Извѣстія Томскаго Технологическаго Института Императора Николая II.
Т. XXII, 1911 г. № 2.

Разсчетъ стѣнокъ въ прессѣ Татаринова.

(Съ 1 табл.).

С. К. Конюхова.

Теоретическія изслѣдованія пресса Татаринова, хотя бы въ частичной формѣ, представляютъ рядъ глубоко интересныхъ задачъ для техника инженера во многихъ отношеніяхъ. Новизна вопроса вызываетъ пробужденіе личнаго творчества, а этотъ фактъ глубоко педагогиченъ въ особенности для молодыхъ инженеровъ, въ коихъ заложенъ весьма часто запасъ, выражаясь фигурно, черноземной силы. Благодарная роль педагога и состоитъ, по нашему мнѣнію, въ томъ, чтобы направить потокъ этихъ силъ въ надлежащее русло. Тотъ, кому эти изслѣдованія прійдутся по душѣ, не пожалѣетъ о потраченномъ времени, такъ какъ кромѣ поучительности ознакомленіе съ излагаемыми дальше задачами и занимательно, съ технической точки зрѣнія. Однако эта занимательность не дается даромъ: сравнительная полнота изслѣдованія затрудняется такими препонами математическаго характера, о которыхъ и помышлять не приходится при бѣгломъ ознакомленіи съ конструкціей новаго орудія техники. Отсюда возникаетъ необходимость, ограничиваться болѣе или менѣе вѣроятными допущеніями, и только съ такимъ подходомъ получать отвѣты на представляющіеся вопросы. Въ этой побочной задачѣ, относящейся къ выбору вѣроятныхъ допущеній, и можетъ наиболѣе полно проявиться характеръ личнаго творчества и обнаружиться болѣе или менѣе тонкое техническое чутье. Чѣмъ ближе къ дѣйствительности выбраны допущенія, тѣмъ вѣроятнѣе практическая точность ожидаемаго рѣшенія.

Въ числѣ вопросовъ, не затронутыхъ мною въ предыдущей статьѣ, трактующей о прессѣ, остался открытымъ вопросъ объ опредѣленіи толщины стѣнокъ складывающейся гармоники. Къ этому опредѣленію и переходимъ, при чемъ заранѣе необходимо оговориться, что предлагаемый методъ отнюдь не является единственнымъ въ своемъ родѣ, такъ какъ рѣшеніе носитъ характеръ приблизительный.

Пусть AB представляетъ скатъ какого либо звена пресса (чер. 1). На единицу поверхности по прежнему давленіе будетъ равно p килограммамъ и направлено оно перпендикулярно скату, наклоненному къ горизонту подъ угломъ φ. Разложимъ это давленіе на двѣ слагающихъ p_1 и p_2, направленныхъ параллельно AC и AB. Тогда

$$p_1 = p : \sin\varphi; \quad p_2 = p : \operatorname{tg}\varphi$$

Обозначимъ AC черезъ r_1 а BD черезъ r_2 и станемъ разсматривать дифференціальный кольцевой элементъ конической поверхности, у которой высота dh, а соотвѣтствующій ей радіусъ r. Если толщина стѣнки будетъ ε, то дифференціальная разрывающая сила dT, будучи равномѣрно распредѣлена по кольцевому сѣченію, приложится къ площадкѣ $2\pi r\varepsilon$.

Величина этой силы найдется изъ уравненія

$$dT = p_2\, dh\; 2\pi r = \frac{p.dh}{\operatorname{tg}\varphi}.\, 2\pi r = \frac{2\pi r\, p.\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

Такъ какъ $dr = dh\cos\varphi$, то

$$dT = \frac{2\pi r.pdr}{\sin\varphi}$$

Конечная же сила T найдется, какъ опредѣленный интегралъ, беря предѣлы для r верхній r_1, а нижній r_2. Итакъ,

$$T = \frac{2\pi p}{\sin\varphi}\int_{r_2}^{r_1} r\,dr = \frac{\pi p\,(r_1^2 - r_2^2)}{\sin\varphi}$$

Обозначимъ допускаемое напряженіе на разрывъ, относя его къ квадратному сент., черезъ K_z. Тогда

$$2\pi r\varepsilon_1 k_z = \frac{\pi p\,(r_1^2 - r_2^2)}{\sin\varphi}$$

Отсюда имѣемъ

$$\varepsilon_1 = \frac{p\,(r_1^2 - r_2^2)}{2r\sin\varphi\, k_z} \qquad (1)$$

Изъ разсмотрѣнія этого уравненія становится яснымъ, что толщина стѣнки ската пресса ε_1 не является величиной постоянной, а зависимой отъ r, при чемъ наибольшее значеніе для ε соотвѣтствуетъ минимальному $r = r_2$.

Что касается силы p_1, то ею тоже нельзя пренебрегать, а потому выяснимъ, какое вліяніе оказываетъ она на стѣнку гармоники. Эта сила тоже стремится разорвать нашъ дифференціальный кольцевой элементъ по сѣченію $2\,rdh$. Соотвѣтствующее напряженіе въ матеріалѣ гармоники обозначимъ черезъ K^1_z, при этомъ вообще говоря, $k^1_z \leqq k_z$ Математическая зависимость между элементами кольца, нагрузкой p_1 и напряженіемъ K^1_z найдется безъ всякаго труда

$$k^1_z = \frac{p_1 .\, 2\,rdh}{2\,\varepsilon_2 .\, dh} = \frac{p_1 r}{\varepsilon_2} = \frac{pr}{\varepsilon_2 \sin\varphi};\ \varepsilon_2 = \frac{pr}{k^1_z \sin\varphi}$$

Выяснимъ теперь вопросъ относительно того, какой изъ этихъ формулъ и въ какихъ случаяхъ нужно пользоваться для опредѣленія толщины стѣнокъ пресса. Съ научной точки зрѣнія этотъ вопросъ не имѣетъ достаточнаго вѣскаго raison d'être, но тутъ примѣшивается практическое значеніе, а игнорировать его инженеру не полагается. Само собой понятно, что тутъ рѣчь можетъ идти о наибольшихъ значеніяхъ толщины стѣнокъ. Въ виду того, что въ формулѣ $\varepsilon_1 = \frac{p\,(r_1^2 - r_2^2)}{2\,r \sin\varphi k_z}$ перемѣнной величиной является только r, входящая въ знаменатель, можно сказать, что наибольшее значеніе для ε_1 будетъ соотвѣтствовать наименьшему $r = r_2$

$$\text{Наиб. } \varepsilon_1 = \frac{p\,(r_1^2 - r_2^2)}{2\,r_2 \sin\varphi\, k_z}$$

Для ε_2 дѣло обстоитъ иначе. Здѣсь наибольшее значеніе ε_2 соотвѣтствуетъ наибольшему $r = r_1$. Поэтому можно написать

$$\text{Наиб. } \varepsilon_2 = \frac{pr_1}{K^1_z . \sin\varphi} \tag{2}$$

Положимъ для простоты, что $K_z = K^1_z$. Тогда

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = \frac{r_1^2 - r_2^2}{2\,r_1} : r_2$$

Это равенство служитъ критеріемъ при выясненіи вопроса, какой формулѣ, въ смыслѣ надежности, стѣдуетъ отдать въ практическихъ случаяхъ предпочтеніе при опредѣленіи толщины стѣнокъ гармоники пресса. Въ самомъ дѣлѣ, если

$$\frac{r_1^2 - r_2^2}{2\,r_1 r_2} > 1, \text{ то } \varepsilon_1 > \varepsilon_2$$

Это значитъ, что толщина стѣнки, опредѣленная по формулѣ (1), вполнѣ гарантируетъ отъ разрыва силами p_1. Рѣшая написанное неравенство, получаемъ слѣдующій результатъ: $r_1^2 - r_2^2 \geqq 2\,r_1\,r_2$

Или $r_1^2 - 2\,r_1 r_2 + r_2^2 \geqq 2\,r_2^2;\ r_1 - r_2 \geqq r_2\sqrt{2};\ r_1 \geqq r_2(1 + \sqrt{2});\ r_1 \geqq 2{,}41\,r_2$

Такимъ образомъ, въ этомъ случаѣ повѣрку прочности стѣнки необходимо производить только по формулѣ (1)

$$\varepsilon_1 = \frac{p(r_1^2 - r_2^2)}{2 r_2 \sin\varphi \,.\, k_z}$$

Если же $\frac{r_1^2 - r_2^2}{2 r_1 r_2} \leqslant 1$, то $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$

Рѣшая это неравенство находимъ:

$$r_1 \leqslant r_2 (1 + \sqrt{2}); \quad r_1 \leqslant 2{,}41\, r_2$$

Для этого случая предпочтеніе, при опредѣленіи толщины стѣнокъ пресса, нужно отдать формулѣ второй (2) $\varepsilon_2 = \frac{p r_1}{k_z^1 \sin\varphi}$

И только при условіи $r_1 = 2{,}41\, r_2$ у насъ одна и та же толщина стѣнки будетъ хорошо гарантировать прочность противъ разрыва. Если теперь ввести условіе, что $k_z > k_z^1$ или $\alpha k_z = k_z^1$, гдѣ $\alpha = 0{,}8$, то раньше выведенное соотношеніе для $\varepsilon_1 : \varepsilon_2$ преобразуется въ такое

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = (r_1^2 - r_2^2)\, k_z^1 : 2\, r_1 r_2 k_z$$

Рѣшеніе этого равенства приводитъ къ слѣднющему результату: если $\varepsilon_1 : \varepsilon_2 > 1$, то $(r_1^2 - r_2^2)\, 0{,}8\, k_z > 2\, r_1 r_2 k_z$ или $r_1^2 - r_2^2 \geqslant 2{,}5 .\, r_1 r_2$;

$$r_1^2 - 2{,}5 .\, r_1 r_2 - r_2^2 > 0$$

Откуда $r_1 \geqslant 2{,}85\, r_2$

Всѣ эти, на первый взглядъ мелкія соображенія, интересны въ томъ отношеніи, что наибольшая добавочная сила отъ самой гармоники пресса очень близко подходитъ къ только что разсмотрѣннымъ условіямъ, такъ какъ раньше мы видѣли, что отношеніе $a_1 : a_2 = 4\; (r_1 = 4 r_2)$, когда добавочная сила отъ гармоники пресса достигаетъ максимума. Практическій смыслъ вниманія къ гармоникѣ пресса состоитъ въ томъ, что правильнымъ выборомъ формы гармоники мы не только достигаемъ надежной прочности стѣнокъ, но и выгадываемъ въ объемѣ пресса, такъ что при меньшемъ расходѣ рабочей жидкости на одинъ ходъ достигаемъ того же самаго силового эффекта. Тутъ, стало быть, на лицо разумная экономія энергіи, а насколько это важный факторъ въ техникѣ, объ этомъ излишне распространяться.

На тотъ случай, когда желательно толщину стѣнокъ гармоники пресса опредѣлить болѣе точно съ принятіемъ во вниманіе вѣса стѣнокъ и атмосфернаго давленія, можно поступить такъ: пусть давленіе жидкости внутри коническаго патрубка будетъ p, а внѣшнее атмосферное давленіе будетъ q; пусть удѣльный вѣсъ матеріала стѣнокъ трубки будетъ g_1, а удѣльный вѣсъ жидкости внутри пресса g_2; пусть толщина стѣнокъ будетъ по прежнему ε. Вырѣжемъ коническое кольцо вышиною dx изъ нашего патрубка въ разстояніи x отъ верхней кромки, черт. 2. Верхнее основаніе усѣченнаго конуса имѣетъ радіусъ r_2, нижнее r_1, а y представляетъ перемѣнный радіусъ, соотвѣтствующій разстоянію x. Скатъ по прежнему наклоненъ къ горизонту подъ угломъ φ. Безъ особаго труда напишемъ нижеслѣдующее равенство.

$$G'_x + G''_x + G'''_x = 2\pi y \varepsilon k_x + \pi y^2 p_x \tag{3}$$

Здѣсь G'_x — представляетъ вѣсъ трубки высотою x, такъ что

$$G'_x = \int_0^x 2\pi y dx \varepsilon g_1$$

Второй членъ лѣвой части G''_x выражаетъ давленіе атмосферы на проекцію на горизонтальную плоскость боковой поверхности усѣченнаго конуса высотою x, такъ что

$$G''_x = \pi (y^2 - r_2^2) q$$

Наконецъ, третій членъ G'''_x представляетъ вѣсъ жидкости въ объемѣ усѣченнаго конуса высотою x, такъ что

$$G'''_x = \int_0^x \pi y^2 d x g_2$$

Эти три силы, дѣйствующія вертикально внизъ, уравновѣсятъ силы упругости въ кольцевомъ сѣченіи $2\pi y \varepsilon$, т. е. силу $2\pi y \varepsilon k_x$, и давленіе жидкости упругости p_x, т. е. силу $\pi y^2 p_x$.

Для успѣшной интеграціи выраженій для G'_x и G'''_x, воспользуемся слѣдующимъ соображеніемъ

$$y = r_2 + x \operatorname{cotg} \varphi; \; dy = dx \operatorname{cotg} \varphi$$

Тогда

$$G'_x = \int_0^x 2\pi (r_2 + x \operatorname{ctg} \varphi) \varepsilon g_1 dx = 2\pi \varepsilon g_1 \left(r_2 x + \frac{x^2 \operatorname{cotg} \varphi}{2} \right)$$

Такимъ же точно образомъ найдемъ безъ труда, что

$$G'''_x = \int_0^x \pi (r_2 + x \operatorname{ctg} \varphi)^2 g_2 d x = \pi g_2 \left(r_2^2 x + r_2 \operatorname{ctg} \varphi x^2 + \frac{x^3 \operatorname{cotg}^2}{3} \right)$$

Подставляя найденныя значенія для вѣсовъ въ уравненіе (3) будемъ имѣть

$$2\pi \varepsilon g_1 \left(r_2 x + \frac{x^2 \operatorname{ctg} \varphi}{2} \right) + \pi q \left[(r_2 + x \operatorname{ctg} \varphi)^2 - r_2^2 \right] + \pi g_2 \left(r_2^2 x + r_2 \operatorname{ctg} \varphi x^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{x^3 \operatorname{ctg}^2 \varphi}{3} \right) = 2\pi \varepsilon k_x (r_2 + x \operatorname{ctg} \varphi) + \pi p_x (r_2 + x \operatorname{ctg} \varphi)^2$$

Производя сокращеніе на π и полагая, что p_x является линейной функціей отъ x, такъ что $p_x = xg_2$, получимъ

$$\varepsilon = \frac{xg_2(r_2 + x\operatorname{ctg}\varphi)^2 - q(2r_2x\operatorname{ctg}\varphi + x^2\operatorname{ctg}^2\varphi) - g_2\left(r_2{}^2x + r_2\operatorname{ctg}\varphi x^2 + \frac{x^3\operatorname{ctg}^2\varphi}{3}\right)}{2\left[g_1\left(r_2x + \frac{x^2\operatorname{ctg}\varphi}{2}\right) - k_x(r_2 + x\operatorname{ctg}\varphi)\right]}$$

Въ книгѣ проф. I. Perry „Applied Mechanics" дается нѣсколько иное рѣшеніе этого вопроса. Исходнымъ уравненіемъ служитъ уравненіе, идентичное съ третьимъ (3), а именно

$$2\pi r\varepsilon\Delta x g_1 + 2\pi r^2\Delta x g_2 + 2\pi r\Delta r g = \Delta x\frac{d}{dx}(\pi r^2p + 2\pi r k_d)$$

Путемъ не совсѣмъ понятныхъ подстановокъ и сокращеній по (амемериканской манерѣ передѣлки всѣ опущены) онъ приводитъ это основное уравненіе къ такому дифференціальному у-нію

$$\frac{dr}{dx} + \frac{\frac{r}{2}\left[\frac{dp}{dx}(1+a) + \frac{2g_1}{k_d}\right]}{q + pa} = 0$$

Неопредѣленный интегралъ имѣетъ такой видъ

$$\frac{2g_1}{ak}x + \frac{(1+a)^\varepsilon}{a}\log(1 - bx) + 2\log r = C.$$

Тѣ немногія указанія, которыя даны I. Perry, сводятся къ нижеслѣдующему: ε g_1 g_2 p q и k_d имѣютъ тѣ же самыя значенія, что приняты и нами. Величина q разсматривается имъ, какъ опредѣленная функція отъ x, $g_1 = \text{const}$, $g_2 = \frac{cp_1}{\gamma}$

Затѣмъ $a = 1 + \frac{2k_d}{k}$, гдѣ k наибольшее напряженіе въ матеріалѣ стѣнокъ. По видимому здѣсь рѣчь идетъ о $k_d = k_z$ и $k = k_z^1$, значеніе которыхъ даны раньше. Кромѣ того

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{\gamma - 1};\ p = p_0(1 - bx)^\varepsilon;\ q = q_0(1 - cx)^\varepsilon$$

При всемъ желаніи подойти путемъ передѣлокъ отъ основного у-нія къ дифференціальному, сдѣлать этого мнѣ не удалось. Можетъ быть, кто изъ инженеровъ будетъ счастливѣе меня въ этомъ отношеніи и укажетъ рѣшеніе загадки, за что заранѣе благодаренъ. Дифференціальное у-ніе приняло у меня такой видъ

$$2r\varepsilon g_1 + r^2g_2 + 2rq\frac{dr}{dx} = 2\varepsilon\left(\frac{dr}{dx}k_x + \frac{rdk_x}{dx}\right) + 2r\frac{dr}{dx}p_x + r^2\frac{dp_x}{dx}$$

или

$$\frac{dr}{dx}\left[2rq-2\varepsilon k_x-2rp_x\right]+2r\varepsilon g_1+r^2g_2-\frac{2\varepsilon r\,dk_x}{dx}-\frac{r^2\,dp_x}{dx}=0$$

откуда

$$\frac{dr}{dx}+\frac{\frac{r}{2}\left[2\varepsilon g_1+rg_2-\frac{2\varepsilon\,dk_x}{dx}-\frac{r\,dp_x}{dx}\right]}{rq-\varepsilon k_x-rp_x}=0$$

Это уравненіе приводитъ къ такому

$$\frac{dr}{dx}+\frac{\frac{r}{2}\left[\frac{dp_x}{dx}+\frac{2\varepsilon\,dk_x}{rdx}-g_2-\frac{2\varepsilon g_1}{r}\right]}{p_x+\frac{\varepsilon k_x}{r}-q}=0$$

Или окончательно

$$\frac{dr}{dx}+\frac{\frac{r}{2}\left[\frac{dp_x}{dx}+\frac{2\varepsilon\,dk_x}{rdx}-g_2-\frac{2\varepsilon g_1}{r}\right]}{p_x\left(1+\frac{\varepsilon k_x}{p_x r}\right)-q}=0$$

Интегралъ этого выраженія приводятъ къ виду

$$2\log_n r+\frac{1}{a}\log_n(ap_x-q)+\int\frac{(2\varepsilon\,dk_x-rg_2\,dx-2\varepsilon g_1 dx)}{r(pa-q)}=C$$

Полагая, что k_x величина постоянная, а $r=r_2+x\cot g\,\varphi$ получимъ

$$2\log_n r+\frac{1}{a}\log_n(ap_x-q)-\frac{g_2x}{pa-q}-\frac{2\varepsilon g_1}{pa-q}\cdot\frac{1}{\cot g\,\varphi}\log_n(r_2+x\cot g\varphi)=C$$

Или

$$2\log_n r+\frac{1}{a}\log_n(ap_x-q)-\frac{g_2x}{pa-q}-\frac{2\varepsilon g_1}{pa-q}\cdot\frac{1}{\cot g\,\varphi}\log_n r=C$$

Беря предѣлы для $x=0$ и $x_2=h$; $p_x=p_0$ и $p_x=p_h$, опредѣлимъ C, а затѣмъ и ε. Такъ въ первомъ случаѣ

$$2\log_n r_2+\frac{1}{a}\log_n(ap_0-q_0)-\frac{2\varepsilon g_1}{ap_0-q_0}\frac{1}{\operatorname{cotg}\varphi}\log_n r_2=C$$

А толщина стѣнокъ ε найдется изъ у-нія

$$2\log_n r_1+\frac{1}{a}\log_n(ap_h-q_h)-\frac{g_2h}{p_ha-q_h}-C=\frac{2\varepsilon g_1}{p_ha-q_d}\frac{1}{\operatorname{cotg}\varphi}\log_n r_1$$

Весьма существенную задачу при опредѣленіи толщины стѣнокъ гармоники пресса представляетъ вопросъ о сопротивленіи стѣнокъ на изгибъ. Въ самомъ дѣлѣ, наименьшая деформація стѣнокъ, въ смыслѣ изгибанія, обусловливаетъ въ значительной степени наличность той или иной величины добавочной силы отъ самой гармоники. Отсюда понятна необходимость повѣрки стѣнокъ на изгибъ. Здѣсь вопросъ усложняется весьма многими обстоятельствами, а въ частности тѣмъ, что каждое звено измѣняетъ свою форму, то выростая, то уменьшая высоту при работѣ гармоники; то увеличивая свой объемъ, то сокращая его, вслѣдствіе перемѣннаго натяженія стѣнокъ подъ вліяніемъ какъ внѣшняго, такъ и внутренняго давленія, при чемъ для каждаго ската или звена эти давленія являются функціями не только высоты отдѣльныхъ звеньевъ, но и высоты всего пресса, вѣса нажимной плиты (матрицы) и т. д. Приходится поэтому дѣлать цѣлый рядъ допущеній и разсматривать звено при наибольшей допускаемой высотѣ звена h max. въ моментъ равновѣсія, апріорно полагая, что въ наиболѣе невыгодныхъ условіяхъ будетъ находиться нижнее звено, къ которому и относятся всѣ дальнѣйшіе выводы.

Пусть AB (черт. 4) представляетъ скатъ гармоники пресса; r, r_2 и x радіусы, соотвѣтствующіе различнымъ уровнямъ работающей жидкости H, H_x и H_1. Вырѣжемъ изъ днища полоску $QMNP$, соотвѣтствующую центральному углу $d\alpha$. Обозначимъ NP черезъ S_1; MQ — черезъ S_2; затѣмъ вырѣжемъ площадку $FEDG$ въ разстояніи $BC = y$, при чемъ $IC = dy$.

Давленіе на эту площадку выразится такъ

$$dp_x = g_2 . S_y . dy \; H_x = g_2 H_x . \omega$$

Чтобы придать этому выраженію болѣе наглядный видъ, воспользуемся рядомъ подстановокъ

$$1)\ \omega = S_y . dy;\ 2)\ S_y - s_1 : S_2 - s_1 = y : h;\ S_y = s_1 + \frac{y(S_2 - s_1)}{h}$$

$$3)\ H_x - H_1 : H - H_1 = y : h;\ H_x = H_1 + \frac{y(H - H_1)}{h}$$

Здѣсь $h - AB$. Послѣ соотвѣтствующихъ подстановокъ и интегрированія получимъ

$$\int dp_x = \int g_2 . S_y . H_x \, dy = g_2 \Big[H_1 s_1 y + \frac{y^2}{2h}(H s_1 - 2 H_1 s_1 + H_1 s_2) + \frac{y^3}{3h^2} (H - H_1)\ (s_2 - s_1) \Big] + C$$

Полагая здѣсь $y = O$, получимъ у-ніе для опредѣленія C.

Итакъ, $$C = p_B$$

т. е. произвольная постоянная C представляетъ давленіе въ точкѣ B.

Послѣ этого можно написать

$$p_x = p_B + g_2\left[H_1S_1y + \frac{y^2}{2h}(HS_1 - 2\,H_1S_1 + H_1S_2) + \frac{y^3}{3h^2}(H - H_1)(s_2 - s_1)\right]$$

Или въ общемъ видѣ

$$p_x = Ay^3 + By^2 + Cy + D$$

Это уравненіе показываетъ, что давленіе при переходѣ отъ точки B къ точкѣ A измѣняется слѣдуя закону кубической параболы. Правая часть послѣдняго у-нія, какъ функція отъ y, не имѣетъ ни max., ни min., потому что наличіе ихъ обусловливается не допустимыми на практикѣ условіями.

Самую кубическую параболу можно легко построить по точкамъ, придавая y значенія 0, $0{,}1h$, $0{,}2h$ и т. д. Примѣрный видъ будетъ FHg (черт. 5). Замѣнимъ эту кривую ломаной $F\mathrm{E}g$, такъ что точка Е приходится надъ D срединой AB.

Нагрузка на нашу полоску выразится при такихъ условіяхъ площадью $AF\mathrm{E}GB = AFB + B\Sigma G = \omega_1 + \omega_2$

Но

$$\omega_1 = \frac{AF.AB}{2} = \frac{F_A . h}{2};\omega_2 = \frac{P_B . h}{4};$$

Если разсматривать нашу пластинку, какъ балку съ закрѣпленными концами, то опорныя сопротивленіямъ въ точкахъ A и B найдутся по правилу моментовъ силъ, беря за центры моментовъ точки B и A. Тогда опорный моментъ

$$R_A\,h = \omega_1 .\, {}^2/_3\, h + \omega_2 \frac{h}{6};\ R_A = \frac{4\,\omega_1 + \omega_2}{6}\ (\text{точка } A)$$

Точно также опорный моментъ

$$R_B . h = \frac{\omega_1 h}{3} + \frac{5}{6}\omega_2 h;\ R_B = \frac{2\,\omega_1 + 5\omega_2}{6}\ (\text{точка } B)$$

Если точка C (черт. 5) соотвѣтствуетъ сѣченію, гдѣ моментъ изгиба будетъ наибольшимъ, то ордината CK найдется изъ пропорціи

$$CK : AF = y : h;\ CK = p_x = \frac{P_A . y}{h}$$

Если остановиться на обычныхъ формулахъ сопротивленія матеріаловъ (см. Худяковъ „Сопротивленіе матеріаловъ"), то для моментовъ силъ имѣемъ у-ніе $\mathrm{E}Iy'' = M_x$.

Максимальное значеніе M_x достигаетъ тогда, когда

$$\frac{d\,M_x}{\mathrm{E}I.d_x}=\Sigma p=O$$

Послѣднее у-ніе даетъ указаніе, что въ сѣченіи C сѣкущія усилія равны нулю. Выражая это положеніе аналитически, напишемъ

$$R_{\mathrm{B}}-\omega_2-\Delta\,CKB=O$$

Послѣ подстановки значенія получимъ

$$\frac{2\,\omega_1+5\,\omega_2}{6}-\omega_2-\frac{\omega_1 y^2}{h^2}=O$$

Отсюда

$$y=h\sqrt{\frac{2\omega_1-\omega_2}{6\,\omega_1}}$$

Этого условія достаточно, чтобы написать у-ніе для момента изгиба

$$M\,max=R_{\mathrm{B}}\,.\,y-\omega_2\left(y-\frac{h}{6}\right)-\frac{\omega_1\,.\,y^2}{h^2}\,\frac{4}{3}=\frac{2\,\omega_1+5\,\omega_2}{6}\,h.\sqrt{\frac{2\,\omega_1-\omega_2}{6\,\omega_1}}-$$

$$-\,\omega_2\,h\left(\sqrt{\frac{2\,\omega_1-\omega_2}{6\,\omega_1}}-\frac{1}{6}\right)-\frac{\omega_1\,h^3}{3\,h^2}\left(\sqrt{\frac{2\,\omega_1-\omega_2}{6\,\omega_1}}\right)^3=\frac{h}{3}\left(\frac{\omega_2}{2}+\frac{2\omega_1-\omega_2}{3}\right.$$

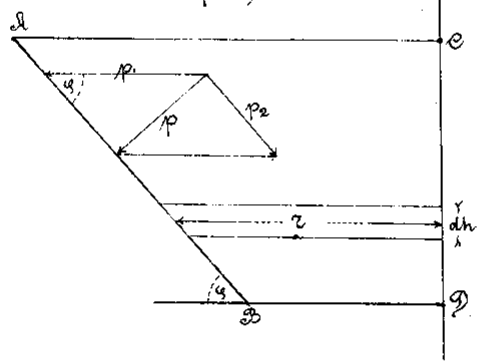
$$\left.\sqrt{\frac{2\,\omega_1-\omega_2}{6\,\omega_1}}\right]$$

Окончательное рѣшеніе вопроса, т. е. подборъ сѣченія по заданному изгибающему моменту не представляетъ труда, если перейти къ конечному центральному углу $\alpha=$ одному градусу, одной минутѣ, или положить $\alpha=2\,\pi$. Тогда опредѣлится дуга S_y. Чтобы перейти отъ $\omega=Sydy$ къ Ω конечной, можно положить, что мы оперируемъсъ площадкой, высота которой не dy, а какая либо единица: миллиметръ, сантиметръ. Послѣ этихъ подготовокъ можно написать и примѣнить къ дѣлу уравненіе

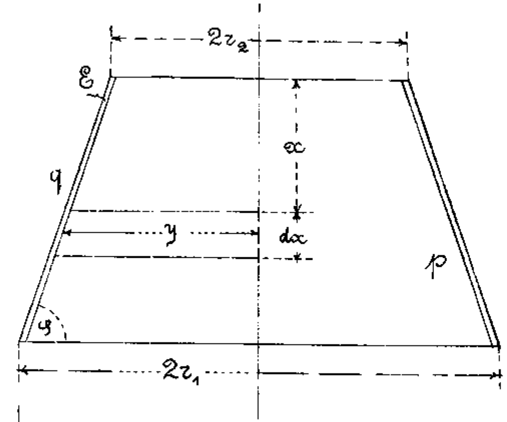
$$M\,max=W.\,Kb$$

Таково рѣшеніе вопроса.

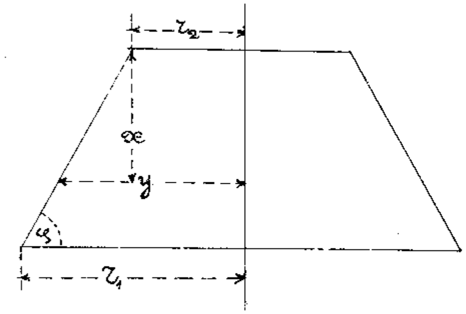
Черт. 1.



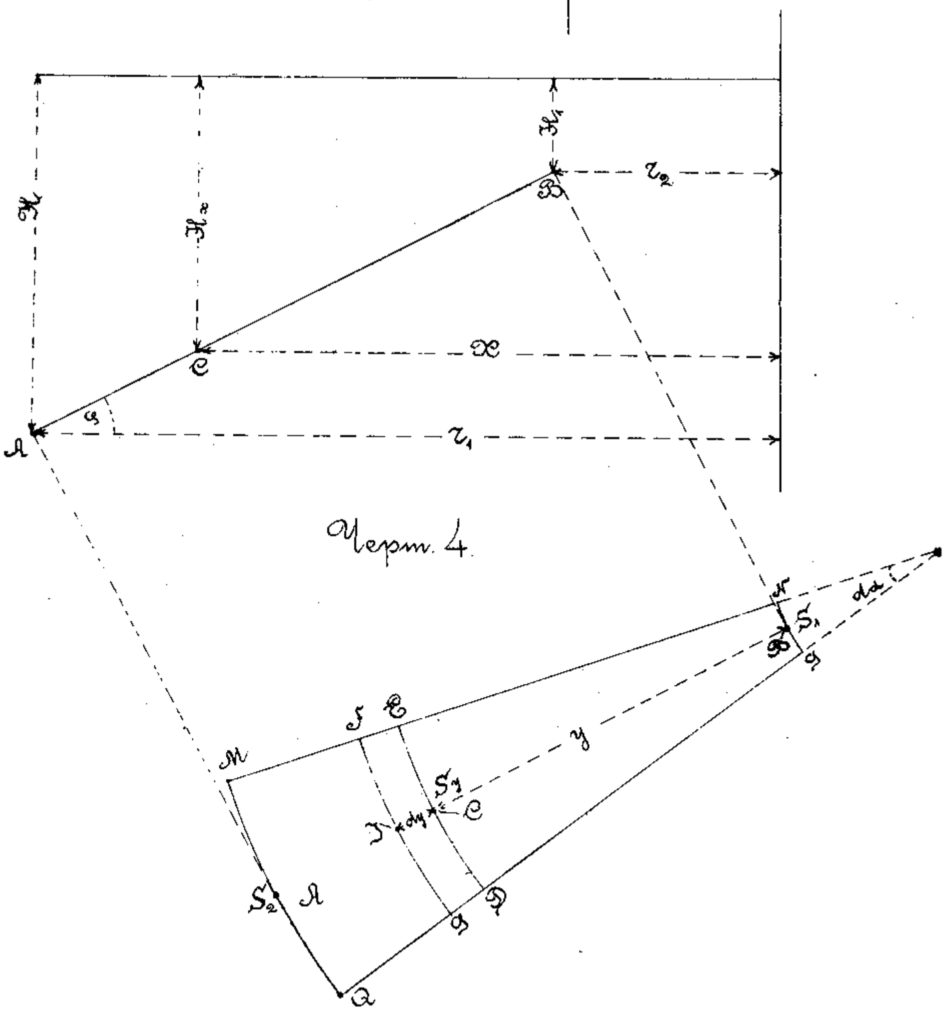
Черт. 2.



Черт. 3.



Черт. 4.



Черт. 5.

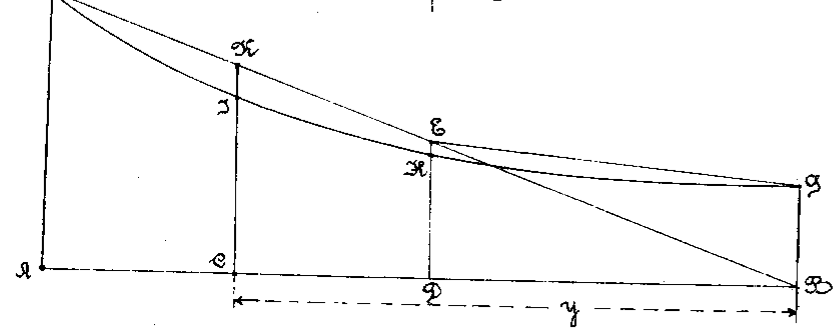


Таблица I^ая.

Къ статьѣ С. К. Конюхова.