В. Л. Некрасовъ.

Объ одномъ свойствѣ родственныхъ опредѣлителей.

Опредѣлители

$$\Delta_0=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},\quad \Delta_1=\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix},\quad \Delta_2=\begin{vmatrix} c_1 & d_1 & a_1 \\ c_2 & d_2 & a_2 \\ c_3 & d_3 & a_3 \end{vmatrix},\quad \Delta_3=\begin{vmatrix} d_1 & a_1 & b_1 \\ d_2 & a_2 & b_2 \\ d_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

составленные изъ элементовъ матрицы

$$\begin{Vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{Vmatrix}$$

въ круговомъ порядкѣ, назовемъ *родственными*.

1. Пусть два изъ опредѣлителей (1), скажемъ—Δ_0 и Δ_3, равны 0, а хотя бы одинъ изъ ихъ общихъ миноровъ

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \quad (2)$$

отличенъ отъ 0.

Разлагая Δ_0 по элементамъ третьяго, а Δ_3—перваго столбца, мы получимъ

$$\left.\begin{aligned} c_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}+c_2\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}+c_3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0, \\ d_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}+d_2\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}+d_3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

кромѣ того, какъ извѣстно,

$$a_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}+a_2\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}+a_3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0, \quad (4)$$

$$b_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}+b_2\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}+b_3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0. \quad (5)$$

Такъ какъ миноры (2)—по условію—не всѣ равны 0, и они удовлетворяютъ во первыхъ—тремъ однороднымъ уравненіямъ (3) и (4) и во вторыхъ — (5) и (3), то соотвѣтственные опредѣлители изъ коеффиціентовъ этихъ уравненій должны обращаться въ 0; а этими опредѣлителями являются Δ_2 и Δ_1; итакъ

Если изъ четырехъ родственныхъ опредѣлителей два обращаются въ 0, а хотя бы одинъ изъ ихъ общихъ миноровъ отличенъ отъ 0, то равны нолю и два остальныхъ опредѣлителя.

2. Пусть теперь Δ_0 и Δ_3 равны 0, а хотя бы одинъ изъ двухъ другихъ опредѣлителей, напримѣръ—Δ_2, отличенъ отъ 0.

Въ этомъ случаѣ изъ (3) и (4) слѣдуетъ, что миноры (2) должны обращаться въ 0; изъ равенства ихъ 0 вытекаетъ, что

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3};$$

такимъ образомъ

Если два родственныхъ опредѣлителя равны 0, а третій отличенъ отъ 0, то общіе миноры двухъ первыхъ опредѣлителей равны 0, и входящіе въ нихъ элементы пропорціональны.

Томскъ. Типо-Литографія Сибирскаго Т-ва Печатн. Дѣла.