РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ ОДНОСЕКЦИОННОЙ СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕИ.

Н.А. Козлова, студент гр. 8Е92,
А.С. Беляев, старший преподаватель
Томский политехнический университет, 634050, г.Томск, пр.Ленина,30
E-mail: nak72@tpu.ru

Для проверки работоспособности космических аппаратов в наземных условиях существуют специальные системы, называемые системами обезвешивания или компенсации веса, которые создают имитацию невесомости. Модель одной из таких систем была рассмотрена в Томском политехническом университете [1] для односекционной солнечной батареи. Однако, в данной работе не расписаны методы вычисления динамики системы раскрытия солнечных панелей, что необходимо для более точного моделирования различных режимов раскрытия, в том числе и аварийных.

Для расчета динамики системы был выбран метод Эйлера-Лагранжа, так как он хорошо подходит для задач моделирования и анализа свойств системы, а также позволяет в целом рассмотреть динамику многозвенного механизма.

Для вывода уравнения движения системы, состоящей из одной панели и балки, центр масс которых находится на их кинематических осях, перемещающихся в вертикальной плоскости (рис.1), воспользуемся методом Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{d\dot{q}}\right)-\frac{dL}{dq}=\Sigma Q,\;\; L=K-\Pi,$$

где Q – сумма сил, действующих на систему; L – функция Лагранжа; K, Π – кинетическая и потенциальные энергии соответственно.

В данной модели действие силы тяжести компенсируется действием мобильных платформ, поэтому потенциальная энергия $\Pi=0$. Тогда уравнение Эйлера-Лагранжа принимает вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{dK}{d\dot{q}}\right)-\frac{dK}{dq}=M$.

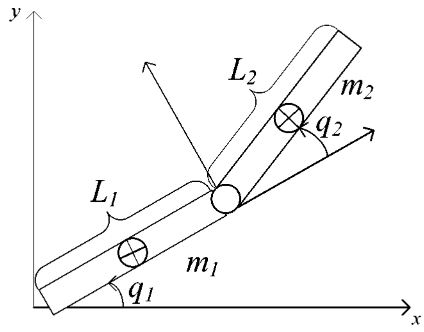

Рис. 1. Система с двумя вращательными сочленениями

Для нахождения общей кинетической энергии необходимо найти кинетическую энергию каждого звена по-отдельности.

Для первого звена:

$$\begin{cases} x_1=\frac{1}{2}L_1\cdot\cos q_1 \\ y_1=\frac{1}{2}L_1\cdot\sin q_1 \end{cases};\; \begin{cases} \dot{x}_1=-\frac{1}{2}L_1\cdot\dot{q}_1\cdot\sin q_1 \\ \dot{y}_1=\frac{1}{2}L_1\cdot\dot{q}_1\cdot\cos q_1 \end{cases};\; U_1^2=U_x^2+U_y^2=\frac{1}{4}L_1^2\cdot\dot{q}_1^2.$$

Тогда его кинетическая энергия равна: $K_1=\frac{1}{2}m_1U^2=\frac{1}{8}m_1\cdot L_1^2\cdot\dot{q}_1^2$

Для второго звена:

$$\begin{cases} x_2 = x_a + \frac{L_2}{2}\cdot\cos(q_1+q_2) \\ y_2 = y_a + \frac{L_2}{2}\cdot\sin(q_1+q_2) \end{cases}; \begin{cases} \dot{x}_2 = \dot{x}_a - \frac{L_2}{2}\cdot(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot\sin(q_1+q_2) \\ \dot{y}_2 = \dot{y}_a + \frac{L_2}{2}\cdot(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot\cos(q_1+q_2) \end{cases};$$

$$U_2^2 = U_x^2 + U_y^2 = L_1^2\cdot\dot{q}_1^2 + \frac{L_2^2}{4}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 - 2\cdot\dot{x}_1\frac{L_2}{2}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\sin(q_1+q_2) +$$
$$+2\cdot\dot{y}_1\frac{L_2}{2}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cos(q_1+q_2) = L_1^2\cdot\dot{q}_1^2 + \frac{L_2^2}{4}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 +$$
$$+L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot(\sin q_1\cdot\sin(q_1+q_2)+\cos q_1\cdot\cos(q_1+q_2)) =$$
$$= L_1^2\cdot\dot{q}_1^2 + \frac{L_2^2}{4}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 + L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot\cos q_2.$$

В таком случае кинетическая энергия второго звена равна:

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2\cdot U^2 = \frac{1}{2}m_2\cdot(L_1^2\cdot\dot{q}_1^2 + \frac{L_2^2}{4}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 + L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot\cos q_2).$$

Наконец, кинетическая энергия системы будет равна:

$$K = K_1 + K_2 = \frac{1}{8}m_1\cdot L_1^2\cdot\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\cdot(L_1^2\cdot\dot{q}_1^2 + \frac{L_2^2}{4}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 + L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot\cos q_2).$$

Теперь можно воспользоваться уравнением Эйлера-Лагранжа для нахождения моментов сил. Для первого звена, балки:

$$\frac{dK}{d\dot{q}_1} = \frac{1}{4}m_1\cdot L_1^2\cdot\dot{q}_1 + \frac{1}{2}m_2(2\cdot L_1^2\cdot\dot{q}_1 + \frac{L_2^2}{2}\dot{q}_1 + \frac{L_2^2}{2}\dot{q}_2 + 2\cdot L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1\cdot\cos q_2 + L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_2\cdot\cos q_2)$$

$$\frac{dK}{dq_1} = 0;\ \frac{d}{dt}\left(\frac{dK}{d\dot{q}_1}\right) = m_1\cdot L_1^2\cdot\ddot{q}_1 + \frac{1}{2}m_2(2\cdot L_1^2\cdot\ddot{q}_1 + \frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_1 + \frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_2 + 2\cdot L_1\cdot L_2\cdot\ddot{q}_1\cdot\cos q_2 +$$
$$-2\cdot L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1\cdot\dot{q}_2\cdot\sin q_2 + L_1\cdot L_2\cdot\ddot{q}_2\cdot\cos q_2 - L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_2^2\cdot\sin q_2.$$

Для второго звена, панели, уравнения Эйлера-Лагранжа примут вид:

$$\frac{dK}{d\dot{q}_2} = \frac{1}{2}m_2\cdot(\frac{L_2^2}{2}\dot{q}_2 + \frac{L_2^2}{2}\dot{q}_1 + L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1\cdot\cos q_2);\ \frac{dK}{dq_2} = -\frac{1}{2}m_2\cdot L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\cdot\sin q_2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dK}{d\dot{q}_2}\right) = \frac{1}{2}m_2\cdot(\frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_2 + \frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_1 + L_1\cdot L_2\cdot\ddot{q}_1\cdot\cos q_2 - L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1\cdot\dot{q}_2\cdot\sin q_2)$$

Тогда, искомые моменты балки и панели будут равны:

$$\begin{cases} M_1 = \frac{1}{4}m_1\cdot L_1^2\cdot\ddot{q}_1 + \frac{1}{2}m_2(2\cdot L_1^2\cdot\ddot{q}_1 + \frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_1 + \frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_2 + 2\cdot L_1\cdot L_2\cdot\ddot{q}_1\cdot\cos q_2 + \\ -2\cdot L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1\cdot\dot{q}_2\cdot\sin q_2 + L_1\cdot L_2\cdot\ddot{q}_2\cdot\cos q_2 - L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_2^2\cdot\sin q_2) \\ M_2 = \frac{1}{2}m_2\cdot(\frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_2 + \frac{L_2^2}{2}\ddot{q}_1 + L_1\cdot L_2\cdot\ddot{q}_1\cdot\cos q_2 + L_1\cdot L_2\cdot\dot{q}_1^2\cdot\sin q_2)) \end{cases}$$

Таким образом, результатом данной работы является расчет уравнений движения односекционной солнечной батареи на основе метода Эйлера-Лагранжа. Найденные зависимости в дальнейшем позволят упростить расчеты траекторий движения солнечных батарей, а также значительно облегчить процесс самого моделирования.

Список литературы:

1. Беляев, А. С. Проектирование системы опорного активного обезвешивания элементов космического корабля с применением matlab simulink / А. С. Беляев, А. В.

Тырышкин, А. А. Филипас. — Текст : непосредственный // УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КНАГТУ. — 2020. — № 47. — С. 34-41.