

Инж. Г. Д. ТЕРСКОВ.

К ВОПРОСУ ОБ УРАВНОВЕШИВАНИИ ШАТУННО-КРИВОШИПНОГО МЕХАНИЗМА УБОРОЧНЫХ МАШИН.

Введение.

Несмотря на то, что теория шатунно-кривошипного механизма вообще в настоящее время разработана достаточно подробно, применение ее к сельско-хозяйственным машинам до сих пор страдает некоторой неопределенностью.

Доказательством этой неопределенности напр. может служить тот факт, что при определении сил инерции некоторые авторы распределяют массу шатуна: на головку ножа — $\frac{2}{3}$ и на палец кривошина — $\frac{1}{3}$ массы; другие же распределяют с учетом положения центра тяжести.

Кроме того, иногда можно встретить утверждение о том, что при помощи двух противовесов можно (теоретически) полностью уравновесить шатунно-кривошипный механизм.

Настоящая работа имеет целью внести ясность в дело приложения общих выводов механики к шатунно-кривошипному механизму уборочных с. х. машин и кроме того выяснить конкретно, каких величин достигают силы инерции в этих машинах.

I. КИНЕМАТИКА ШАТУННО-КРИВОШИПНОГО МЕХАНИЗМА.

А. Ш а т у н.

Рассмотрим шатунно-кривошипный механизм в некоторый момент его движения (фиг. № 1), когда кривошип составляет с горизонтальной линией угол

$$\varphi = \omega t, \dots \dots \dots (1)$$

где ω угловая скорость кривошипа, которая, вообще говоря, меняется в некоторых пределах; но мы ее будем в дальнейшем считать постоянной. При этом, если n — число оборотов кривошипного вала, то угловая скорость определяется формулой

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \dots \dots \dots (2)$$

В рассматриваемый момент шатун составляет с горизонталью угол ψ . Зависимость этого угла от угла φ определяется из следующих соображений:

с одной стороны из тр-ка ABA_1

$$AA_1 = l \operatorname{Sn} \psi,$$

с другой стороны из четырехугольника $AO_1 OA_1$

$$AA_1 = a + r \operatorname{Sn} \varphi.$$

Следовательно

$$l \operatorname{Sn} \psi = a + r \operatorname{Sn} \varphi$$

или

$$\operatorname{Sn} \psi = \frac{a + r \operatorname{Sn} \varphi}{l} \dots \dots \dots (3)$$

Вводя отношения

$$k = \frac{a}{r}; \quad \lambda = \frac{r}{e} \dots \dots \dots (4)$$

получим

$$\operatorname{Sn} \psi = \nu (k + \operatorname{Sn} \varphi) \dots \dots \dots (3a)$$

Возьмем на шатуне AB какуюнибудь произвольную точку N , лежащую на расстоянии u от пальца кривошипа A . Координаты этой произвольной точки будут определяться зависимостями

$$\begin{aligned} x &= u \operatorname{Cos} \psi - r \operatorname{Cos} \varphi \\ z &= (l - u) \operatorname{Sn} \psi \end{aligned}$$

или, исключая отсюда угол ψ при помощи (3a), получим

$$\begin{aligned} x &= u \sqrt{1 - \lambda^2 (k + \operatorname{Sn} \varphi)^2} - r \operatorname{Cos} \varphi \\ z &= (l - u) \lambda (k + \operatorname{Sn} \varphi) \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

Т. к. второй член под корнем очень мал по сравнению с единицей а именно не превышает:

для косилок = 0,13

и для сноповязалок — 0,20,

то мы с достаточной для практики точностью (с ошибкой меньше 1%) можем применить приближенную формулу для извлечения квадратного корня: $\sqrt{1 - \delta} \cong 1 - \frac{1}{2} \delta$. Тогда

$$\sqrt{1 - \lambda^2 (k + \operatorname{Sn} \varphi)^2} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} (k + \operatorname{Sn} \varphi)^2 = 1 - \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi - \frac{\lambda^2}{2} \operatorname{Sn}^2 \varphi.$$

А так как

$$\operatorname{Sn}^2 \varphi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos} 2 \varphi$$

то

$$\sqrt{1 - \lambda^2 (k + \operatorname{Sn} \varphi)^2} = 1 - \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \frac{\lambda^2}{4} - \lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi + \frac{\lambda^2}{4} \operatorname{Cos} 2 \varphi \dots (6)$$

Тогда уравнения движения любой точки шатуна будут иметь вид:

$$x = u \left(1 - \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \frac{\lambda^2}{4} - \lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi + \frac{\lambda^2}{4} \operatorname{Cos} 2 \varphi \right) - r \operatorname{Cos} \varphi$$

$$z = (l - u) \lambda (k + \operatorname{Sn} \varphi) \dots \dots \dots (5a)$$

Принимая во внимание выражение (1) и дифференцируя формулы (5a) по времени, найдем уравнения скорости любой точки шатуна.

$$\frac{dx}{dt} = -\omega \left[u (\lambda^2 k \operatorname{Cos} \varphi + \frac{\lambda^2}{2} \operatorname{Sn} 2 \varphi) - r \operatorname{Sn} \varphi \right]$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega (l - u) \lambda \operatorname{Cos} \varphi \dots \dots \dots (7)$$

В свою очередь, дифференцируя (7) по времени, найдем уравнения ускорения любой точки шатуна:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \omega^2 [u (\lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi - \lambda^2 \operatorname{Cos} 2 \varphi) + r \operatorname{Cos} \varphi]$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\omega^2 (l - u) \lambda \operatorname{Sn} \varphi \dots \dots \dots (8)$$

В частности, если центр тяжести шатуна расположен на линии AB (которую мы в дальнейшем будем называть осью шатуна) на расстоянии s от пальца кривошипа, то закон движения центра тяжести шатуна определится уравнениями:

$$x_{uu} = s \left(1 - \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \frac{\lambda^2}{4} - \lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi + \frac{\lambda^2}{4} \operatorname{Cos} 2 \varphi \right) - r \operatorname{Cos} \varphi$$

$$z_{uu} = (l - s) \lambda (k + \operatorname{Sn} \varphi) \dots \dots \dots (5b)$$

$$v_{uu}^x = \omega \left[r \operatorname{Sn} \varphi - s (\lambda^2 k \operatorname{Cos} \varphi + \frac{\lambda^2}{2} \operatorname{Sn} 2 \varphi) \right]$$

$$v_{uu}^z = \omega (l - s) \lambda \operatorname{Cos} \varphi \dots \dots \dots (7a)$$

$$j_{uu}^x = \omega^2 [r \operatorname{Cos} \varphi + s (\lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi - \lambda^2 \operatorname{Cos} 2 \varphi)]$$

$$j_{uu}^z = -\omega^2 (l - s) \lambda \operatorname{Sn} \varphi \dots \dots \dots (8a)$$

Формулы (5b), (7a), (8a) могли бы полностью характеризовать движение шатуна только в том случае, если бы шатун двигался поступательно. Но так как шатун имеет сложное движение, которое может быть, согласно законам теоретической механики, разложено на поступательное и вращательное, то в добавление к вышеуказанным формулам нужно дать закон вращательного движения шатуна.

Очевидно (из формулы 3a) угол ψ изменяется по закону:

$$\psi = \operatorname{arcsn} \lambda (k + \operatorname{Sn} \varphi) \dots \dots \dots (9)$$

Угловая скорость найдется дифференцированием формулы (9)

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\lambda \omega \operatorname{Cos} \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 (k + \operatorname{Sn} \varphi)^2}}.$$

Извлекая приближенно корень квадратный, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1 - \lambda^2 (k + \operatorname{Sn} \varphi)^2}} &= 1 + \frac{\lambda^2}{2} (k + \operatorname{Sn} \varphi) = 1 + \frac{\lambda^2 k^2}{2} + \\ &+ \lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi + \frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^2}{4} \operatorname{Cos} 2\varphi. \end{aligned}$$

Тогда

$$\frac{d\psi}{dt} = \lambda \omega \operatorname{Cos} \varphi \left[1 + \frac{\lambda^2 k^2}{2} + \lambda^2 k \operatorname{Sn} \varphi + \frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^2}{4} \operatorname{Cos} 2\varphi \right]. \quad (10)$$

Дифференцируя (10) получим угловое ускорение шатуна

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \lambda \omega^2 \left[\lambda^2 k \operatorname{Cos} 2\varphi - \left(1 + \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \lambda^2 + \frac{3}{2} \lambda^2 \operatorname{Sn}^2 \varphi \right) \operatorname{Sn} \varphi \right]. \quad (11)$$

В. Кривошип.

Кривошип, как уже отмечалось, имеет равномерное вращательное движение с угловой скоростью ω , причем уравнения, характеризующие закон движения пальца кривошипа, могут быть получены из соответствующих уравнений для любой точки шатуна путем подстановки в них $u = 0$.

Тогда

$$\begin{aligned} x &= -r \operatorname{Cos} \varphi \\ z &= r(k + \operatorname{Sn} \varphi) = a + r \operatorname{Sn} \varphi \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

$$\frac{dx}{dt} = \omega r \operatorname{Sn} \varphi$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega r \operatorname{Cos} \varphi \dots \dots \dots (13)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 r \operatorname{Cos} \varphi$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2 r \operatorname{Sn} \varphi \dots \dots \dots (14)$$

Если центр тяжести кривошипа находится на линии O_1A (ось кривошипа) на расстоянии ε от оси вращения кривошипа (в сторону пальца), то уравнения, характеризующие движение центра тяжести кривошипа, могут быть получены из (12, 13, 14) путем ум-

ножения их на отношение $\frac{\varepsilon}{r}$ (расстояние a при этом остается без изменения).

$$\begin{aligned} x_{kp} &= -\varepsilon \operatorname{Cos} \varphi \\ z_{kp} &= a + \varepsilon \operatorname{Sn} \varphi \dots \dots \dots (12a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{kp}^x &= \omega \varepsilon \operatorname{Sn} \varphi \\ v_{kp}^z &= \omega \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi \dots \dots \dots (13a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j_{kp}^x &= \omega^2 \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi \\ j_{kp}^z &= -\omega^2 \varepsilon \operatorname{Sn} \varphi \dots \dots \dots (14a) \end{aligned}$$

С. Нож.

Нож совершает прямолинейное возвратно-поступальное движение, и потому полное представление о его движении получим, заменив в формулах для любой точки шатуна u через l :

$$\begin{aligned} x_u &= r \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda k^2}{2} - \frac{\lambda}{4} - \operatorname{Cos} \varphi - \lambda k \operatorname{Sn} \varphi + \frac{\lambda}{4} \operatorname{Cos} 2\varphi \right) \\ z_u &= 0 \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_u^x &= \omega r \left(\operatorname{Sn} \varphi - \lambda k \operatorname{Cos} \varphi - \frac{\lambda}{2} \operatorname{Sn} 2\varphi \right) \\ v_u^z &= 0 \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j_u^x &= \omega^2 r (\operatorname{Cos} \varphi + \lambda k \operatorname{Sn} \varphi - \lambda \operatorname{Cos} 2\varphi) \\ j_u^z &= 0 \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

II. ИНЕРЦИЯ МАСС КРИВОШИПНО-ШАТУННОГО МЕХАНИЗМА.

Как уже раньше отмечалось, теоретическая механика разрешает в целях упрощения рассматривать сложное движение какой либо фигуры как бы составленным из двух: 1) поступательного, при чем центр тяжести двигается по тому же закону, что и в действительности, и 2) вращательного — около центра тяжести.

С динамической стороны поступательное движение характерно тем, что для него массу тела можно считать сосредоточенной в центре тяжести; поэтому, если m — масса поступательно движущегося тела, то проекции сил инерции на оси координат могут быть определены по формулам

$$\begin{aligned} I_x &= -m \frac{d^2 x_u}{dt^2} \\ I_z &= -m \frac{d^2 z_u}{dt^2}, \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

а момент этих сил относительно начала координат, если считать положительными — против часовой стрелки по формуле:

$$M_{ин.} = I_x \cdot z - I_z \cdot x \dots \dots \dots (19)$$

Вращательное движение в свою очередь, благодаря своей неравномерности, будет обуславливать появление инерционной пары, момент которой определяется зависимостью:

$$M_{ин. п.} = -m \rho_0^2 \frac{d^2 \psi}{dt^2} \dots \dots \dots (20)$$

где ρ_0 — радиус инерции тела относительно центра тяжести.

Пользуясь формулами 18, 19, 20 определим инерцию элементов кривошипно-шатунного механизма.

А. Кривошип.

Силы инерции

$$\begin{aligned} I_x^{kp} &= -m_{kp} \omega^2 \varepsilon \text{Cos } \varphi \\ I_z^{kp} &= -m_{kp} \omega^2 \varepsilon \text{Sn } \varphi \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

Момент сил инерции

$$M_{ин.}^{kp} = -m_{kp} [(a + \varepsilon) \text{Sn } \varphi \omega^2 \varepsilon \text{Cos } \varphi - (-\varepsilon \text{Cos } \varphi) (-\omega^2 \varepsilon \text{Sn } \varphi)]$$

После соответствующих преобразований получим

$$M_{ин.}^{kp} = -m_{kp} a \omega^2 \varepsilon \text{Cos } \varphi \dots \dots \dots (22)$$

Момент инерции пары кривошипа равен нулю, т. к. вращение его равномерное.

В. Нож.

Силы инерции

$$\begin{aligned} I_x^n &= -m_n \omega^2 r (\text{Cos } \varphi + \lambda k \text{Sn } \varphi - \lambda \text{Cos } 2\varphi) \\ I_z^n &= 0 \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

Момент сил инерции равен нулю, т. к. I_x^n проходит через начало координат.

Момент инерционной пары также равен нулю, т. к. движение ножа поступательное.

С. Шатун.

Силы инерции

$$\begin{aligned} I_x^m &= -m_{ш} \omega^2 r \left[\text{Cos } \varphi + \frac{s}{l} (\lambda k \text{Sn } \varphi - \lambda \text{Cos } 2\varphi) \right] \\ I_z^m &= m_{ш} \omega^2 r \frac{l-s}{l} \text{Sn } \varphi \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

Момент сил инерции

$$\begin{aligned} M_{ин.}^{ш} &= -m_{ш} \frac{l-s}{l} r (k + \text{Sn } \varphi) \omega^2 r \left\{ \text{Cos } \varphi + \frac{s}{l} (\lambda k \text{Sn } \varphi - \lambda \text{Cos } 2\varphi) \right\} - \\ &- m_{ш} \omega^2 r \frac{l-s}{l} \text{Sn } \varphi \left\{ -r \left[\text{Cos } \varphi - \frac{s}{l} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda k^2}{2} - \frac{\lambda}{4} - \lambda k \text{Sn } \varphi + \frac{\lambda}{4} \text{Cos } 2\varphi \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

После соответствующих преобразований получим:

$$M_{ин}^{ш} = -m_{ш} \frac{l-s}{l} \omega^2 r^2 \left\{ k \cos \varphi - \frac{s}{l} \left[\lambda k \cos 2\varphi - \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda k^2}{2} - \lambda + \frac{3}{2} \lambda \operatorname{Sn}^2 \varphi \right) \operatorname{Sn} \varphi \right] \right\} \dots (25)$$

Момент инерционной пары

$$M_{ин. п.}^{ш} = -m_{ш} \rho_0^2 \omega^2 \lambda^2 \left[\lambda k \cos 2\varphi - \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda k^2}{2} - \lambda + \frac{3}{2} \lambda \operatorname{Sn}^2 \varphi \right) \operatorname{Sn} \varphi \right] \dots (26)$$

Д. Весь механизм.

Складывая силы инерции всех частей шатунно-кривошипного механизма, получим

$$I_x = I_x^{kp} + I_x^{ш} + I_x^{н} = -\omega^2 r \left[\left(m_{kp} \frac{\varepsilon}{r} + m_{ш} \frac{l-s}{l} \right) \cos \varphi + \left(m_{н} + m_{ш} \frac{s}{l} \right) \left(\cos \varphi + \lambda k \operatorname{Sn} \varphi - \lambda \cos 2\varphi \right) \right] \dots (27)$$

$$I_z = I_z^{kp} + I_z^{ш} + I_z^{н} = \omega^2 r \left(m_{kp} \frac{\varepsilon}{r} + m_{ш} \frac{l-s}{l} \right) \operatorname{Sn} \varphi \dots (28)$$

$$M_{ин} = M_{ин}^{kp} + M_{ин}^{ш} + M_{ин. п.}^{ш} = -\omega^2 r \left\{ \left(m_{kp} \frac{\varepsilon}{r} + m_{ш} \frac{l-s}{l} \right) a \cos \varphi - m_{ш} \frac{ls - \rho_a^2}{l} \left[\lambda^2 k \cos 2\varphi - \left(1 + \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \lambda^2 + \frac{3}{2} \lambda^2 \operatorname{Sn}^2 \varphi \right) \operatorname{Sn} \varphi \right] \right\} \dots (29)$$

где ρ_a — радиус инерции шатуна относительно пальца кривошипа.

Сравнивая полученные выражения, характеризующие инерцию масс всего шатунно-кривошипного механизма в целом с формулами (14), (17) и (11), можно сделать следующий вывод.

„При определении сил инерции весь шатунно-кривошипный механизм можно заменить двумя массами:

а) первая масса сосредоточена на пальце кривошипа и равномерно вращается около оси кривошипного вала; ее величина определяется суммой $\left[m_{kp} \frac{\varepsilon}{r} + m_{ш} \frac{l-s}{l} \right]$;

б) вторая масса сосредоточена на головке ножа и имеет прямолинейное возвратно-поступательное движение; величина этой массы равна $\left[m_{ш} \frac{s}{l} + m_{н} \right]$ ”.

Иначе говоря: при определении сил инерции шатунно-кривошипного механизма можно массу шатуна считать распределенной на палец кривошипа и головку ножа обратно пропорционально расстояниям центра тяжести шатуна от этих точек.

III. ИНЕРЦИЯ МАСС КРИВОШИПНО-ШАТУННОГО МЕХАНИЗМА ОСНОВНЫХ ТИПОВ УБОРОЧНЫХ МАШИН.

Основные величины, характеризующие механизмы уборочных машин. Таблица № 1.

В е л и ч и н а	М а ш и н а	Косилка тракт.	К силка конная	Снопов. конная	Лобогр. конная	Жатка самосб. Коммунар	Комбайн (Виндрозер) Холт. 36
Диаметр ходового колеса „Д“ м.м.	—	790	880	900	810	1200	
Число обор. ход. колеса или валика отбора силы „N _х “	536	25.0	22.4	21.9	24.4	16.0	
Передаточное число к кривошип. валу „i“	14 19 = 1,36 14 14	83 46 = 26,6 12 12	44 49 = 12,3 10 14	91 45 = 18,5 14 14	77 37 = 18,5 14 11	56 34 = 19,05 10 10	
Число оборотов кривошипного вала „n“	727	665	262	455	452	305	
Угловая скорость кривошипа „ω“ $\frac{1}{сек.}$	76.0	69.6	27.4	48.0	47.6	31.9	
Радиус кривошипа „r“ мм	37.5	37.0	79.0	38.5	38.5	51.0	
Эксцентриситет „e“ мм	—9.0	—7.0	+14.0	—5.0	—2.0	+22.0	
Вес кривошипа „G“ кг	9.500	3.985	1.752	2.754	2.727	1.270	
Масса т _{кр} $\frac{кг \cdot сек^2}{мм}$	0.969	0.406	0.179	0.281	0.278	0.130	
Масса кривошипа приведенная к пальцу $\frac{е}{т_{кр} r}$	—0.232	—0.077	+0.032	—0.036	—0.014	+0.056	
Длина шатуна l мм	930	962	760	770	375	620	
Расстояние от пальца кривошипа до центра тяжести S мм	420	432	382	276	123	310	
Вес шатуна G ш	3.117	2.556	0.630	2.015	1.383	2.385	
Масса шатуна m ш	0.318	0.261	0.064	0.205	0.141	0.243	
Часть массы шатуна отнесен. к гол. ножа m ш $\frac{s}{l}$	0.144	0.118	0.032	0.073	0.046	0.122	

Ш а т у н	Часть мас. шатуна огнесен. к пальцу кр. $m \frac{l-s}{l}$	0.174	0.143	0.032	0.073	0.046	0.122
	Момент инерции по отношению к центру тяжести Θ_0 кгр сек ² мт.	0.0450	0.0398	0.0050	0.0145	0.0025	0.0082
	Радиус инерции по отношению к центру тяжести ρ_0	376	390	279	266	134	184
	Момент инерции по отношению к пальцу кр. Θ_a	0.101	0.0886	0.0143	0.0301	0.0047	0.0315
	Радиус инерции по отношению к пальцу кривошипа ρ_a	563	582	473	383	182	360
Н о ж	Вес ножа G_n	4.860	3.386	4.115	2.937	3.369	13.162
	Масса ножа m_n	0.494	0.345	0.419	0.299	0.343	1.342
В е с ь м е х а н и з м	Масса вращающаяся	-0.058	+0.066	+0.064	+0.096	+0.081	+0.177
	Масса, движущаяся поступательно	0.638	0.463	0.451	0.372	0.389	1.464
	$\lambda = \frac{r}{l}$	0.0403	0.0385	0.104	0.050	0.1026	0.0822
	$k = \frac{a}{r}$	8.80	8.11	1.27	3.89	1.69	0.216
	$\lambda_k = \frac{a}{l}$	0.357	0.312	0.132	0.195	0.174	0.0178
	$a = rk$	0.330	0.300	0.100	0.150	0.065	0.011
	$\frac{1}{\lambda} = \frac{l}{r}$	24.8	25.67	9.61	20.0	9.74	12.2
	$\lambda_k^2 = \frac{a^2}{rl}$	3.14	2.53	0.167	0.758	0.293	0.0038
	$\omega^2 r \frac{M}{сек.^2}$	216.6	180	59.2	88.7	87.3	51.9

Пояснения к таблице № 1.

1. Число оборотов ходового колеса в минуту определяется по формуле

$$n_x = \eta \frac{V.60}{\pi, D} \quad (30)$$

где η — коэффициент скольжения колеса; по данным испытаний колеблется в пределах 0,95 — 0,84

в среднем $\eta = 0,94$

V — поступательная скорость машины в мтр. в сек.

(для лошади $V = 1,1$ мтр/сек)

D — диаметр ходового колеса.

2. Положение центра тяжести шатуна определяется путем наложения шатуна на острие.

3. Положение центра тяжести кривошипа определяется путем подвешивания в нескольких различных положениях.

4. Момент инерции шатуна определяется путем подвешивания на призму втулкой пальца кривошипа; если $G_{ш}$ — вес шатуна в кгр.

$m_{ш}$ — его масса

n — число полных качаний в секунду

h — расстояние от острия призмы до центра тяжести шатуна, то

момент инерции шатуна относительно острия определится по формуле

$$\Theta_{ост} = \frac{G_{ш} h}{4\pi^2 n^2} \dots \dots \dots (31)$$

А момент инерции относительно центра тяжести

$$\Theta_o = \Theta_{ост} - m_{ш} h^2 \dots \dots \dots (32)$$

Затем определяется момент инерции относительно оси пальца кривошипа:

$$\Theta_a = \Theta_o + m_{ш} S^2 \dots \dots \dots (33)$$

Переходя непосредственно к определению сил инерций и их моментов, в целях наиболее наглядного сравнения их величины в различных типах уборочных машин, подсчет производится, исходя из предположения, что масса кривошипа равна нулю. Это предположение будет давать небольшую ошибку, т. к. кривошип, сконструированный по соображениям прочности, будет иметь незначительные размеры и вес. В действительности же кривошипы большинства машин более или менее уравновешены и потому, если учесть их вес, будет несколько неясно выражено истинное положение вещей.

Рассматривая фиг. 2—7, где изображены графически силы инерции и их моменты для неуравновешенных кривошипных механизмов, мы видим, что они достигают размеров, показанных на таблице 2.

Таблица № 2.

Максимальная величина сил инерции и их моментов.

Величина	Машина					
	Тракт, косилка	Конная косилка	Комбайн Холт.	Лобогрейка	Жатка само-сброска	Сноповязалка конная
Горизонтальная сила инерции I_x кгр	187.5	115.2	88.3	46.3	45.7	31.4
Вертикальная сила инерции I_z кгр	37.7	25.7	6.3	11.7	8.3	1.9
Момент Мин. кгр мт	14.1	8.6	1.3	1.8	0.5	0.4

И следовательно, в порядке последовательности, с точки зрения величины возникающих сил инерции, мы должны уборочные машины расположить в ряд: тракторная косилка, конная косилка, комбайн, лобогрейка, жатка самосброска, сноповязалка.

Влияние инерции масс кривошипно-шатунных механизмов на машину идет по следующим направлениям.

1. Все элементы шатунно-кривошипного механизма получают дополнительные напряжения как внутри их, так и в сочленениях.

Например, силы инерции, развивающиеся в ноже, попеременно то сжимают, то растягивают его. Попробуем подсчитать эти напряжения.

$$\text{Очевидно } k_z = \frac{P}{F},$$

но сила P будет равна максимальному значению силы инерции определяемой по формуле (23), которое приближенно будет равно

$$P = m_n \omega^2 r.$$

Если за опасное сечение считать сечение, проходящая через последнюю заклепку, скрепляющую спинку ножа с пяткой, то

$$m_n = \frac{Fl\delta + nq}{g},$$

где — F — сечение спинки ножа в см²

l — длина спинки в см, считая влево от опасного сечения,

δ — удельный вес материала спинки

n — число сегментов, расположенных влево от опасного сечения

q — вес одного сегмента в кг

g — ускорение силы тяжести.

В свою очередь, поперечное сечение спинки подвергающееся нагрузке

$$F = (a - d) \Delta, \quad \dots \dots \dots (34)$$

где — a — ширина спинки в см,
 a — диаметр заклепки в см,
 Δ — толщина спинки в см.

Сечение F , входящее в выражение массы ножа, будем считать

$$F = a \Delta.$$

Подставляя полученные выражения в формулу напряжения, получим:

$$K_z = \frac{\omega^2 r}{g} \cdot \frac{a \Delta l \delta + nq}{(a-d) \Delta} \dots \dots \dots (35)$$

Подсчитанные по этой формуле напряжения разрыва показаны в таблице № 3.

Таблица № 3.

Разрывающие усилия от сил инерции в спинке ножа.

Машина	$\omega^2 r$	g	a	Δ	d	l полная	l опас. сече- ния	δ	n полное	n опас. сече- ния	q	k_z
Тракт. кос. . .	216.6	9.81	2.0	0.6	0.5	225	191	0.0079	28	25	0.066	92
Конная . . .	180	—	2.0	0.6	—	145	122	—	18	16	0.066	70
Комбайн . . .	59.2	—	2.5	0.6	—	644	600	—	60	60	0.065	55
Лобогрейка.	88.7	—	2.0	0.5	—	165	140	—	20	18	0.053	25
Жатка . . .	87.3	—	2.2	0.5	—	167	142	—	20.5	18.50	0.053	23
Сноповяз. . .	51.9	—	2.2	0.5	—	215	182	—	23	23	0.061	19

Напряжения получаются, как видим, не настолько большие, чтобы о них нужно было особенно беспокоиться.

Однако, из формулы (34) видно, что напряжения разрыва в ноже увеличиваются прямо пропорционально квадрату угловой скорости кривошипа, и поэтому, если мы напр. увеличили бы угловую скорость кривошипа комбайна в пять раз, т. е. сделали бы $n=1515$, то напряжения возросли бы в двадцать пять раз, т. е. до 1375 килограмм на кв. сантиметр.

2. Благодаря имеющимся неплотностям в местах соединения элементов механизма друг с другом, получаются удары, еще более разбивающие имеющиеся зазоры и обуславливающие быстрый износ всех шарниров механизма.

3. Так как при движении какой угодно системы, общий центр тяжести стремится остаться на месте, то отклонению элементов шатунно-кривошипного механизма в одном направлении соответствует отклонение остальных частей машины в противоположном направлении. А так как кривошипно-шатунный механизм совершает сложное возвратно-поступательное движение, соединенное с вращательным, то и вся машина точно также совершает колебательное движение как линейное, так и вращательное.

Благодаря тому, что всякая уборочная машина так или иначе двигается по земле, то колебательное движение всей машины в целом через шпоры колес передается в землю и там, производя различные деформации, как упругие, так и пластичные, затухает.

Величина колебаний всей машины целиком, очевидно, будет зависеть от величины самой машины или, точнее говоря, от массы машины и от момента инерции этой массы по отношению, например, к центру тяжести. Поэтому по величине сил инерции нельзя сказать, насколько вредны они в той или иной машине: необходимо всегда принимать во внимание вес машины, форму органов сцепления с почвой, распределения веса по отношению к точкам опоры и т. д.

До сих пор эти вопросы еще не изучены настолько детально, чтобы можно было вопрос о характере колебания машины разобрать теоретически. Во всяком случае пока можно отметить, что колебательное движение машины будет тем больше: 1) чем больше силы инерции шатунно-кривошипных механизмов и их моменты, 2) чем меньше общий вес машины, 3) чем ближе расположены друг к другу точки опоры, 4) чем меньше у машины опорных точек.

Все эти факторы являются причиной того, что наиболее вредными оказываются, практически, влияния инерция масс в косилках, затем—жатках и лобогрейках.

В комбайнах и сноповязалках они очень мало влияют на работу всей машины.

IV. УРАВНОВЕШИВАНИЕ.

Задача уравнивания инерционных сил и моментов, очевидно, должна заключаться в том, чтобы получающиеся в шатунно-кривошипном механизме силы инерции и моменты уничтожить или в худшем случае уменьшить их настолько, чтобы практически их действие было не особенно вредно. Посмотрим, насколько это возможно в условиях уборочных машин существующих типов.

А. Полное уравнивание.

Полное уравнивание всех сил инерции и их моментов было бы возможно только при одновременном наличии следующих условий, непосредственно вытекающих из уравнений 27, 28, 29:

$$m_{ш} \frac{s}{l} + m_n = 0 \quad \dots \dots \dots (36)$$

$$m_{кр} \frac{\varepsilon}{r} + \frac{l-s}{l} m_{ш} = 0 \quad \dots \dots \dots (37)$$

$$ls - \rho_a^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (38)$$

Из (36) имеем

$$m_{ш} = - \frac{l}{s} m_n \quad \dots \dots \dots (39)$$

Но масса ножа m_n и длина шатуна l по существу положительны, $m_{ш}$ —тоже. Следовательно для того, чтобы правая часть была положительна, необходимо, чтобы s было отрицательно; иначе го-

вора, центр тяжести шатуна должен находиться не между точками A и B , а за точкой A (см фиг. № 8).

Точно также из (37)

$$m_{кр} = -\frac{r}{\varepsilon} \cdot \frac{l-s}{l} m_{ш}$$

Подставляя сюда (39), получим:

$$m_{кр} = \frac{r}{\varepsilon} \left(\frac{l}{s} - 1 \right) m_{ш} \dots \dots \dots (40)$$

Здесь точно также ε должно быть отрицательно, так как отрицательно s , а остальные величины по существу положительны. Таким образом, центр тяжести кривошипа должен быть по отношению к пальцу кривошипа с противоположной стороны оси кривошипного вала (см. фиг. № 8).

Если бы мы сумели осуществить практически условия (39) и (40), то мы этим самым уничтожили бы полностью силы инерции, но при этом, благодаря отрицательному s , никоим образом не может осуществиться (38), иначе говоря, не могут исчезнуть моменты сил инерции.

Наоборот, при положительном s рациональным конструированием шатуна можно было бы осуществить условие (38) и уничтожить моменты; зато этим самым мы сделали бы невозможным уничтожение сил инерции.

Следовательно—при помощи одних противовесов уничтожить одновременно и силы инерции и их моменты—невозможно.

Посмотрим, какие массы должны иметь шатун и кривошип для того, чтобы полностью уравновесить силы инерции.

В качестве примера возьмем тракторную косилку Мак-Кормик Диринг.

Если взять

$$s = -0,100 \text{ м}$$

$$\varepsilon = -r = -0,0375 \text{ м}$$

то

$$m_{ш} = -\frac{0,980}{-0,100} 0,494 = \sim 4,594 \frac{\text{кг.сек}^2}{\text{м}}$$

$$\text{вес } G_{ш} = 45,0 \text{ кг.}$$

$$m_{кр} = \frac{-0,0375}{0,0375} \left(\frac{0,930}{-0,100} - 1 \right) 0,494 = \sim 5,088 \frac{\text{кг.сек}^2}{\text{м}}$$

$$\text{вес } G_{кр} = 50,0 \text{ кг.}$$

Таким образом, для полного уравновешивания сил инерции в тракторной косилке шатун и кривошип получаются настолько громоздкими, что о конструктивном оформлении их и говорить даже не придется.

Тем не менее с теоретической точки зрения нас интересует вопрос о том, какой же величины при таком уравнивании достигает момент инерционных сил.

Для этого нам нужно знать радиус инерции массы шатуна по отношению к пальцу кривошипа. Так как его мы не будем знать до тех пор, пока не сконструируем такой шатун, то для упрощения задачи предположим, что вся масса шатуна сосредоточена в его центре тяжести; тогда очевидно

$$\rho_a = |s| = 0,100 \text{ м.}$$

На фигуре № 9 показано графически изменение момента сил инерции за один оборот кривошипа.

Выходит, что уравнивая силы инерции, мы получим момент настолько большой, что трудно сказать, что лучше: большие силы инерции и маленький момент или, наоборот, отсутствие сил инерции и очень большой момент.

Итак, полное уравнивание сил инерции при помощи противовесов неосуществимо как по конструктивным затруднениям, так и потому, что оно влечет за собой увеличение моментов до такой величины, которая почти равноценна с уничтоженными силами.

Б. Уравнивание вращающихся масс.

В виду того, что невозможно полное уравнивание кривошипно-шатунного механизма из-за большего увеличения моментов, можно поставить задачу гораздо уже и уравновесить только силы инерции вращающихся масс. Сюда, очевидно, придется отнести кривошип и соответствующую часть шатуна. Очевидно, в этом случае необходимо обеспечить условие, вытекающее из формулы (28):

$$m_{кр} \frac{\varepsilon}{r} + \frac{l-s}{l} m_u = 0 \dots \dots \dots (41)$$

откуда

$$m_{кр} \frac{\varepsilon}{r} = - \frac{l-s}{l} m_u \dots \dots \dots (42)$$

или

$$m_{кр} = - \frac{r}{\varepsilon} \cdot \frac{l-s}{l} \cdot m_u \dots \dots \dots (42a)$$

Т. е. центр тяжести кривошипа должен быть на продолжении радиуса кривошипа в сторону, противоположную пальцу.

При этом неуравновешенными останутся

$$I_x = -\omega^2 r \left[m_u \frac{s}{l} + m_n \right] \left[\cos \varphi + \lambda k \sin \varphi - \lambda \cos 2\varphi \right]$$

$$M_{ин} = m_u \omega^2 r \frac{ls - \rho_a^2}{l} \left[\lambda k \cos 2\varphi - \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda k^2}{2} - \lambda + \frac{3}{2} \lambda \sin^2 \varphi \right) \sin \varphi \right] \dots \dots \dots (43)$$

Например, для косилки М. К. Д. 7', если бы оставить тот же эксцентриситет, для уравнивания вращающихся масс необходима масса кривошипа

$$m_{кр} = \frac{0,318}{-0,009} \cdot \frac{0,930 - 0,420}{0,930} \cdot 0,494 = 0,72 \frac{\text{кг. сек}^2}{\text{м}}$$

или

$$G_{кр} = 7,03 \text{ кг.}$$

Оставшиеся при этом неуравновешенными силы инерции и момент изображены на фиг. № 10, из которой видно, что вертикальные силы исчезли, а горизонтальные и момент—уменьшились.

В. Уравнивание в существующих машинах.

В существующих машинах обычно уравнивают силы инерции шатунно-кривошипного механизма только при помощи одного противовеса на кривошипе.

Поэтому и говорить приходится только о том, насколько уравновешены силы инерции вращающихся масс. Ответом на этот вопрос служит таблица № 4.

Таблица № 4.

Машины	Тракт. косил. М. К. Л.	Конная косил. Г. Л. З.	Комб. Холт. Зб.	Лобогр. Красн. „Аксай“	Жатка самосбр. „Коммунар“	Снопвяз. конная Г. Л. З.
$m_m \frac{l-s}{l}$	-0.174	-0.143	-0.122	-0.073	-0.046	-0.032
$m_{кр} \frac{e}{r}$	-0.232	-0.077	+0.056	-0.036	-0.014	+0.032
Есть ли уравнивание	Да	Да	Нет	Да	Да	Нет
Насколько % уравновешены вращающиеся массы	133%	51%	—	49%	30%	—

Из этой таблицы мы видим, что только одна тракторная косилка МКД 7' имеет противовес более, чем нужно для уравнивания одних вращающихся масс приблизительно на 1/3. Благодаря этому, как показывает фиг. № 11, появляются снова вертикальные силы инерции только с противоположными знаками.

Горизонтальные силы инерции на соответствующую величину уменьшаются.

Таким образом необходимо признать, что если мы вообще хотим уменьшить силы инерции при помощи противовеса на кривошипе, то его нужно конструировать так, чтобы удовлетворялось уравнение (42). С этой точки зрения противовесы конной косилки, лобогрейки и жатки являются недостаточными.

Дальнейшее увеличение противовеса не может уничтожить сил инерции, а только переводит горизонтальные силы в вертикальные и увеличивает момент и поэтому может считаться полезным только тогда, когда, учитывая конструкцию данной машины, можно быть уверенным в том, что вертикальные менее опасны для нее, чем горизонтальные, или в крайнем случае равноценны.

Использованная литература.

1. В. П. Горячкин. Силы инерции и их уравнивание.
2. Б. А. Криль. Некоторые данные испытания косилок на М. И. С. Т. С. Х. А. в 1926—1927, Вестник металлопромышленности за 1929 г.
3. Е. Д. Львов. Тракторы их конструкция и расчет.
4. Г. Лоренц. Техническая механика неизменяемой системы.
5. М. Н. Летошнев. Режущий аппарат жатвенных машин. Конспект лекций.
6. Ю. А. Вейс. Курс с.-х. машиноведения.

SUMMARY.

To the Question of Counterbalancing the Connecting Rod-Crank Mechanism of Harvesting Machines.

By Ing. G. D. Terskov.

1. Denoting by:

m_{kp} —the mass of the crank,

m_w —the mass of the connecting rod,

m_n —the mass of the sickle knife,

ω — the angular speed of the crankshaft,

r — the radius of the crank,

e — the distance from the centre of gravity of the crank to the rotation axis,

l — the length of the connecting rod,

s — the distance from the center of gravity of the connecting rod to the crank pin,

a — the displacement of the crankshaft axle from the line of movement of the sickle knife,

ρ_a — the radius of inertia of the connecting rod with regard to the crank pin.

$$\lambda = \frac{r}{l}, \quad k = \frac{a}{r},$$

φ — the angle of the turn of the crank measured from the right horizontal position (the machine seen in front),

we find that the value of the forces of inertia of the whole connecting rod-crank mechanism are determined by the expressions:

$$J_x = \omega^2 r \left[\left(m_{kp} \frac{e}{r} + m_w \frac{l-s}{l} \right) \cos \varphi + \left(m_n + m_w \frac{s}{l} \right) (\cos \varphi + \lambda k S_n \varphi - \lambda \cos 2 \varphi) \right] \quad (27)$$

$$J_z = \omega^2 r \left(m_{kp} \frac{e}{r} + m_w \frac{l-s}{l} \right) S_n \varphi \quad \dots \dots \dots (28)$$

Besides this, owing to the inequality of the rotatory movement of the connecting rod, the inertia couple will take place:

$$M_{nn} = -\omega^2 r \left\{ \left(m_{kp} \frac{e}{r} + m_w \frac{l-s}{l} \right) a \cos \varphi - m_w \frac{l_s - \rho_a^2}{l} \left[\lambda k^2 \cos 2 \varphi - \left(1 + \frac{\lambda^2 k^2}{2} - \lambda^2 + \frac{3}{2} \lambda^2 S_n^2 \varphi \right) S_n \varphi \right] \right\} \dots \dots (29)$$

But, $\omega^2 r \text{Cos } \varphi$ and $-\omega^2 r \text{Sn } \varphi$ being terms which determine the acceleration of the movement of the crank pin and

$$\omega^2 r (\text{Cos } \varphi + \lambda_k \text{Sn } \varphi - \lambda \text{Cos } 2\varphi)$$

those determining the acceleration of the movement of the sickle knife, it appears from the formulae (27) and (28) that:

a) when determining the forces of inertia, the whole connecting rod—crank mechanism may be substituted by two masses;

b) the first mass is concentrated on the crank pin and rotates equably about the axle of the crankshaft and is determined by the expression

$$\left[m_{kp} \frac{\varepsilon}{l} + m_{uu} \frac{l-s}{l} \right];$$

c) the second mass is concentrated on the head of the knife, has a reciprocating movement and is determined by the expression:

$$\left[m_{uu} \frac{5}{l} + m_n \right].$$

In other words, when determining the forces of inertia of the connecting rod—crank mechanism, the mass of the crank may be considered as distributed on the crank pin and on the head of the knife in inverse proportion to the distances of the center of gravity of the connecting rod from these points.

2. The influence of the forces of inertia of the connecting rod—crank mechanism upon the machine is expressed as follows:

a) All the parts of the connecting rod—crank mechanism get additional strains the value of which increases in direct proportion to the square of the angular speed of the crank.

b) There occur impacts in the joints which increase their wear. The whole machine performs an oscillating movement partly transmitted into earth through the spurs of wheels and damped there. The oscillating movement of the machine will increase the greater are the forces of inertia of the connecting rod—crank mechanism and the less is the total weight of the machine and the number of points of application.

3. A complete counterbalancement of all forces of inertia and of their moments would be possible only by a simultaneous accomplishment of conditions issuing immediately from (27), (28) and (29):

$$m_{uu} \frac{s}{l} + m_n = 0 \dots \dots \dots (36)$$

$$m_{kp} \frac{\varepsilon}{r} + \frac{l-s}{l} m_{uu} = 0 \dots \dots \dots (37)$$

$$l_s - \rho a^2 = 0 \dots \dots \dots (38)$$

But as (36) can be accomplished only with s being a negative value and (38), on the contrary, only with s being a positive value, it is clear that it is not possible to counterbalance the forces of inertia as well as those of their movements simultaneously by means of counterbalances.

The counterbalancing only of the forces of inertia by means of counterweights is quite possible. It is only necessary to have on the crank a counterweight with a mass:

$$m_{kp} = -\frac{r}{\varepsilon} \left(\frac{l}{\delta} - 1 \right) m_H \quad \dots \dots \dots (40)$$

and on the connecting rod a counterweight with a mass:

$$m_{uu} = -\frac{l}{\delta} m_H \quad \dots \dots \dots (39)$$

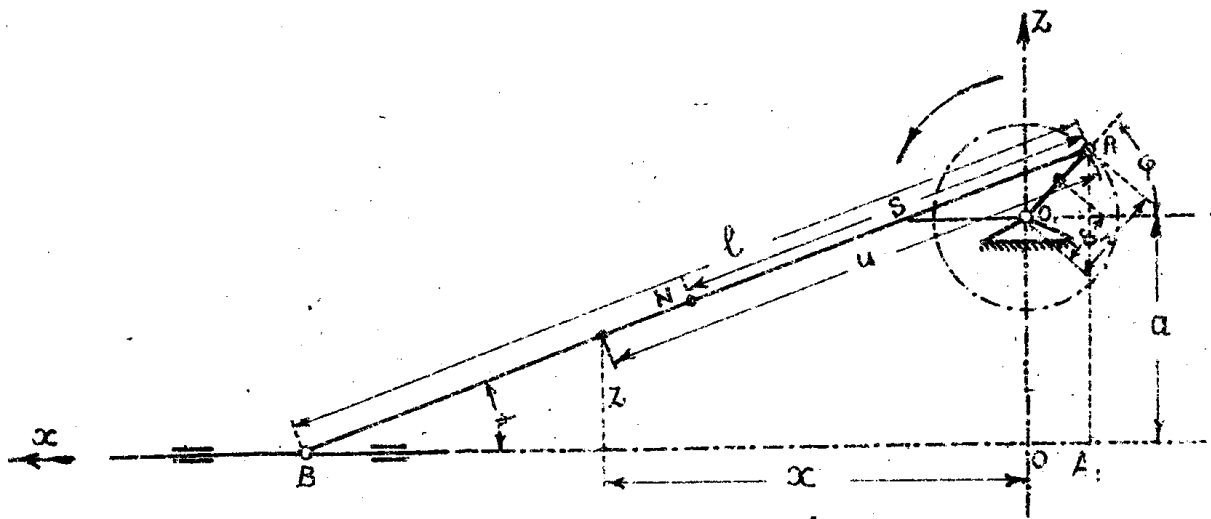
In practice, however, these counterweights happen to be very cumbersome (being 50 kgr. each for the tractor mowing machine) and besides this, there occurs a considerable increase of moments. It proves, thus, that the counterbalancing of all forces of inertia by means of counterweights cannot be put into practice owing to constructional inconveniences and is not effective enough owing to the increase of moments resulting from the forces of inertia.

The counterbalancing of the rotating masses only [in other word of vertical forces of inertia] is quite practicable; in order to attain this it is necessary to set on the crank a counterweight having a mass:

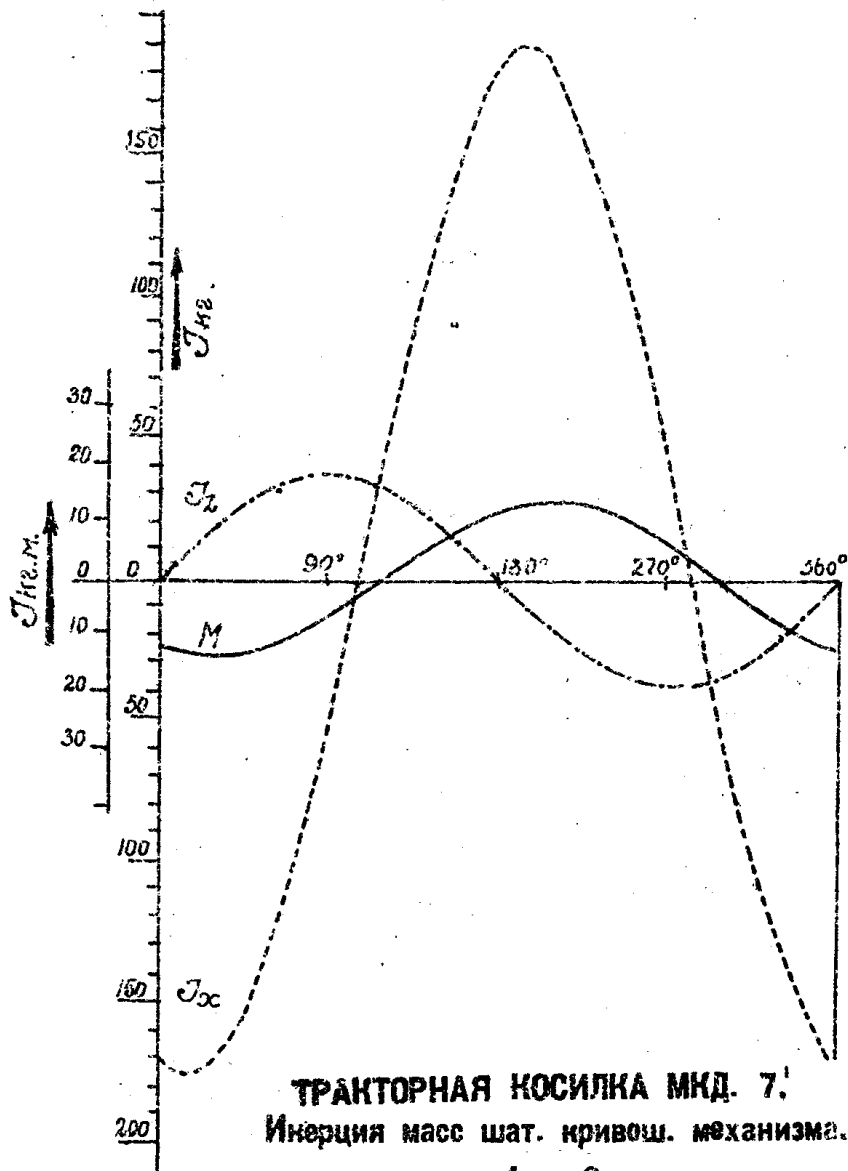
$$m_{kp} = -\frac{r}{\varepsilon} \frac{l-s}{l} m_{uu} \quad \dots \dots \dots (42a)$$

If a counterweight with a mass greater than that given in the formula (42a) is taken, it will cause a decrease of horizontal forces of inertia and a corresponding increase of vertical forces of inertia; therefore, in construction of harvesting machines it is necessary to endeavour to fulfill the condition [42a] and to admit the farther increase of the counterweight only in those cases when it is possible to be quite certain that vertical forces of inertia are less ruinous for a given machine than the horizontal ones.

4. Of the existing harvesting machines the tractor mowing machine is that where the forces of inertia reach their greatest meaning and the horse-binder is the machine where they are of a least importance (This being obvious from the table № 2). Usually, counterweights having a mass lesser than that required for counterbalancing vertical forces of inertia are installed and only in the Mc. Cormick Deering tractor mowing machine (the driving one) a counterweight by 33% greater than that required by the formula (42) is installed.

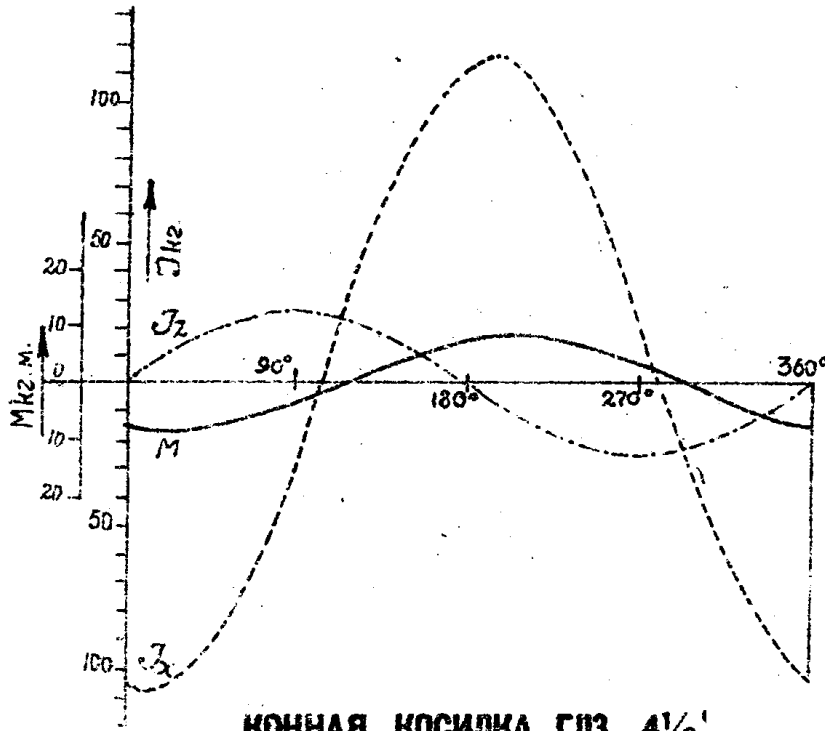


Фиг. 1.



ТРАКТОРНАЯ КОСИЛКА МКД. 7!
Инерция масс шат. кривош. механизма.

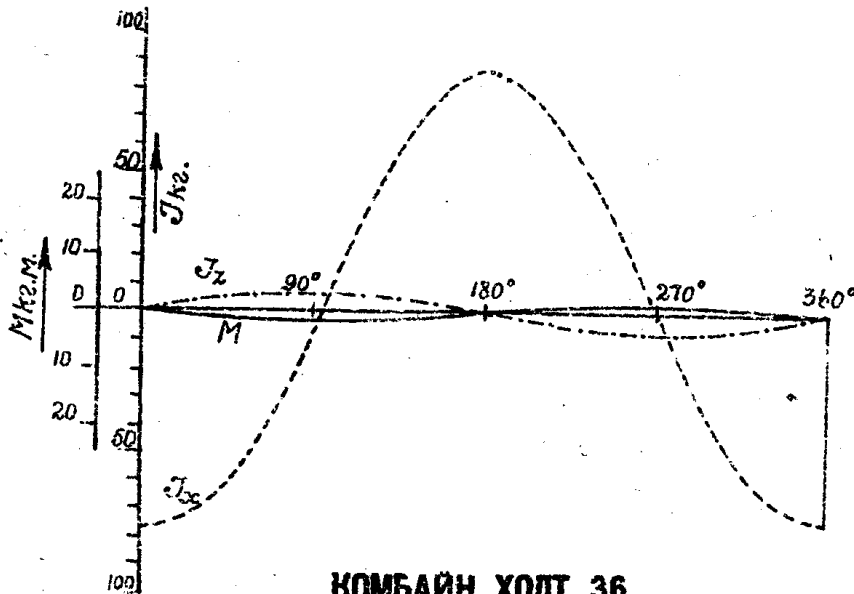
Фиг. 2.



КОННАЯ КОСИЛКА ГЛЗ. 4¹/₂!

Инерция масс шат. кривош. механизма.

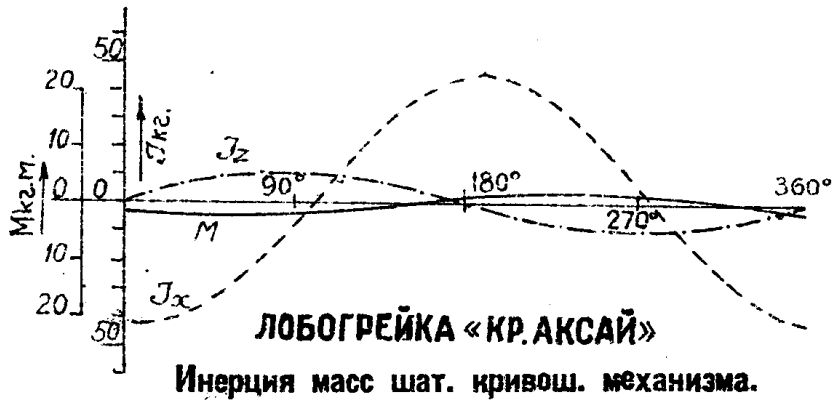
Фиг. 3.



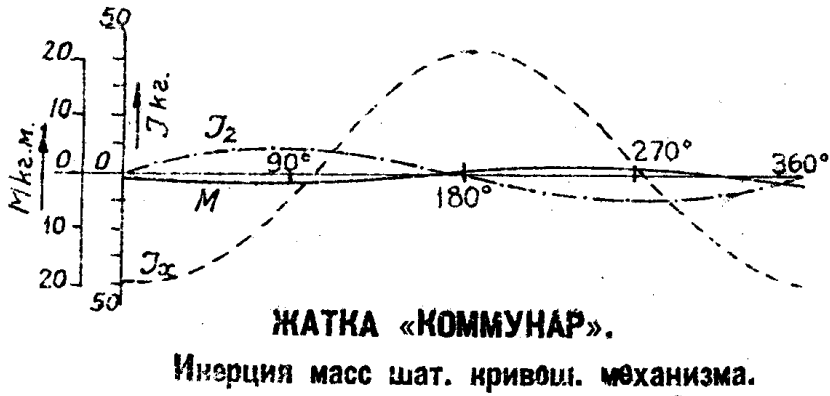
КОМБАЙН ХОЛТ 36.

Инерция масс шат. кривош. механизма.

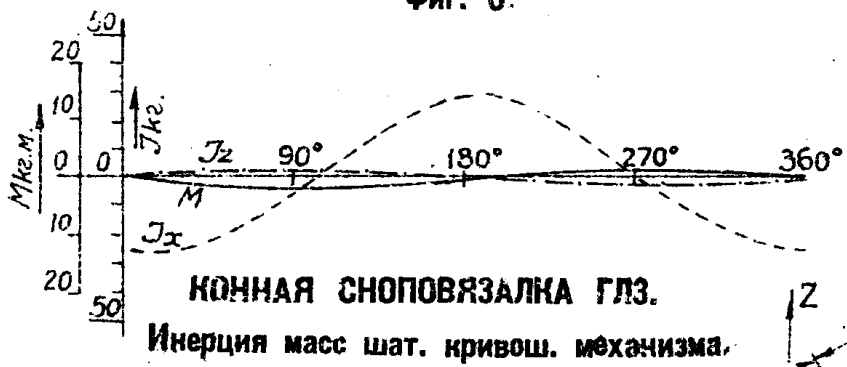
Фиг. 4.



Фиг. 5.



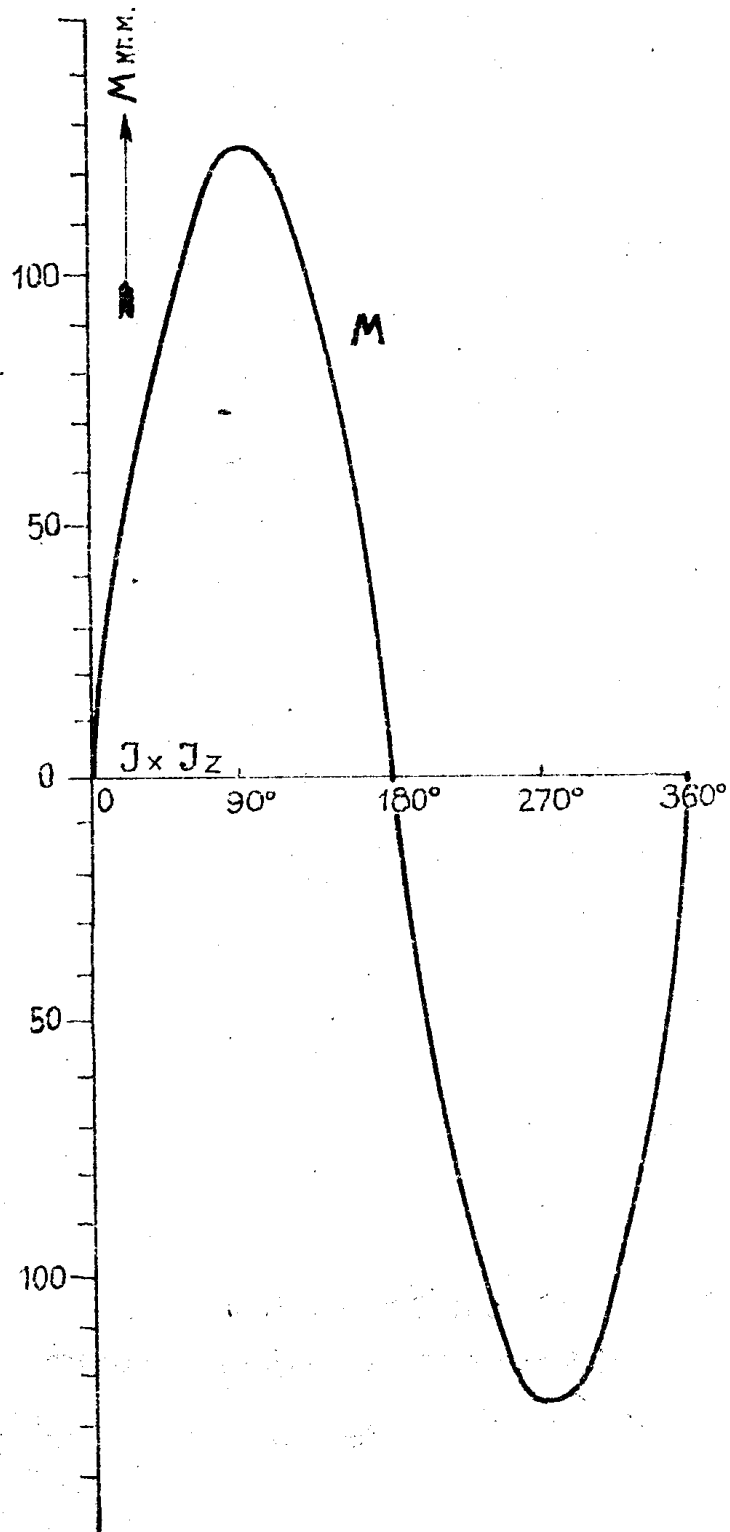
Фиг. 6.



Фиг. 7.



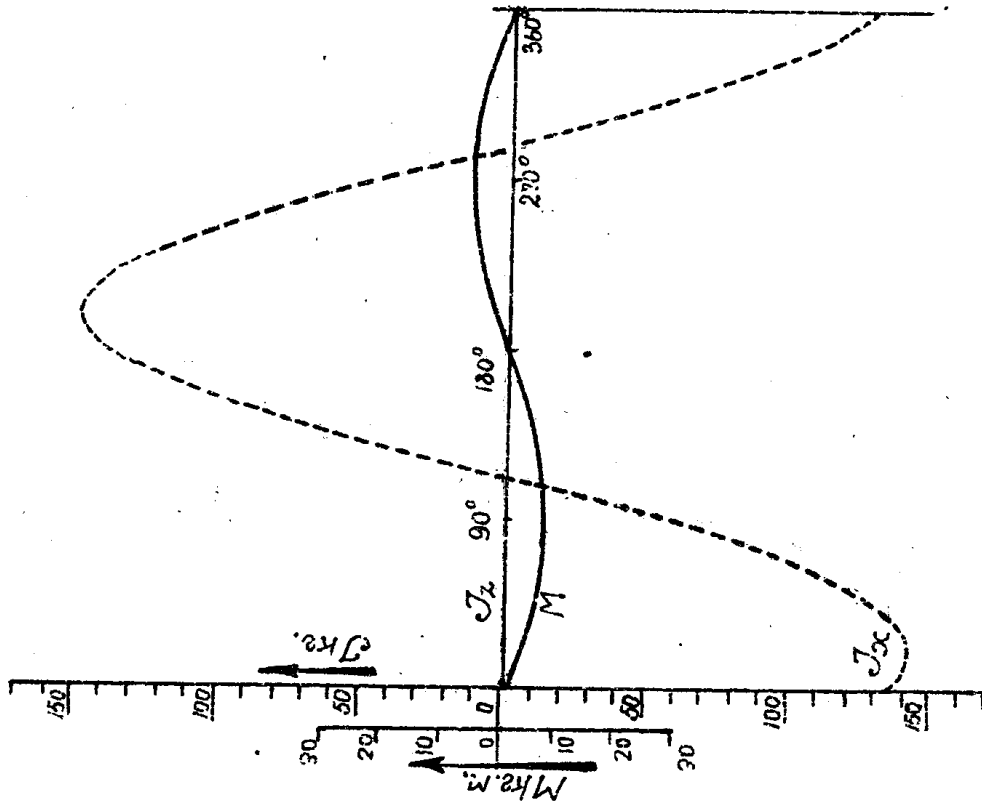
Фиг. 8.



ТРАКТОРНАЯ КОСИЛКА МКД. 7!

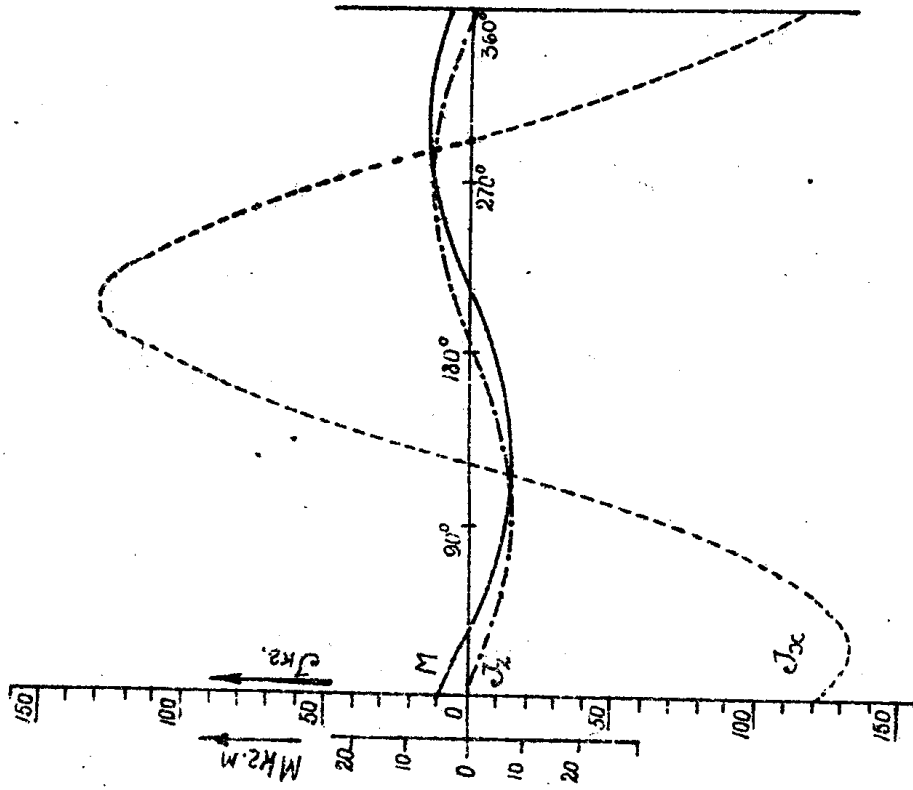
«Полное» уравновешивание.

Фиг. 9.



ТРАКТОРНАЯ КОСИЛКА МКД. 7!
Уравновешивание вращающихся масс.

Фиг. 10.



ТРАКТОРНАЯ КОСИЛКА МКД. 7!
Инерция масс в действительности.

Фиг. 11.