

Графический способ подбора сечений при сложном сопротивлении.

Предлагаемый графический способ подбора сечений при сложном сопротивлении дает возможность быстро, точно, без особого напряжения, при помощи прямой линии и окружности строить графики, по ним подбирать и проверять сечения для балок любых отдельных и составных профилей.

Косой изгиб.

Косой изгиб происходит в том случае, если плоскость изгибающего момента не совпадает ни с одной из главных осей сечения.

Как следствие косоугольного изгиба получается следующее: а) нейтральная линия располагается под острым углом к плоскости момента; б) ввиду же того, что плоскость стрел прогиба всегда перпендикулярна нейтральной линии, то она не будет совпадать с плоскостью изгибающего момента; в) плоскость стрел прогиба располагается между плоскостью момента и плоскостью легчайшего изгиба.

Определение напряжений при косоугольном изгибе ведется по формуле:

$$\sigma_A = \frac{M_y y}{J_{x_0}} + \frac{M_x x}{J_{y_0}}, \quad (1)$$

где: σ_A —напряжение в точке А;

$$M_y = M \cos \alpha; \quad M_x = M \sin \alpha;$$

x и y —координаты точки А относительно главных осей инерции, J_{x_0} и J_{y_0} —главные моменты инерции.

Подбор сечений при косоугольном изгибе ведется по формуле:

$$W_x = \frac{M_y + CM_x}{R}, \quad (2)$$

где: W_x —момент сопротивления сечения относительно главной центральной оси X_0 ;

M_x и M_y —составляющие моменты по главным осям X_0 и Y_0 от изгибающего момента в плоскости действующих сил;

R —допускаемое напряжение при изгибе;

$C = \frac{W_x}{W_y}$ —коэффициент, принимаемый для предварительного подбора сечения и не являющийся постоянным для всех профилей, берется как среднее значение отдельного профиля.

Так:

1. Для двутаврового профиля $C = 8,7$

2. Для швеллерного железа $C = 6,5$

3. Для деревянных брусьев $C = 1,3—1,4$.

Определив по формуле (2) W_x , выбирают из таблицы профиля подходящий номер. Выбранный номер проверяют по формуле:

$$\sigma = \frac{M_y}{W_x} + \frac{M_x}{W_y} \leq R$$

При несоблюдении этого условия берут больший или меньший номер и опять проверяют.

Для других профилей, как зетового, уголкового и составных, подбор сечений ведется путем проб даже без предварительного коэффициента C .

Следовательно, подбор сечений при косом изгибе неопределенный.

Устранить эту неопределенность мы решили прибегнув к графическому способу, как наиболее наглядному и быстрому способу решения тех или иных задач.

Основную формулу для определения напряжений (1) можно преобразовать так:

$$\sigma_A = \frac{M_y y}{J_{x_0}} + \frac{M_x x}{J_{y_0}} = M \left[\frac{y \cos. \alpha}{J_{x_0}} + \frac{x \sin. \alpha}{J_{y_0}} \right]$$

$$\frac{y}{J_{x_0}} \cos. \alpha + \frac{x}{J_{y_0}} \sin. \alpha - \frac{\sigma_A}{M} = 0 \quad (3)$$

Полученное уравнение (3) не что иное, как нормальный вид уравнения прямой в прямоугольных координатных осях $\frac{y}{J_{x_0}}$ и $\frac{x}{J_{y_0}}$.

При постоянных значениях $\frac{y}{J_{x_0}}$ и $\frac{x}{J_{y_0}}$, но переменных $\frac{\sigma_A}{M}$ и α , мы получаем пучок прямых (1—1, 2—2, 3—3, A—A₁, A—A₂ и т. д.), проходящих через точку A $\left[\frac{y}{J_{x_0}}, \frac{x}{J_{y_0}} \right]$ (см. черт. 1).

При угле $\alpha = 0$, т. е. когда действующий момент проходит по оси Y_0 , уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{y}{J_{x_0}} - \frac{\sigma_A}{M} = 0 \quad (\text{уравнение линии } A - A_1)$$

или

$$\sigma_A = \frac{M_y}{J_{x_0}}$$

—формула для определения нормальных напряжений при плоском изгибе в плоскости YOZ .

При $\alpha = 90^\circ$, т. е. когда действующий момент проходит по оси X_0 , уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{x}{J_{y_0}} - \frac{\sigma_A}{M} = 0 \quad (\text{уравнение линии } A - A_2)$$

или

$$\sigma_A = \frac{M_x}{J_{y_0}}$$

—формула для определения нормальных напряжений при плоском изгибе в плоскости XOZ .

Угол α в графике отсчитывается против движения часовой стрелки от положительного направления оси $\frac{y}{J_{x_0}}$, а в профиле по движению часовой стрелки от отрицательного направления оси Y_0 .

Отрезок OK_i , где индекс $i = 1, 2, 3$ и т. д., умноженный на масштаб чертежа, равен отношению $\frac{\sigma_A}{M}$. Предположим, что OK_i равно некоторой

величине „ a “, т. е. $\frac{\sigma_A}{M} = a$, тогда, при известном изгибающем моменте M , мы можем определить напряжение: $\sigma_A = aM$, а при известном напряжении σ_A — определить M , который вызовет это напряжение в точке A , т. е.

$$M = \frac{\sigma_A}{a}.$$

При подборе сечений нами выбираются опасные точки, для которых ставится условие, чтобы нормальное напряжение не превосходило допустимого, т. е. $\sigma \leq R$. Нанесем в координатном поле с осями $\frac{y}{J_{x_0}}$ и $\frac{x}{J_{y_0}}$ опасные точки отдельных номеров какого-либо профиля с своими координатами $\frac{y}{J_{x_0}}$, $\frac{x}{J_{y_0}}$ или $\frac{1}{W_x}$, $\frac{1}{W_y}$. При определенных значениях $\frac{R}{M}$ и α прямая: $\frac{y}{J_{x_0}} \cos. \alpha + \frac{x}{J_{y_0}} \sin. \alpha - \frac{R}{M} = 0$ займет в поле определенное положение. Тогда одна из нанесенных точек может оказаться лежащей на этой прямой или будет находиться ближе от нее, чем остальные. Зафиксированной этой точкой номер профиля нужно считать самым подходящим для удовлетворения значениям R , M и α .

Все прямоугольные треугольники OK_iA имеют одну и ту же гипотенузу OA , а это значит, что геометрическое место точек K_i — окружность, построенная на диаметре OA . Построив окружность на диаметре OA и проведя прямые через начало координат под различными углами α , мы получаем отрезки прямых между началом координат и местом пересечения этих прямых с окружностью, которые нам дают значения $\frac{R}{M}$.

Обратимся непосредственно к построению графиков характерных отдельных профилей.

Построение графика для деревянных брусев.

На чертеже 2(a) представлен деревянный брус с размерами $b = 16$ см, $h = 22$ см. A , B , C и D — опасные точки при изгибе. X_0 и Y_0 — главные центральные оси инерции. M — тах. изгибающий момент от действующих сил, M_x и M_y — составляющие моменты от M по осям X_0 и Y_0 . α — угол, отсчитываемый от отрицательного направления оси Y_0 до плоскости действующего изгибающего момента M .

На черт. 2(b) в координатном поле с осями $\frac{y}{J_{x_0}}$ и $\frac{x}{J_{y_0}}$ нанесены опасные точки профиля $A(0,000774; 0,001064)$, $B(-0,000774; 0,001064)$, $C(-0,000774; -0,001064)$ и $D(0,000774; -0,001064)$ и построены окружности на диаметрах OA , OB , OC и OD . Величины $0-1$, $0-2$, OK_i , умноженные на масштаб чертежа, как мы уже видели, равняются $\frac{R}{M}$, т. е.

$$OK_i = a = \frac{R}{M},$$

откуда $M = \frac{R}{a}$. При известных допустимых напряжениях R и угле α изгибающий момент M зависит от отрезка $OK_i = a$. Чем больше отрезок OK_i , тем меньше M , доводящий напряжение в рассматриваемой точке до

R , и наоборот. В виду симметрии профиля, точки A , C и B , D при всех значениях угла α доводятся до R попарно от одинаковых M . Тогда мы можем рассматривать не все точки, а лишь по одной из них, предположим, A и B , и изменять угол α не от 0° до 360° , а от 0° до 180° . При $0 < \alpha < 90^\circ$ требующийся момент M для доведения напряжения до R в точке A будет меньше, чем для точки B , следовательно, часть окружности для точки B 6', 0, 3' и 4' мы не рассматриваем. При $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ требующийся момент для доведения напряжения до R в точке A будет больше, чем для точки B , тогда часть окружности для точки A , т. е. 4, 5, 0, 1 мы не рассматриваем. Но при изменении угла α от 90° до 180° момент M изменяется по величине так же, как для точки A при изменении угла α от 90° до 0° . Следовательно, мы можем рассматривать изменение угла α не от 0° до 360° , а от 0° до 90° , т. е. рассматривать лишь часть окружности точки A , лежащей в первом квадранте.

Итак, для построения графика подбора деревянных брусьев прямоугольного сечения, нам необходимо построить для каждого номера бруса части окружностей, расположенных в первом квадранте. Провести через начало координат прямые линии для отсчета углов α и описать из начала координат ряд окружностей радиусами OK_i для отсчета $\frac{R}{M}$. Этот график

предоставлен на чертежах 3 и 4.

Совершенно аналогичным путем построены графики (черт. 5, 6, 7) для двутаврового профиля и швеллерного железа. Только ввиду неясности графика в нижней зоне это место можно вычертить в крупном масштабе для удобства пользования им, что нами и сделано для двутаврового профиля.

Построение графика для зетового профиля ОСТ 29.

При построении графика для зетового профиля принятым способом, мы встречаемся с затруднением отсчета угла α , т. к. главные оси для отдельных номеров неодинаково отклонены от вертикальной стенки профиля. Для устранения этого неудобства, построение графика ведем следующим образом.

В координатном поле $\frac{y}{J_{x_0}}$ и $\frac{x}{J_{y_0}}$ наносим опасные точки A и B и соединяем эти точки с началом координат — O . Учитывая, что $\alpha = \varphi + \beta$, значение которых ясно из приведенного профиля на графике (см. черт. 8), и возможность поворота осей, линии OA и OB мы поворачиваем вправо на угол φ . На них, как на диаметрах, вычерчиваем окружности. Дальнейшее же построение графика ведем принятым способом. Следовательно, при таком построении графика, мы ведем отсчет не углов α , а β , определение которых чрезвычайно просто в каждом конкретном случае.

Пример 1. На прогон двутаврового профиля, служащий для поддержания кровли и укладываемый в узлах верхнего пояса фермы параллельно коньку крыши, длиной $l = 2$ м, действует вертикальная равномерно распределенная нагрузка $q = 0,4$ т/м. Угол наклона ската крыши к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Допускаемое напряжение $R = 1200$ кг/см².

Решение. Наибольший изгибающий момент:

$$M_{\max} = \frac{q l^2}{8} = \frac{40 \cdot 200^2}{8} = 20000 \text{ кг. см.}$$

Отношение:

$$\frac{R}{M} = \frac{1200}{20000} = 0,06.$$

По найденному значению $\frac{R}{M}$ и углу $\alpha = 30^\circ$ из графика находим, что наиболее подходящим номером из двутаврового профиля является № 14.

Проверка напряжения: $\sigma = OK_i \cdot M = 0,057 \cdot 20000 = 1140 \text{ кг/см}^2$.

Пример 2. По условию 1-го примера подобрать № зетового профиля.
Решение.

$$M_{\max} = 20000 \text{ кг. см.}; \quad \frac{R}{M} = \frac{1200}{20000} = 0,06$$

$\beta = 150^\circ$; подходящие номера зетового профиля: № 6 или № 8 (см. черт. 8).

Проверка:

$$\sigma_{A_6} = 0,073 \cdot 20000 = 1460 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_{A_8} = 0,0423 \cdot 20000 = 846 \text{ кг/см}^2.$$

Принимаем зетовый профиль № 8.

Ниже приводим ход построения и пользования графиками.

Построение графиков.

1. В координатном поле наносим необходимые опасные точки сечения с своими координатами $\frac{y}{J_{x_0}}$ и $\frac{x}{J_{y_0}}$ и соединяем их с началом координат.
2. На полученных прямых, как на диаметрах, учитывая связь и период изменяемости напряжений опасных точек сечения, вычерчиваем части окружностей.
3. В случае различного положения главных осей инерции X_0 и Y_0 относительно горизонтальных и вертикальных осей отдельных номеров профиля (зетовое железо), полученную прямую в пункте (1) поворачиваем относительно начала координат по часовой или против часовой стрелки на угол φ —угол поворота главных осей.
4. Для отсчета углов α и β проводим под различными углами прямые через начало координат.
5. Для определения величины $OK_i = \frac{R}{M}$ из начала координат описываем концентрические окружности.

Пользование графиками.

1. Определяем максимальный изгибающий момент M_{\max} .
2. Подсчитываем отношение $\frac{R}{M_{\max}}$.
3. По α —углу между Y_0 и плоскостью действующего максим. изгибающего момента M_{\max} или β —углу между вертикальной осью и плоскостью действующего момента и найденному отношению $\frac{R}{M}$ находится подходящий номер профиля.
4. Проверяем напряжение: $\sigma_{\max} = OK_i \cdot M_{\max} \leq R$.

Сила P приложена в любой точке торца балки и в произвольном направлении (см. черт. № 10).

Проектируя силу P на нормаль и плоскость торца балки, получим:

$$P_1 = P \sin \varphi; \quad P_2 = P \cos \varphi.$$

Здесь φ —угол между силой и плоскостью торца балки. Эксцентричная сила P_1 вызовет изгиб. момент, который будет постоянным по всей длине балки, $M_1 = P_1 d_1 = P d_1 \sin \varphi$ и растяжение от центральной силы, равной P_1 .

Сила P_2 вызовет изгиб. момент M_2 , который в месте закрепления балки будет равен: $M_2 = P_2 l = P l \cos \varphi$ и крутящий момент $M_t = P_2 d_2 = P d_2 \sin(\beta_1 - \beta_2) \cos \varphi = P d_1 \sin \beta \cos \varphi$.

Два изгибающих момента M_1 и M_2 складываем геометрически следующим образом:

1) Откладываем расстояние d_1 в масштабе длин m_l на линии под углом φ от горизонтали (см. черт. № 10). Пусть это будет отрезок OA . Проектируя его на вертикальную ось, получим отрезок $OB = d_1 \sin \varphi$. Умножая OB на масштаб длин m_l и величину силы P , получим изгибающий момент M_1 .

$$M_1 = OB \cdot m_l P = d_1 \sin \varphi m_l P = P d_1 \sin \varphi.$$

Чтобы получить положение момента M_1 , повернем отрезок OB на угол β_1 . После этого получаем отрезок OC , характеризующий величину и положение момента M_1 .

2) Откладываем длину балки l в масштабе длин m_l на линии под углом φ от вертикальной оси. Пусть это будет отрезок OD . Проектируя его на вертикальную ось, получим отрезок $OE = l \cos \varphi$. Умножая OE на масштаб длин m_l и величину силы P , получим изгибающий момент M_2 :

$$M_2 = OE \cdot m_l P = l \cos \varphi m_l P = P l \cos \varphi$$

Чтобы получить положение момента M_2 , повернем отрезок OE на угол β_2 . После этого получаем отрезок OF , характеризующий величину и положение момента M_2 .

3) Отрезок CF , что ясно из чертежа, характеризует величину и направление суммарного момента $M = CF \cdot m_l P$. Плоскость действия M проходит через центр тяжести сечения балки и делает с вертикальной осью угол α .

Для определения P_1 и P_2 поступаем так: откладываем величину P в масштабе сил m_p на линии под углом φ от горизонтали. Пусть это будет отрезок OT . Проектируя его на горизонтальную и вертикальную ось, получим два отрезка OR и OQ .

Умножая их на масштаб сил m_p , получим:

$$OR \cdot m_p = OT \cdot m_p \cdot \cos \varphi = P \cdot m_p \cdot \cos \varphi = P_2 m_p = P_2$$

$$OQ \cdot m_p = OT \cdot m_p \cdot \sin \varphi = P \cdot m_p \cdot \sin \varphi = P_1 m_p = P_1$$

т. е. $P_2 = OR \cdot m_p$; $P_1 = OQ \cdot m_p$.

Для определения крутящего момента $M_t = P_2 \cdot d_2$ нам не хватает величины d_2 , которая, как не трудно заметить, равна: $d_2 = KN \cdot m_l$.

Следовательно:

$$M_t = OR \cdot KN \cdot m_p \cdot m_l.$$

Итак, приложенную силу P мы привели к центральной силе P_1 , изгибающему моменту M и крутящему моменту M_t , которые можем определить при помощи графика, изображенного на черт. № 10.

Нормальное напряжение в опасной точке балки, при подборе сечений, должно быть допускаемым.

$$R = M \left(\frac{y}{J_{x_0}} \cos \alpha + \frac{x}{J_{y_0}} \sin \alpha \right) + \frac{P_1}{F}.$$

Разделив это уравнение на M и перенося член $\frac{R}{M}$ в правую часть, а $\frac{P_1}{FM} = \frac{1}{Fe}$ (здесь $M = P_1 e$) в левую, получим следующее уравнение:

$$-\frac{1}{Fe} = \frac{y}{J_{x_0}} \cos \alpha + \frac{x}{J_{y_0}} \sin \alpha - \frac{R}{M}.$$

В нашей координатной системе $\left(\frac{y}{J_{x_0}}, \frac{x}{J_{y_0}} \right)$ величина $-\frac{1}{Fe}$ есть расстояние от точки $A \left(\frac{y_A}{J_{x_0}}, \frac{x_A}{J_{y_0}} \right)$, находящейся в стороне начала координат, на что указывает знак минус, до прямой с перпендикуляром $\frac{R}{M}$, проведенным из начала координат под углом α от оси $\frac{y}{J_{x_0}}$.

При известных величинах M , e , α и R подбор сечений производим следующим образом:

1. Определяем конец величины $\frac{R}{M}$ на линии под углом α от оси $\frac{y}{J_{x_0}}$.
2. Чтобы найти точку $A \left(\frac{y_A}{J_{x_0}}, \frac{x_A}{J_{y_0}} \right)$ нам нужно знать величину $\frac{1}{Fe}$, которая неопределенна, так как она зависит от неизвестной еще точки $A \left(\frac{y_A}{J_{x_0}}, \frac{x_A}{J_{y_0}} \right)$. Для разрешения этой неопределенности подбираем величину $\frac{1}{Fe}$ так, чтобы она была равна расстоянию между концом отрезка $\frac{R}{M}$ и точкой пересечения окружности, характеризующей взятый номер профиля, с отрезком $\frac{R}{M}$. Для удобства подбора величины $\frac{1}{Fe}$ пользуемся графиком. Нами вычерчен, как пример, график двутаврового профиля (№№ 24, 26... 45) см. черт. № 9. По этому графику намечаем на краю бумажной полоски ряд отрезков с обозначением номеров профиля.

3. Эту полоску накладываем на отрезок $\frac{R}{M}$ так, чтобы начало намеченных на ней отрезков $\frac{1}{Fe}$ совпадало с концом $\frac{R}{M}$, а величины $\frac{1}{Fe}$ были направлены в сторону начала координат.

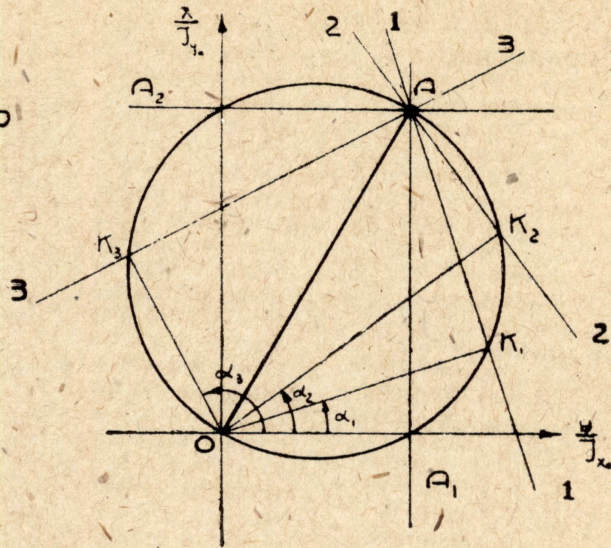
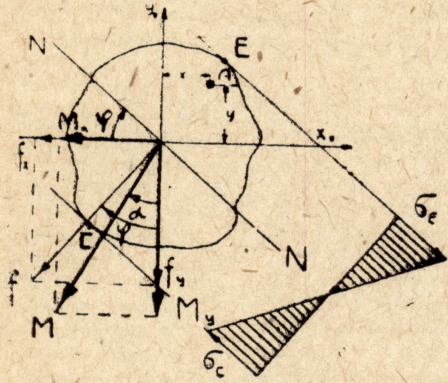
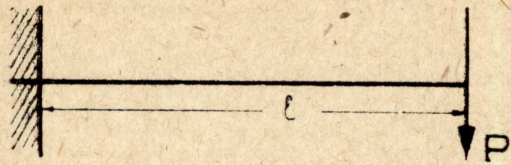
4. Совпадение одной из окружностей, характеризующих номера профилей с соответственной точкой, нанесенной на бумажной полоске, укажет нам подходящий номер профиля.

Проверку ведем по формуле $\sigma = \frac{a}{b} R$ где:

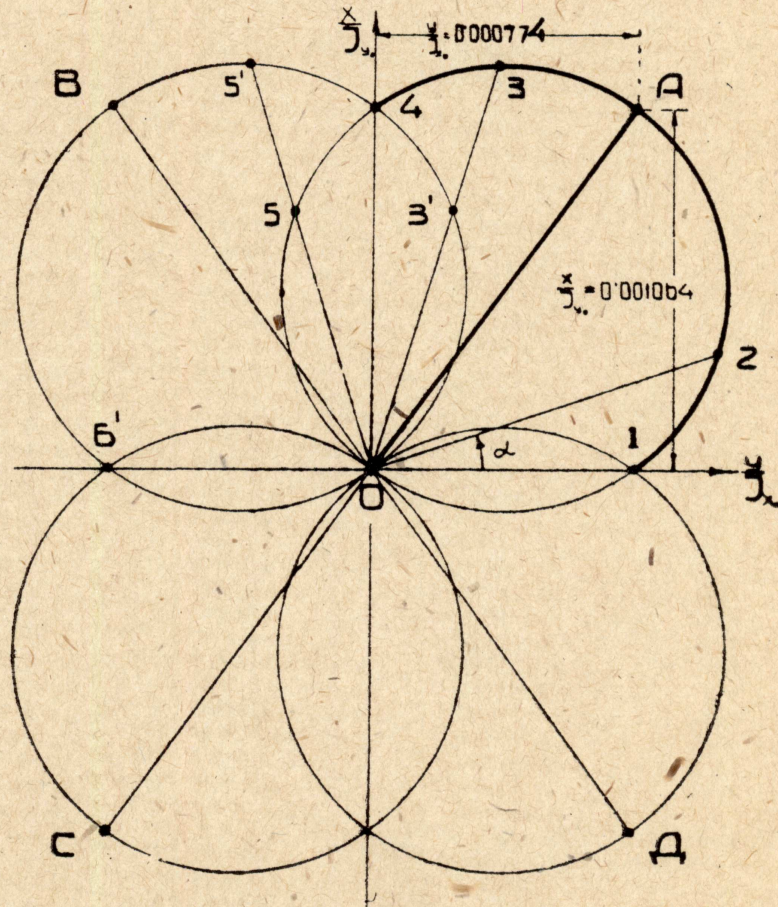
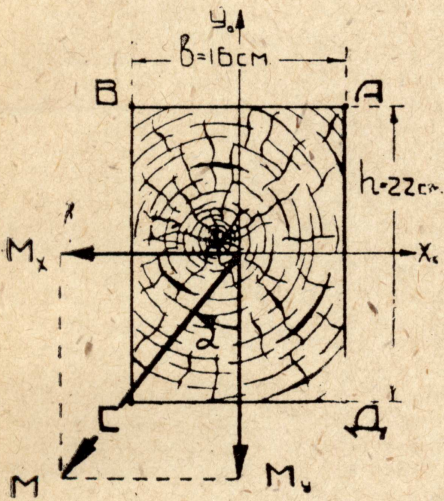
a — величина расстояния от начала координат до точки пересечения окружности с отрезком $\frac{R}{M}$,

b — величина расстояния от начала координат до конца $\frac{1}{Fe}$.

Подобрав номер профиля по нормальному напряжению, определяем, если это необходимо, опасную точку в отношении касательных напряжений и проверяем ее по условию $\tau_{\max} \leq R\tau$.

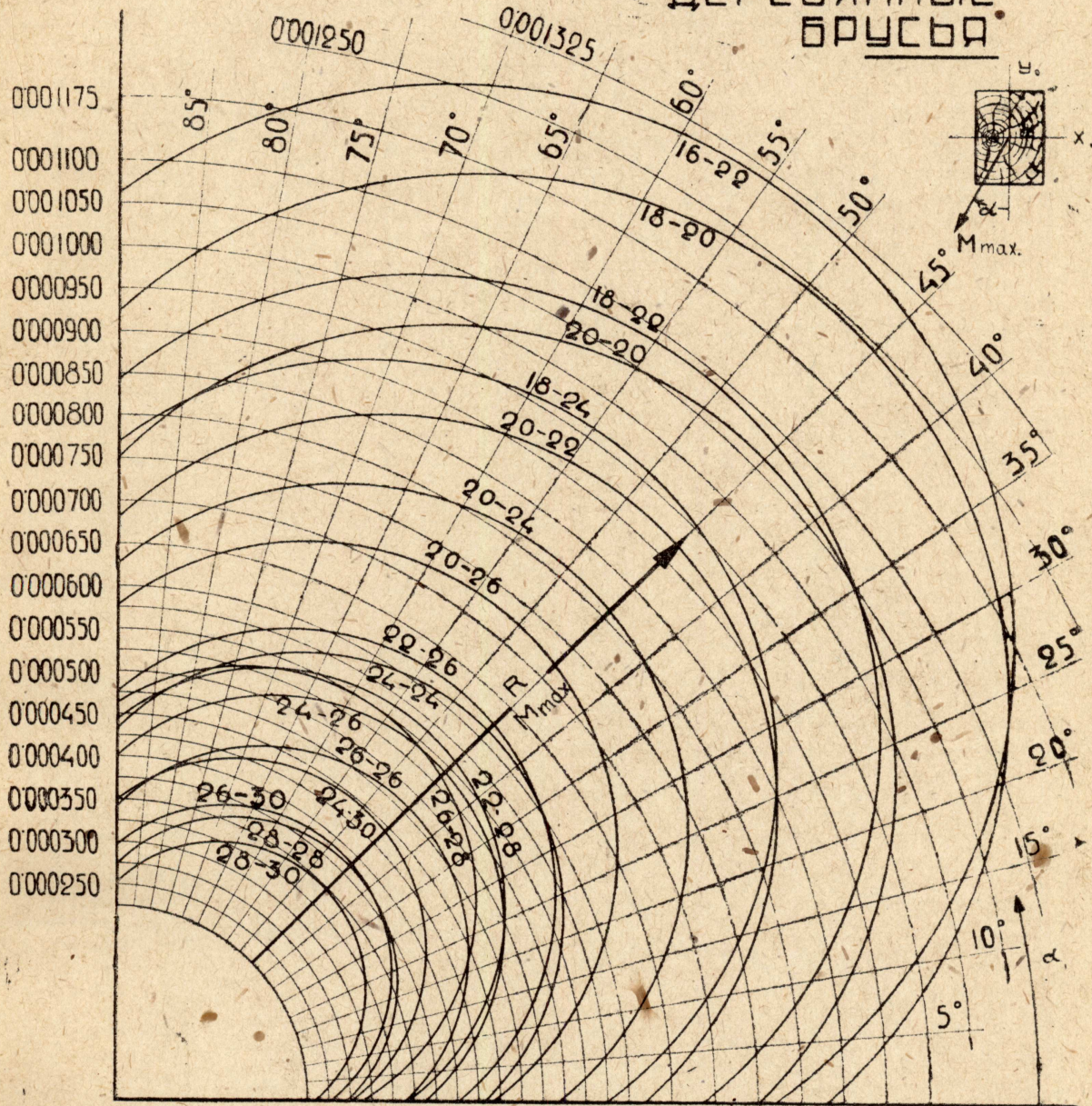


Черт. 1.



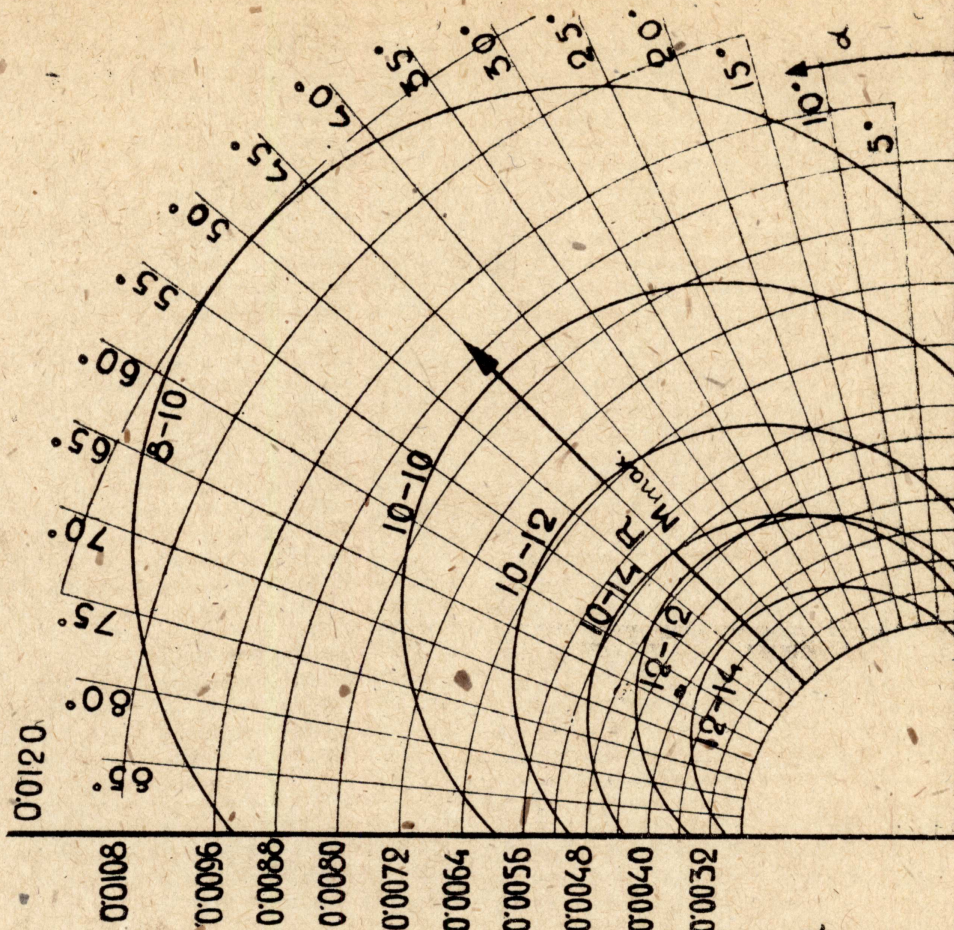
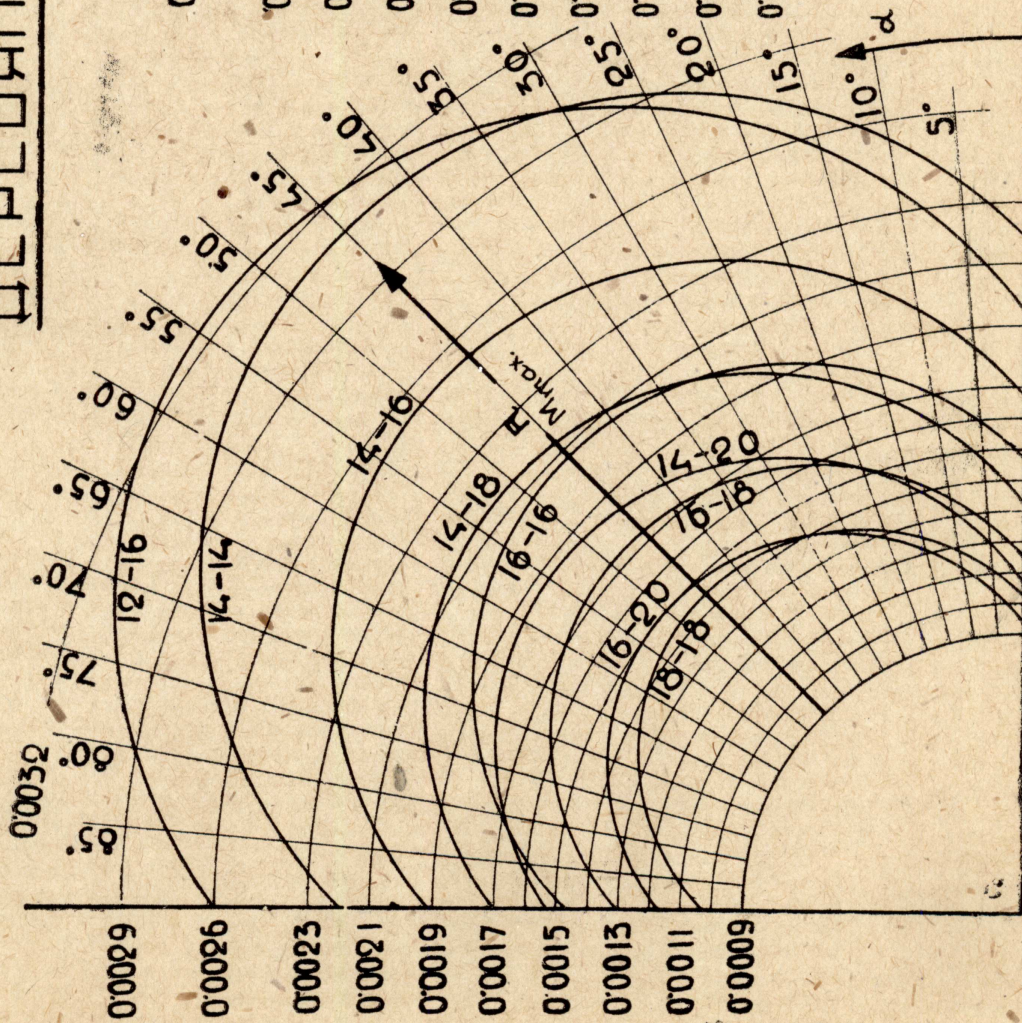
Черт. 2.

ДЕРЕВЯННЫЕ БРУСЬЯ



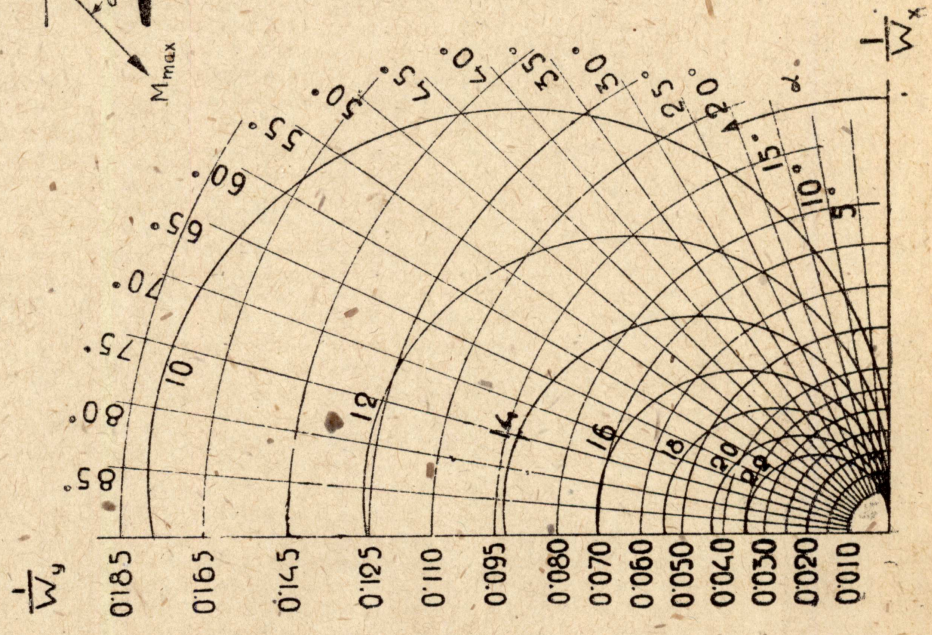
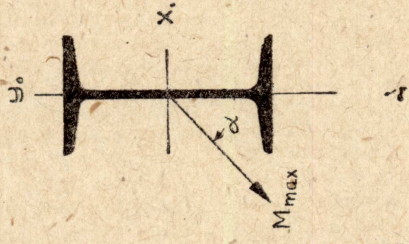
Черт. 3.

ДЕРЕВЯННЫЕ БРУСЫ

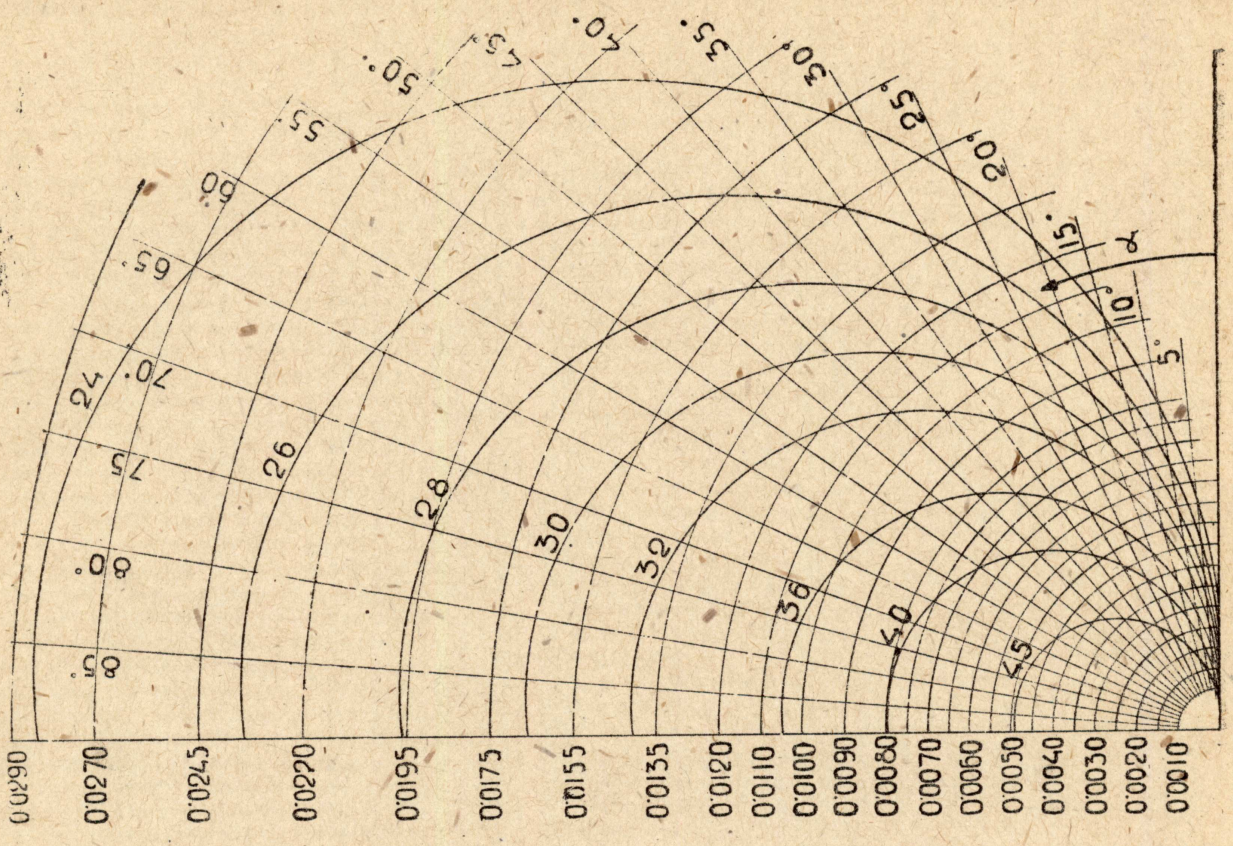


Черт. 4.

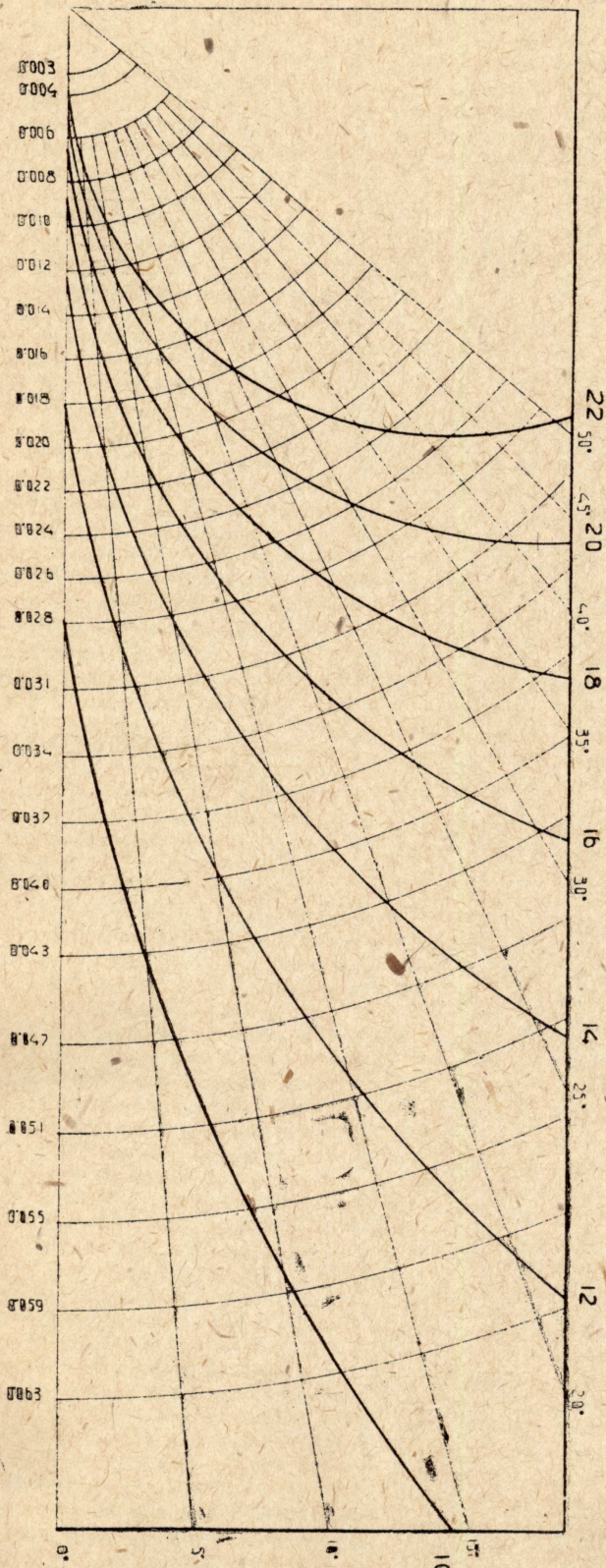
ДОУТАВРРОВОЕ
ЖЕНЕСО
ОСТ16



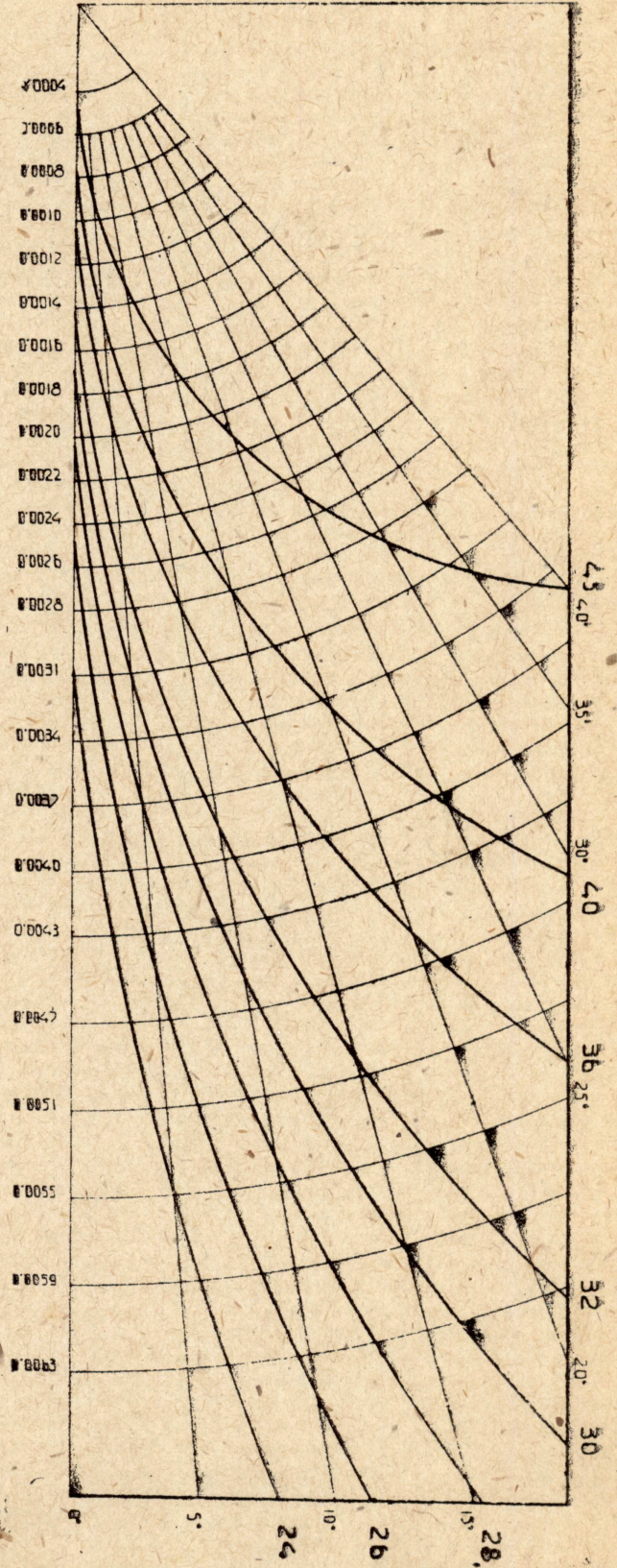
Черт. 5.



Черт. 6.

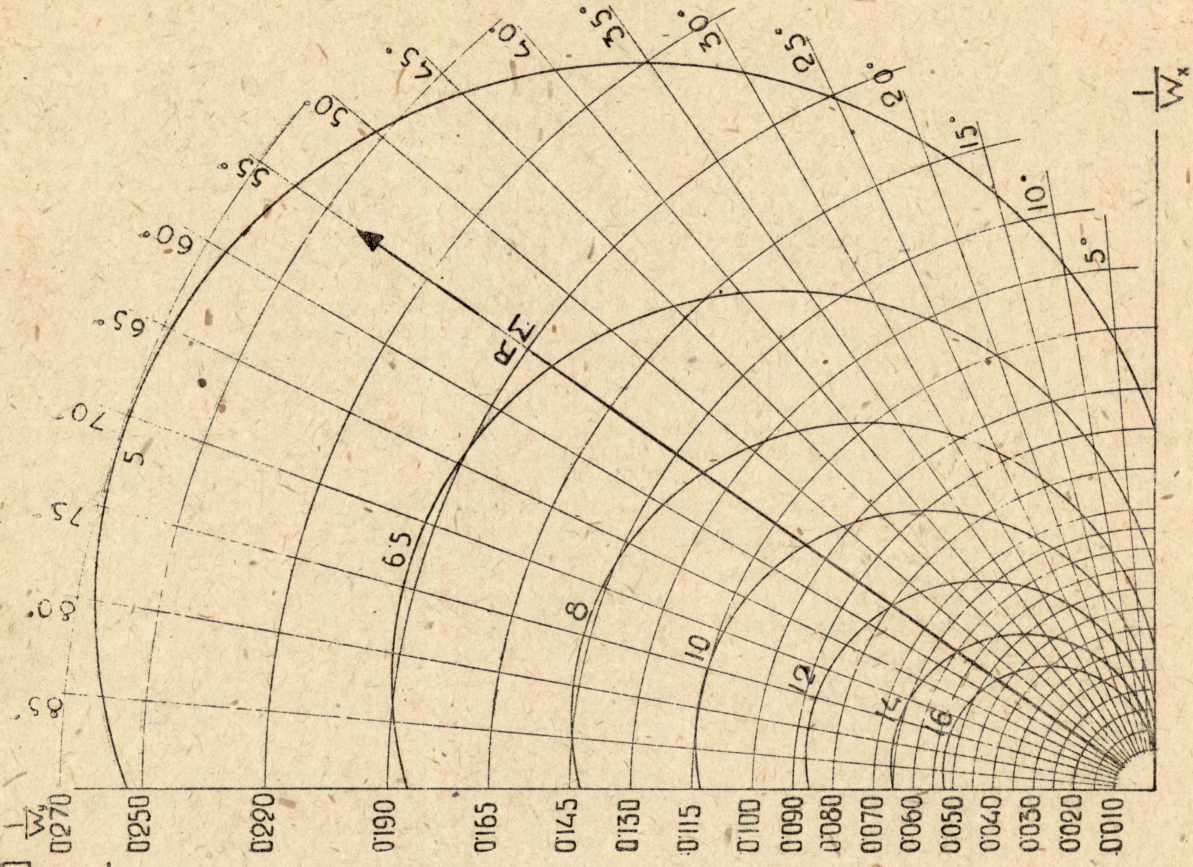
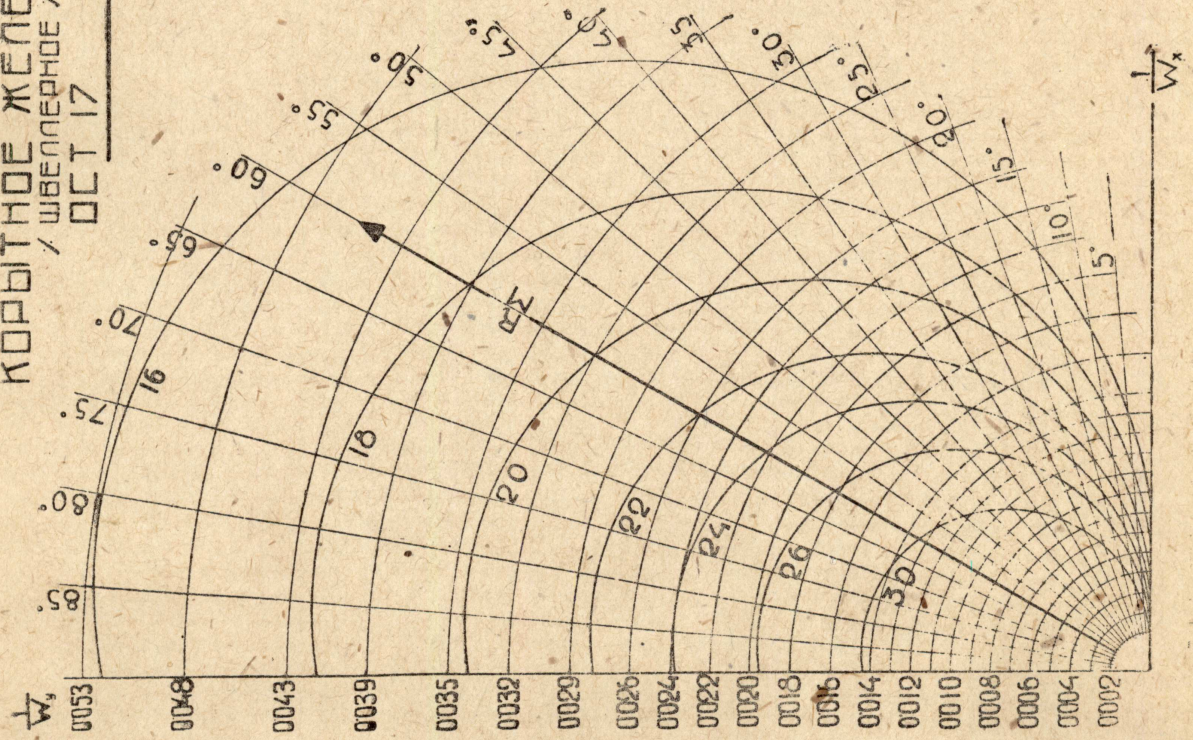


Черт. 5а.



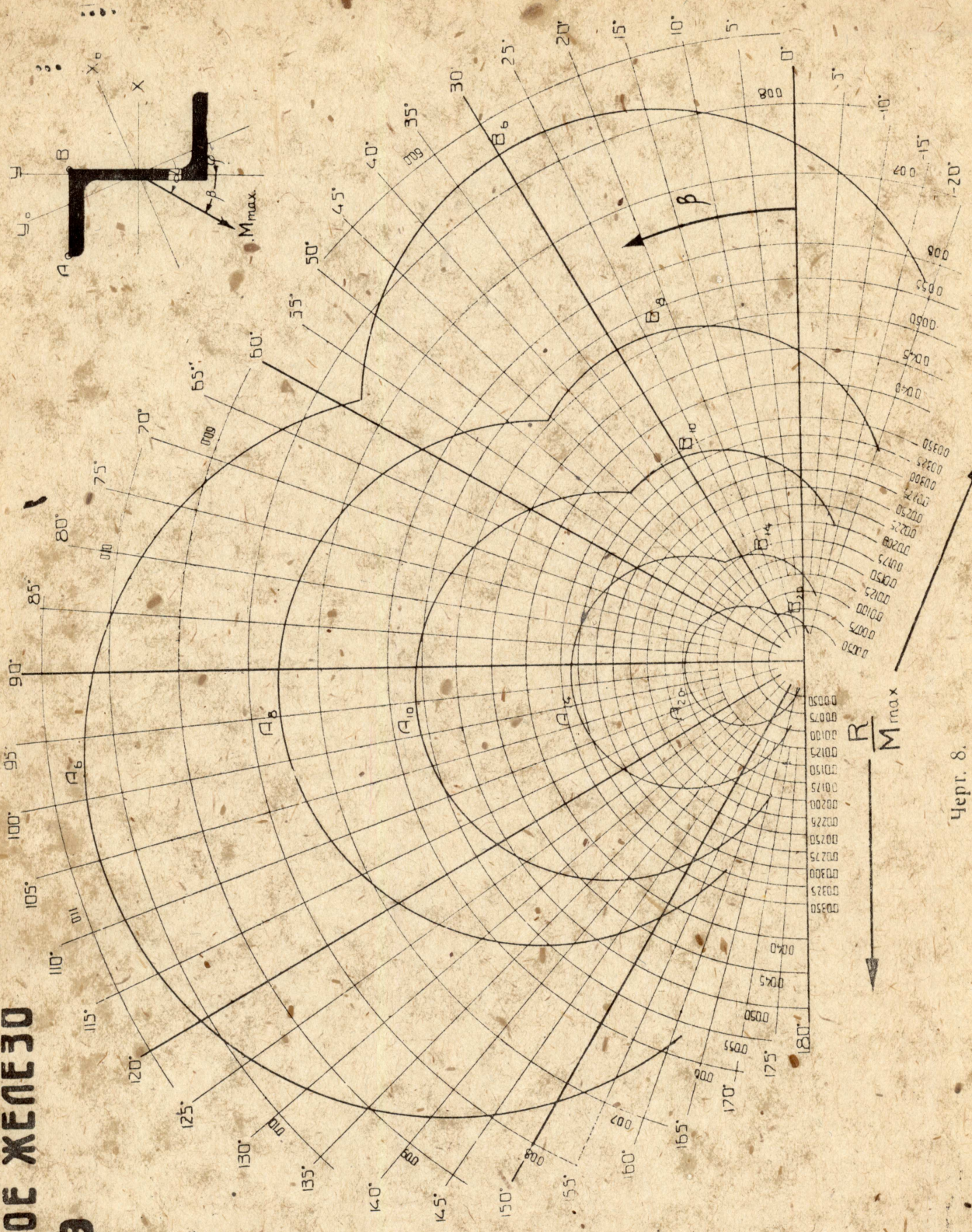
Черт. 6а.

КОРБИТНОЕ ЖЕЛЕЗО
 ШВЕДНЕРНОЕ /
 OCT 17

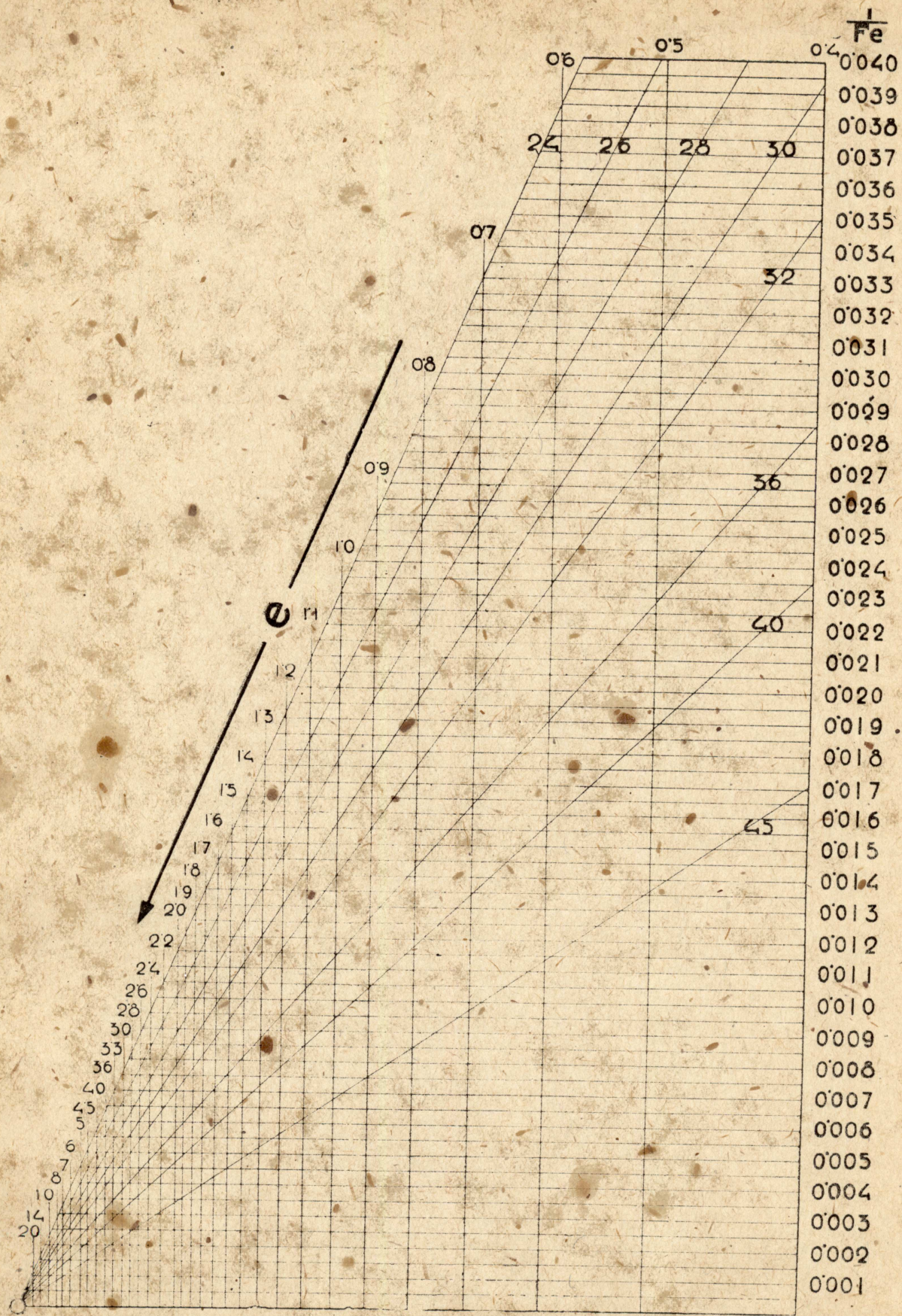


Черт. 7.

ЗЕТОВОЕ ЖЕЛЕЗО
ОСТ 29



4 септ. 8.



Черт. 10.

