

О ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДАХ ДЛЯ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ,
ПРЕДСТАВИМЫХ ИНТЕГРАЛАМИ СТИЛТЬЕСА

Л.М. Бер

г. Томск, Томский политехнический университет

e-mail: berlm@tpu.ru

Г.М. Голузин, Н.А. Лебедев, И.А. Александров разработали для классов функций, представимых с помощью интегралов Стильтьеса основы для вариационного метода, позволяющие решать многие экстремальные задачи.

Для класса S функций голоморфных в единичном круге E со значениями в единичном круге проводится сравнение результатов, получающихся применением вариационных формул Г.М. Голузина [1] и вариационных формул Н.А. Лебедева и И.А. Александрова [2].

В том и другом случае указывается семейство функций, зависящих от конечного числа вещественных параметров, содержащее экстремальные функции. Их выделение составляет содержание задачи нахождения минимума функции конечного числа переменных. Оценка числа вещественных параметров производится по оценке точек роста производящей функции в интеграле Стильтьеса.

Теорема. В классе S имеет место вариационная формула

$$f_h(z) = f(z) + hz(1 + f(z))^2.$$

$$\cdot \frac{d}{dz} \left[\sum_{k=1}^m (A_k L(z, z_k))(H(z) - H(z_k)) + \bar{A}_k L\left(z, \frac{1}{z_k}\right) \left(H(z) - H\left(\frac{1}{z_k}\right) \right) \right] + iAH(z) + o(h)$$

где $z \in E$, z_k , $k = 1, \dots, m$, $m = 1, 2, \dots$ – точки из круга E ; A_k , \bar{A}_k – произвольные

постоянные, A – вещественная постоянная; $L(z, z_k) = \frac{z + z_k}{z - z_k}$, $H(z) = \frac{1 + f(z)}{1 - f(z)}$, h^{-1}

$o(h) \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$ равномерно внутри E .

По виду варьированной функции определяется, что $\mu_f(t)$ – ступенчатая функция и для конкретного функционала находится вид функции доставляющей экстремум.

Эти утверждения распространяются на все классы функций, представимые интегралом Стильтьеса, как для круга, так и для кольца.

Список литературы

1. Г.М. Голузин. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М.: Наука, 1966.

2. Н.А. Лебедев, И.А. Александров. К методу вариаций в классах функций, представимых с помощью интегралов Стильтьеса// Труды Математического института АН СССР, 1968. Т.94, С.79–89.