

Обод под нагрузкой по закону показателя.

Расчет обода шкива и маховика дается целым рядом авторов Grashof,¹⁾ Förpl, Grübler²⁾ рассматривают обод: первые, как криволинейную балку; третий, как замкнутое кольцо, но в обоих случаях под действием равномерно распределенной погрузки. Другие авторы (напр. проф. Тимошенко,³⁾ проф. Бобарыков) указывают расчет обода для случая сосредоточенной нагрузки (зубчатые колеса).

Случай неравномерно распределенной нагрузки не исследован, повидимому никем. Между тем всем известно, что обод шкива и также маховика работает почти всегда в условиях последнего случая, причем нагрузка по показательному закону представляется исключительно частой.

Полагаю небезинтересным поэтому привести здесь исследование работы обода для этой нагрузки; тем более, что полученные формулы дают возможность применить их без особых осложнений ко всякого рода нагрузкам, т. е. являются совершенно общими.

1. Действующие силы и моменты.

На рис. 4 обод изображен под нагрузкой по показательному закону. Обозначения видны из рис. Реакции В и S, также реактивный момент M_0 всегда будем относить к левой ручке, ограничивающей данный сектор. Часть обода «ЛОМ» рассматриваем, как криволинейную балку с круговой осью, центральный угол которой равен углу между ручками.

Всегда можно поставить обод по отношению к гибкому телу так, чтобы ведомый конец его совпадал с направлением известной касательной и был таким образом, перпендикулярен к некоторой ручке; эту ручку (направление ручки) считаем линией нулевых углов, измеряя последние по часовой стрелке.

Сектор, ограничиваемый нулевой и последующей ручкой, называем также нулевым.

Тогда при обозначениях чертежа для «n» сектора выражение изгибающего момента «в сечении X—X» будет иметь вид:

$$(слева) 1. M_x = M_0 + Vy_x - Sz_x - M_{px}, \text{ где.}$$

M_{px} —момент от нагрузки ремнем (или др. гибким телом)—составляется следующим образом. Если dN —нажатие ремня в данном месте обода.

T —натяжение лент » » »

то

$$2. dN = Tdx \text{ и, далее,}$$

$$3. dM_{px} = yTdx$$

Полный момент от нагрузки равен

$$4. M_{px} = \int_{n\beta}^{\alpha} y T dx. \text{ Но}$$

¹⁾ Grashof, Elasticität & Festigkeit, S. 219.

²⁾ Grübler Z. D V. D. Ing. 1897, 1899, S. 860 и 1294.

³⁾ Тимошенко, С. М. 1916.

$$5. T = T_{\max} e^{-f(\varphi_0 - x)}$$

[f—коэфф. трения] и

$$6. y = r \sin(\alpha - x), \text{ поэтому}$$

$$7. M_{px} = \int_{n\beta}^{\alpha} T_{\max} r e^{-f(\varphi_0 - x)} \sin(\alpha - x) dx \text{ или после интегриров.}$$

$$8. M_{px} = \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{-f\alpha} \left[\cos(\alpha - n\beta) + f \sin(\alpha - n\beta) \right] - e^{-fn\beta} \right\}$$

для сечения X—X при угле

$$\alpha < \varphi_0 \text{ и в пределах от «} n\beta \text{» до «} \varphi_0 \text{».$$

Для сечения X—X с углом

$$\alpha > \varphi_0$$

$$9. M'_{px} = \int_{n\beta}^{\varphi_0} T_{\max} r e^{-f(\varphi_0 - x)} \sin(\alpha - x) dx =$$

$$M'_{px} = \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{-f\varphi_0} \left[\cos(\alpha - \varphi_0) + f \sin(\alpha - \varphi_0) \right] - e^{-fn\beta} \left[\cos(\alpha - n\beta) + f \sin(\alpha - n\beta) \right] \right\}$$

в пределах от « φ_0 » до « $(n+1)\beta$ ».

[На рис. M_{px} обозначено M'_α и $M'_{px} = M''_\alpha$]

Из рис. 4. ясно, что

$$10. Y_\alpha = r [1 - \cos(\alpha - n\beta)] \text{ и}$$

$$11. Z_\alpha = r \sin(\alpha - n\beta).$$

Отсюда окончательное выражение изгибающего момента.

$$12. M_x = M_0 + Br [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - Sr \sin(\alpha - n\beta) - M'_\alpha \text{ для } \alpha \leq \varphi_0$$

$$13. M_x = M_0 + Br [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - Sr \sin(\alpha - n\beta) - M''_\alpha \text{ для } \alpha > \varphi_0.$$

Оба выражения можно заменить одним следующим:

$$14. M_x = M_0 + Br [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - Sr \sin(\alpha - n\beta) - \delta M'_\alpha - E M''_\alpha,$$

причем

$$E = 0 \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной полностью} \\ \delta = 1 \end{array} \right\} \text{(на рис. 4 сектор «KOL»)}$$

$$\delta = 1 \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной частью} \\ E = 0 \end{array} \right\} \text{(на рис. 4 сектор «ДОМ»)}$$

$$E = 1 \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной частью} \\ \delta = 0 \end{array} \right\} \text{(на рис. 4 сектор «ДОМ»)}$$

$$\delta = 0 \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной частью} \\ E = 1 \end{array} \right\} \text{(на рис. 4 сектор «ДОМ»)}$$

2. Уравнения равновесия.

В основание дальнейших рассуждений мы полагаем обычное допущение, которое заключается в том, что 1) любой сектор обода (точнее—его дуга) предполагается в равновесии под действием указанных сил и 2) точки приложения сил B и S и момента M_0 не перемещаются и не вращаются.

Вследствие этого допущения мы тотчас же приходим к уравнениям трем и с тремя неизвестными, что дает возможность определить M_0 , B и S .

Если A —потенциальная энергия дуги сектора « n » в пределах от « $n\beta$ » до « $(n+1)\beta$ », тогда по теореме Castigliano имеем.

$$15. \frac{dA}{dM_0} = 0$$

1) См. напр: Hütte, I ч. 1917.

$$16. \quad \frac{dA}{dB} = 0 \text{ и}$$

$$17. \quad \frac{dA}{dS} = 0, \text{ при чем «A», как известно, равно}$$

$$18. \quad A = \frac{1}{2EI} \int_{n\beta}^{(n+1)\beta} M^2_x ds$$

Здесь E и I соответственно модуль растяжения и момент инерции сечения обода, $ds = r d\alpha$ — дифференциал дуги сектора.

После постановки M_x (по 14), дифференцирования и интегрирования получаем: [коэф. « δ » взят равным единице для пределов от « $n\beta$ » до « φ_0 » и «0» от « φ_0 » до « $(n+1)\beta$ »]

$$19. \quad \frac{dA}{dM_0} = M_0 [a - n\beta] + Br [a - n\beta - \sin(a - n\beta)] - Sr.$$

$$\cdot [1 - \cos(a - n\beta)] - \frac{T_{\max} r e^{f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{fa} - e^{fn\beta}}{f} - e^{nf\beta} [-f \cos(a - n\beta) + \right.$$

$$+ f + \sin(a - n\beta)] \left. \right\} + E \left\{ \left[M_0 [(n+1)\beta - \varphi_0] + Br [(n+1)\beta - \varphi_0 - \right. \right.$$

$$- \sin\beta + \sin(\varphi_0 - n\beta)] \left. \right\} - Sr [-\cos\beta + \cos(\varphi_0 - n\beta)] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2}$$

$$\cdot \left\{ e^{f\varphi_0} [\sin((n+1)\beta - \varphi_0) - f \cos((n+1)\beta - \varphi_0) + f] - e^{fn\beta} [\sin\beta - \right.$$

$$- \sin(\varphi_0 - n\beta) - f \cos + f \cos(\varphi_0 - n\beta)] \left. \right\} = 0$$

$$20. \quad \frac{dA}{dB} = M_0 [a - n\beta - \sin(a - n\beta)] + Br \left[(a - n\beta) \frac{3}{2} - \right.$$

$$- 2 \sin(a - n\beta) + \frac{\sin 2(a - n\beta)}{4} \left. \right] - Sr \left[1 - \cos(a - n\beta) - \right.$$

$$- \frac{\sin^2(a - n\beta)}{2} \left. \right] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{fa} - e^{fn\beta}}{f} \left[-f \cos(a - n\beta) + \right. \right.$$

$$+ f - f \frac{\sin^2(a - n\beta)}{2} \left. \right] e^{fn\beta} - \frac{e^{fa}}{1 + f^2} \left[\sin(a - n\beta) + f \cos(a - n\beta) \right] +$$

$$+ \frac{fe^{fn\beta}}{1 + f^2} - e^{fn\beta} \left[\sin(a - n\beta) - \frac{a - n\beta}{2} - \frac{\sin 2(a - n\beta)}{4} \right] \left. \right\} +$$

$$+ E \left\{ M_0 \left[(n+1)\beta - \varphi_0 - \sin\beta + \sin(\varphi_0 - n\beta) \right] + Br \left[(n+1)\beta - \right. \right.$$

$$- \varphi_0 - 2 \sin\beta + 2 \sin(\varphi_0 - n\beta) + \frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} + \frac{\sin 2\beta}{4} -$$

$$- \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \left. \right] - Sr \left[-\cos\beta - \frac{\sin^2\beta}{2} + \frac{\sin^2(\varphi_0 - n\beta)}{2} + \right.$$

$$+ \cos(\varphi_0 - n\beta) \left. \right] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{f\varphi_0} \left[\sin((n+1)\beta - \varphi_0) - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -f \cos \left((n+1)\beta - \varphi_0 \right) + f \left(\frac{1+f}{2} \right) \sin \left((n+2)\beta - \varphi_0 \right) + \\
& + \left(\frac{1+f}{2} \right) \sin (\varphi_0 - n\beta) + \left(\frac{1+f}{2} \right) \cos (n\beta - \varphi_0) \left((n+1)\beta - \varphi_0 \right) \Big] - \\
& - e^{fn\beta} \left[\sin \beta - f \cos \beta - \sin (\varphi_0 - n\beta) + f \cos (\varphi_0 - n\beta) \right] + \left[\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} + \right. \\
& \left. + \frac{\sin 2\beta}{4} - \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right] - f \left[\frac{\sin^2 \beta}{2} - \frac{\sin^2 (\varphi_0 - n\beta)}{2} \right] \Big] = 0 \\
21. \frac{dA}{dS} = & M_0 \left[1 - \cos (\alpha - n\beta) \right] + Br \left[1 - \cos (\alpha - n\beta) - \frac{\sin^2 (\alpha - n\beta)}{2} \right] + \\
& - Sr \left[\frac{\alpha - n\beta}{2} - \frac{\sin 2(\alpha - n\beta)}{4} \right] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \left\{ \frac{e^{f\alpha}}{1+f^2} \left[f \sin (\alpha - n\beta) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \cos (\alpha - n\beta) \right] + \frac{e^{fn\beta}}{1+f^2} - e^{fn\beta} \left[f \left(\frac{\alpha - n\beta}{2} - \frac{\sin 2(\alpha - n\beta)}{4} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\sin^2 (\alpha - n\beta)}{2} \right] \right\} + E \left\{ M_0 \left[-\cos \beta + \cos (\varphi_0 - n\beta) \right] + Br \left[-\cos \beta + \cos (\varphi_0 - n\beta) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\sin^2 \beta}{2} + \frac{\sin^2 (\varphi_0 - n\beta)}{2} \right] - Sr \left[\frac{(n-1)\beta - \varphi_0}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} + \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right] - \right. \\
& \left. - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \left\{ e^{+f\varphi_0} \left[-\frac{\cos \left((n+2)\beta - \varphi_0 \right)}{2} + \frac{\cos (\varphi_0 - n\beta)}{2} \right] - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\sin (n\beta - \varphi_0)}{2} \left(\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} \right) - f \frac{\sin \left((n+2)\beta - \varphi_0 \right)}{2} + f \frac{\sin (\varphi_0 - n\beta)}{2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + f \cos (n\beta - \varphi_0) \left(\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} \right) \right] - e^{fn\beta} \left[\frac{\sin^2 \beta}{2} - \frac{\sin^2 (\varphi_0 - n\beta)}{2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + f \left(\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} + \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right) \right] \right\} \Big] = 0
\end{aligned}$$

Уравнения эти имеют совершенно общий характер и относятся к дуге любого «n» сектора, причем M_0 , B и S обозначают действующие у левой ручки сектора моменты и силы. Решение уравнений не представляет больших затруднений и может быть изображено в виде следующего:

$$22. M_0 = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{\Delta_{M_0}}{\Delta}$$

$$23. B = \frac{T_{\max} e^{f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{\Delta_B}{\Delta}$$

$$24. S^1 = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{\Delta_S}{\Delta}, \text{ где}$$

Δ есть обычно составленный определитель из коэффициентов про M_0 , B и S в этих уравнениях, а Δ_{M_0} , Δ_B , Δ_S — тот же определитель с соответственно замененным вертикальным столбцом.

Располагая величинами E , n , α и β в указанном выше смысле по соображению с данными каждой отдельной задачи, получим значения M_0 , B и S , а также и максимальные значения изгибающего моменты. Таким образом будут найдены все условия, необходимые для проверки сечения обода.

3. Применение уравнений.

Рассмотрим случай I: обол имеет три ручки (рис. 1.)

Для сектора KOL:

$$E=0,$$

$$n=0,$$

$$\alpha=\beta=2/3 \pi$$

Уравнения 21, 20 и 19 переходят в следующие:

$$25. M_0 \beta = Br \left(\beta - \sin \beta \right) - Sr \left(1 - \cos \beta \right) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \cdot \left\{ \frac{e^{f\beta} - 1}{f} - \left(-f \cos \beta + f + \sin \beta \right) \right\} = 0$$

$$26. M_0 \left(\beta - \sin \beta \right) + Br \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - Sr \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \left\{ \frac{e^{-f\beta} - 1}{f} - \left(-f \cos \beta + f - \frac{f \sin^2 \beta}{2} \right) - \frac{e^{-f\beta}}{1+f^2} \left(\sin \beta + f \cos \beta \right) + \frac{f}{1+f^2} - \left(-\frac{\beta}{2} + \sin \beta - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) \right\} = 0.$$

$$27. M_0 \left(1 - \cos \beta \right) + Br \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - Sr \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \left\{ \frac{e^{f\beta}}{1+f^2} \left(f \sin \beta - \cos \beta \right) + \frac{1}{1+f^2} \left[f \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) + \frac{\sin^2 \beta}{2} \right] \right\} = 0$$

Определяется будет равен (опущен «r», который все равно отпадает при сокращении)

$$28. \Delta = - \begin{vmatrix} 2/3 \pi, 2/3 \pi - \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 + \left(1 + \frac{1}{2} \right) \\ 2/3 \pi - \frac{\sqrt{3}}{2}, \pi - \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{8}, \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \right) \\ 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{8}, \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) \end{vmatrix} = -0,06$$

Подобным образом $\Delta M_0 = -0,08$

$$29. M_0 = + \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} + \frac{-0,08}{-0,06} = + 0,94 \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \quad (f=0,25)$$

$$30. B = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{-0,10}{-0,06} = 1,2 \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2}$$

$$31. S = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{+0,02}{-0,06} = -0,25 \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2}$$

Для $\varphi_0 \approx 0,9 \pi$ (наиболее употребительно)

$$32. M_0 = 0,48 T_{\max} r$$

$$33. B = 0,6 T_{\max}$$

$$34. S = -0,13 T_{\max}$$

Для случая II-го имеем (см. рис. 2 сектор LOD):

$$E = 1$$

$$n = 1$$

$$\alpha = \varphi_0 \text{ и } \beta = 2/3 \pi$$

Уравнения 21, 20 и 19 получают вид:

$$35. M_0(\beta) + Br(\beta - \sin \beta) - Sr(1 - \cos \beta) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2}$$

$$\left(\frac{e^{-f\varphi_0} - e^{-f\beta}}{f} + e^{-f\varphi_0} [\sin(2\beta - \varphi_0) - f \cos(2\beta - \varphi_0) + f] - e^{-f\beta} (\sin \beta - f \cos \beta + f) \right) = 0$$

$$36. M_0(\beta - \sin \beta) + Br \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - Sr \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{-f\varphi_0} - e^{-f\beta}}{f} + e^{-f\varphi_0} \left(\frac{1}{1 + f^2} \sin(\varphi_0 - \beta) - \frac{f}{1 + f^2} \cos(\varphi_0 - \beta) + \sin(2\beta - \varphi_0) - f \cos(2\beta - \varphi_0) + f - \frac{(1 + f)}{2} \sin(3\beta - \varphi_0) + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1 + f}{2} \sin(\varphi_0 - \beta) + \frac{1 + f}{2} \cos(\varphi_0 - \beta) \cdot (2\beta - \varphi_0) + \frac{f e^{-f\beta}}{1 + f^2} - e^{-f\beta} \right. +$$

$$\left. + \left(-\frac{2\varphi_0 - 3\beta}{2} + \sin \beta - f \cos \beta - \frac{\sin^2(\varphi_0 - \beta)}{2} + f \cos(\varphi_0 - \beta) + \frac{\sin 2\beta}{4} - f \frac{\sin^2 \beta}{2} + f \frac{\sin^2(\varphi_0 - \beta)}{2} \right) \right\}$$

$$37. M_0 [1 - \cos \beta] + Br \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - Sr \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) -$$

$$\frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{-f\varphi_0} \left[\frac{f}{1 + f^2} \sin(\varphi_0 - \beta) - \frac{1}{1 + f^2} \cos(\varphi_0 - \beta) - \frac{\cos(3\beta - \varphi_0)}{2} + \frac{\cos(\varphi_0 - \beta)}{2} + \frac{\sin(\varphi_0 - \beta)}{2} (2\beta - \varphi_0) - f \frac{\sin(3\beta - \varphi_0)}{2} + \frac{f \sin(3\varphi_0 - \beta)}{2} + f \cos(\varphi_0 - \beta) \left(\frac{2\beta - \varphi_0}{2} \right) \right] - e^{-f\beta} \left[f \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) + \frac{1}{2} \sin^2 \beta \right] \right\} = 0.$$

Для этих уравнений определитель будет равен («r²» снова опущено):

$$38. \Delta = \begin{vmatrix} \beta & \beta - \sin \beta & 1 - \cos \beta \\ \beta - \sin \beta & \frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} & 1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \\ 1 - \cos \beta & 1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} & \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \end{vmatrix} = -0,06$$

Тогда для $\varphi_0 = 0,9 \pi$ и $f = 0,25$

$$39. M_0 = \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \cdot \frac{-0,04}{-0,06} = 0,6 T_{\max} r$$

$$40. B = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \cdot \frac{-0,01}{-0,06} = 0,9 T_{\max}$$

$$41. S = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \cdot \frac{+0,03}{-0,06} = -0,2 T_{\max}$$

Для равномерно распределенной нагрузки (в частности и центробежными силами) уравнения 19, 20 и 21 д. б. использованы таким образом.

Как совершенно ясно из мнемонической схемы (р. 3),

$$42. T_{\max} = p r$$

Далее, коэффициент трения в условиях радиальной нагрузки д. б. равен 0, т. е. во всех уравнениях

$$43. f = 0.$$

Тогда выражение

$$44. \left(\frac{e^{f\alpha} - e^{f\beta}}{f} \right) = \frac{0}{0} \text{ и по раскрытии неопределенности равно}$$

$$45. \alpha = \beta.$$

Остальные выражения сомнений не вызывают. В результате действий приходим при $E = 0$ и $p = 0$ к уравнениям:

$$46. M_0 \beta + Br (\beta - \sin \beta) - Sr (1 - \cos \beta) - p r^2 (\beta - \sin \beta) = 0$$

$$47. M_0 (\beta - \sin \beta) + Br \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - Sr \left(1 - \cos \beta - \sin^2 \frac{\beta}{2} \right) - p r^2 \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) = 0.$$

$$48. M_0 (1 - \cos \beta) + Br \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - Sr \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - p r^2 \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) = 0.$$

Уравнения (46, 47 и 48) имеют совершенно тот вид, к которому приводятся условия равновесия для равномерно распределенной нагрузки.

Решая их указанным выше способом, имеем для $\beta = 2/3 \pi$.

$$49. \Delta = -0,06$$

$$50. M_0 = 0$$

$$51. B = p r$$

$$52. S = 0, \text{ т. е. получаем случай простого}$$

сжатия, которое возникает в равномерно сжатом кольце (задача Lamé), что и следовало конечно ожидать.

Исследование совместных деформаций обода и ручки¹⁾ приводит к заключению, что в месте соединения обода с ручкой действует момент M_0 , а в случае равномерно распределенной нагрузки.

По Берлову¹⁾, для $\beta = 2/3 \pi$ 53. $B = 0,98 p r$

$$54. M_0 = 0,01 p r^2 \text{ и}$$

$$55. S = -0,02 p r$$

¹⁾ Берлов, передачи гибкой связью, стр. 87. (изд. 1911).

Подобным образом вычислены M_0 , B и S в случае /4 и 6 спиц. Результаты вычислений сведены в таблицу I.

Таблица I¹⁾.

| Род нагрузки. | По закону показателя. | | | | | | Равномерно распред. | | |
|-----------------------------|-----------------------|------------|------------|-----------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | а. | | | б. | | | с | | |
| Угол обхвата φ_0 | 0,5 π | | | 0,9 π | | | | | |
| Число спиц. | 3 | 4 | 6 | 3 | 4 | 6 | 3 | 4 | 6 |
| Δ | -0,06 | -0,02 | -0,01 | -0,06 | -0,02 | -0,01 | — | — | — |
| Δ_M | -0,10 | -0,014 | -0,002 | -0,08 | -0,01 | -0,001 | — | — | — |
| Δ_B | -0,06 | -0,02 | -0,01 | -0,1 | -0,03 | -0,018 | — | — | — |
| Δ_S | 0,035 | 0,011 | 0,006 | 0,02 | 0,01 | 0,006 | — | — | — |
| M_0 | 0,83Tr | 0,35Tr | 0,09Tr | 0,48Tr | 0,23Tr | 0,05Tr | 0,01pr ² | 0,01pr ² | 0,01pr ² |
| B | ∞T | ∞T | ∞T | 0,6T | 0,7T | 0,85T | 0,98pr | 0,98pr | 0,95pr |
| S | -0,25T | -0,28T | -0,3T | -0,13T | -0,2T | -0,3T | -0,02pr | -0,02pr | -0,02pr |

4. Выводы.

При сравнении данных таблицы I (см. также рис. 6) мы приходим к заключениям:

1. Изгибающие моменты не остаются постоянными при изменении числа спиц: они, как и следовало ожидать, уменьшаются при большем числе спиц.

2. Сила, перпендикулярная к направлению ручки, увеличивается при увеличении числа спиц.

3. Сила, идущая вдоль спицы, также возрастает при увеличении числа спиц.

4. Изменение этих сил происходит слабее при малых дугах обхвата (столбец «а»), а изменение «B» так ничтожно при этих условиях, что ее можно считать практически независимой от числа спиц.

5. Расчет обода на равномерно распределенную нагрузку дает меньшие изгибающие моменты и преувеличенные силы, чем то соответствует действительному состоянию (столбец «с»).

6. Если принять некоторые средние условия для работы шкива, с которыми чаще всего приходится иметь дело, получим интересное заключение. Пусть, напр., шкив работает при обычной скорости от 5 до 15 m/s.

Тогда при нормальных условиях (угол обхвата = 0,9 π , средние диаметры шкивов) в состоянии покоя натяжение ремня можно считать равным окружному усилию, взятому 1^{1/2} раза, т. е.

$$55. T_{\max} = 1,5 P.$$

Окружное усилие может определено в зависимости от нагрузки ремня на один см. ширины его. Именно по Gehrken's'y,

$$56. P = pv^2, \text{ где}$$

p — нагрузка на 1 см ширины.

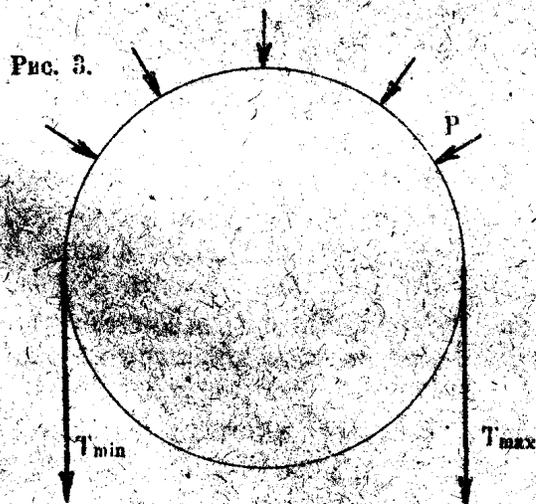
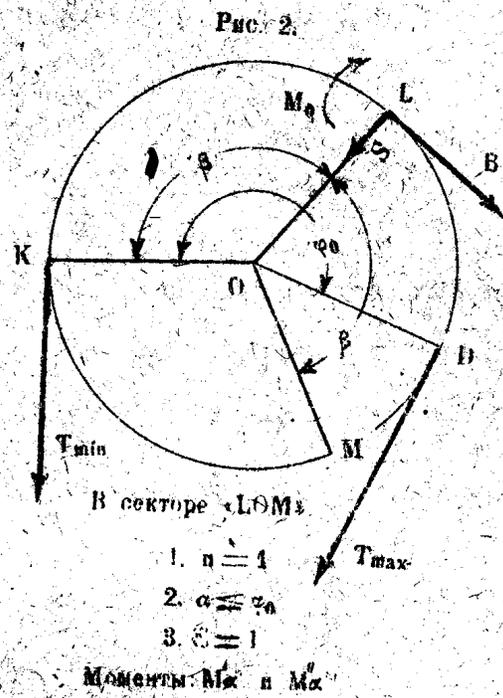
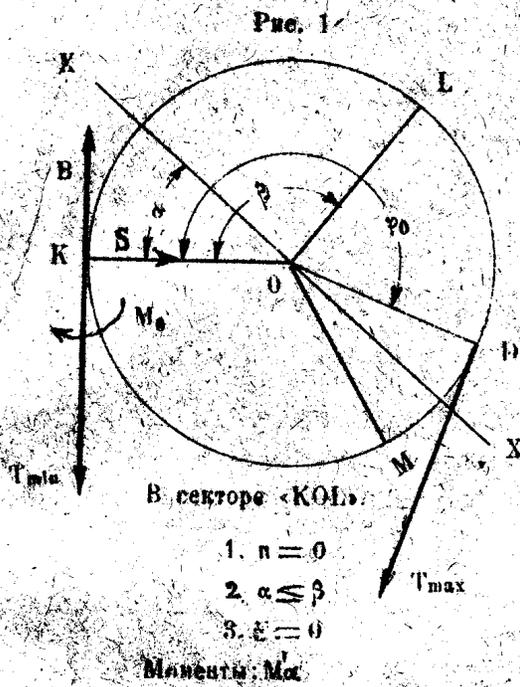
v — ширина ремня в см.

Рассматривая таблицу Gehrken's'a, мы видим, что для одинарного ремня при средних скоростях и средних диаметрах шкивов « p » возрастает почти пропорционально диаметру шкива. Можно принять поэтому для шкивов с диаметром больше 400 m/m и до 1000 m/m

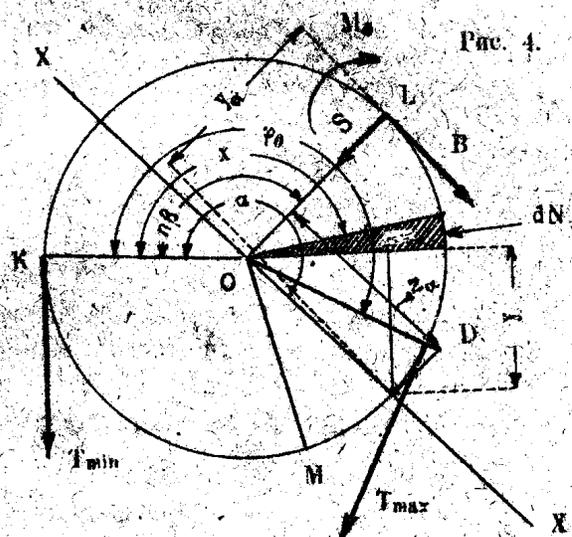
$$57. p = \frac{P_0 \Gamma}{\Gamma_0}; \text{ здесь } P_0 \text{ — нагрузка}$$

¹⁾ Здесь $T = T_{\max}$ в формулах.

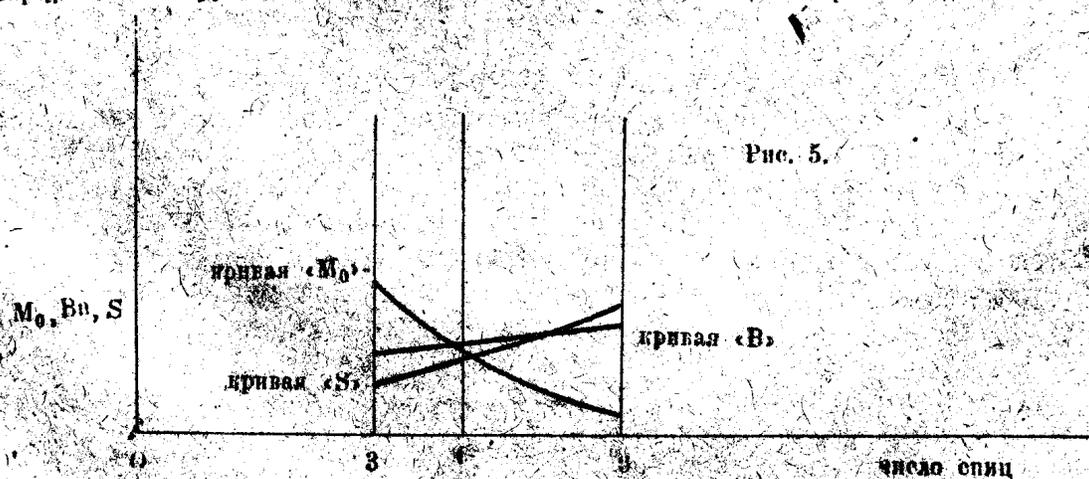
²⁾ Берлов, передачи гибкою связью, стр. 35.



(К переводу формул для равномерно распределенной нагрузки)



(К составлению общего выражения для M_x — момента)



для ремня с скоростью 5m/s и шкива с диаметром 400 m/m, r_0 — радиус последнего шкива (210 m/m), а «р» и «г» относятся к произвольному шкиву (в указанных пределах).

Для нашего случая по таблице Gehrken's'a,

$$p_0 = 6 \text{ kgr.}$$

$$r_0 = 40 \text{ см. и след.,}$$

$$58. p = \frac{6r}{40} = 0,15r \text{ kgr,}$$

Пренебрегая кривизной обода, имеем условие прочности при его изгибе:

$$59. M_0 = \frac{b h^2}{6} k_b \text{ где}$$

h — высота (средняя) сечения обода (толщина)

$k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$ для чугуна.

Среднее значение M_0 при обычном числе ручек можно, в соответствии с таблицей 1, принять

$$60. M_0 = 0,35 T_{\max} r$$

После подстановки в уравнении 59 всех величин получим

$$61. 0,35 \cdot 1,5 \cdot 0,15r \cdot b = \frac{b h^2}{6} \cdot 300, \text{ и по сокращении и вычислении.}$$

$$62. \langle h \rangle = 0,03r$$

« h » — средняя толщина обода; если принять во внимание уклон от середины к краю обода $\left(\frac{1}{25}\right)$, а также стрелку обода, можно считать совпадение совершенно достаточным с обычно принимаемым размером у края:

$$63. h = 0,01 r$$

Прибавка в 3m/m, обычно делаемая, также м. быть оправдана.

При всяком числе ручек сила «В», как доказано, остается почти постоянной и равной T_{\max} , т. е.

$$64. B = T_{\max} = 1,5 P$$

Допуская предельное напряжение для чугуна в 350 kg/cm^2 для совместного действия изгиба и сжатия, получаем остаточное напряжение для компенсации силы В в 50 kg/cm^2 .

Тогда при прежних условиях необходимая прибавка к высоте обода будет равна

$$65. \frac{B}{b h} = k_2 \text{ и после подстановки}$$

$$66. h_{\text{гов}} = \frac{1,5 \cdot p \cdot b}{b \cdot 50} = \frac{1,5 \cdot p}{50} = \approx 2 \text{ m/m, а при}$$

$p = 10 \text{ kgr}$ $h_{\text{гов}} = 3 \text{ m/m}$, т. е. совершенно в согласии с обычным размером.

Так как «В», по доказанному, почти не зависит от числа ручек и величины радиуса обода, а « M_0 » изменяется значительно с числом спиц и величиной радиуса, обычную конструкцию расчетной формулы (63) следует считать теоретическим оправданной и совершенно правильной.

Во всяком случае действительная работа обода происходит в иных условиях, чем обычно допускают при его проверке, и на учет этих обстоятельств нам казалось важным обратить внимание.