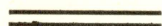


Н. П. Шубин

**ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
УГЛА НАКЛОНА ШАТУНА В ШАТУННО-  
КРИВОШИПНОМ МЕХАНИЗМЕ И ПРИМЕНЕ-  
НИЕ ЭТОГО МЕТОДА К РАСЧЕТУ МАХОВИКА**



**Т О М С К  
1928**

## Графический метод определения угла наклона шатуна в шатуно-кривошипном механизме и применение этого метода к расчету маховика.

При графическом расчете маховика является необходимым знать угол наклона шатуна к линии мертвых точек при различных углах поворота кривошипа. Обычно здесь пользуются методом засечек. Из точки К, положение пальца кривошипа, (черт. 1) радиусом, равным длине шатуна, делают засечку на траектории ползуна и, соединив полученную точку В с пальцем кривошипа, определяют положение шатуна.

Неудобство этого метода заключается в том, что при больших масштабах необходимо иметь дело с очень большим радиусом засечки I.

Предметом настоящей статьи является изложение метода определения угла  $\beta$  без применения засечек большого радиуса.

Обозначим:

$r$  — радиус кривошипа.

$l$  — длина шатуна.

$\alpha$  — угол наклона кривошипа к линии мертвых точек.

$\beta$  — угол наклона шатуна к линии мертвых точек.

$\frac{r}{l} = \mu$  — отношение длины радиуса кривошипа к длине шатуна.

Из треугольника ОКВ (черт. 1) найдем зависимость между углами  $\beta$  и  $\alpha$ .

$$\frac{OK}{\sin \beta} = \frac{BK}{\sin \alpha}; \quad \sin \beta = \frac{OK}{BK} \cdot \sin \alpha = \frac{r}{l} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \mu \cdot \sin \alpha \quad (1).$$

Угол наклона шатуна  $\beta$  легко найти следующим построением.

Из центра главного вала О опишем окружность радиусом, равным длине кривошипа  $r$  (черт. 2). От центра О отложим по горизонтальному диаметру вправо (в сторону противоположную ползуну) отрезок, равный  $\mu^2 r$ , и из точки  $O^1$ , как из центра, опишем окружность радиуса  $\mu r$ . Далее, отложив от точки  $O^1$  влево (к ползуну) отрезок, равный  $r$ , получим точку С.

Для любого положения пальца кривошипа К, угол наклона шатуна найдем так: соединим точку К с центром кривошипной окружности О, отметим точку D — пересечение кривошипа с вспомогательной окружностью радиуса  $\mu r$  и проведем линию CD, тогда угол DCO будет равен углу  $\beta$ .

Для доказательства соединим точку D с  $O^1$  и рассмотрим треугольник  $ODO^1$ . Из свойств сторон треугольника имеем:

$$\frac{OO^1}{O^1D} = \frac{\sin \angle D O O^1}{\sin (180^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \angle D O O^1}{\sin \alpha}$$

но  $OO^1 = \mu^2 r$  и  $O^1D = \mu r$

тогда 
$$\frac{\mu^2 r}{\mu r} = \frac{\sin O D O^1}{\sin \alpha}$$

следовательно

$$\sin O D O^1 = \mu \sin \alpha \dots \dots \dots (2)$$

Сравнивая уравнения 1 и 2 имеем

$$\sin O D O^1 = \sin \beta.$$

или  $\angle O D O^1 = \beta.$

Рассмотрим далее два треугольника:  $\triangle D O O^1$  и  $\triangle C D O^1$

Из  $\triangle C O^1 D$  имеем

$$\frac{O^1 D}{C O^1} = \frac{\mu r}{r} = \mu \dots \dots \dots (3)$$

Из  $\triangle D O O^1$

$$\frac{O O^1}{O^1 D} = \frac{\mu^2 r}{\mu r} = \mu \dots \dots \dots (4)$$

Приравнявая левые части равенств 3 и 4, получим

$$\frac{O O^1}{O^1 D} = \frac{O^1 D}{C O^1}$$

т. е. две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого. Кроме того оба треугольника при вершине  $O^1$  имеют общий угол  $\alpha - \beta$ , заключенный между пропорциональными сторонами. Таким образом  $\triangle D O O^1$  подобен  $\triangle C D O^1$ .

Из подобия треугольников следует, что

$$\angle D C O = \beta.$$

Итак при изменении угла  $\alpha$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  угол наклона шатуна к линии мертвых точек будет выражаться углом  $D C O$ .

Для углов поворота кривошипа, больших  $90^\circ$ ,  $\alpha = 90^\circ + \gamma$ , например, для положения пальца кривошипа в точке  $K_1$  (черт. 2), угол наклона шатуна  $\beta_1$  найдем, соединив точку  $E$  с точкой  $C$

$$\angle \beta_1 = \angle E C O$$

Из треугольника  $B_1 K_1 O$  (черт. 3) найдем зависимость между углами  $\beta_1$  и  $\gamma$

$$\frac{O K_1}{B_1 K_1} = \frac{\sin \beta_1}{\sin (90^\circ + \gamma)} = \frac{\sin \beta_1}{\cos \gamma}; \sin \beta_1 = \frac{O K_1}{B_1 K_1} \cdot \cos \gamma = \frac{r}{l} \cdot \cos \gamma$$

$$\sin \beta_1 = \mu \cdot \cos \gamma \dots \dots \dots (5)$$

Для доказательства, что угол  $\text{ECO}$  (черт. 2) действительно равен углу  $\beta_1$ , рассмотрим треугольник  $O'E O$ . Из свойства сторон треугольника имеем

$$\frac{OO^1}{O^1E} = \frac{\sin OEO^1}{\sin (90^\circ - \gamma)} = \frac{\sin OEO^1}{\cos \gamma}$$

но  $OO^1 = \mu^2 r$  и  $O^1E = \mu r$

$$\text{тогда } \frac{\mu^2 r}{\mu r} = \frac{\sin OEO^1}{\cos \gamma}$$

следовательно  $\sin OEO^1 = \mu \cdot \cos \gamma \dots \dots \dots (6)$

Сравнивая уравнение 5 и 6, имеем

$$\sin OEO^1 = \sin \beta_1$$

или  $\angle OEO^1 = \beta_1$

Докажем далее подобие треугольников  $CO^1E$  и  $OEO^1$ . Из треугольника  $OEO^1$  имеем

$$\frac{OO^1}{O^1E} = \frac{\mu^2 r}{\mu r} = \mu \dots \dots \dots (7)$$

Из треугольника  $CO^1E$

$$\frac{O^1E}{CO^1} = \frac{\mu r}{r} = \mu \dots \dots \dots (8)$$

Из 7 и 8 следует

$$\frac{OO^1}{O^1E} = \frac{O^1E}{CO^1}$$

Две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого. Кроме того углы, заключенные между этими сторонами, равны между собой, следовательно, эти треугольники подобны.

Из подобия треугольников следует, что

$$\angle ECO = \beta_1$$

Таким образом мы доказали, что построение угла наклона шатуна при помощи вспомогательной окружности и постоянного полюса  $C$  справедливо для любого положения пальца кривошипа. При ходе назад все построения будут аналогичны.

**Применение графического метода определения угла наклона шатуна к расчету маховика по диаграмме касательных сил.**

Обозначим силу, действующую на поршень при данном положении пальца кривошипа, через  $P$ .

В точке  $B$  (черт. 1) разложим силу  $P$  на две составляющих  $S$  и  $N$

$$N = P \cdot \operatorname{tg} \beta \text{ и } S = \frac{P}{\cos \beta}$$

Перенесем силу  $S$  по шатуну в точку  $K$  и разложим ее на две составляющих: на касательную силу  $T$ , действующую по касательной в точке  $K$ , и на радиальную  $Q$ , направленную по кривошипу.

$$Q = S \cos(\alpha + \beta) \quad T = S \cdot \sin(\alpha + \beta).$$

Подставляя значение  $S$ , получим

$$T = P \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \dots \dots \dots (9)$$

Для графического определения  $T$  (черт. 4) откладываем по кривошипу от точки  $K$  в определенном масштабе силу  $P$ ; из конца силы  $P$  проводим вертикальную линию  $MN$  до пересечения с направлением шатуна. Отрезок  $MN$  в масштабе будет равен силе  $T$ . При таком определении касательной силы положение шатуна находят путем засечек радиусом, равным длине шатуна.

Как было уже отмечено в начале статьи, применение засечек радиусом значительной длины является существенным недостатком такого рода построений. При больших радиусах возможны неточности, благодаря пружинению ножек циркуля.

Пользуясь в данном случае изложенным выше методом определения угла  $\beta$ , мы получим весьма просто и точно величину касательной силы  $T$  без применения засечек большого радиуса.

Из центра  $O$  проводим кривошипную окружность радиуса  $r$  (черт. 5), из точки  $O^1$  проводим вспомогательную окружность радиуса  $\mu r$  и отмечаем положение полюса, точку  $C$ . Палец кривошипа  $K$  соединяем с центром кривошипной окружности  $O$  и точку пересечения кривошипа со вспомогательной окружностью, точку  $D$ , соединяем с полюсом  $C$ .

Для определения силы  $T$  отложим от точки  $D$  по направлению линии  $OK$  силу  $P$  (давление на поршень) и из конца силы  $P$  проведем вертикальную линию до пересечения с линией  $CD$ .

Тогда отрезок  $LF$  представляет собой величину касательной силы  $T$  в том же масштабе, в котором была отложена сила  $P$ .

Для доказательства отметим, что

$$\angle KOC = \alpha, \quad \angle DCO = \beta, \quad \angle LDF = \alpha + \beta \quad \text{и} \quad \angle LFD = 90^\circ - \beta.$$

Из треугольника  $LFD$  имеем

$$\frac{LF}{LD} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

откуда

$$LF = LD \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

но  $LD = P$ , тогда

$$LF = P \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \dots \dots \dots (10)$$

Сравнивая уравнение 9 и 10 имеем

$$LF = T$$

Для углов  $\alpha$ , больших  $90^\circ$ ,  $\alpha = 90^\circ + \gamma$ , зависимость между  $P$  и  $T$  найдем из чертежа 3.

Перенесем силу  $S$  по шатуну в точку  $K_1$  и разложим на силы  $T$  и  $Q$   
 $\angle B_1 K_1 O = 90^\circ - (\gamma + \beta_1) = \angle K_1 S T$   
 из треугольника  $K_1 S T$

$$T = S \cdot \sin [90^\circ - (\gamma + \beta_1)] = S \cdot \cos (\gamma + \beta_1)$$

Подставляя значение  $S$ , получим

$$T = P \frac{\cos (\gamma + \beta_1)}{\cos \beta_1} \dots \dots \dots (11)$$

Для построения  $T$  соединим  $K_1$ —с центром  $O$  и точку пересечения вспомогательной окружности  $E$  с  $C$  (черт. 5). Отложим от точки  $E$  по радиусу силу  $P$  и из конца силы  $P$  проведем вертикальную линию до пересечения с продолжением линии  $EC$ .

Тогда отрезок  $MN$  представляет собой касательную силу для угла поворота кривошипа  $\alpha = 90^\circ + \gamma$  в том же масштабе, в котором была отложена сила  $P$

Для доказательства отметим, что

$$\angle NEM = 90^\circ - (\gamma + \beta_1) \text{ и } \angle NME = 90^\circ + \beta_1$$

Из треугольника  $EMN$  имеем

$$\frac{MN}{EN} = \frac{\sin [90^\circ - (\gamma + \beta_1)]}{\sin (90^\circ - \beta_1)} = \frac{\cos (\gamma + \beta_1)}{\cos \beta_1}$$

откуда

$$MN = EN \frac{\cos (\gamma + \beta_1)}{\cos \beta_1}$$

но  $EN = P$ , тогда

$$MN = P \frac{\cos (\gamma + \beta_1)}{\cos \beta_1} \dots \dots \dots (12)$$

Из уравнений 11 и 12 следует, что

$$MN = T$$

Так как при построении диаграммы рабочих давлений обычно пользуются для определения положения поршня методом Брикса, то необходимо показать, как применить изложенный метод в данном случае.

От центра  $O$  кривошипной окружности (черт. 6) отложим вправо на расстоянии  $\frac{1}{2} \mu r$  полюс Брикса  $O''$  и проведем вспомогательную окружность радиуса  $\mu r$  из центра  $O'$ , отложенного на расстоянии  $\mu^2 r$  вправо от полюса Брикса; от точки  $O'$  отложим влево  $r$  и отметим постоянный полюс  $C$ .

Из полюса Брикса проведем окружность радиуса  $r$ ; разделим ее на несколько равных частей (24—32), обозначим точки деления и соединим их с  $O''$ . Точки пересечения радиусов со вспомогательной окружностью соединим с

постоянным полюсом  $C$ . Откладывая от точки  $D$  по радиусу из центра  $O$  силу  $P$  и проводя вертикальную линию  $LF$  до пересечения с линией  $D C$  найдем отрезок  $LF$ , который будет изображать собой касательную силу  $T$ .

Действительно, сравнивая треугольники  $F L D$  (черт. 6) и  $F L D$  (черт. 5), видим, что при одинаковых углах поворота кривошипа они тождественны. Следовательно, все вышеизложенное справедливо и для чертежа 6.

На чертеже показано построение касательных сил для 24-х положений кривошипа по диаграмме рабочих давлений. Построение характерных точек указано пунктиром.

По найденным силам  $T$  строим далее диаграмму касательных сил и определяем вес махового колеса.

Пользуясь построением чертежа 6, возможно решить легко и обратную задачу—по касательной силе  $T$  определить силу  $P$ .

Кроме того этим же построением можно определить скорость поршня при данном угле поворота кривошипа. Отложив от точки  $D$  по радиусу из центра  $O''$  отрезок  $LD$ , равный скорости пальца кривошипа в данный момент, получим отрезок  $LF$ , который представляет собой скорость ползуна.

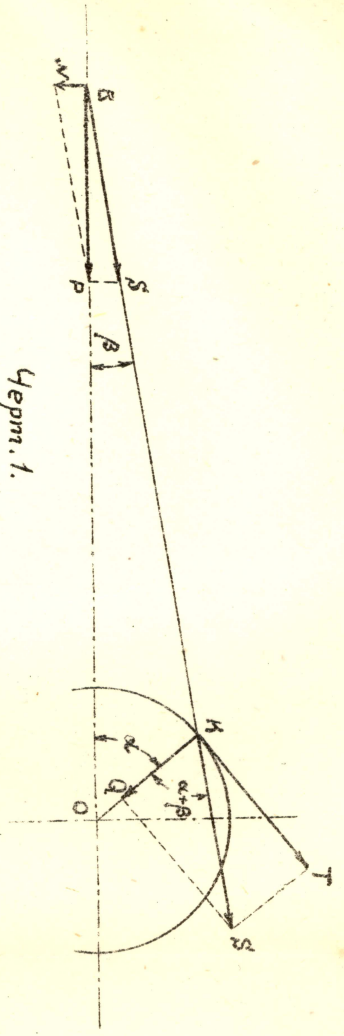
При малых масштабах чертежа рационально для большей точности брать вспомогательную окружность из центра  $O'$  большего радиуса.

На черт. 7 показано построение касательных условий по той же диаграмме рабочих давлений при другом радиусе вспомогательной окружности.

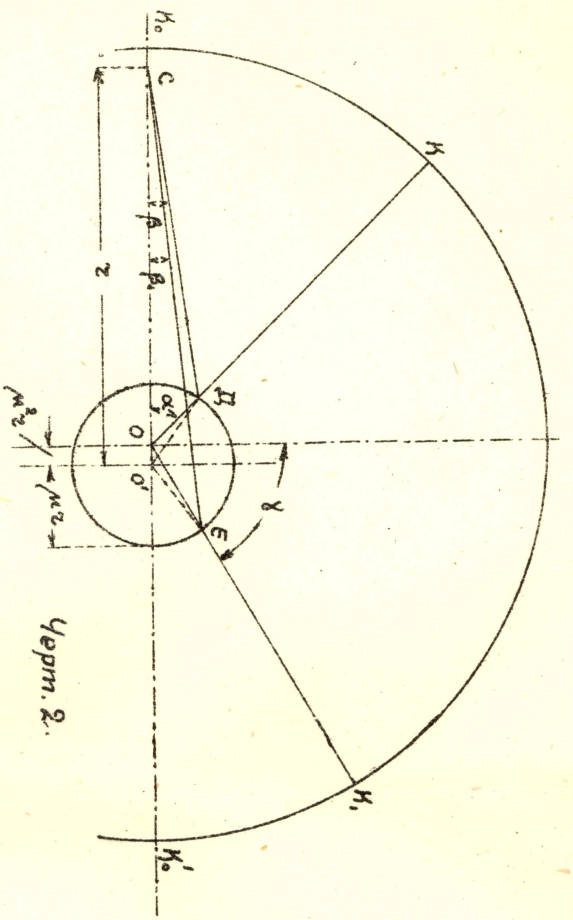
Здесь:  $O$ —центр кривошипной окружности,  $O''$ —полюс Брикеса,  $O'$ —центр вспомогательной окружности и  $C$ —постоянный полюс.

Расстояние от полюса  $C$  до центра  $O'$  взято произвольно и равно  $a$ .

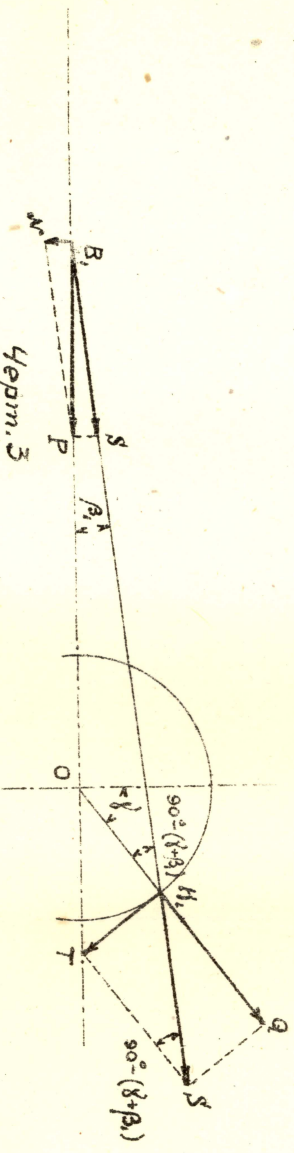
Радиус вспомогательной окружности равен  $ra$  и отрезок  $O'O'$  равен  $r^2a$ .



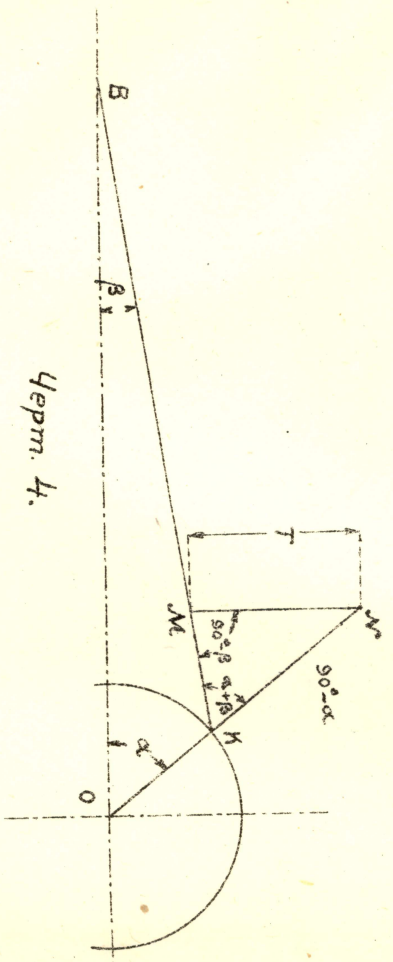
Черт. 1.



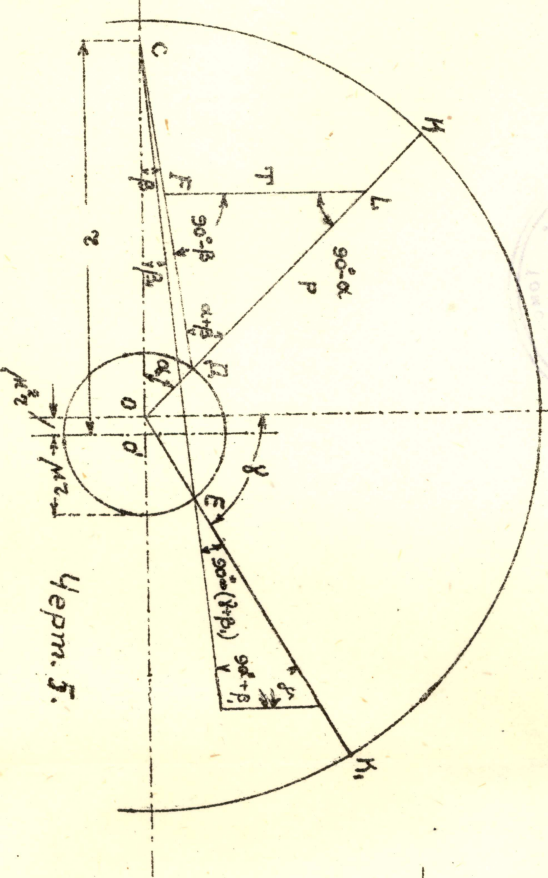
Черт. 2.



Черт. 3.



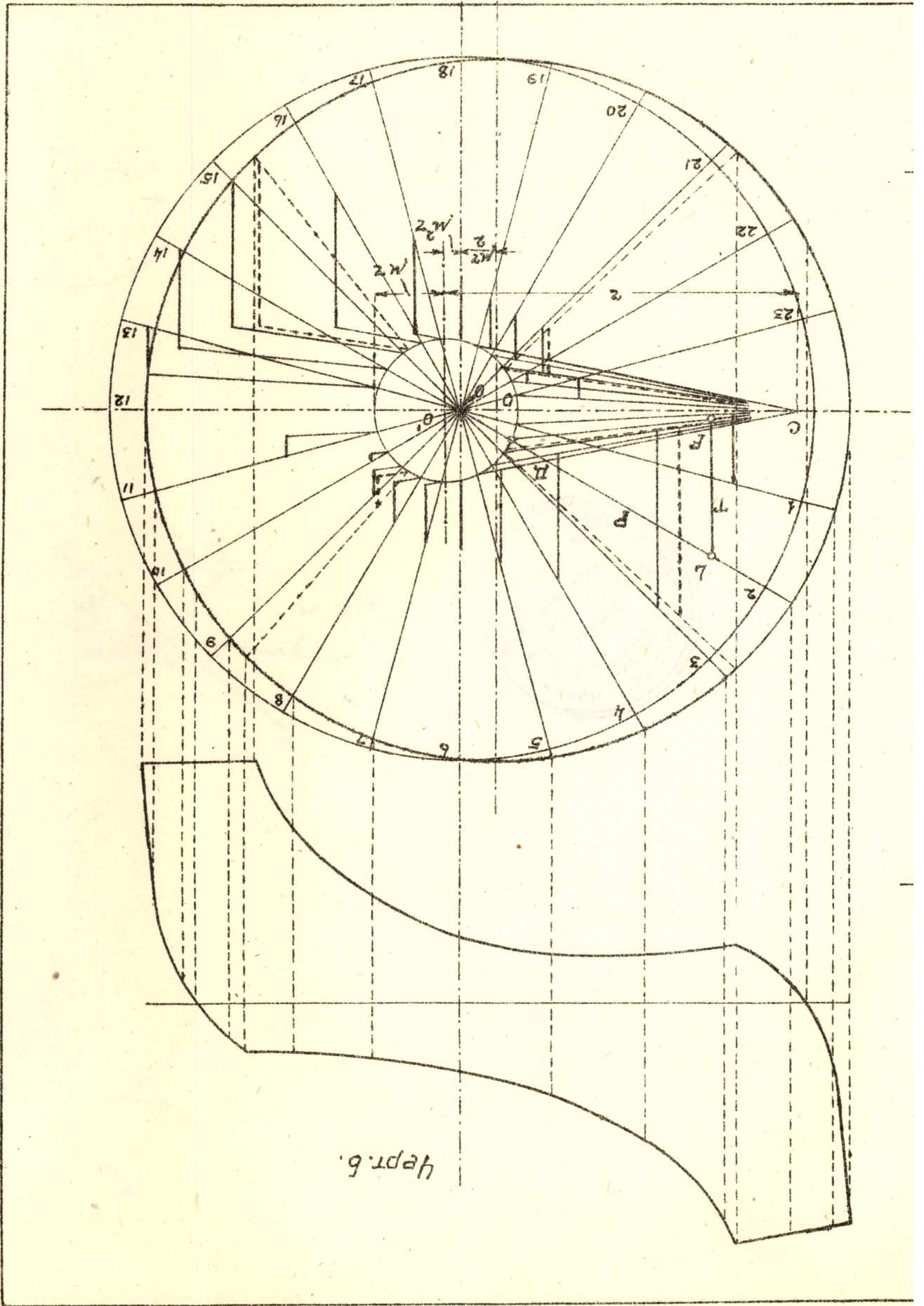
Черт. 4.



Черт. 5.







Черт. 6.

Черт. 7.

