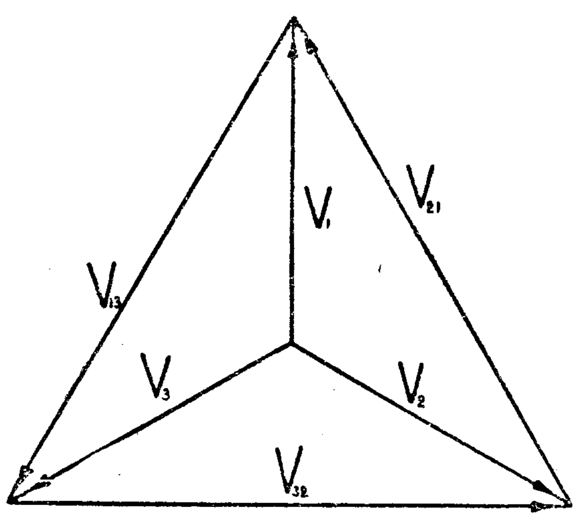
ДОЦЕНТ Р. А. ВОРОНОВ.

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ ПО ВАТТМЕТРАМ, ВКЛЮЧЕННЫМ ПО СХЕМЕ АРОНА.

При включении двух ваттметров по схеме Арона в трехпроводную цепь трехфазного тока, алгебраическая сумма их показаний дает полную мощность всех трех фаз. При этом остается неизвестным, одинаковы ли нагрузки этих фаз и как они отличаются друг от друга. На практике же иногда приходится сталкиваться с необходимостью решения такого вопроса.

В настоящей статье проводится способ, дающий возможность, используя только эти два ваттметра без каких либо изменений в схеме, найти распределение по фазам мощностей, подводимых из сети (мощности фаз сети), а также силы тока в отдельных проводах и их углы сдвига по отношению к фазовым и линейным напряжениям сети.



Черт. 1.

Способ этот очень прост, но действителен только для симметричных напряжений сети, т. е. для равных линейных напряжений.

В конце статьи, как следствие, дан простой способ для определения правильности включения ваттметров и определения знака отсчета по ваттметру с меньшим показанием.

Принимая для равных линейных напряжений V_{13}; V_{21} и V_{32}, равные же фазовые напряжения сети V_1; V_2 и V_3 и располагая их вектора так как это сделано на черт. 1, получаем для последних следующие комплексные выражения через фазовое напряжение

$$\dot{V}_1 = V_1' + j V_1'' = V$$

$$\dot{V}_2 = V'_2 + j V''_2 = \dot{V}_1 \dot{a}^2 = -\frac{1}{2} V - j \frac{\sqrt{3}}{2} V \qquad (1)$$

$$\dot{V}_3 = V'_3 + j V''_3 = \dot{V}_1 \dot{a} = -\frac{1}{2} V + j\frac{\sqrt{3}}{2} V$$

Силы тока отдельных фаз представим также в виде комплексов

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= I'_1 + j I''_1 \\ \dot{I}_2 &= I'_2 + j I''_2 \\ \dot{I}_3 &= I'_3 + j I''_3 \end{aligned} \qquad (2)$$

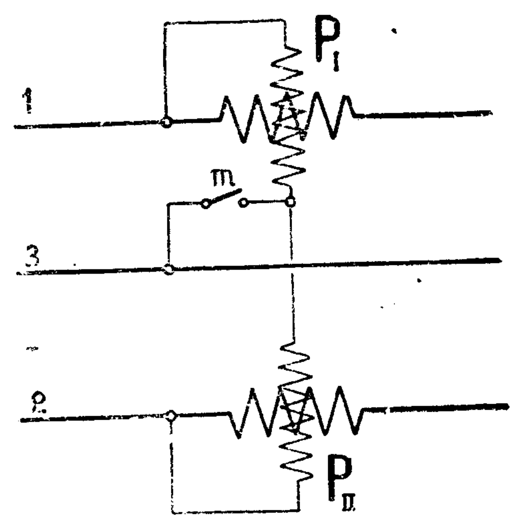
Мощности отдельных фаз сети представляются через эти комплексы в следующем виде

$$\begin{aligned} P_1 &= V_1 I_1 \operatorname{Cos}(\dot{V}_1 ; \dot{I}_1) = V'_1 I'_1 + V''_1 I''_1 = V I'_1 \\ P_2 &= V_2 I_2 \operatorname{Cos}(\dot{V}_2 ; \dot{I}_2) = V'_2 I'_2 + V''_2 I''_2 = -\frac{1}{2} V I'_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} V I''_2 \\ P_3 &= V_3 I_3 \operatorname{Cos}(\dot{V}_3 ; \dot{I}_3) = V'_3 I'_3 + V''_3 I''_3 = -\frac{1}{2} V I'_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} V I''_3 \end{aligned} \qquad (3)$$

При включении двух ваттметров по схеме Арона в первую и вторую фазы (черт. 2) их показания выразятся через те же комплексы.

$$P_{\text{I}} = V_{31} I_1 \operatorname{Cos}(\dot{V}_{31} ; \dot{I}_1) = V'_{31} I'_1 + V''_{31} I''_1$$

$$P_{\text{II}} = V_{32} I_2 \operatorname{Cos}(\dot{V}_{32} ; \dot{I}_2) = V'_{32} I'_2 + V''_{32} I''_2$$



Черт. 2.

Так как напряжения на вольтметровых обмотках будут равны:

$$\dot{V}_{31} = -\dot{V}_{13} = \dot{V}_1 - \dot{V}_3 = \frac{3}{2} V - j\frac{\sqrt{3}}{2} V$$

$$V_{32} = V_2 - V_3 = -j\sqrt{3}\, V$$

то показания приборов выразятся в виде

$$\begin{aligned} P_{\text{I}} &= \frac{3}{2} V I'_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} V I''_1 = \frac{3}{2} P_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} V I''_1 \\ P_{\text{II}} &= -\sqrt{3}\, V I''_2 \end{aligned} \qquad (4)$$

где мощность P_1 введена согласно уравнения (3).

Если теперь отключить вольтметровые обмотки приборов от третьей фазы, оставив их соединенными между собой, разомкнув вставленный в схему рубильник m (черт. 2), или просто отключив проводник, то показания ваттметров изменятся из-за изменения напряжения на их зажимах. Так как обычно сопротивления обмоток обоих приборов выбираются равными друг другу, то напряжение на каждом из них будет равно половине линейного напряжения V_{21}. В этом случае новые показания выразятся через комплексы в виде

$$P'_{\mathrm{I}}=\left(\frac{1}{2}V_{21}\right).I_1.\mathrm{Cos}(V_{21};\dot{I}_1)=\frac{1}{2}(V'_{21}.I'_1+V''_{21}I''_1)$$

$$P'_{\mathrm{II}}=\left(-\frac{1}{2}V_{21}\right).I_2.\mathrm{Cos}(\dot{V}_{12};\dot{I}_2)=-\frac{1}{2}(V'_{21}I'_2+V''_{21}I''_2)$$

или, так как согласно уравнения (I)

$$\dot{V}_{21}=\dot{V}_1-\dot{V}_2=\frac{3}{2}V+j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

они получат выражения

$$2P'_{\mathrm{I}}=\frac{3}{2}VI'_1+\frac{\sqrt{3}}{2}VI''_1=\frac{3}{2}P_1+\frac{\sqrt{3}}{2}VI''_1$$

$$2P'_{\mathrm{II}}=-\frac{3}{2}VI'_2-\frac{\sqrt{3}}{2}VI''_2=3\,P_2+\sqrt{3}\,VI''_2 \qquad (5)$$

Складывая попарно уравнения (4) и (5), находим

$$P_{\mathrm{I}}+2P'_{\mathrm{I}}=3P_1$$

$$P_{\mathrm{II}}+2P'_{\mathrm{II}}=3P_2$$

откуда и получаем выражения для определения мощностей двух первых фаз сети

$$P_1=\frac{1}{3}(P_{\mathrm{I}}+2P'_{\mathrm{I}})$$

$$P_2=\frac{1}{3}(P_{\mathrm{II}}+2P'_{\mathrm{II}}) \qquad (6\text{-а})$$

для третьей фазы получаем уравнение, исходя из общей мощности

$$P_3=(P_{\mathrm{I}}+P_{\mathrm{II}})-(P_1+P_2)=\frac{2}{3}[P_{\mathrm{I}}+P_{\mathrm{II}}-P'_{\mathrm{I}}-P'_{\mathrm{II}}] \qquad (6\text{-б})$$

Имея отсчеты по ваттметрам при замкнутом рубильнике m (нормальная схема) и после размыкания его, легко вычислить, пользуясь этими уравнениями, мощности каждой из фаз сети по отдельности.

Значения P_1; P_2 и P_3, равные мощностям, подводимым от отдельных фаз сети, конечно не будут равны мощностям, потребляемым каждой из фаз нагрузки, так как вследствии неравенства падения напряжения, нулевая точка нагрузки (или эквивалентной ей звезды) будет смещена по отношению нулевой точки сети.

Напряжения на фазах нагрузки получатся неравные друг другу и несиммитрично расположенные и учесть соответствующую им мощность, без каких-либо дополнительных измерений, относящихся к нулевой точке нагрузки, не представляется возможным.

Несмотря на это, неравенство полученных мощностей сразу указывает на неодинаковость загрузки фаз и на то, которая из них загружена больше или меньше.

Используя уравнения (4) и (5), найдем выражения для составляющих сил тока первой и второй фаз

$$I'_1 = \frac{P_{\rm I} + 2P'_{\rm I}}{3V}; \quad I''_1 = \frac{2P'_{\rm I} - P_{\rm I}}{\sqrt{3}\,V}$$

$$I'_2 = \frac{P_{\rm II} - 4P'_{\rm II}}{3V} \quad I''_2 = -\frac{P_{\rm II}}{\sqrt{3}\,V} \qquad (7\text{-а})$$

Для третьей фазы составляющие найдем из уравнений

$$I'_1 + I'_2 + I'_3 = 0 \qquad I''_1 + I''_2 + I''_3 = 0$$

откуда

$$I'_3 = -\frac{P_{\rm I} + P_{\rm II} + 2P'_{\rm I} - 4P'_{\rm II}}{3V}; \; I''_3 = \frac{P_{\rm I} + P_{\rm II} - 2P_{\rm I}}{\sqrt{3}\,V} \qquad (7\text{-б})$$

Уравнения (7-а) и (7-б), совместно с уравнениями (2), дают возможность найти силы тока в виде комплексов, по которым не трудно найти и сами значения токов. Деля эти комплексы на комплексы соответствующих фазовых напряжений сети получаем

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1} = \frac{P_{\rm I} + 2P'_{\rm I}}{3V^2} + j\,\frac{2P'_{\rm I} - P_{\rm I}}{\sqrt{3}\,V^2}$$

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2} = \frac{P_{\rm II} + 2P'_{\rm II}}{3V^2} + j\,\frac{P_{\rm II} - 2P'_{\rm II}}{\sqrt{3}\,V^2}; \; \frac{\dot{I}_3}{\dot{V}_2} = \frac{2(P_{\rm I} + P_{\rm II} - P'_{\rm I} - P'_{\rm II})}{3V^2} +$$

$$+ j\,\frac{2(P'_{\rm II} - P'_{\rm I})}{\sqrt{3}\,V^2}$$

Из этих уравнений, деля вторые члены на первые, получаем выражения для тангенсов углов сдвига фаз между силами токов и напряжениями сети

$$tg\varphi_1 = \sqrt{3}\,\frac{2P'_{\text{I}} - P_{\text{I}}}{2P'_{\text{I}} + P_{\text{I}}}; \quad tg\varphi_2 = \sqrt{3}\,\frac{P_{\text{II}} - 2P'_{\text{II}}}{P_{\text{II}} + 2P'_{\text{II}}};$$

$$tg\varphi_3 = \sqrt{3}\,\frac{P'_{\text{II}} - P'_{\text{I}}}{P_{\text{I}} + P_{\text{II}} - P'_{\text{I}} - P'_{\text{II}}} \tag{8}$$

по которым легко уже найти самые углы и соответствующие коэффициенты мощности, т. е. их косинусы. Эти углы сдвига и коэффициенты мощности конечно также относятся к фазам источника тока, а не нагрузки.

Найдя последние, можно получить значения сил тока по обычным уравнениям

$$I_n = \frac{P_n}{V\,.\,\text{Cos}\,\varphi_n}$$

В случае неравенства сопротивлений обмоток ваттметров, необходимо вводить поправку, беря во всех уравнениях, вместо показаний P'_{I} и P'_{II}, их исправленные значения $\frac{r_1 + r_2}{2r_1}P'_{\text{I}}$ и $\frac{r_1 + r_2}{2r_2}P'_{\text{II}}$, где r_1 и r_2 сопротивления обмоток.

Рассмотрим еще случай симметрии нагрузки, при которой одинаковы все токи, все мощности и углы сдвига во всех фазах. В этом случае ток второй фазы может быть выражен через ток первой фазы

$$\dot{I}_2 = I'_2 + jI''_2 = \dot{I}_1\,\dot{a}^2 = \left(-\frac{1}{2}I'_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}I''_1\right) + j\left(-\frac{1}{2}I''_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}I'_1\right)$$

что дает для мощностей значения

$$P_{\text{I}} = \frac{3}{2}VI'_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}VI''_1 \qquad P_{\text{II}} = \frac{3}{2}VI'_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}VI''_1$$

$$2P'_{\text{I}} = \frac{3}{2}VI'_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}VI''_1 \qquad 2P'_{\text{II}} = \frac{3}{2}VI'_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}VI''_1$$

Сравнивая их друг с другом, находим

$$P_{\text{I}} = 2P'_{\text{II}}; \quad P_{\text{II}} = 2P'_{\text{I}} \tag{9}$$

т. е. при симметрии нагрузок показания ваттметров при размыкании рубильника m меняются местами и уменьшаются вдвое против имевшихся при нормальной схеме. Для тангенсов углов сдвига во всех фазах получается одно и то же выражение

$$tg\varphi = \sqrt{3}\,\frac{P_{\text{II}} - P_{\text{I}}}{P_{\text{II}} + P_{\text{I}}}$$

представляющее общеизвестное уравнение для схемы Арона.

Соотношения (9) хорошо используются для проверки правильности включения приборов. Так как в обычных условиях нагрузки отдельных фаз мало отличаются друг от друга, то при размыкании в точке m показания приборов должны, уменьшившись приблизительно вдвое, поменяться местами. Если этого не происходит, то схема включена неверно и ее надлежит исправить. Эти же соотношения относятся и к проверке включения двух однофазных счетчиков (по скорости и направлению их вращения), а также и для трехфазных ваттметров и счетчиков (уменьшение показаний примерно вдвое без изменения направления).

Исходя из этих соотношений, легко получить также правило для определения знака отсчета по прибору с меньшим показанием. Нетрудно видеть, что если при размыкании в точке m его показание остается положительным, то отсчет по нему нужно брать с плюсом, если же показание меняется на противоположное, то с минусом.