \sigma_{\theta} = E' \sigma_r - 2\mu(P - 3\varphi) + 6\mu \frac{D}{r^3}, \omega = \chi \alpha \beta. \quad (41)$$

Используя граничные условия $r = a$, $P = P_a$, $\sigma_r = 0$; $r = b$, $P = P_b$, $\sigma_r = \sigma_{rb}$, найдем входящие в (37) постоянные интегрирования C и D (42):

$$4\mu D = \frac{a^3 b^3}{b^3 - a^3} \cdot [E' \sigma_{rb} + (\lambda + \omega E') \cdot (P_a - P_b)],$$

$$\frac{\beta C}{3} = 4\mu \frac{D}{a^3} - \frac{\beta P_a}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu b}{b-a} \cdot (P_a - P_b). \quad (42)$$

Подставляя найденные выражения постоянных в формулы (37) и (39), получим окончательно (43):

$$\sigma_r = \frac{b^3}{b^3 - a^3} \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right) \sigma_{rb} + \frac{\lambda + \omega E'}{E'} \times$$

$$\times \left[\frac{b^3}{b^3 - a^3} \cdot \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right) - \frac{b}{b-a} \left(1 - \frac{a}{r} \right) \right] \cdot (P_a - P_b),$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{b^3}{b^3 - a^3} \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right) \sigma_{rb} +$$

$$+ \left\{ \frac{\lambda + \omega E'}{E'} \frac{b^3}{b^3 - a^3} \cdot \left(1 - \frac{a^3}{2r^3} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{b}{b-a} \left[\omega + \frac{\lambda}{E'} - \left(\frac{\lambda + \mu}{E'} + \varpi \right) \frac{a}{r} \right] \right\} \cdot (P_a - P_b)$$

$$u = \frac{\sigma_{rb}}{4\mu} \cdot \frac{b^3}{b^3 - a^3} \left(\frac{4\mu}{\beta} + \frac{a^3}{r^3} \right) \cdot r + \frac{\omega E'}{\beta} P_a r +$$

$$+ \left[\frac{\lambda + \omega E'}{4\mu E'} \cdot \frac{b^3}{b^3 - a^3} \left(\frac{4\mu}{\beta} + \frac{a^3}{r^3} \right) \cdot r + \right.$$

$$\left. + \frac{ab}{2(b-a)E'} \left(1 - 2\frac{\lambda}{\beta} \cdot \frac{a}{r} \right) \right] \cdot (P_a - P_b);$$

$$\frac{\lambda + \omega E'}{E'} = \frac{\chi[v + (1-2v)\alpha\beta]}{1-v}, \quad \frac{\lambda + \mu}{E'} = \chi \frac{1-\alpha\beta}{2(1-v)},$$

$$\frac{\omega E'}{\beta} = \frac{\alpha\beta}{1-\alpha\beta} \cdot \frac{1-v}{1+v},$$

$$\frac{\lambda + \omega E'}{4\mu E'} = \chi \frac{1+v}{2 \cdot (1-v)E} \cdot [v + (1-2v)\alpha\beta],$$

$$\frac{4\mu}{\beta} = 2 \frac{1-2v}{1+v}, \quad \frac{\lambda}{\beta} = \frac{v}{1+v}.$$

Анализируя зависимости (43), можно заметить, что знак приращения главных нормальных напряжений, вызванных действием фильтрационного давления в пористой среде, зависит от знака изменения статического давления жидкости, насыщающей пористую среду. Причем по абсолютной величине напряжения, вызванные снижением статического давления жидкости, равны напряжениям, вызванным увеличением давления жидкости на ту же величину, то есть (рис. 1):

$$\sigma_r|_{\chi=+1} = -\sigma_r|_{\chi=-1}, \quad \sigma_{\theta}|_{\chi=+1} = -\sigma_{\theta}|_{\chi=-1}.$$

На рис. 2 приведены зависимости изменения главных нормальных напряжений σ_r и σ_{θ} по толщине стенки полого шара, свободного от внешней нагрузки ($\sigma_{rb} = 0$), при создании избыточного давления в полости шара ($\chi = +1$) и при депрессии ($\chi = -1$, $\Delta P = -P_a$, $P_b = 0$). Кривые σ_r и σ_{θ} постоянные для $\alpha\beta = 0$, $\alpha\beta = 0,5$ и $\alpha\beta = 1$. Заметим, что впервые за-

дача о напряжениях в упругой пористой среде при фильтрации жидкости через стенку цилиндрического отверстия (скважины) в нефтяном пласте была решена Ю.П. Желтовым и С.А. Христиановичем, разработавшими теорию гидравлического разрыва пласта при значении параметра $\alpha\beta = 0$ в правой части уравнения (24). Вскоре та же задача теории упругости была решена в работе [20] (при $\alpha\beta = 1$), где учтено влияние эффекта сжимаемости породообразующих минералов на напряженное состояние пористой среды при фильтрации жидкости.

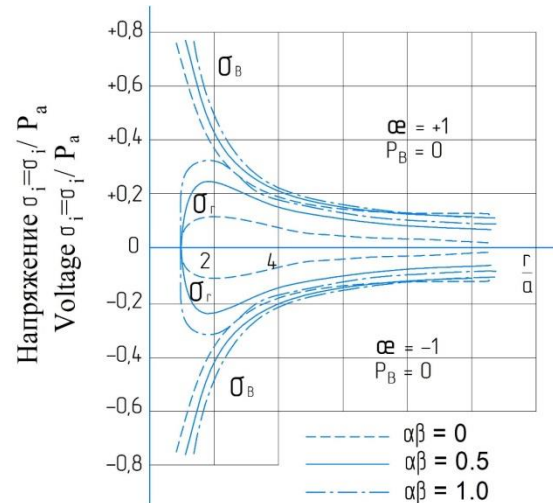


Рис. 1. Изменение главных нормальных напряжений σ_r и σ_{θ} по толщине стенки полого шара, свободного от внешней нагрузки ($\sigma_{rb} = 0$)

Fig. 1. Change in the principal normal stresses σ_r and σ_{θ} along the wall thickness of a hollow sphere free from external load ($\sigma_{rb} = 0$)

Данные табл. 1 в [21], показывают, что приведенные в работах [22, 23] решения задачи (при $\alpha\beta = 0$ и $\alpha\beta = 1$, $\chi = +1$) являются предельными решениями, так как истинное значение параметра $\alpha\beta$ находится для реальных горных пород при умеренных нагрузках в пределах 0,3–0,6.

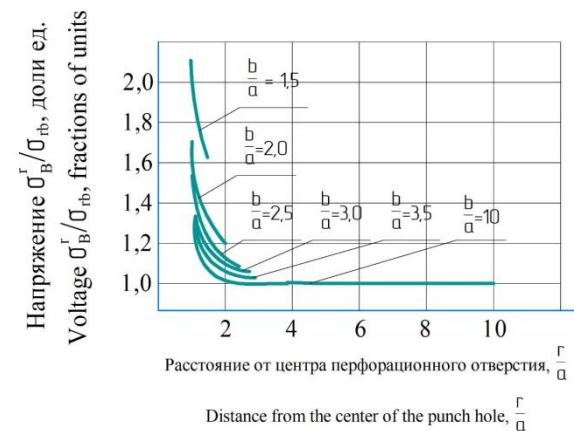


Рис. 2. Распределение тангенциальных напряжений σ_{θ}^r в закрепленной зоне в зависимости от ее радиуса

Fig. 2. Distribution of tangential stresses σ_{θ}^r in the fixed zone depending on its radius

Анализ полученных зависимостей (43) показывает, что изменение знака потенциала фильтрации ($\Delta P = \pm P_a$) приводит к изменению напряжения σ_θ в пределах от $-1,5 P_a$ до $+1,5 P_a$, то есть $\Delta \sigma_\theta = 3 \cdot P_a$. Именно этим можно объяснить отрицательное действие остановок скважины, а тем более изменение направления фильтрационного потока в прифильтровой зоне пласта, на устойчивость стенок скважины, эксплуатация которых осложнена пескопроявлениями.

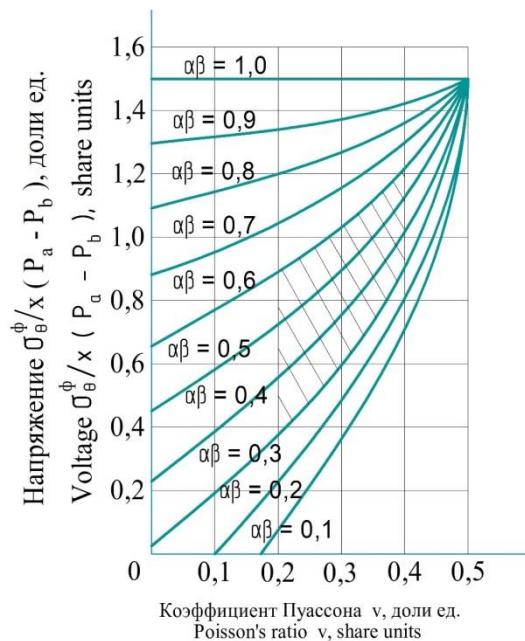


Рис. 3. Изменение фильтрационных тангенциальных напряжений на стенке скважины (при $r = a$) в зависимости от коэффициента Пуассона при $\frac{b}{a} = 10$

Fig. 3. Change in filtration tangential stresses on the borehole wall (at $r = a$) depending on Poisson's ratio at $\frac{b}{a} = 10$

При быстром приложении нагрузки на пласт (при пуске скважины в эксплуатацию) напряженное состояние прифильтровой зоны будет зависеть от параметра $\alpha\beta$, его величины. В дальнейшем, по мере развития пластических деформаций в условиях сохранения

объема, эффект сжимаемости будет играть подчиненное значение и стремиться к нулю ($\alpha\beta \rightarrow 0$). При этом коэффициент Пуассона ν будет стремиться к 0,5, а модуль Юнга изменяться во времени и определять связь между напряжениями и скоростью деформации [24, 25].

Обратим внимание на весьма любопытный факт. Согласно зависимости (43), при прочих равных условиях, напряжения в пористой среде с параметрами $\alpha\beta = 1$ и ν произвольном равны напряжениям в пористой среде с параметрами $\alpha\beta = 0$ и $\nu = 0,5$. Отсюда следует важный вывод, что напряженное состояние упругой пористой среды при мгновенном приложении нагрузки сохраняется при переходе среды из упругого состояния в пластическое течение с сохранением объема, когда коэффициент Пуассона равен 0,5. Характер модуля Юнга можно оценить путем прямых измерений деформации стенок полого шара или скважины (рис. 3).

Заключение

Изменение знака потенциала фильтрации приводит к изменению тангенциальных напряжений на стенке скважины до величины, равной утроенной депрессии пластового давления (при этом радиальные напряжения равны нулю). Этим объясняется отрицательное действие остановок скважин, а тем более изменение направления фильтрационного потока в прискважинной части пласта на устойчивость стенок скважин, эксплуатация которых осложнена пескопроявлением пласта.

При эксплуатации скважин, склонных к пробкообразованию, необходимо ограничивать депрессию пластового давления предельно допустимой величиной, когда материал прифильтровой зоны находится в упругом состоянии по всему объему.

Таким образом, максимальная разность главных нормальных напряжений наблюдается на стенке скважины, поэтому для предотвращения разрушения пласта вблизи забоя необходимым условием является соответствие прочностных свойств горных пород напряжениям, действующим в этой зоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Влияние физико-механических свойств пласта и падения пластового давления на пескопроявление / В.Ю. Близников, А.Г. Гиляев, З.Х. Моллаев, Р.Ф. Исламов, Р.Т. Еганьянц // Инженер-нефтяник. – 2010. – № 3. – С. 5–9.
2. Xue L., Widera G., Sang Z. Parametric FEA study of burst pressure of cylindrical shell intersections // Journal of Pressure Vessel Technology. – 2010. – V. 132. – № 3. – P. 31203.
3. Andreev V.I., Avershyev A.S. Two-dimensional problem of moisture elasticity of inhomogeneous spherical array with cavity // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – V. 580–583. – P. 812–815.
4. Gao S., Wang X., Wang L. Effect of temperature and moisture state changes on modulus of elasticity of red pine small clear wood // Wood and Fiber Science. – 2013. – V. 45 (2). – P. 442–450.

5. Игошин Д.Е., Никонова О.А., Мостовой П.Я. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер // Вестник Тюменского государственного университета. – 2014. – № 7. – С. 34–42.
6. Исаева А.В., Доброжанский В.А. Математическое моделирование неизоотермического фильтрационного течения в нефтяных пластах // Ломоносовские чтения. Секция физики. Сборник тезисов докладов. – М.: Физический факультет МГУ, 2017. – С. 240–242.
7. Kim Y.J., Lee K.H., Park C.Y. Limit loads for thin-walled piping branch junctions under combined pressure and in-plane bending // Journal of Strain Analysis for Engineering Design. – 2008. – V. 43. – № 2. – P. 87–108.
8. Ватулян А.О., Нестеров С.А. Об одном способе идентификации термоупругих характеристик для неоднородных тел // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87. – № 1. – С. 217–224.

9. Гилаев Ген.Г., Хабибуллин М.Я., Гилаев Г.Г. Перспективы применения кислотного геля для закачки проппанта в процессе проведения гидроразрыва карбонатных пластов на территории самарской области // Нефтяное хозяйство. – 2020. – № 8. – С. 54–57. DOI: 10.24887/0028-2448-2020-8-54-57
10. Использование принципов системного геолого-технологического прогнозирования при обосновании методов воздействия на пласт / В.В. Мухаметшин, В.Е. Андреев, Г.С. Дубинский, Ш.Х. Султанов, Р.Т. Ахметов // SOCAR Proceedings. – 2016. – № 3. – С. 46–51. DOI: 10.5510/OGP20160300288.
11. Коннов Ю.Д., Сидоркин Д.И., Хабибуллин М.Я. Механизация технологического процесса спускоподъемных операций при текущем и капитальном ремонте скважин // SOCAR Proceedings. – 2018. – № 2. – С. 15–24. DOI: 10.5510/OGP20180200346
12. Khabibullin M.Ya. Managing the processes accompanying fluid motion inside oil field converging-diverging pipes // Journal of Physics: Conference Series. International Conference «Information Technologies in Business and Industry». – 2019. – P. 042012. DOI: 10.1088/1742-6596/1333/4/042012
13. Terentiev A.G. Deep water technology: problems and solutions // World Maritime Technology Conf. – Saint-Petersburg, 2012. – P. 1–7.
14. Mackerle J. Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping, an addendum: a bibliography (2001–2004) // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2005. – V. 82. – № 7. – P. 571–592.
15. Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. Об упругом режиме фильтрации в гидроразрывной трещине // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. – 2016. – Т. 11. – № 2. – С. 156–166.
16. Нефтяные залежи в карбонатных отложениях фаменского яруса самарской области: история открытия и перспективы поиска / Г.Г. Гилаев, А.Э. Манасян, Г.Д. Федорченко, В.А. Колесников, И.А. Кологреев // Нефтяное хозяйство. – 2013. – № 10. – С. 38–40.
17. Khabibullin M.Ya. Managing the reliability of the tubing string in impulse non-stationary flooding // Journal of Physics: Conference Series. International Conference «Information Technologies in Business and Industry». 4. Mechatronics, Robotics and Electrical Drives. – 2019. – P. 052012. DOI: 10.1088/1742-6596/1333/5/052012
18. Terentiev A.G., Kirschner I.N., Uhlman J.S. The hydrodynamics of gravitating flows. – USA: Backbone Publishing Company, 2011. – 598 p.
19. Fukuchi N., Okada K., Sugita N. An elastic-plastic analysis of large deflection of thin shell structure using a delta-sequence function // Thin-Walled Structures. – 2006. – V. 44. – № 1. – P. 91–101.
20. Расчет деформаций и экспериментальное исследование текстуры в нагартованной медной проволоке / Ю.Н. Логинов, С.Л. Демаков, А.Г. Илларионов, М.С. Карабанов // Деформация и разрушение материалов. – 2011. – № 5. – С. 38–44.
21. Рогов Е.А. Исследование проницаемости призабойной зоны скважин при воздействии технологическими жидкостями // Записки Горного института. – 2020. – Т. 242. – С. 169–173. DOI: 10.31897/PMI.2020.2.169
22. Pressure transient and rate decline analysis for hydraulic fractured vertical wells with finite conductivity in shale gas reservoirs / C. Guo, J. Xu, M. Wei, O. Han, L. Wan // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology. – 2015. – V. 5. – № 4. – P. 435–443. URL: <https://doi.org/10.1007/s13202-014-0149-3> (дата обращения: 15.09.2021).
23. Хабибуллин М.Я. Совершенствование процесса солянокислотной обработки скважин применением новейших технологий и оборудования // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2020. – Т. 331. – № 10. – С. 128–134.
24. Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58. – № 5 (345). – С. 121–130.
25. Fang J., Tang Q., Sang Z. A comparative study of usefulness for pad reinforcement in cylindrical vessels under external load on nozzle // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2009. – V. 86. – P. 273–279.

Поступила 22.09.2021 г.

Информация об авторах

Хабибуллин М.Я., кандидат технических наук, доцент кафедры нефтепромысловых машин и оборудования, Уфимский государственный нефтяной технический университет.

UDC 622.322

RESEARCH OF A RESERVOIR BOTTOM ZONE DESTRUCTION BY FILTERING FLOW OF THE FORMATION LIQUID AND PREVENTION OF CALL FORMATION IN THE WELL

Marat Ya. Khabibullin,
m-hab@mail.ru

Ufa State Petroleum Technological University, branch in Oktyabrsky,
54-a, Devonskaya street, Oktyabrsky, 452607, Russia.

The relevance of the study is caused by the need to prevent the formation destruction near the bottom of the wells and the appearance of a large amount of sand in the formation fluid during its filtration into the bottomhole zone of the well. The solution to this problem will improve the work of filtration of formation fluid from the layer into the well and reduce the cost of additional application of methods for stimulating the inflow of formation fluid to the well.

The aim of the research is to develop and propose a methodology that allows, during the operation of wells prone to plugging, limiting the reservoir pressure depression to the maximum permissible value at which the material of the filter zone is in elastic state throughout the entire volume.

Objects. To determine the stress state in this section of the string, it is necessary to represent this element in the form of a hollow ball, which rests on the casing string. When the hydraulic pressure in the material of the porous medium for the formation fluid filtration decreases, it will expand in the absence of obstacles to the flow of this process. At the same time, there is an increase in the formation fluid pressure outside the hollow sphere. Therefore, it is necessary to find the regularities that occur during the expansion–contraction of a porous medium in formation fluid filtration through a hollow sphere.

Methods. The largest difference in normal stresses occurs on the borehole wall, since the radial stresses are equal to the minimum, and the tangential stresses are equal to the maximum values. Therefore, depending on the reservoir pressure depression and the strength properties of the fixed zone, the following well operating conditions are possible: the fixed near-wellbore part of the formation throughout the entire volume is in an elastic state; the fixed near-wellbore part of the formation throughout the volume is in a plastic state. It is known from the solution of the elastic problem that the largest difference in the normal stresses in the body of a hollow ball during fluid filtration through its wall to the center occurs on the inner surface. Therefore, the conditions for the fluidity of the ball material will arise, first of all, on the inner surface of the ball. Solving the elastic problem, taking into account the compressibility of the rock, it is possible to determine the magnitude of the pressure drop on the formation, which excludes the possibility of plastic flow of the formation material, that is, the permissible pressure drop.

Results. When operating wells prone to plugging, it is necessary to limit the reservoir pressure drawdown to the maximum permissible value, when the material of the near-filter zone is in an elastic state throughout the volume. Thus, the maximum difference in the main normal stresses is observed on the borehole wall, therefore, in order to prevent the destruction of the formation near the bottom hole, the necessary condition is the compliance of the strength properties of rocks with the stresses acting in this zone.

Key words:

Deformation, intensity, radius, thickness, well, reservoir.

REFERENCE

1. Bliznyukov V.Yu, Gilaev A.G., Mollaev Z.Kh., Islamov R.F., Eganyants R.T. Influence of physical and mechanical properties of the reservoir and the drop of reservoir pressure on sand production. *Petroleum Engineer*, 2010, vol. 3, pp. 5–9.
2. Xue L., Widera G., Sang Z. Parametric FEA study of burst pressure of cylindrical shell intersections. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2010, vol. 132, no. 3, pp. 31203.
3. Andreev V.I., Avershyev A.S. Two-dimensional Problem of Moisture Elasticity of Inhomogeneous Spherical Array with Cavity. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, vol. 580–583, pp. 812–815.
4. Gao S., Wang X., Wang L. Effect of temperature and moisture state changes on modulus of elasticity of red pine small clear wood. *Wood and Fiber Science*, 2013, vol. 45 (2), pp. 442–450.
5. Igoshin D.E., Nikonova O.A., Mostovoy P.Ya. Modeling a porous medium by regular packings of intersecting spheres. *Bulletin of the Tyumen State University*, 2014, no. 7, pp. 34–42. In Rus.
6. Fang J., Tang Q. H., Sang Z. F. A comparative study of usefulness for pad reinforcement in cylindrical vessels under external load on nozzle. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2009, vol. 86, pp. 273–279.
7. Kim Y.J., Lee K.H., Park C.Y. Limit loads for thin-walled piping branch junctions under combined pressure and in-plane bending. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 87–108.
8. Vatulyan, A.O. Nesterov S.A. On one method of identification of thermoelastic characteristics for inhomogeneous bodies. *Inzhenernofizicheskii zhurnal*, 2014, vol. 87, no. 1, pp. 217–224. In Rus.
9. Gilaev Gen. G., Khabibullin M.Ya., Gilaev G.G. Prospects for using acid gel for pumping proppant in the process of hydraulic fracturing of carbonate reservoirs in the Samara region. *Oil industry*, 2020, no. 8, pp. 54–57. DOI: 10.24887 / 0028-2448-2020-8-54-57. In Rus.
10. Mukhametshin V.V., Andreev V.E., Dubinsky G.S., Sultanov Sh.Kh., Akhmetov R.T. Using the principles of system geological and technological forecasting in the substantiation of methods of impact on the reservoir. *SOCAR Proceedings*, 2016, no. 3, pp. 46–51. DOI: 10.5510 / OGP20160300288. In Rus.
11. Konnov Yu.D., Sidorkin D.I., Khabibullin M.Ya. Mechanization of the technological process of tripping operations during routine and overhaul of wells. *SOCAR Proceedings*, 2018, no. 2, pp. 15–24. DOI: 10.5510 / OGP20180200346. In Rus.
12. Khabibullin M.Ya. Managing the processes accompanying fluid motion inside oil field converging-diverging pipes. *Journal of Physics. Conference Series. International Conference. Information Technologies in Business and Industry*, 2019, pp. 042012. DOI: 10.1088 / 1742-6596 / 1333/4/042012.
13. Terentiev A.G. Deep water technology: problems and solutions. *World Maritime Technology Conf. Saint-Petersburg*, 2012. pp. 1–7.
14. Mackerle J. Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping, an addendum: a bibliography (2001–2004). *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2005, vol. 82, no. 7, pp. 571–592.
15. Shagapov V.Sh., Nagaeva Z.M. On the elastic filtration regime in a hydraulic fracture, *Proceedings of the Institute of Mechanics*.

- R.R. Mavlyutov of the Ufa Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 2016, vol. 11, no. 2, pp. 156–166. In Rus.
16. Gilaev G.G., Manasyan A.E., Fedorchenko G.D., Kolesnikov V.A., Kologreev I.A. Oil deposits in carbonate sediments of the Famennian stage of the Samara region: the history of discovery and prospect of search. *Oil Industry*, 2013, no. 10, pp. 38–40. In Rus.
17. Khabibullin M.Ya. Managing the reliability of the tubing string in impulse non-stationary flooding. *Journal of Physics: Conference Series. International Conference. Information Technologies in Business and Industry. 4. Mechatronics, Robotics and Electrical Drives*, 2019, pp. 052012. DOI: 10.1088/1742-6596/1333/5/052012.
18. Terentiev A.G., Kirschner I.N., Uhlman J.S. *The hydrodynamics of gravitating flows*. USA, Backbone Publishing Company, 2011. 598 p.
19. Fukuchi N., Okada K., Sugita N. An elastic-plastic analysis of large deflection of thin shell structure using a delta-sequence function. *Thin-Walled Structures*, 2006, vol. 44, no. 1, pp. 91–101.
20. Loginov Yu.N., Demakov S.L., Illarionov A.G., Karabanalov M.S. Calculation of deformations and experimental study of texture in cold-worked copper wire. *Deformation and destruction of materials*, 2011, no. 5, pp. 38–44. In Rus.
21. Rogov E.A. Study of the permeability of the bottomhole zone of wells when exposed to technological fluids. *Zapiski Gornogo instituta*, 2020, vol. 242, pp. 169–173. In Rus. DOI: 10.31897/PMI.2020.2.169.
22. Guo C., Xu J., Wei M., Han O., Wan L. Pressure transient and rate decline analysis for hydraulic fractured vertical wells with finite conductivity in shale gas reservoirs. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, 2015, vol. 5, no. 4, pp. 435–443. Available at: <https://doi.org/10.1007/s13202-014-0149-3> (accessed 15 September 2021).
23. Khabibullin M.Ya. Improvement of the process of hydrochloric acid treatment of wells using the latest technologies and equipment. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2020, vol. 331, no. 10, pp. 128–134. In Rus.
24. Shagapov V.Sh., Nagaeva Z.M. On the theory of filtration pressure waves in a crack in a porous permeable medium. *Applied Mechanics and Technical Physics*, 2017, vol. 58, no. 5 (345), pp. 121–130. In Rus.
25. Fang J., Tang Q., Sang Z. A comparative study of usefulness for pad reinforcement in cylindrical vessels under external load on nozzle. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2009, vol. 86, pp. 273–279.

Received: 22 September 2021.

Information about the authors

Marat Ya. Khabibullin, Cand. Sc., associate professor, Ufa State Petroleum Technological University, branch in Oktyabrsky.