МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Глазырин А.С., д.т.н., профессор,
Попов С.С., аспирант группы А3-28,
Набунский И.А., соискатель
НИ ТПУ, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
E-mail: ssp14@tpu.ru

Настраиваемая математическая модель асинхронного двигателя (АД) является основой для построения бездатчикового векторного электропривода. Модель должна отражать реальные физические процессы, происходящие в АД. Исследования процессов идентификации и оценивания особенно актуальны, если для бездатчикового электропривода характерен режим неноминальной работы с широким диапазоном регулирования. В таком случае, настраиваемые математические модели АД, используемые при номинальном режиме работы, могут быть некорректны в той или иной степени.

Для описания динамических процессов, происходящих в АД с учетом общепринятых допущений, используется метод пространственных векторов. Пространственный вектор описывается в одной из систем координат. Выбор конкретной системы координат осуществляется при стадии разработки электропривода.

Векторы тока статора $\vec{I}_1$ и потокосцепления ротора $\vec{\Psi}_2$ (рис. 1) синхронно вращаются относительно трехфазной естественной статорной системы *a*, *b*, *c* с круговой частотой $2\pi f_1$ фазных напряжений u_{1A}, u_{1B}, u_{1C} [1]. Векторы описываются соответствующими проекциями на координатные. Сдвиг по фазе между векторами $\vec{I}_1$ и $\vec{\Psi}_2$ изменяется при работе АД. По закону Ленца векторным произведением этих векторов является электромагнитный момент АД.

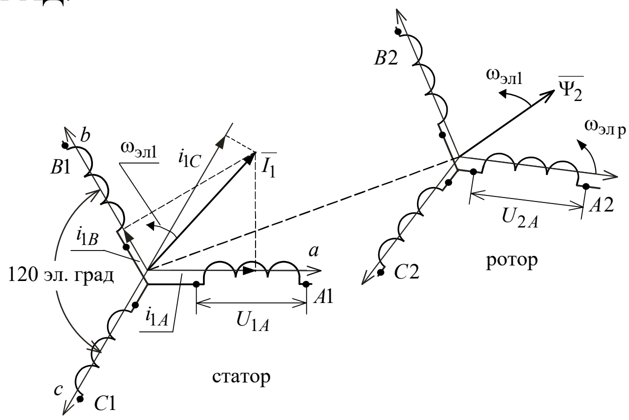

Рис. 1. Схема трехфазной асинхронной машины

Для упрощения математического анализа трехфазную машину заменяют на эквивалентную двухфазную с учетом поправочного коэффициента для соблюдения баланса мощности. Ось α неподвижной системы координат выбирают так, чтобы она совпала с осью *a* естественной трехфазной системы.

В этом случае, при использовании неподвижной, жестко связанной со статором системы координат α, β, векторы тока статора $\vec{I}_1$ и потокосцепления ротора раскладываются на составляющие по осям α, β.

На основании закона Ампера, уравнениях электрического равновесия и вращательного движения запишем модель АД в виде системы дифференциальных уравнений в неподвижной, жестко связанной со статором системе координат α, β. В нормальной форме Коши выделим слева производные от переменных состояния АД, а справа функции правых частей в общем виде:

$$
\begin{cases}
\dfrac{di_{1\alpha}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega)}{dt} = f_{i_{1\alpha}}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega), \\
\dfrac{di_{1\beta}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega)}{dt} = f_{i_{1\beta}}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega), \\
\dfrac{d\psi_{2\alpha}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega)}{dt} = f_{\psi_{2\alpha}}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega), \\
\dfrac{d\psi_{2\beta}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega)}{dt} = f_{\psi_{2\beta}}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega), \\
\dfrac{d\omega(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega)}{dt} = f_{\omega}(t, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega),
\end{cases}
\quad (1)
$$

где $i_{1\alpha}(t,...,\omega)$, $i_{1\beta}(t,...,\omega)$ – соответствующие мгновенные составляющие по осям α, β в неподвижной системе координат вектора $\vec{I}_1$; $\psi_{2\alpha}(t,...,\omega)$, $\psi_{2\beta}(t,...,\omega)$ – вектора $\vec{\Psi}_2$; $\omega(t,...,\omega)$ – мгновенное значение частоты вращения АД.

$$
\begin{cases}
\dfrac{di_{1m}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega)}{dt} = f_{i_{1m}}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega), \\
\dfrac{d\,\mathrm{Tan}_{i_1}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega)}{dt} = f_{\mathrm{Tan}_{i_1}}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega), \\
\dfrac{d\psi_{2m}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega)}{dt} = f_{\psi_{2m}}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega), \\
\dfrac{d\,\mathrm{Tan}_{\psi_2}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega)}{dt} = f_{\mathrm{Tan}_{\psi_2}}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega), \\
\dfrac{d\omega(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega)}{dt} = f_{\omega}(t, i_{1m}, \mathrm{Tan}_{i_1}, \psi_{2m}, \mathrm{Tan}_{\psi_2}, \omega),
\end{cases}
$$

где $i_{1m}(t, ..., \omega)$ – модуль вектора тока статора; $\mathrm{Tan}_{i_1}(t, ..., \omega)$ – тангенс фазы вектора тока статора; $\psi_{2m}(t, ..., \omega)$ – модуль вектора потокосцепления ротора; $\mathrm{Tan}_{\Psi_2}(t, ..., \omega)$ – тангенс фазы вектора потокосцепления ротора.

Пространственные векторы можно разложить в любой системе координат, в том числе и полярной. В таком случае векторы описываются полярными координатами – модулем вектора и его фазой. Полярные координаты можно получить тригонометрическими соотношениями с помощью декартовых координат – проекциями по осям α, β (предполагается, что нулевой луч полярной системы совпадает с осью α):

$$
i_{1m}(t) = \sqrt{i_{1\alpha}{}^2(t) + i_{1\beta}{}^2(t)}, \ \mathrm{Tan}_{i_1}(t) = \frac{i_{1\beta}(t)}{i_{1\alpha}(t)} \quad (2)
$$

Переход (2) из ортогональной неподвижной системы координат α, β в полярную систему справедлив для составляющих любого пространственного вектора, в том числе и $\vec{\Psi}_2$ Фактически, соотношение (2) также справедливо для функций правых частей системы уравнений.

Список литературы

1. Удут Л.С. Проектирование и исследование автоматизированных электроприводов. Ч. 8. Асинхронный частотно-регулируемый электропривод: учебное пособие / Л.С. Удут, О.П. Мальцева, Н.В. Кояин. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 354 с.