В. Д. Кузнецов.

К вопросу об изменении электропроводности жидких диэлектриков с течением времени.

Причины изменения электропроводности жидких диэлектриков весьма разнообразны. Большую роль играют всевозможные примеси, из которых некоторые неуловимы не только количественно, но и качественно.

Здесь мы разберем теоретически случай весьма чистого диэлектрика, в котором существуют ионы одного какого-нибудь типа.

Если диэлектрик помещен в сосуд без металлических электродов, то изменение числа ионов n в одном см^3 происходит по уравнению:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2, \qquad (1)$$

где q—число ионов одного какого-либо знака, образующихся в 1 см^3, n число ионов одного знака, существующих в данный момент в 1 см^3, и α коэффициент рекомбинации. Уравнение (1) относится к тому случаю, когда числа положительных и отрицательных ионов одинаковы, т. е. диэлектрик не заряжен.

Ионы в жидком диэлектрике, налитом в металлический сосуд или в измерительный конденсатор с металлическими электродами, распределены не равномерно и их число постепенно убывает, пока не установится стационарное состояние. Вследствие присутствия металлических частей возникает различие в концентрации и происходит диффузия ионов. Приближаясь к электроду, ион вызывает в нем индуктированный заряд, притягивается к нему и, отдавая заряд, обращается в нейтральную молекулу. Если ион представляет из себя конгломерат или группу молекул, собравшихся около заряженного ядра, то после нейтрализации заряда ион перестает существовать, как отдельный индивидиум, и молекулы, его образовавшие, расходятся по всему объему жидкости. Вследствие притяжения число ионов вблизи металлической поверхности быстро убывает и около самой поверхности концентрация ионов всегда равна нулю. Распределение ионов в жидком диэлектрике между двумя металлическими электродами таково же, как распределение капелек водяного тумана между двумя поверхностями из гигроскопического вещества, напр. из серной кислоты, хлористого кальция, фосфорного ангидрида и т. п..

Если концентрация n ионов есть функция точки (x, y, z.), то изменение ионов вследствие диффузии происходит согласно уравнению:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}\right),$$

где D коэффициент диффузии, или по уравнению:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D.\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}, \qquad (2)$$

если концентрация зависит только от x.

Наконец нам остается установить выражение для изменения числа ионов с течением времени для того случая, когда к электродам приложена некоторая разность потенциалов V, которая создает внутри диэлектрика электрическое поле и вызывает движение ионов.

Пусть электроды паралельны друг другу и находятся на расстоянии d. Под влиянием напряжения V/d в диэлектрике возникает ток, плотность j которого, выражается через:

$$j = \varepsilon \, (K_1 + K_2) \, n \frac{V}{d},$$

где ε элементарный заряд, K_1 и K_2 подвижности положительных и отрицательных ионов. Число ионов, уносимым током к электродам из столба диэлектрика длиною d см и площадью поперечного сечения в 1 см² равно:

$$(K_1 + K_2) \, n \frac{V}{d},$$

а число ионов, удаляемых током из единицы объема в течение одной секунды, равняется:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (K_1 + K_2) \, n \frac{V}{d^2} \tag{3}$$

следовательно, при одновременном действии ионизации, рекомбинации, диффузии и электрического тока, уравнение для изменения числа ионов принимает вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = q - \alpha n^2 + D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - (K_1 + K_2) \, n \frac{V}{d^2} \tag{4}$$

Рассмотрим частные случаи интегрирования уравнения (4).

Случай I. До опыта жидкий диэлектрик или совершенно не подвергался действию напряжения электрического поля или последнее было незначительно, затем к электродам сразу прикладывается высокая разность потенциалов, которая и является главным фактором, удаляющим ионы из жидкости. Пренебрегая рекомбинацией и диффузией ионов, т. е. полагая $\alpha = 0$ и $D = 0$, имеем:

$$\frac{dn}{dt} = q - (K_1 + K_2) \frac{V}{d^2} n \tag{5}$$

или, обозначая

$$(K_1 + K_2) \frac{V}{d^2} = \beta,$$

$$\frac{dn}{dt} = q - \beta n.$$

Интеграл последнего уравнения напишется в виде:

$$n = \frac{q}{\beta} + C e^{-\beta t},$$

где C произвольная постоянная.

Умножая обе части последнего выражения на εd, переходя отчасти к прежним обозначениям и вводя новую постоянную

$$C_1 = C \varepsilon (K_1 + K_2) \frac{V}{d},$$

получаем

$$\varepsilon (K_1 + K_2) \frac{V}{d} n = \varepsilon q d + C_1 e^{-\beta t} \tag{6}$$

Принимая во внимание, что плотность тока:

$$j = \varepsilon (K_1 + K_2) \frac{V}{d} n$$

и плотность тока насыщения:

$$J = \varepsilon q d,$$

из (6) получаем:

$$j = J + C_1 e^{-\beta t}$$

Если плотность тока в начальный момент $t = 0$ обозначим через j_0 и на основании этого определим постоянную C_1, то окончательно имеем:

$$j = J + (j_0 - J) e^{-(K_1 + K_2) \frac{V t}{d^2}}, \tag{7}$$

откуда видно, что при $t = \infty$ ток получает насыщение ($j = J$).

Следовательно, в случае перехода от низкого напряжения к достаточно высокому электрический ток, состоящий в начале из двух компонентов, из которых один постоянен, а другой убывает с течением времени, через безконечно большой промежуток времени обращается в ток насыщения.

Случай II. Диэлектрик долгое время подвергается действию высокого напряжения, которое затем в момент $t = 0$ заменяется столь низким напряжением, что переносом ионов током можно пренебречь сравнительно с их уничтожением вследствие рекомбинации. Кроме того мы будем пренебрегать диффузией ионов. В этом случае уравнение (4) принимает вид:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2.$$

Интеграл последнего уравнения имеет вид:

$$n = \sqrt{\frac{q}{\alpha} \frac{1 - e^{-2\sqrt{q\alpha}.t}}{1 + e^{-2\sqrt{q\alpha}.t}}}$$

Плотность тока в момент t выражается через:

$$j = j_\infty \frac{1 - e^{-2\sqrt{q\alpha}.t}}{1 + e^{-2\sqrt{q\alpha}.t}},$$

где

$$j_\infty = \varepsilon (K_1 + K_2) \frac{V}{d} \sqrt{\frac{q}{\alpha}} \tag{8}$$

обозначает плотность тока через безконечно большой промежуток времени.

Таким образом, при переходе от высокого напряжения к очень низкому сила тока вначале равна нулю, а затем, постепенно возрастая, ассимптотически приближаются к постоянному значению j_∞.

Случай III. Если пренебречь только диффузией ионов и принять во внимание соотношение между ионизацией, рекомбинацией и переносом ионов током, то уравнение (4) принимает вид:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2 - (K_1 + K_2) \frac{V}{d^2} n$$

Решение этого уравнения приводится к квадратуре и окончательно принимает вид:

$$\frac{2\alpha n + \beta - \sqrt{\beta^2 + 4\alpha q}}{2\alpha n + \beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha q}} = Ce^{-\sqrt{\beta^2 + 4\alpha q}\,.t} \tag{9}$$

где, согласно прежнему обозначению,

$$\beta = (K_1 + K_2)\frac{V}{d^2}.$$

Разрешая (9) относительно n, получаем:

$$n = \frac{1}{2\alpha}\cdot\frac{Ce^{-\sqrt{\beta^2+4\alpha q}\,.\,t}\left(\sqrt{\beta^2+4\alpha q}+\beta\right)+\left(\sqrt{\beta^2+4\alpha q}-\beta\right)}{1-Ce^{-\sqrt{\beta^2+4\alpha q}\,.\,t}} \qquad (10)$$

Для определения произвольной постоянной C в (9) полагаем, что при $t = o$ число ионов $n = n_0$, тогда

$$C = \frac{2\alpha n_0 + \beta - \sqrt{\beta^2+4\alpha q}}{2\alpha n_0 + \beta + \sqrt{\beta^2+4\alpha q}}$$

В частном случае, если до приложения к электродам разности потенциалов установилось стационарное состояние между ионизацией и рекомбинацией, то

$$n_0 = \sqrt{\frac{q}{\alpha}}$$

Из (9) имеем: при $t = \infty$

$$n_\infty = \frac{1}{2\alpha}\left(\sqrt{\beta^2+4\alpha q} - \beta\right).$$

Принимая во внимание последнее значение n_∞, формулу (10) переписываем в виде:

$$n = n_\infty\,.\,\frac{1+\dfrac{\sqrt{\beta^2+4\alpha q}+\beta}{\sqrt{\beta^2+4\alpha q}-\beta}\,.\,Ce^{-\sqrt{\;}\,.\,t}}{1-Ce^{-\sqrt{\;}\,.\,t}} \qquad (11)$$

Пользуясь выражением для плотности тока:

$$j = \varepsilon n (K_1 + K_2)\frac{V}{d},$$

из (11) находим:

$$j = j_\infty \frac{1 + C_1 e^{-\sqrt{\beta^2+4\alpha q}\,.\,t}}{1 - Ce^{-\sqrt{\beta^2+4\alpha q}\,.\,t}} \qquad (12)$$

где

$$C_1 = \frac{\sqrt{\beta^2+4\alpha q}+\beta}{\sqrt{\beta^2+4\alpha q}-\beta}.$$

Формула (12) показывает, что и в этом случае плотность тока, постепенно уменьшаясь, через $t = \infty$ принимает постоянное значение:

$$j_\infty = \varepsilon n_\infty (K_1 + K_2)\frac{V}{d},$$

которое в случае высокого напряжения будет плотностью тока насыщения.