

Д. Е. Романов, инж.

**НОВЫЙ СПОСОБ РАСЧЕТА  
ОТОГНУТЫХ СТЕРЖНЕЙ В БАЛКАХ ПРИ  
═══════ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКЕ ═══════**

═══════  
4106

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т О М С К  
1928

694  
Р 69

Д. Е. Романов, инж.

## Новый способ расчета отогнутых стержней в балках при подвижной нагрузке.

(с VII таблиц. чертежей).

### Краткий обзор существующих способов расчета.

Роль отогнутых стержней в железо-бетонных изгибаемых конструкциях уже достаточно изучена<sup>1) 2)</sup>. Основное назначение их--воспринять те главные или, как их часто называют, косые растягивающие напряжения, которые появляются в балках от сложения между собой тангенциальных или касательных напряжений с нормальными напряжениями по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

и наклонены под углом  $\varphi$ , у которого

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau}{\sigma}.$$

~391

Весь расчет железо-бетонных конструкций ведется обычно на стадию вторую, когда бетон на растяжение уже не работает и все растягивающие напряжения воспринимаются только железом. При этом, как известно, касательные напряжения, достигая на нейтральной оси своего наибольшего значения, в пределах всей растянутой зоны имеют постоянную величину (чер. 1-d). Следовательно, и главные напряжения в этой зоне будут равны касательным, имея направление под углом  $45^\circ$ , постоянное в пределах всей вытянутой зоны, вследствие того, что при  $\sigma = 0$

$$\sigma_{\max} = \tau \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau}{0} = \infty,$$

значит,  $\varphi = 45^\circ$ .

Таким образом и получается, что для расчета отогнутых стержней вполне достаточно бывает найти сумму всех касательных напряжений одного направления, действующих по нейтральному слою, построив соответствующую эпюру, взяв ее площадь и т. д.

Места отгибов тоже определяются по эпюре  $\tau$ , прямым делением ее площади на части, пропорциональные поперечным сечениям отогнутых стержней. При эпюре сложной формы с успехом может быть применяем способ деления по суммарным кривым Foerster'a<sup>3)</sup>.

Так чаще всего и производится расчет отогнутых стержней.

Далее, вследствие того, что в балках с постоянной высотой величина касательных напряжений, кроме размеров сечения, зависит только от величины перерезывающей силы (Q), так как

$$\tau = \frac{Q}{b \cdot z}, \text{ где}$$

$b$ —ширина сечения, а  $z$ —плечо внутренних сил, упомянутый расчет по эпюрам  $\tau$  *получает полную определенность*. Например, при подвижной нагрузке имеется возможность вводить в расчет наибольшие перерезывающие силы <sup>5)</sup>, найденные по линиям влияния, и, в конечном итоге, построить эпюру наибольших касательных напряжений, при условии, если такой точный учет воздействия нагрузки оправдывается необходимостью (напр., в ж. д. мостах).

Но в балках переменного очертания, когда величина тангенциальных напряжений, кроме перерезывающей силы, зависит еще от изгибающего момента, такой расчет становится неопределенным, так как пределы загрузки для получения  $\max Q$  и  $\max M$ —различны, благодаря тому, что совершенно отличен вид их линий влияния.

Конечно, можно было бы и здесь, преследуя точность, создать определенность в загрузении, *построив линию влияния касательных напряжений* по известной формуле:

$$\tau = \frac{Q}{b \cdot z} - \frac{M \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h \cdot b \cdot z}, \text{ где}$$

$h$ —полезная высота сечения, а  $\alpha$ —угол между касательными к внешним образующим балки в сечении <sup>11)</sup> (черт. 1-а). Построить ее можно довольно просто: если считать постоянным множителем для всей линии  $\tau$  величину  $\frac{1}{b \cdot z}$ , то нужно только из ординат линии влияния перерезывающей силы ( $Q$ ) вычесть ординаты линии изгибающего момента ( $M$ ), уменьшенных множением на значение  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{h}$ , т.-е. наложить одну линию на другую.

По такой линии влияния мы имели бы возможность совершенно точно определить  $\max \tau$  и в этом случае.

Однако, во всех практических расчетах л. в.  $\tau$  не применяются, вследствие, вероятно, некоторой своей громоздкости. К сожалению, мы не видели даже их прямого применения и в тех случаях, когда пределы загрузки для получения  $\max \tau$  специально исследовались и где эти линии влияния могли бы дать исчерпывающий ответ <sup>2)</sup>.

На практике, в случаях переменных высот пользуются обычно некоторыми приближенными правилами, например, правилом Mürsch'a <sup>2)</sup>, по которому влияние изгибающего момента на величину скалывающих напряжений принимается только в некоторой части его наибольшего значения, при максимальной  $Q$  и т. д. Пренебречь же влиянием момента совершенно не всегда представляется возможным, потому что в некоторых случаях это создаст излишнее преувеличение запаса прочности в отогнутых стержнях, в других же—наоборот, его преуменьшение.

Но совершенно ясно, что такого рода приближенные правила, быть может и достаточные для практических целей во многих случаях, не являются полным решением вопроса, и только линии влияния  $\tau$  могут дать вполне точный результат.

Ниже мы увидим некоторые другие возможности, а пока отметим лишь, что помимо указанной, могущей быть неопределенности, расчет отогнутых стержней по эпюрам касательных напряжений вообще практически неудобен, т. е. затрудняет проектировщика массой излишних подсчетов: нужно обязательно находить перерезывающие силы, вычислять касательные напряжения, площадь их эпюры и т. д., а в довершение всего, сама по себе величина касательных напряжений не представляет никакого практического интереса, ибо допустимый предел в  $15 \text{ к/с}^2$  <sup>6) 7)</sup> очень редко бывает превзойден.

Далее нужно сказать, что и сама форма эпюры скалывающих напряжений, т.-е. закон распределения их по пролету в практических расчетах зачастую бывает не нужен, принимая во внимание то обстоятельство, что

во многих случаях практики совершенно свободно можно назначить места отгибов по пролету из конструктивных соображений.

Таким образом, в расчетах на скалывание, в большинстве случаев важна не величина наибольших тангенциальных напряжений в отдельных сечениях, а общая их сумма на части пролета, которая дает возможность находить общее потребное количество поперечной и кривой арматуры.

С этой точки зрения заслуживают особого внимания способы расчета, основанные на непосредственном нахождении суммы касательных напряжений, т.-е. площади их эпюры, через изгибающие моменты, совершенно без знания ни величины самих касательных напряжений, ни, даже, и величины перерезывающих сил.

Проф. Lösger<sup>4)</sup> положил начало подобным способам, дав зависимость между приращением изгибающего момента в пределах участка балки с постоянной высотой и величиной суммы касательных напряжений на этом участке; для участка же с переменной высотой им выведена лишь только некоторая приближенная зависимость.

Далее проф. Lösger показал, что в тех случаях, когда нельзя бывает назначить места отгибов конструктивно, совершенно нет надобности прибегать к их нахождению по эпюре скалывающих напряжений, а можно найти графически по эпюре изгибающих моментов, так как разность между ординатами этой эпюры на границах какого-либо участка выражает нужное нам приращение моментов при данном положении нагрузки.

Способ Lösger'a, весьма ценный по своей идее, к сожалению, в точном смысле пригоден для расчета отогнутых стержней только при неподвижной нагрузке и при том в балках с постоянной высотой.

Он не дает нам возможности учесть влияние подвижности нагрузки, найти пределы загрузки и, вообще, определить действительно наибольшее потребное количество отогнутой арматуры при действии этой нагрузки, тем более в балках с переменной высотой.

Попытаться разрешить все эти вопросы, углубить способ расчета отогнутых стержней по изгибающим моментам для всех случаев балок, при действии подвижных нагрузок—и является задачей настоящей работы.

### Основные уравнения и формулы для расчета.

Автор уже имел возможность<sup>11)</sup> доказать, что сумма скалывающих сил, действующих по нейтральному слою на участке железобетонной балки с переменной высотой, выражается следующей простой зависимостью:

$$\sum_1^2 T = \frac{M_2}{z_2} - \frac{M_1}{z_1}, \dots \dots \dots (1)$$

где  $M_2$  и  $M_1$  — изгибающие моменты на границах участка (1—2), а  $z_2$  и  $z_1$  — соответствующие плечи внутренних сил.

Приводимое уравнение, как результат интегрирования касательных напряжений по нейтральному слою, получено было на ряде частных случаев изменения изгибающего момента и полезной высоты по участку балки, подверженной простому изгибу, что дало возможность вывести логическое следствие о его справедливости для балки с любым изменением высоты  $h$  и момента  $M$ .

Но одновременно с этим возможен и самый общий вывод, при произвольном изменении  $M$  и  $h$  по участку, который, в интересах полноты, ниже приводится, при чем, во всех наших последующих решениях будем иметь в виду исключительно только плоскую систему.

Возьмем горизонтальный брус переменного очертания, подверженный воздействию простого изгиба от каких-то вертикальных сил (чер. 1), понимая

под простым изгибом воздействие только одного момента без продольной силы. У такого бруса *нейтральная ось* будет совпадать с осью, проходящей через центры тяжести приведенных сечений, т.е. с геометрической осью.

В любом вертикальном сечении касательные напряжения распределяются, как уже отмечалось, по сечению неравномерно, имея на геометрической оси и ниже свое наибольшее значение:

$$\tau = \frac{dM}{b \cdot z \cdot dx} - \frac{M \cdot dz}{b \cdot z^2 \cdot dx} = \frac{Q}{b \cdot z} - \frac{M \cdot \operatorname{tg} \alpha^2}{h \cdot z \cdot b} \dots \dots \dots (2)$$

Обозначим, как и прежде <sup>11)</sup>, скалывающую силу на единицу длины через  $T$ , тогда сумма этих скалывающих сил на любом участке ( $n-m$ ) будет равна

$$\begin{aligned} \sum_n^m T \cdot dx &= \int_n^m \tau \cdot b \cdot dx = \int_n^m \left( \frac{dM}{b \cdot z \cdot dx} - \frac{M \cdot dz}{b \cdot z^2 \cdot dx} \right) b \cdot dx = \\ &= \int_n^m \frac{dM}{z} - \int_n^m \frac{M \cdot dz}{z^2} \quad ^{11)} \end{aligned}$$

Первый интеграл легко может быть взят по частям.

Действительно, интегрируя, имеем:

$$\sum_n^m T = \frac{1}{z} \cdot M \Big|_n^m - \int_n^m M \cdot d\left(\frac{1}{z}\right) - \int_n^m \frac{M \cdot dz}{z^2}.$$

После подстановки пределов в первый член, преобразуя второй, получаем:

$$\sum_n^m T = \frac{M_m}{z_m} - \frac{M_n}{z_n} + \int_n^m \frac{M \cdot dz}{z^2} - \int_n^m \frac{M \cdot dz}{z^2}.$$

Сократив равные, но противоположные по знаку члены, окончательно найдем:

$$\boxed{\sum_n^m T = \frac{M_m}{z_m} - \frac{M_n}{z_n}} \dots \dots \dots (3)$$

Приводимый вывод действителен для любого изгибаемого бруса, произвольной формы и изменения  $M$  по участку, и избавляет от необходимости доказывать справедливость уравнения (1-го) на частных случаях. <sup>11)</sup>

Уравнение (3) может быть переписано следующим образом:

$$\boxed{\sum_n^m T = Z_m - Z_n = \Delta Z_{n, m}}, \text{ где}$$

$Z_m$  и  $Z_n$  суть внутренние растягивающие силы, а  $\Delta Z_{n, m}$  — их приращение.

Все наши дальнейшие рассуждения будут основываться на 3-м уравнении и поэтому условимся его именовать **основным уравнением**.

Перейдем к установлению зависимости между количеством потребной арматуры и величиной скалывающих сил.

Ввиду того, что в случае простого изгиба нейтральная ось совпадает с геометрической, наибольшие главные растягивающие напряжения будут тоже на геометрической оси, и, как известно, будучи равны по величине касательным, они действуют на площадки, наклоненные под  $\perp 45^\circ$  к оси балки.

Следовательно, сумма их, нужная нам для расчета отогнутых стержней, т.-е. иначе, сумма косых растягивающих сил на участке (n-m)

$$\boxed{\sum_n^m U} = \sum_n^m T \cdot \cos 45^\circ = \boxed{0,707 \left( \frac{M_m}{Z_m} - \frac{M_n}{Z_n} \right)} \dots (4)$$

Эти силы должны быть целиком восприняты хомутами и стогнутыми стержнями, ибо при принятой для расчета стадии работы железо-бетонной балки бетон растяжению не сопротивляется.

Введем следующие дополнительные обозначения:

$F_b$  — площадь поперечного сечения всех хомутов на рассматриваемом участке,

$F_s$  — аналогичная площадь отогнутых стержней,

$\sigma_{e_1}$  — допускаемое напряжение для хомутов на растяжение,

$\sigma_e$  — допускаемое напряжение для отогнутых стержней.

Тогда

$\sum U = F_b \cdot \cos 45^\circ \cdot \sigma_{e_1} + F_s \cdot \sigma_e$ , ввиду того, что хомуты обычно ставятся перпендикулярно к оси балки, т.-е. под углом  $45^\circ$  к направлению действия косых растягивающих сил.

Разделив обе части равенства на  $\cos 45^\circ$ , получим:

$$\frac{\sum U}{\cos 45^\circ} = \sum T = F_b \cdot \sigma_{e_1} + \sqrt{2} \cdot F_s \cdot \sigma_e$$

Обозначив:  $\frac{\sigma_{e_1}}{\sigma_e} = \phi$  \*), окончательно найдем расчетную зависимость:

$$\boxed{\frac{\sum T}{\sigma_e} = \phi \cdot F_b + \sqrt{2} \cdot F_s} \dots (5)$$

$$\text{или } \boxed{F_s = 0,707 \left( \frac{\sum T}{\sigma_e} - \phi \cdot F_b \right)} \dots (6)$$

### Определение наибольшего значения $\sum T$ .

При расчете отогнутых стержней важно уметь находить наибольшее возможное значение величины суммы скальвающих сил. Автор уже вскользь касался этого вопроса <sup>11)</sup>, отметив, что для получения  $\sum T_{\max}$  «необходимо брать такое распределение нагрузки, т.-е. величин  $M$  на границах участка, где их разность будет наибольшая»... Совершенно очевидно, что для этого нужно построить линию влияния  $\sum T$  и по ней уже, ставя нагрузку в более невыгодное положение, вычислять  $\sum T_{\max}$  \*\*)

\*) Например, по нормам Госплана <sup>6)</sup>  $\sigma_{e_1} = \sigma_e = 1200 \text{ к/с}^2$ , т.-е.  $\phi = 1$ ; по нормам НКПС <sup>7)</sup> для ж.-б. мостов  $\sigma_{e_1} = 700 \text{ к/с}^2$ ,  $\sigma_e = 900 \text{ к/с}^2$ , т.-е.  $\phi = 7/9$ .

\*\*) На важность подобных линий влияния указал проф. **Г. В. Ульяновский** в своем отзыве о вышеуказанной статье автора, где между прочим писал:..... к сожалению только, автор не сделал логического вывода о важности определения линий влияния для выражения:  $\sum_1^2 T = \frac{M_2}{Z_2} - \frac{M_1}{Z_1}$ . Только благодаря таким линиям влияния можно определить действительно наибольшие напряжения в отогнутых стержнях того или иного участка стержня“...

Как мы видели выше, зная сумму скалывающих сил, легко найти необходимое количество поперечной и косой арматуры, и обратно, достаточность количества этой арматуры, поставленной, например, без расчета, из конструктивных соображений, можем выяснить, построив линию влияния  $\Sigma T$  для рассматриваемого участка, и, загружая на шах  $\Sigma T$ , найти действительное напряжение по формуле:

$$\sigma_e = \frac{\Sigma T}{\psi \cdot F_b + \sqrt{2} \cdot F_s} \dots \dots \dots (7)$$

Построение линии влияния  $\Sigma T$  весьма просто, если известны линии влияния изгибающих моментов, т. к. нужно только ординаты л. в. изгиб. момента  $M_1$  разделить на  $z_1$  и вычесть из ординат л. в. момента  $M_2$ , разделенных на свое  $z_2$ , т.-е. наложить одну линию на другую.

При  $z_2 = z_1 = z$  построение еще более упрощается, и на  $z$  можно делить только конечный результат после загрузки, потому что в этом случае

$$\Sigma T = \frac{M_2 - M_1}{z} = \frac{\Delta M_{1-2}}{z} \text{ (формула L\"{o}ser'a 4)}.$$

Построим и исследуем ряд линий влияния.

### Линии влияния $\Sigma T$ в простой балке.

#### а) С переменной высотой.

Возьмем в балке АВ, пролетом— $l$ , участок (1—2) с абсциссами  $a_1$  и  $a_2$  и плечами внутренних сил, соответственно,  $z_1$  и  $z_2$  (черт. 3). Высота балки—переменна и возрастает к середине пролета, значит  $z_2 > z_1$ .

На основании уравнения (3), линия влияния  $\Sigma T$  получится как разность между линиями  $\frac{M_2}{z_2}$  и  $\frac{M_1}{z_1}$ , каждая из которых представляет из себя треугольник с вершиной под сечением, согласно общеизвестных свойств линий влияния моментов. При этом на левой опоре будут иметь место опорные отрезки  $\frac{a_1}{z_1}$  и  $\frac{a_2}{z_2}$ , а на правой—аналогично  $\frac{b_1}{z_1}$  и  $\frac{b_2}{z_2}$  (черт. 3-b).

Разность между этими двумя треугольниками даст нам вид линии влияния  $\Sigma T$ . В нашем примере эта линия будет состоять из двух участков, разных знаков, благодаря тому, что

$$\frac{b_1}{z_1} > \frac{b_2}{z_2}.$$

Полученная линия влияния на черт. (3-с) для наглядности приведена к горизонтальной замыкающей, при чем, левый опорный отрезок равняется положительной величине

$$\left( \frac{a_2}{z_2} - \frac{a_1}{z_1} \right),$$

а правый — отрицательной

$$-\left( \frac{b_1}{z_1} - \frac{b_2}{z_2} \right).$$

Заметим, что во всех балочных системах л. в.  $\Sigma T$  имеет полную аналогию с линией влияния горизонтальной проекции усилия нисходящего раскоса фермы (черт. 4).

Действительно, проектируя на горизонтальную ось все силы, приложенные к левой отсеченной части фермы, получаем:

$$O_{1-2} \cdot \cos \beta + U_{1-2} \cdot \cos \gamma + D_{1-2} \cdot \cos \alpha = 0.$$

Принимая во внимание, что

$$O_{1-2} = -\frac{M_2}{h_2 \cdot \cos \beta}, \quad U_{1-2} = \frac{M_1}{h_1 \cdot \cos \gamma},$$

находим

$$D_{1-2} \cdot \cos \alpha = \frac{M_2}{h_2} - \frac{M_1}{h_1} \quad \dots \dots \dots (8)$$

Аналогия—полная, и ее мы в дальнейшем используем.

Длины площадок линии влияния  $\Sigma T$ , т.-е. величины  $\lambda_a$  и  $\lambda_b$  мы легко найдем, пользуясь известным способом определения нулевой точки раскоса, показанным на черт. 4-м.

Проделав аналогичное построение для нашей балки (черт. 3), из подобия треугольников  $Ao_1 u_1$  и  $AFK$ , а также  $Bo_2 u_2$  и  $BFK$  мы найдем, что

$$\frac{z_0}{\lambda_a} = \frac{z_1}{a_1}; \quad \frac{z_0}{\lambda_b} = \frac{z_2}{b_2}.$$

Кроме того,

$$\lambda_a + \lambda_b = l.$$

Из этих трех уравнений после исключения величины  $z_0$  получаем:

$$\lambda_a = \frac{l \cdot a_1 \cdot z_2}{a_1 \cdot z_2 + b_2 \cdot z_1}; \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\lambda_b = \frac{l \cdot b_2 \cdot z_1}{a_1 \cdot z_2 + b_2 \cdot z_1} \quad \dots \dots \dots (10)$$

Ординаты линии влияния  $\Sigma T$  на границах участка будут следующие:

$$y_1 = \frac{a_1}{l} \left( \frac{b_2}{z_2} - \frac{b_1}{z_1} \right); \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$y_2 = \frac{b_2}{l} \left( \frac{a_2}{z_2} - \frac{a_1}{z_1} \right) \quad \dots \dots \dots (12)$$

Далее легко находим выражения для площадей:

$$\omega_a = \frac{\lambda_a \cdot y_1}{2} = -\frac{a_1^2}{2z_1} \cdot \frac{b_1 \cdot z_2 - b_2 \cdot z_1}{a_1 \cdot z_2 + b_2 \cdot z_1}; \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\omega_b = \frac{\lambda_b \cdot y_2}{2} = \frac{b_2^2}{2z_2} \cdot \frac{a_2 \cdot z_1 - a_1 \cdot z_2}{a_1 \cdot z_2 + b_2 \cdot z_1} \quad \dots \dots \dots (14)$$



В нашем примере (черт. 3) л. в.  $\sum_1^2 T$  состояла из двух участков, разных знаков. Это обуславливалось тем простым обстоятельством, что высота балки принята увеличивающейся к середине пролета, и из форм. (11) прямо видно, что в этом случае всегда

$$\frac{b_2}{z_2} < \frac{b_1}{z_1}, \text{ т. к.}$$

$b_2 < b_1$ , а  $z_2 > z_1$ , т.-е. ордината  $y_1$  получается отрицательной.

Но очертание балки может быть и убывающим (черт. 5), т.-е.  $z_2 < z_1$ , при чем так, что

$$\frac{b_2}{z_2} > \frac{b_1}{z_1}.$$

Ордината  $y_1$  при этом получится положительной, и л. в.  $\sum_1^2 T$  будет только одного знака. На черт. 5-м построена такая линия влияния.

Аналогия с горизонтальной проекцией усилия раскоса фермы, установленная выше, вполне разъясняет нам отмеченные изменения в л. в.  $\Sigma T$ , вследствие того, что в первом случае (черт. 3) точка пересечения линий, соединяющих центры сжатий ( $o_1$  и  $o_2$ ) и центры растяжений ( $u_1$  и  $u_2$ ) в граничных сечениях, была вне пролета, во втором же случае (черт. 5) она получалась между опорами\*). На черт. (3) и (5) эта точка отмечена буквой R. Пользуясь ей, мы можем графически получить всю л. в.  $\Sigma T$ , отложив только на левой опоре отрезок  $\left( \frac{a_2}{z_2} - \frac{a_1}{z_1} \right)$ .

**в) На участке с постоянной высотой.**

В этом случае:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_2 = z; \\ \frac{a_2}{z_2} - \frac{a_1}{z_1} &= -\frac{c}{z}; \\ \frac{b_2}{z_2} - \frac{b_1}{z_1} &= -\frac{c}{z}. \end{aligned}$$

Построение линии влияния  $\Sigma T$  значительно упрощается (черт. 2).

Получаем:

$$\lambda_a = \frac{l \cdot a_1}{a_1 + a_2} = a_1 \cdot \frac{l}{l-c}; \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\lambda_b = \frac{l \cdot b_2}{a_1 + b_2} = b_2 \cdot \frac{l}{l-c}; \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$y_1 = -\frac{c \cdot a_1}{z \cdot l}; \quad y_2 = \frac{c \cdot b_2}{z \cdot l}; \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\omega_a = -\frac{a_1^2 \cdot c}{2z(l-c)}; \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$\omega_b = \frac{b_2^2 \cdot c}{2z(l-c)} \quad \dots \dots \dots (19)$$

\*) Вспомним точку Риттера для раскоса.

### с) Загрузка по линиям влияния.

Если мы имеем только равномерно-распределенную нагрузку, например, постоянную— $g$ , временную— $p$  и  $g + p = q$ , то можем составить выражения для определения  $\Sigma T_{\max}$  и  $\Sigma T_{\min}$ , избавляющие нас от необходимости строить линии влияния  $\Sigma T$ .

Пользуясь обычным правилом загрузки, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma T_{\max} &= q \cdot \omega_b + g \cdot \omega_a \\ \Sigma T_{\min} &= q \cdot \omega_a + g \cdot \omega_b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

В эти формулы вместо  $\omega_a$  и  $\omega_b$  нужно подставить их значения, исчисленные в общем случае по форм. (13) и (14).

Для участка же с постоянной высотой, произведя подстановку из форм. (18) и (19), находим:

$$\boxed{\begin{aligned} \sum_n^m T_{\max} &= \frac{c}{2z(l-c)} (q \cdot b_m^2 - g \cdot a_n^2) \\ \sum_n^m T_{\min} &= \frac{c}{2z(l-c)} (g \cdot b_m^2 - q \cdot a_n^2) \end{aligned}} \dots \dots \dots (21)$$

Найдем предельное положение того сечения, с абсциссой  $a_m = x_0$ , правее которого не будет положительной  $\Sigma T$ .

Приравнявая

$$\sum_n^m T_{\max} = \frac{c}{2z(l-c)} (q \cdot b_m^2 - g \cdot a_n^2) = 0,$$

получаем

$$q \cdot b_m^2 - g \cdot a_n^2 = 0.$$

Обозначим:  $q = m \cdot g$ , и принимая во внимание, что

$$a_m = a_n + c,$$

$$b_m = l - a_m,$$

находим

$$x_0 = \frac{l \cdot \sqrt{m+1} + c}{\sqrt{m+1}} \dots \dots \dots (22)$$

Если временная нагрузка будет в виде ряда сосредоточенных грузов (ж. д. поезд, поезд автомобилей и т. п.), то загрузка нужно производить обычным порядком, принятым в теории сооружений для подвижной сосредоточенной нагрузки (см. ниже пример).

### Влияние длины участка на точность конечных результатов.

Если просуммируем отдельные значения  $\Sigma T_{\max}$  \*), полученные для последовательных участков, в пределах какой-либо части балки, то найдем некоторую фиктивную суммарную величину скалывающих сил, возможную

\*) Совершенно аналогично можно поступить и со значениями  $\Sigma T_{\min}$ .

при разных положениях временной нагрузки. Назовем ее— $\Sigma T_{f \max}$ . Она определяется равенством:

$$\sum_0^n T_f = \sum_0^1 T + \sum_1^2 T + \dots + \sum_{n-1}^n T \dots \dots \dots (23)$$

Если каждое из слагаемых будет взято при одном и том же положении нагрузки на пролете, то ясно, что

$$\sum_0^n T_f = \sum_0^n T.$$

Но мы условились просуммировать наибольшие значения отдельных слагаемых, поэтому всегда

$$\sum_0^n T_{f \max} > \sum_0^n T_{\max},$$

за исключением, конечно, того частного случая, когда длина участка выбрана равной длине самой рассматриваемой части балки, при котором

$$\sum_0^n T_{f \max} = \sum_0^n T_{\max}.$$

Совершенно очевидно, что самый точный результат для  $\Sigma T_f$  на части пролета мы получим только при бесконечно-малых длинах участков, на которые разбивается рассматриваемая часть; все же остальные результаты, при  $c > dx$ , будут меньшими по своей численной величине.

Таким образом, для выяснения влияния длины участка нужно найти  $\Sigma T_{f \max}$  при  $c = dx$  и сравнить ее с  $\Sigma T_{f \max}$ , найденной при  $c > dx$ .

Но прежде чем перейти к этому сравнению, выясним, какое практическое значение имеет величина  $\Sigma T_f$ ? В данном невыгодном положении нагрузки

на каком-либо участке (0—1) действует сила  $\sum_0^1 T_{\max}$ , имеющая вполне реальное значение, для восприятия которой на этом участке требуется определенное количество хомутов и отогнутых стержней.

На соседнем участке (1—2) получится своя расчетная  $\sum_1^2 T_{\max}$ , при другом уже невыгодном положении нагрузки, требующая постановки своих соответствующих хомутов и отгибов и т. д.

Следовательно, на всей части балки (0—n) в сумме будет действовать  $\sum_0^n T_{f \max}$ , по величине которой и нужно определять общее количество хомутов и отогнутых стержней на части (0—n), а по характеру роста  $\Sigma T_f$  можно, как мы увидим ниже, найти места отгибов.

Возьмем простую балку АВ (черт. 6-а), постоянного сечения, с равномерно-распределенной временной и постоянной нагрузкой. Найдем для нее значение  $\Sigma T_{f \max}$  для части пролета от 0 до x при длинах участков, равных dx.

Для этого, подставив в уравнение (21)  $c = dx$ ,  $b_m = l - x$ ,  $a_n = x - dx$ , интегрируем в назначенных пределах, пренебрегая б. м. величинами 2-го порядка и выше.

Имеем:

$$\sum_0^x T_{f \max} = \frac{1}{2z_0} \int_0^x \left[ q \cdot (l-x)^2 - g \cdot x^2 \right] \frac{dx}{l} = \frac{x}{6zl} \cdot \left[ 3ql \cdot (l-x) + p \cdot x^2 \right] \dots (24)$$

По этому уравнению можно построить кривую, которая будет характеризовать рост  $\Sigma T_{f \max}$  по пролету. Для удобства построения преобразуем уравнение (24) в следующий вид:

$$\left[ \Sigma_0^x T_{f \max} = \frac{q l^2}{8z} \cdot \left[ 3 \left( 1 - \frac{x}{l} \right) + \frac{4(m-1)}{3m} \cdot \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \frac{x}{l} \right], \dots (25)$$

где  $m$  имеет прежнее значение, т.-е.  $m = \frac{q}{g} = \frac{p+g}{g}$ .

По уравнению (25), при  $m = 4$  и постоянном множителе  $\frac{q l^2}{8z}$  построена кривая на черт. (6-b).

Абсолютно-наибольшее значение  $\Sigma T_f$  на пролете получится, согласно форм. (22), при

$$x = x_0 = \frac{l \sqrt{m}}{\sqrt{m} + 1} \dots (25') \text{ и будет равно}$$

$$\max \Sigma T_{f \max} = \frac{q l^2}{6z} \cdot \frac{3m + (m+2)\sqrt{m}}{(1 + \sqrt{m})^3} = \frac{q l^2}{6z} \cdot \frac{3m + (m+2)\sqrt{m}}{1 + 3m + (3+m)\sqrt{m}} \dots (26)$$

Для сравнения найдем то же значение, но при  $s > dx$ , например, как крайний предел изменения, при  $s = \frac{l}{2}$ . В этом случае пролет разделится на два участка, и для первого из них после подстановки в форм. (21)

$$b_m = \frac{l}{2}, a_n = 0 \text{ получаем}$$

$$\Sigma_0^{1/2} T_{\max} = \frac{q l^2}{8z} = \frac{M_{\max}}{z}, \text{ что и следовало ожидать.}$$

Для второго при  $b_m = 0, a_n = \frac{l}{2}$  аналогично находим

$$\Sigma_{1/2}^1 T_{\max} = -\frac{g l^2}{8z} = -\frac{q l^2}{8z} \cdot \frac{1}{m}.$$

Суммируя значения, получаем:

$$\Sigma_0^{1/2} T_{f \max} = \frac{q l^2}{8z};$$

$$\Sigma_0^1 T_{f \max} = \frac{q l^2}{8z} - \frac{q l^2}{8z} \cdot \frac{1}{m} = \frac{q l^2}{8z} \left( \frac{m-1}{m} \right).$$

На черт. (6-b) построена соответствующая кривая по трем точкам.

Очевидно, в этом случае

$$\max \Sigma T_{f \max} = \frac{q l^2}{8z} = \frac{M_{\max}}{z} \dots (27)$$

Из сопоставления формул (26) и (27) заключаем, что истинное значение для простой балки при равномерно-распределенной нагрузке

$$\boxed{\max \Sigma T_{f \max}} = \mu \cdot \frac{ql^2}{8z} = \boxed{\mu \cdot \frac{M_{\max}}{z}}, \quad \dots (28)$$

где

$$\boxed{\mu = \frac{4 [3m + (m+2)\sqrt{m}]}{3 [1 + 3m + (3+m)\sqrt{m}]}} \dots (29)$$

Коэффициент  $\mu$ , зависящий от соотношения нагрузок, дает переход от обычного значения  $\Sigma T_{\max}$ , полученного при  $c = \frac{l}{2}$ , т.е. при полном загрузении пролета, к истинному, абсолютно-наибольшему, характеризуя в то же время влияние длины участка в крайних пределах его изменения.

Последнее обстоятельство для нас особенно важно.

Изменение  $\mu$  представлено в нижеследующей таблице, вычисленной по форм. (29):

$m = \frac{g+p}{g}$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	$\infty$
$\mu$	1,000	1,010	1,105	1,131	1,155	1,172	1,185	1,197	1,206	1,215	1,221	1,228	1,333

или графически на черт. (7).

Из таблицы или графика видно, что коэффициент  $\mu$  изменяется в довольно узких пределах и при бесконечном увеличении отношения  $m = \frac{p+g}{g}$  асимптотически приближается к значению 1,333.

Следовательно, наибольшая величина ошибки, которую можно сделать, вычисляя  $\Sigma T_{f \max}$  при одном положении нагрузки и  $c = \frac{l}{2}$ , будет равна  $\frac{1,333 - 1,000}{1,333} \cdot 100 = 25\%$  против истинного значения.

В балках ж. б. перекрытий обычно  $m = 2$ , т.е. возможная ошибка может достигнуть  $\frac{0,105 \cdot 100}{1,05} = 10\%$ .

В ж. д. мостах с пролетом, например, около 6 м.  $m = \infty 5$ , т.е. в этом случае мы преуменьшим результат на

$$\frac{1,206 - 1,000}{1,206} \cdot 100 = 17,1\%$$

если будем вычислять  $\Sigma T$  при одной установке нагрузки на шах М по середине пролета, т.е. при  $c = \frac{l}{2}$ ; фактически ошибка будет еще больше, т.е. эквивалентная нагрузка к опорам увеличивается.

Для сопоставления с полученными результатами, на черт. (6-b) нанесена кривая, найденная при том же  $m = 4$ , но при  $c = 0,1 \cdot l$ .

Порядок построения ее не вызывал особых затруднений: отдельные значения  $\Sigma T_{\max}$  по участкам получены по форм. (21), подстановкой  $c = 0,1 \cdot l$  и соответствующих  $b_m$  и  $a_n$ , суммированием  $\Sigma T_{\max}$  слева найдены ординаты кривой  $\Sigma T_{f \max}$  и нанесены на чертеж. Наибольшее значение получается при  $x_0 = 0,7 \cdot l$  и равно

$$\max \Sigma T_{f(c=0,1 \cdot l)} = 1,144 \cdot \frac{M_{\max}}{z}.$$

При том же  $m$ , но  $c = dx$ , из таблицы находим  $\mu = 1,185$ , т.е.

$$\max \Sigma T_f = 1,185 \cdot \frac{M_{\max}}{z}.$$

Разница всего-лишь

$$\frac{1,185 - 1,144}{1,185} \cdot 100 = 3,5\%.$$

Из сравнения полученных результатов можно заключить, что если на балку временная нагрузка передается непосредственно, то в ответственных сооружениях (например, мосты и т. п.) с тяжелой временной нагрузкой вполне достаточно брать  $c = 0,1 l$ , в иных же случаях можно ограничиться  $c = 0,25 l$  или, даже,  $c = l/2$ .

В первом случае, при  $c = 0,1 \cdot l$  формулы (21) для равномерно-распределенной нагрузки могут быть преобразованы в следующий вид:

$$\begin{aligned} \sum_n^m T_{\max} &= \frac{1}{18z} \cdot (q \cdot b_m^2 - g \cdot a_n^2) \\ \sum_n^m T_{\min} &= \frac{1}{18z} \cdot (g \cdot b_m^2 - q \cdot a_n^2) \end{aligned} \quad \dots \quad (30)$$

В тех случаях, когда на балку нагрузка передается в узлах, например, от вспомогательных поперечных балок, разумеется, длину участка нужно принимать равной расстоянию между узлами (длине панели) или равной полупролету, в менее ответственных сооружениях.

### Линии влияния $\Sigma T$ в неразрезных балках.

Все, сказанное выше, о построении линий влияния, о загрузении по ним и о выборе длины участка для расчета аналогично приложимо и к неразрезным балкам.

Имея линии влияния  $M^*$ ) и плечи внутр. сил  $z$ , не составит труда построить по основному уравнению (3) линию влияния  $\Sigma T$  для любого участка. Для примера, на черт. 8-м приведено несколько типичных л. в.  $\Sigma T$  в двухпролетной неразрезной балке постоянного сечения. В целях наглядности, каждая линия построена в двух видах: от непосредственного наложения, левой на правую, двух линий моментов для сечений, составляющих границы участка, и приведена к горизонтальной замыкающей.

\*) Ординаты л. в.  $M$  для неразрезных балок можно взять прямо из таблиц, помещенных в различных справочных руководствах, например <sup>9)</sup> <sup>10)</sup> и др.

Ординаты нанесены точно, с соблюдением масштаба, и для большей общности постоянный множитель  $\frac{l}{z}$  принят равным единице. При переходе к действительным значениям л. в.  $\Sigma T$ , нужно умножить ординаты на действительное значение величины  $\frac{l}{z}$ . Легко видеть, что эти линии могут быть и линиями влияния приращений моментов, если постоянным множителем считать величину  $l$ , благодаря тому, что  $\Sigma T \cdot z = \Delta M$ .

В некотором отношении интересна л. в.  $\sum_5^{10} T$  (черт. 5-b), построенная для участка, равного правой половине левого пролета. По ее виду можно сразу заключить, что для получения численно наибольшего значения  $\sum_5^{10} T$ , т.-е. наибольшего количества отогнутых стержней, нужно загрузить оба пролета полной нагрузкой; здесь мы имеем загрузку, аналогичную загрузке для получения максимум'a\*) опорного момента.

Проследим, как может измениться вид линий влияния  $\Sigma T$ , когда балка будет иметь втулы у опор. Если считать момент инерции такой балки для расчета деформаций постоянным, то ясно, что изменения получат только л. в. для тех участков, у которых одной из границ является опорное сечение или сечение в пределах втулы; остальные л. в. останутся без изменений.

На черт. 8-м пунктиром нанесены измененные л. в. при плече внутренних сил в пролете, равном 0,75 от опорного его значения, т.-е. при

$$z = 0,75 \cdot z_0.$$

Порядок построения понятен без особых пояснений.

Разберем некоторые особенности, присущие, вообще, всем крайним пролетам любых неразрезных систем со свободной крайней опорой.

Изгибающий момент в сечении крайнего пролета

$$M_x = M_{ox} + \frac{M_0 \cdot x}{l},$$

где  $M_{ox}$  — момент как в простой балке, а  $M_0$  — опорный момент (черт. 9).

Для участка этого пролета от  $x$  до  $l$  по уравнению (3)

$$\sum_x^l T = \frac{M_0}{z_0} - \frac{M_x}{z} = \frac{1}{z} \cdot \left( M_0 \cdot \frac{z}{z_0} - M_x \right) = \frac{1}{z} \cdot (\xi \cdot M_0 - M_x).$$

Подставив вместо  $M_x$  его значение, получим:

$$\sum_x^l T = \frac{1}{z} \cdot \left( \xi \cdot M_0 - M_{ox} - \frac{M_0 \cdot x}{l} \right) \quad \text{или}$$

$$\sum_x^l T = \frac{1}{z} \cdot \left[ M_0 \left( \xi - \frac{x}{l} \right) - M_{ox} \right] \dots \dots \dots (31)$$

По этому уравнению очень удобно строить линии влияния  $\Sigma T$  для участков с границей на опоре.

\*) Подразумевая под макс. наибольшее численное значение.

Здесь могут встретиться довольно любопытные частные случаи:

1. Если  $\xi = \frac{x}{l}$ , то

$$\sum_x^1 T = - \frac{M_{ox}}{z}, \dots \dots \dots (32)$$

т.-е. в этом случае сумма скалывающих сил равна аналогичному значению их в простой балке, и соответствующая л. в.  $\sum T$  обращается в треугольник (вся правая ветвь пропадает) (черт. 9-е).

2. Если  $\xi = 1$ , а  $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$ , то (черт. 8-а)

$$\sum_{1/2}^1 T = \frac{1}{z} \left( \frac{M_B}{2} - M_{ox} \right) \dots \dots \dots (33)$$

Следовательно,  $\sum T$  равна разности между половиною опорного момента и полвым моментом по середине пролета как в простой балке, поделенной на  $z$ .

3. При  $\xi < \frac{x}{l}$  из уравнения (31) усматриваем, что вся правая ветвь л. в.  $\sum T$  даже переменит знак (черт. 9-ф), т.-е. в этом случае для получения наибольшего численного значения  $\sum_x^1 T$  нужно будет загружать первый пролет и все остальные через один (аналогично загрузению при исчислении  $\max M$  в первом пролете).

В примерах из практики

$$z = \infty 0,75 \cdot z_B, \text{ т.-е.}$$

$$\xi = \infty 0,75,$$

и, значит, только для участка, прилегающего к опоре, длиной

$$c = 0,25 l$$

и меньше, правая ветвь л. в.  $\sum T$  может обратиться в нуль или переменить знак (черт. 9-г).

4. Сюда же относится и случай определения  $\sum T$  в пределах вуты, образованной, например, уклоном  $1/3$ .

Если обозначить длину вуты через  $t$ , то

$$\frac{x}{l} = \frac{l-t}{l}.$$

Далее можно без большой погрешности положить, что

$$\xi = \frac{z}{z_B} = \frac{h}{h_B} = \frac{3h}{3h+t}.$$

В данном случае всегда разность

$$\xi - \frac{x}{l} = \frac{3h}{3h+t} - \frac{l-t}{l} = \frac{t \cdot (3h+t-l)}{l \cdot (3h+t)}$$

есть величина отрицательная, благодаря тому, что обычно

$$h < \frac{l-t}{3}.$$



Следовательно, почти всегда линия влияния  $\Sigma T$  в пределах вуты будет иметь вид, показанный на черт. (9-g), и загрузка по ней будет аналогично тому, которое применяется для получения  $\max M$  в пролете, т.-е. через пролет.

При этом, вследствие того, что смежные участки линии влияния опорного момента, например, в балке с равными пролетами, почти равны между собой, влияние опорного момента на величину  $\Sigma T$  будет сказываться только в половинном размере от его наибольшего значения \*).

### Практическое применение линий влияния.

На основании всего вышеизложенного, можно установить следующий порядок расчета отогнутых стержней по линиям влияния  $\Sigma T$ .

#### а) В простых балках.

При расчете балок ответственных сооружений с тяжелой временной нагрузкой, например, железнодорожных мостов или подобных им сооружений из гражданского строительства (подкрановые балки и т. п.) *нужно полностью проводить расчет по линиям влияния для  $\Sigma T$* , принимая длины участков равными  $0,1 \cdot l$  (см. выше). Если при этом нагрузка учитывается в виде эквивалентной равномерно-распределенной (для каждого участка она может быть различной), то  $\max \Sigma T$  и  $\min \Sigma T$  можно вычислять прямо по готовым формулам, выведенным из линии влияния, без построения самих линий влияния (по форм. 21 и 30).

В противном случае, построив л. в., загружаем их обычным порядком на  $\max$  и  $\min$ .

Так или иначе, для каждого участка;  $c = 0,1 \cdot l$ , находим наибольшее и наименьшее значение  $\Sigma T$ .

Общая сумма отдельных  $\Sigma T$  одного знака после подстановки в форм. (6) даст общее количество отогнутых стержней одного направления по всему пролету.

При этом нужно иметь в виду, что, при принятом правиле знаков для  $M$  (выгиб вниз—положительный  $M$ ), *положительному значению  $\Sigma T$  соответствует наклон отогнутой арматуры влево, отрицательному—наоборот.*

Для нахождения мест отгибов можно построить особые кривые. Суммируем последовательно найденные  $\Sigma T_{\max}$  для участков и, откладывая эти величины по ординатам от горизонтали, соединяем плавной кривой (черт. 10). Получим диаграмму, которую назовем *эпюрой наибольших приращений  $\Sigma T$  \*\*).*

Любая ордината подобных эпюр равна наибольшему, возможному при разных положениях нагрузки, приращению скалывающих сил левее сечения, против которого взята ордината.

Выше, при разборе вопроса о влиянии длины участка на точность результатов, мы уже имели дело с подобными кривыми, называя их кривыми  $\Sigma T_f$ . Следовательно, эпюру наибольших приращений можно называть эпюрой  $\Sigma T_f$ .

В простой балке постоянного сечения при равномерно-распределенной нагрузке, одинаковой для всех сечений пролета, эту эпюру можно строить прямо по точному уравнению (25) для  $\Sigma T_f$ .

Построив эпюру, задаемся сечением хомута  $f_0$ , расстоянием между хомутами  $e$  и проводим наклонную линию  $ab$  под  $\perp \beta$  к горизонтали (черт. 10), при хомутах на равных расстояниях.

\*) Здесь мы имеем частичное подтверждение известного правила проф. Mörsch'a, по которому в расчетах на скалывание в пределах вуты наибольший опорный момент от времен. нагрузки учитывается в половинном размере... и т. д. См. 1) 2).

\*\*) Аналогично и наименьших.

Угол  $\beta$  характеризует приращение  $\Sigma T_b$ , воспринимаемое хомутами, и определяется условием:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\Sigma T_b \cdot m_1}{l \cdot m_2} = \frac{f_e \cdot \sigma_{e1} \cdot m_1}{e \cdot m_2}; \quad \dots \quad (33)$$

здесь  $m_1$  и  $m_2$  — масштабные числа чертежа эпюры.

Проводим под  $\perp \beta$ , т.е. параллельно наклонной линии  $ab$ , касательную к кривой; отрезок  $\overline{ks}$  между касательной и наклонной, взятый в масштабе сил, означает абсолютно-наибольшее значение  $\Sigma T_s$ , по которому

$$F_s = \frac{\Sigma T_s \cdot \cos 45^\circ}{\sigma_e} = \frac{\Sigma U_s}{\sigma_e}.$$

Дальнейшее построение для нахождения мест отгибов вполне аналогично приему, предложенному проф. Lüsser'ом<sup>4)</sup> при расчете отгибов по эпюрам изгибающих моментов, и понятно из чертежа (см. черт. 10).

В балках постоянного сечения вместо эпюры наиб. приращений  $\Sigma T$  можно строить эпюру наибольших приращений моментов ( $\Delta M$ ), которая пропорциональна эпюре  $\Sigma T_f$  (см. ниже пример № 4).

Если балка по очертанию вполне симметрична, то эпюру наименьших приращений можно не строить, вследствие того, что она будет обратно-симметрична эпюре наибольших приращений, то-есть арматура в правой половине будет совершенно одинакова с левой, но наклонена противоположно, что очевидно.

Выше отмечалось, что в балках с сравнительно более легкой временной нагрузкой (напр., в большинстве гражд. сооружений, в мостах под обыкновенную дорогу и т. п.) длину участка вполне достаточно брать равной половине пролета. В этом случае линия влияния  $\Sigma T$  обращается в треугольник, идентичный линии момента посредине пролета, и наибольшее значение величины  $\Sigma T$  одного направления по всему пролету будет пропорционально наибольшему моменту, так как

$$\Sigma T_{\max} = \frac{M_{\max}}{z}.$$

Момент  $M_{\max}$  обычно бывает найден заранее для подбора сечения балки, следовательно, находить его не придется.

Но как выяснилось при исследовании влияния длины участка, в данном случае при действии подвижной нагрузки найденный результат будет всегда несколько меньше истинного, абсолютно-наибольшего значения  $\Sigma T_{f \max}$ . И не желая сознательно идти на преуменьшение запаса прочности в отогнутых стержнях, полезно найденное значение  $\Sigma T_{\max}$  увеличить, согласно форм. 28-й, умножением на коэффициент  $\mu$ , который можно при равномерно-распределенной нагрузке найти по формуле 29-й или же взять из соответствующей таблицы или графика (черт. 7).

При других нагрузках коэффициент  $\mu$  можно определить приближенно по соображению с эквивалентной данному случаю равномерно-распределенной нагрузкой; примерно, будет  $\mu = 1,07 - 1,18$ .

Совершенно очевидно, что при действии таких подвижных нагрузок, при которых наибольший момент в пролете получается не посредине пролета, а в других сечениях, нужно именно его величину вводить в расчет, то-есть принимать длину участка равной расстоянию от опоры до сечения с наибольшим моментом.

При таких расчетах места отгибов назначаются из конструктивных соображений. При желании, их можно найти и по эпюре моментов, соответствующей данному положению нагрузки, при котором был найден расчетный  $M_{\max}$ , ибо здесь соответствующая ветвь эпюры наибольших приращений моментов обращается в ветвь эпюры  $M$  (черт. 6).

### в) В неразрезных балках.

Здесь мы должны поступать совершенно аналогично предыдущему.

В неразрезных балках с тяжелой нагрузкой придется полностью проводить весь расчет по линиям влияния  $\Sigma T$ , деля каждый пролет на десять участков, и, в конечном итоге, строить отдельно для каждого пролета эпюры наибольших и наименьших приращений  $\Sigma T$  или  $\Delta M$ , если балка постоянного сечения.

Порядок вычисления ординат и построения эпюр остается таким же, как и в простых балках, вся разница будет, во-первых, в виде линий влияния  $\Sigma T$  для отдельных участков, стало-быть и в пределах загрузений, а, во-вторых, — в самой форме эпюры приращений. Само собою разумеется, что если пролеты неразрезной балки вполне симметричны, то эпюры наименьших приращений можно не строить, опять-таки благодаря обратной их симметричности эпюрам наибольших приращений.

При разборе вопроса о линиях влияния  $\Sigma T$  для неразрезных балок уже отмечалось, что построение их легко может быть произведено, пользуясь готовыми ординатами линий влияния изгибающих моментов, взятыми из имеющихся таблиц. При этом строить их удобнее при постоянном множителе  $\frac{l}{z}$ , где  $z$  есть пролетное плечо внутренних сил.

Для участков в пределах вут лучше оставлять тот же множитель  $l/z$ , учитывая переменность введением отношения

$$\xi = \frac{z}{z_0} \text{ (см. выше).}$$

Чтобы ускорить подобные расчеты можно для неразрезных балок, равнопролетных и неравнопролетных, но с определенными, различными соотношениями длин пролетов, составить готовые таблицы ординат линий влияния  $\Sigma T$  для последовательных участков, равных  $0,1 \cdot l$  или, даже,  $\frac{1}{12} \cdot l$ , при постоянном множителе  $\frac{l}{z}$ . Для вутных участков такие таблицы могут иметь разветвления

при различных  $\xi$ , например, от  $\xi = 1$  (балка без вут) до  $\xi = 0,5$ , с градацией через  $0,1$ ; промежуточные значения будут браться при расчетах по интерполяции.

При разработке и составлении таких таблиц для балок с вутами полезно учесть влияние переменности момента инерции на величину ординат.

Если будут составлены подобные таблицы, то, и без того незначительная, вычислительная работа при построении линий влияния  $\Sigma T$  почти совершенно отпадет.

Указанный расчет отогнутых стержней в неразрезных балках по линиям влияния  $\Sigma T$  и по эпюрам наибольших приращений хотя и дает нам полную точность и определенность результатов, но он все же довольно громоздок и поэтому будет оправдывать цель лишь только в особых, отмеченных выше, случаях (ж. д. мосты и пр.).

В балках же с относительно более легкой временной нагрузкой по аналогии с простыми балками можно без большой погрешности делить для расчета каждый пролет только всего на два участка с границей в сечении, обычно близком к середине пролета, где изгибающий момент получается наибольший.

При получении  $\Sigma T_{\max}$ , одного направления в каждом пролете, совершенно нет надобности строить линию влияния  $\Sigma T$ : нужно только представить себе ее вид для того, чтобы точно знать какие пролеты необходимо загружать временной нагрузкой. Зная загрузку, находим моменты на границах участка и по основному уравнению (3) вычисляем расчетную  $\Sigma T$ , по которой, задавшись количеством хомутов, определяется необходимая площадь отогнутых стержней одного направления.

Подобные линии влияния уже нами строились (черт. 8 и 9). Их вид показывал, что загрузка по ним вполне идентично загрузке при получении численно наибольшей величины прилетающего опорного момента.

Но последний в неразрезных балках уже бывает обычно найден заранее для подбора сечения, следовательно, для расчета отогнутой арматуры всегда будет недоставать лишь только соответствующего пролетного момента (см. пример № 3).

Но и от вычисления этих пролетных моментов можно избавиться, заменив их, вполне правильно, наибольшими моментами в пролетах, по следующим причинам.

Во-первых, как показало нам исследование влияния длины участка, деля каждый пролет только на два участка, мы всегда получим преувеличенный результат, который для приближения к истинному, абсолютно-наибольшему в простых балках умножается на коэффициент  $\mu$ , больший единицы; аналогичный какой-то коэффициент  $\mu > 1$  будет и в неразрезных балках.

Во-вторых, в неразрезных балках с вутами для участка в пределах вуты, как мы видели выше, загрузка вполне тождественно загрузке при получении максимум'a пролетного момента, но не опорного. (см. черт. 9-g).

Таким образом, мы ближе подойдем к истинному значению  $\Sigma T_f$ , и при том, можно утверждать, что несколько не преувеличим результата, если будем вводить в основное уравнение (3) одновременно численно наибольшие значения и опорного момента, и момента в пролете.

Тот и другой изгибающие моменты всегда бывает найдены заранее для подбора сечений, следовательно, определение общего необходимого количества хомутов и отогнутых стержней в каждом пролете, при помощи основного уравнения и форм. (6), сводится к весьма простым действиям, к настолько простым, что совершенно нет надобности в каких-либо специальных вспомогательных таблицах для исчисления  $\Sigma T$ .

Конечно, имеется полная возможность на основании изложенного метода, при помощи линий влияния  $\Sigma T$  и эпюр приращений составить для ряда неразрезных балок, с вутами и без вут, готовые таблицы, дающие непосредственно абсолютно-наибольшие значения  $\Sigma T_f$  в каждом пролете, в обоих направлениях, при некоторых постоянных множителях. Например, при равно-

мерно-распределенной нагрузке постоянным множителем будет величина  $\frac{ql^2}{z}$ ,

а при сосредоточенных грузах  $P$ , фиксированных в своих точках приложения—

$\frac{P \cdot l}{z}$  и т. д.

Однако, автор не видит особой нужды в таких таблицах, ибо в ответственных сооружениях с тяжелой подвижной нагрузкой, по вполне понятным причинам, все равно не избежать построения эпюр наибольших приращений скалывающих сил; в иных же случаях результаты, весьма просто находимые прямой подстановкой имеющихся уже изгибающих моментов в основное уравнение, ничтожно мало будут отличаться от тех абсолютно-наибольших, которые могли бы дать эти таблицы.

## Примеры.

### 1. Определение общего количества отогнутых стержней в простой балке при равномерно-распределенной нагрузке.

**Условие:** Однопролетная, свободнолежащая балка ж.-б. перекрытия, имеющая расчетный пролет  $l = 8,25$  м. и плечо внутренних сил в пролете  $z = 0,68$  м., подвержена воздействию постоянной равномерно-распределенной нагрузки  $g = 2,45$  т/м и временной  $p = 2,85$  т/м. Определить для нее общую необходимую площадь отогнутых стержней?

**Решение:**

$$\text{Соотношение нагрузок } m = \frac{g + p}{g} = \frac{2,45 + 2,85}{2,45} = 2,165.$$

Из таблицы, составленной по форм. (29), находим

$$\mu = 1,114.$$

Далее

$$\Sigma T_{f \max} = \mu \cdot \frac{M_{\max}}{z} = \mu \cdot \frac{(g + p) \cdot l^2}{8 \cdot z} = 1,114 \cdot \frac{(2,45 + 2,85) 8,25^2}{8 \cdot 0,68} = 73,8 \text{ т.}$$

Длина части пролета, имеющей положительный рост  $\Sigma T$ , по форм. (25)

$$x_0 = \frac{l \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{m} + 1} = \frac{8,25 \cdot \sqrt{2,165}}{\sqrt{2,165} + 1} = 4,92 \text{ м.}$$

При двухсрезах хомутах из RE 8 мм. с  $f_c = 1,01$  см.<sup>2</sup>, поставленных через 0,25 м., площадь их на длине  $x_0 = 4,92$  м

$$F_b = 1,01 \cdot \frac{4,92}{0,25} = 19,85 \text{ см}^2.$$

Далее, по формуле (6) при  $\phi = 1$  получаем общую площадь отогнутых стержней одного направления:

$$F_s = 0,707 \cdot \left( \frac{73800}{1200} - 19,85 \right) = 29,4 \text{ см}^2.$$

### 2. Пример проверки напряжений в отогнутых стержнях.

**Условие.** \*) В главном ребре балочного моста под жел. дорогу с пролетом  $l = 6,80$  м. (чер. 11) проверить напряжение в третьих слева отогнутых стержнях, состоящих из 2 RE 36 мм. Все размеры указаны на черт. (11-а). Постоянная нагрузка равна  $g = 3,52$  т/м. и трем сосредоточенным грузам по  $G = 0,13$  т. каждый, расположенных по середине пролета и над опорами.

Временная нагрузка—нормальный поезд 1907 г.

**Решение:**

Длина участка, занимаемого рассматриваемыми стержнями,  $s = 0,89$  м. Расстояние от границ участка до опор:

$$a_1 = 0,65 + \frac{0,89}{2} = 1,09 \text{ м.},$$

$$b_1 = 6,80 - 1,09 - 0,89 = 4,82 \text{ м.}$$

\*) Условие взято у Передерия, Г. П.—Курс ж.-б. мостов. 1923 г., стр. 307.

Плечо внутренних сил по условию

$$z = 0,84 \text{ м.}$$

$$\text{Далее. } \frac{c}{z} = \frac{0,89}{0,84} = 1,06.$$

На черт. (11-b) построена соответствующая линия влияния  $\Sigma T$ . По ней, ставя временную нагрузку в невыгодное положение, находим:

$$\Sigma T_{\max}^P = \left( 180 + 80 \cdot 0,32 \right) \frac{1,06}{6,8 \cdot 2} = 16 \text{ т.}$$

От постоянной нагрузки по форм. (21) и из линии влияния имеем:

$$\Sigma T_g = \frac{1,06 \cdot 3,52}{2(6,8 - 0,89)} \cdot \left( 4,82^2 - 1,09^2 \right) + \frac{0,13 \cdot 1,06}{2} = 7,64 \text{ т.}$$

Полная  $\Sigma T_{\max} = 16,0 + 7,64 = 23,64 \text{ т.}$

Из чертежа видно, что хомуты—двойные из RE 8 мм. (четырёхсрезные) поставлены через 25 см., т.-е. площадь их на рассматриваемом участке

$$F_b = \frac{0,89}{0,25} \cdot 2,01 = 7,15 \text{ см.}^2$$

Далее находим действительное напряжение:

$$\sigma_c = \frac{\Sigma T}{\phi \cdot F_b + \sqrt{2} \cdot F_s} = \frac{23640}{7/9 \cdot 7,15 + \sqrt{2} \cdot 20,36} = 695 \text{ к/с}^2.$$

з) Пример определения общего количества  $F_s$  в неразрезной балке.

Условие: Для двухпролетной неразрезной балки с пролетами  $l_1 = l_2 = 7,35 \text{ м.}$  найти общее количество потребной отогнутой арматуры. Размеры балки указаны на черт. (12). Постоянная нагрузка состоит из равномерно-распределенной  $g = 0,6 \text{ т/м.}$  и сосредоточенной силы  $G = 11,05 \text{ т.}$  по середине пролета. Временная— $P = 8,55 \text{ т.}$  тоже по середине пролета.

При этих нагрузках ранее найдено, что наибольший момент по середине пролета  $M_{\max} = +27,30 \text{ т. м.}$ , а наибольший отрицательный момент на промежуточной опоре  $M_b = -31,1 \text{ т. м.}$

Решение: Длины участков принимаем равными расстоянию между сосредоточенными силами (между узлами), \*) т.-е. будем иметь четыре равных участка:  $c_1 = c_{II} = c_{III} = c_{IV} = l/2$ . Мысленно представляя себе вид соответствующих линий влияния, заключаем, что для получения  $\Sigma T_{\max}^I$  нужно загрузить временной нагрузкой 1-й пролет, а для  $\Sigma T_{\max}^{II}$  \*\*)—оба пролета.

Таким образом, для подсчета  $\Sigma T$  нам недостает только момента  $M$  по середине пролета от полного загружения.

По таблицам из Beton-Kalender находим:

$$M = \frac{gl^2}{16} + 0,156 \cdot (P + G) \cdot l = \frac{0,6 \cdot 7,35^2}{16} + 0,156 \cdot (8,55 + 11,05) \cdot 7,35 = +24,42 \text{ т. м.}$$

\*) Границей между участками принимается то сечение в пролете, в котором получается наибольший пролетный изгиб. момент.

\*\*) Находим численно наиб. значение.

Далее по уравнению (3) будем иметь: \*)

$$\Sigma T^I_{\max} = \frac{M_{\max}}{z_0} = \frac{27,3}{0,9 \cdot 0,69} = +44,0 \text{ т.}$$

$$\Sigma T^{II}_{\max} = \frac{M_b}{z_b} - \frac{M}{z_0} = -\frac{31,1}{7/8 \cdot 0,94} - \frac{24,42}{0,9 \cdot 0,69} = -77,2 \text{ т.}$$

Правый пролет—симметричен, следовательно значения  $\Sigma T$  для него будут равны по величине аналогичным значениям левого пролета, но противоположны по знаку, т.е. обратно-симметричны.

На основании сказанного

$$\Sigma T^{III}_{\max} = -\Sigma T^{II}_{\max} = +77,2 \text{ т.},$$

$$\Sigma T^{IV}_{\max} = -\Sigma T^I_{\max} = -44,0 \text{ т.}$$

Ставим одиночные двухрезные хомуты из RE  $1/4''$  через  $e = 25 \text{ см.}$  с  $f_e = 0,63 \text{ см.}^2$ .  
Общая площадь их на каждом участке

$$F_b = \frac{c \cdot f_e}{e} = \frac{735 \cdot 0,63}{2 \cdot 25} = 15,55 \text{ см.}^2$$

Потребная площадь отогнутых стержней по форм. (6) при  $\psi = 1$ , имея в виду, что на хомуты передается согласно норм не более  $1/3 \Sigma T$ :

$$F_s^{IV} = F_s^I = \frac{2 \Sigma T}{3 \sigma_e} \cdot \cos 45^\circ = \frac{2 \cdot 44000}{3 \cdot 1200} \cdot 0,707 = 17,3 \text{ см.}^2$$

$$F_s^{II} = F_s^{III} = \left( \frac{\Sigma T}{\sigma_e} - \psi \cdot F_b \right) \cos 45^\circ = \left( \frac{77200}{1200} - 15,55 \right) 0,707 = 34,4 \text{ см.}^2$$

Принимаем на I-м и IV-м участках по

$$2 \text{ RE } 1^{1/8}'' + 1 \text{ RE } 1'' \text{ с } F_s = 17,89 \text{ см.}^2,$$

а на II-м и III-м уч. по  $4 \text{ RE } 1^{1/8}'' + 2 \text{ RE } 1'' \text{ с } F_s = 35,78 \text{ см.}^2$ .

По участкам можно распределить эти стержни конструктивно, принимая во внимание, что согласно полученным знакам перед  $\Sigma T$ , стержни в I-м и III-м участках должны быть наклонены влево, а во II-м и IV-м—вправо.

#### 4) Пример расчета отогнутых стержней в мостовой балке по линиям влияния $\Sigma T$ .

Требуется рассчитать хомуты и отогнутые стержни в главном ребре ж.-б. балочного моста под ж. д. нормальной колеи с расчетным пролетом  $l = 8,0 \text{ м.}$   
Нагрузка—«Н»—1925 г.

Ранее при расчете найдено:

1. Постоянная нагрузка, равномерно-распределенная  $g = 4 \text{ т/м.}$  балки.

3. Балка имеет постоянную полную высоту  $d_0 = 1 \text{ м.}$ , полезную  $h = 0,92 \text{ м.}$

Разбиваем пролет на 8 участков, каждый по  $c = 1 \text{ м.}$  Строим линии влияния  $\Delta M$  для каждого участка, но т. к. балка симметрична, то достаточно построить только четыре л. в.:

$$\Delta M_{0-1}, \Delta M_{1-2}, \Delta M_{2-3}, \Delta M_{3-4} \text{ (черт. 13).}$$

\*) Величины  $z$  взяты приближенно: для тавра— $0,9 \cdot h$ , для прямоугольника— $7/8$ .

Загружаем сосредоточенной временной нагрузкой на тах  $\Delta M$  и находим, пользуясь таблицами статических моментов пседа «Н», от временной нагрузки:

$$\Delta M_{0-1} = \frac{1}{2 \cdot 8} \cdot (375 + 125 \cdot 1) = 36,25 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{1-2} = \frac{1}{2 \cdot 8} \cdot 375 = 23,45 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{2-3} = \frac{1}{2 \cdot 8} \cdot (225 + 100 \cdot 0,5) = 17,20 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{3-4} = \frac{1}{2 \cdot 8} \cdot (112,5 + 75 \cdot 1) = 11,72 \text{ т. м.}$$

$$*) \Delta M_{4-5} = \frac{30}{2 \cdot 8} \cdot (3 + 1,5) = 8,45 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{5-6} = \frac{30}{2 \cdot 8} \cdot (2 + 0,5) = 4,69 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{6-7} = \frac{30}{2 \cdot 8} = 1,875 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{7-8} = 0 \text{ (вся л. в. отрицательна).}$$

Далее, от постоянной нагрузки по форм. (21), например, для участка (1—2)

$$\Delta M_{1-2} = \frac{c \cdot g}{2(l-c)} (b_2^2 - a_1^2) = \frac{g}{14} \cdot (b_2^2 - a_1^2).$$

По этой формуле, принимая во внимание обратную симметричность для правой части, находим от постоянной нагрузки:

$$\Delta M_{0-1} = - \Delta M_{7-8} = \frac{4 \cdot 7^2}{14} = 14 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{1-2} = - \Delta M_{6-7} = \frac{4}{14} \cdot (6^2 - 1^2) = 10 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{2-3} = - \Delta M_{5-6} = \frac{4}{14} \cdot (5^2 - 2^2) = 6 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{3-4} = - \Delta M_{4-5} = \frac{4}{14} \cdot (4^2 - 3^2) = 2 \text{ т. м.}$$

Складывая полученные величины, найдем значения наибольших приращений моментов по участкам:

$$\Delta M_{0-1} = 36,25 + 14 = + 50,25 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{1-2} = 23,45 + 10 = + 33,45 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{2-3} = 17,20 + 6 = + 23,20 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{3-4} = 11,72 + 2 = + 13,72 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{4-5} = 8,45 - 2 = + 6,45 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{5-6} = 4,69 - 6 = - 1,31 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{6-7} = 1,875 - 10 = - 8,125 \text{ т. м.}$$

$$\Delta M_{7-8} = - 14 \text{ т. м.}$$

\*) Для участков правой половины пролета более невыгодным оказалось загружать двумя 30-тонными осями.



Ординаты эпюры наибольших приращений моментов:

$$\begin{aligned}
 y_0 &= 0. \\
 y_1 &= 50,25 \text{ т. м.} \\
 y_2 &= 50,25 + 33,45 = 83,70 \text{ т. м.} \\
 y_3 &= 83,70 + 23,20 = 106,90 \text{ т. м.} \\
 y_4 &= 106,90 + 13,72 = 120,62 \text{ т. м.} \\
 y_5 &= 120,62 + 6,45 = 127,07 \text{ т. м.} \\
 y_6 &= 127,07 - 1,31 = 126,76 \text{ т. м.} \\
 y_7 &= 126,76 - 8,125 = 118,635 \text{ т. м.} \\
 y_8 &= 118,635 - 14,00 = 104,635 \text{ т. м.}
 \end{aligned}$$

По найденным ординатам строим эпюру наибольших приращений  $\Delta M$  (черт. 13).

Предполагаем поставить двойные хомуты из RE 8 мм. с  $f_e = 2,01 \text{ см.}^2$  (площадь 4-х ветвей) через 25 см., равномерно по пролету.

Плечо внутренних сил примем

$$z = \frac{7}{8} h = \frac{7}{8} \cdot 0,92 = 0,81 \text{ м.}$$

Тогда общее приращение моментов, воспринимаемое хомутами в пределах всего пролета,

$$\Delta M^b_{\max} = \frac{z \cdot f_e \cdot l \cdot \sigma_{e1}}{e} = \frac{81 \cdot 2,01 \cdot 800 \cdot 700}{25 \cdot 10^5} = 36 \text{ т. м.}$$

Далее, на основании изложенного выше, проводим наклонную линию  $ab$  и касательную  $df$ , параллельную ей. На чертеже получаем отрезок  $ks$ , который, будучи взят в масштабе ординат эпюры, даст

$$\max \Delta M_s = 105 \text{ т. м.,}$$

т.-е. абсолютно-наибольшее приращение моментов, которое нужно передать на отогнутые стержни.

По нему потребное количество отогнутой арматуры

$$F_s = \frac{\Delta M_s \cdot 0,707}{z \cdot \sigma_s} = \frac{105 \cdot 10^5 \cdot 0,707}{81 \cdot 900} = 102 \text{ см.}^2$$

Принимаем

$$20 \text{ RE } 26 \text{ мм. с } F_s = 106,18 \text{ см.}^2$$

Места отгибов найдем графически по эпюре  $\max \Delta M$  (см. черт. 13) с тем условием, что в каждой плоскости будет отогнуто по два стержня.

Вследствие симметричности балки, эпюру наименьших приращений моментов не строим, а принимаем в правой половине то же число отогнутых стержней, что и в левой и на тех же расстояниях.

Для сравнения на эпюру наибольших приращений моментов наложена эпюра наибольших моментов, исчисленная для данного случая \*). Из чертежа видим, что первая эпюра целиком покрывает вторую, имея расхождение в наибольших ординатах на

$$\frac{127,5 - 100,75}{127,5} \cdot 100 = 21\%.$$

\*) Самый подсчет для краткости не приводится.

## Заключение.

Перечислим главные положения нового способа расчета отогнутых стержней.

1. Основное уравнение (3), связывающее между собой изгибающие моменты на границах участка и сумму или равнодействующую скалывающих сил на этом участке, дает возможность определять для балки *любой формы* практически нужный результат совершенно без знания поперечных сил, надобность в которых отпадает, если только мы не интересуемся величиной скалывающих напряжений в сечениях \*).

2. Линии влияния  $\Sigma T$ , построенные по основному уравнению, дают возможность определять действительно необходимое количество отогнутых стержней и хомутов для балки, при действии на нее подвижной нагрузки, или находить при тех же условиях в отогнутых стержнях *истинное действующее напряжение*, при проверочных расчетах. Последнее обстоятельство ценно будет там, где достаточность поставленной отогнутой арматуры вызывала какие-либо особые, серьезные сомнения.

3. Линии влияния  $\Sigma T$ , изображенные даже схематично, дают возможность знать пределы загрузки, и, если мы места отгибов предполагаем назначить конструктивно, дальнейший расчет можно вести без линий влияния, по основному ур-нию (3). При этом часть моментов бывает найдена заранее, при подборе сечений, следовательно, расчет значительно упрощается.

4. Эпюры наибольших приращений  $\Sigma T$ , как результат расчета по линиям влияния скалывающих сил, дают возможность находить действительно абсолютно-наибольшее требуемое количество отогнутых стержней на пролете, в то же время дают возможность распределять эти стержни должным образом по пролету. На эти эпюры роста  $\Sigma T$  можно нанести ступенчатую линию роста принятого количества отогнутой арматуры, которая должна в рационально спроектированной балке обнимать кривую  $\Sigma T_r$  или, как крайний предел, врезаться в нее одними углами, выступая другими (черт. 10). Таким образом, по нашему мнению, разрешается насущная задача практики проектирования железобетонных мостов.

5. Установленная аналогия л. в.  $\Sigma T$  с линией влияния горизонтальной проекции усилия нисходящего раскоса фермы позволит, быть может, сделать дальнейшие обобщения и поможет в исследованиях, например, вопроса о расчете отогнутых стержней во внецентренно-сжатых или растянутых элементах.

6. Разобранный в настоящей статье способ расчета отогнутых стержней целиком приложим только к балкам с простым изгибом, но с известными ограничениями и допущениями может быть применяем и во внецентренно-сжатых или внецентренно-растянутых элементах.

Дело в том, что основное уравнение (3) дает нам  $\Sigma T$  по геометрической оси, но благодаря тому, что у балок нейтральная ось совпадает с геометрической, мы и определяли по нему равнодействующую главных растягивающих сил на участке и т. д.

При действии же  $M$  совместно с  $N$ , нейтральная ось, как известно, не будет совпадать с геометрической, таким образом, хотя мы и имеем возможность, согласно принципа независимого действия сил, по ур-нию (3) определить сумму скалывающих сил по геометрической оси, но это вопроса не разрешает потому что для расчета отогнутых стержней нужна  $\Sigma T$  по нейтральной оси, по которой только и можно найти равнодействующую главных растягивающих сил. Впрель до исследования этого вопроса заметим, что так как в ригелях

\*) В ж.-б. стержнях нахождение величины скалывающих напряжений не имеет практического смысла, т. к. по нормам все скалывающие напряжения должны быть переданы на хомуты и отогнутые стержни. Кроме того, как отмечалось в начале, допустимый предел в  $15 \text{ к/с}^2$  редко бывает превышен.

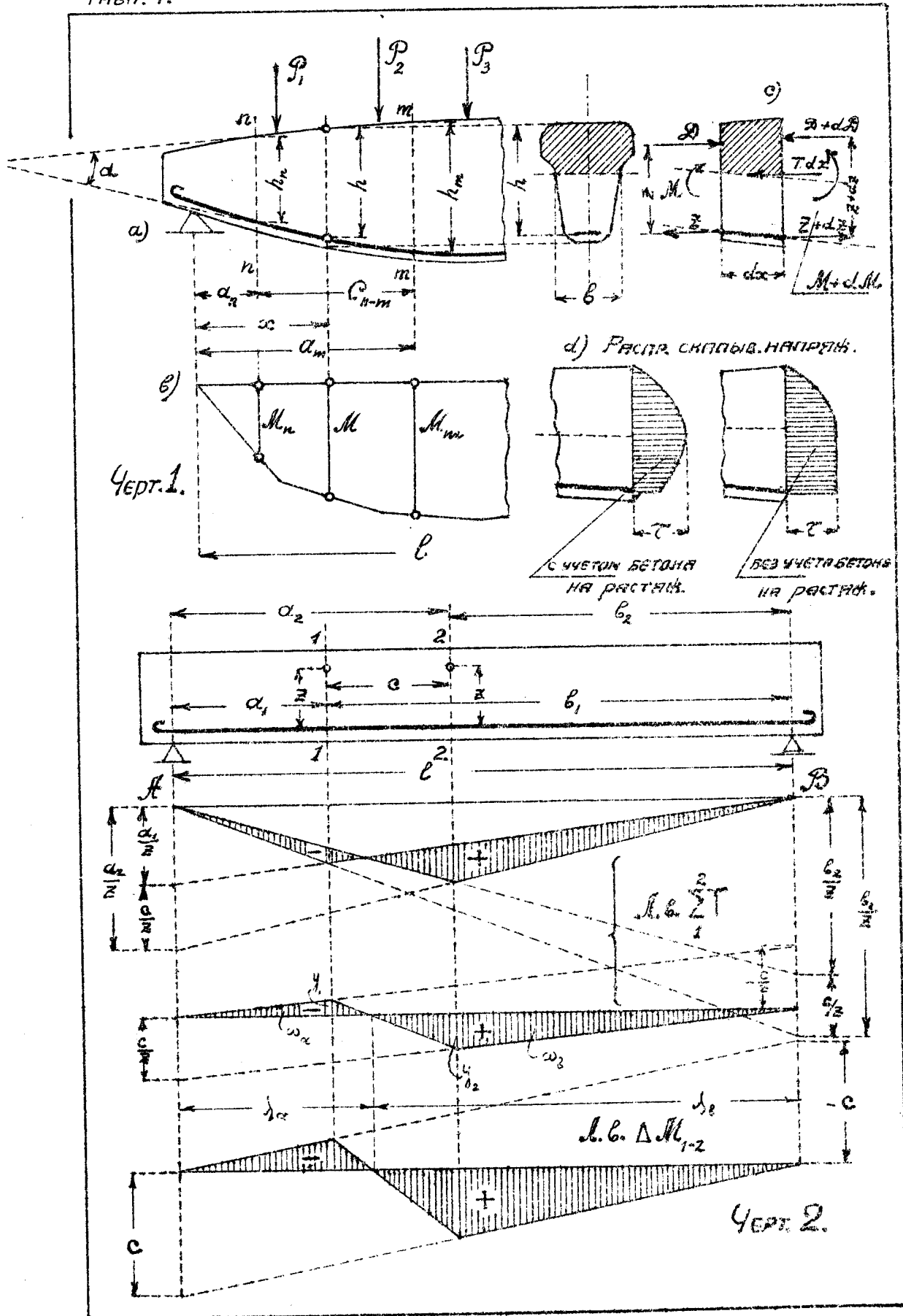
рам превалирует изгиб над действием нормальной силы, нейтральная ось будет незначительно отходить от геометрической, т.-е. можно будет без большой погрешности рассматривать ригель, как балку, и применять целиком изложенный способ. Допущение пойдет в сторону увеличения запаса прочности в отогнутых стержнях.

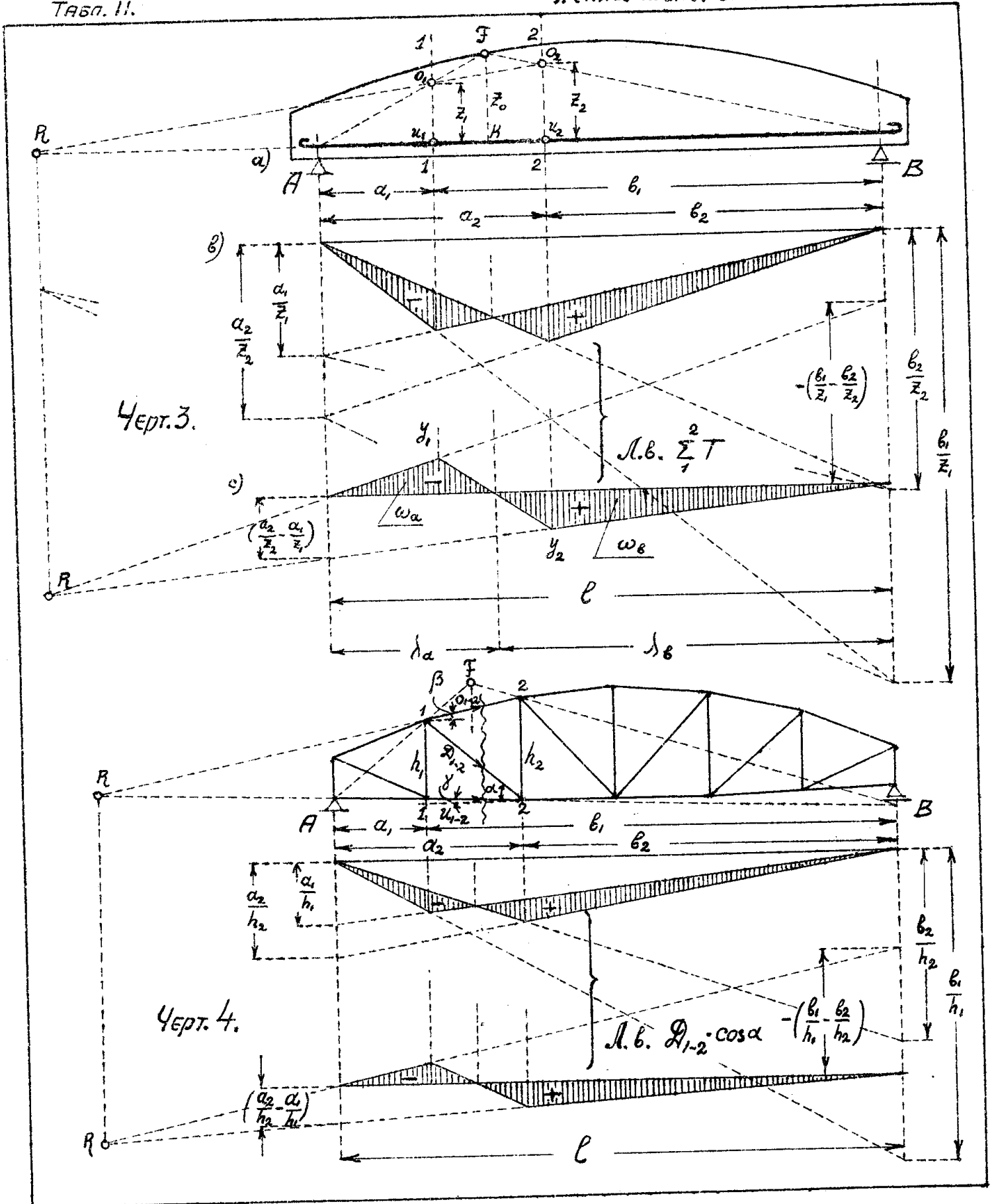
Для стоек же рам, в которых преобладает действие сжимающей нормальной силы, расчет отогнутых стержней почти отпадает, т. к. обычно все сечение бывает сжатым; в исключительных случаях, когда эксцентриситеты велики, можно стойки отнести к балкам.

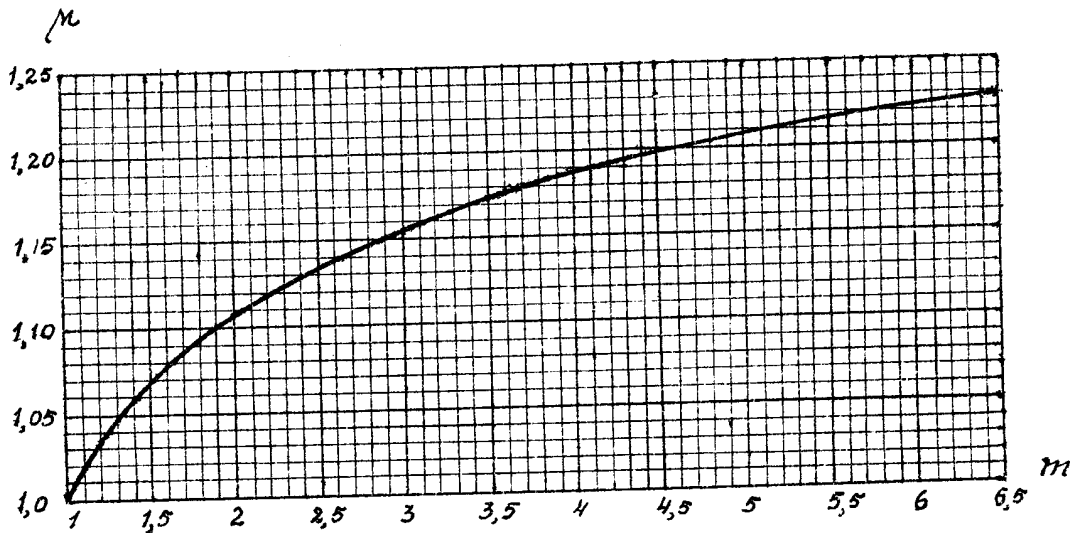
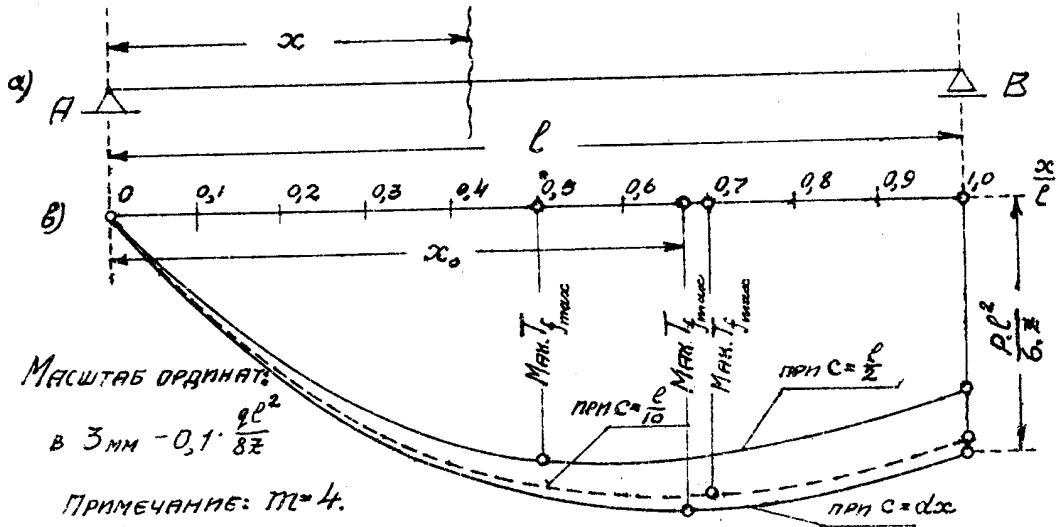
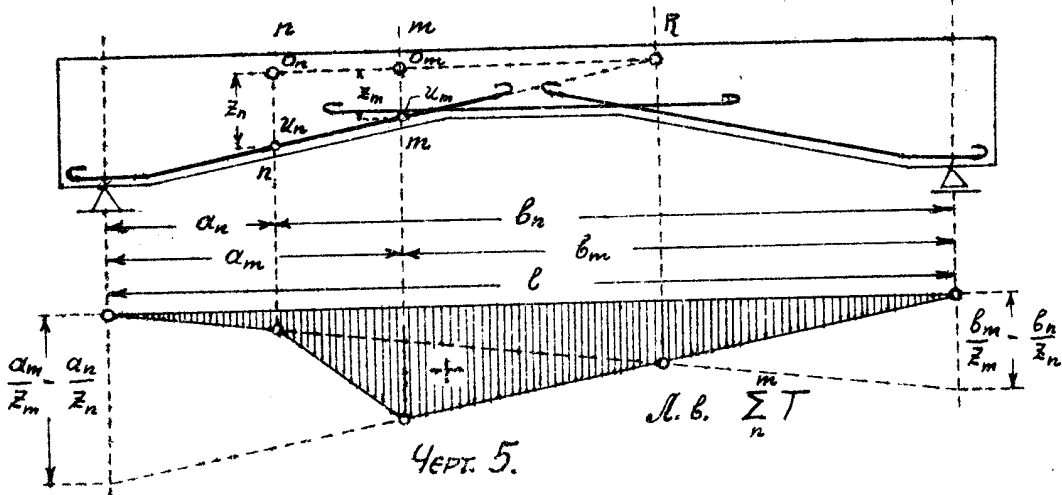
Томск, март 1928 г.

#### Литературные источники, на которые имеются ссылки в работе.

1. Mörsch, E. Der Eisenbetonbau, V<sup>e</sup> Aufl., I.
2. Германский Бетонный Союз (E. V.) Проектирование и расчет железобетонных сооружений (перевод), 1928 г., гл. III, с. 317—371.
3. Foerster, M. Die Grundzüge des Eisenbetonbaues, 1926, с. 361—377.
4. Löser, V. Bemessungsverfahren..., 1925, с. 65—94.
5. Передерий, Г. Курс железо-бетонных мостов. 1923, с. 51, 287, 307.
6. Госплан СССР. Вр. Технические Условия и Нормы проектирования и возведения железобетонных сооружений, 1926 г.
7. Научно-Технич. Ком. НКПС. Вр. Технические Условия и Нормы проект. и возв. ж.-б. сооруж., 1926.
8. Тимошенко, С. Курс статки сооружений, Ч. I, 1926, с. 142.
9. Грио. Г. Таблицы для неразрезных балок, 1928.
10. Справочник для инженеров стр. специальн, I, 1928.
11. Романов, Д. Определение суммы скалывающих сил на участке железобетонного стержня с переменной высотой через изгибающие моменты, Известия Сибирского Технологич. И-та, том 48 (II), вып. 4, 1928 г.
12. Труды НТК НКПС, вып. № 25, 1926 г.

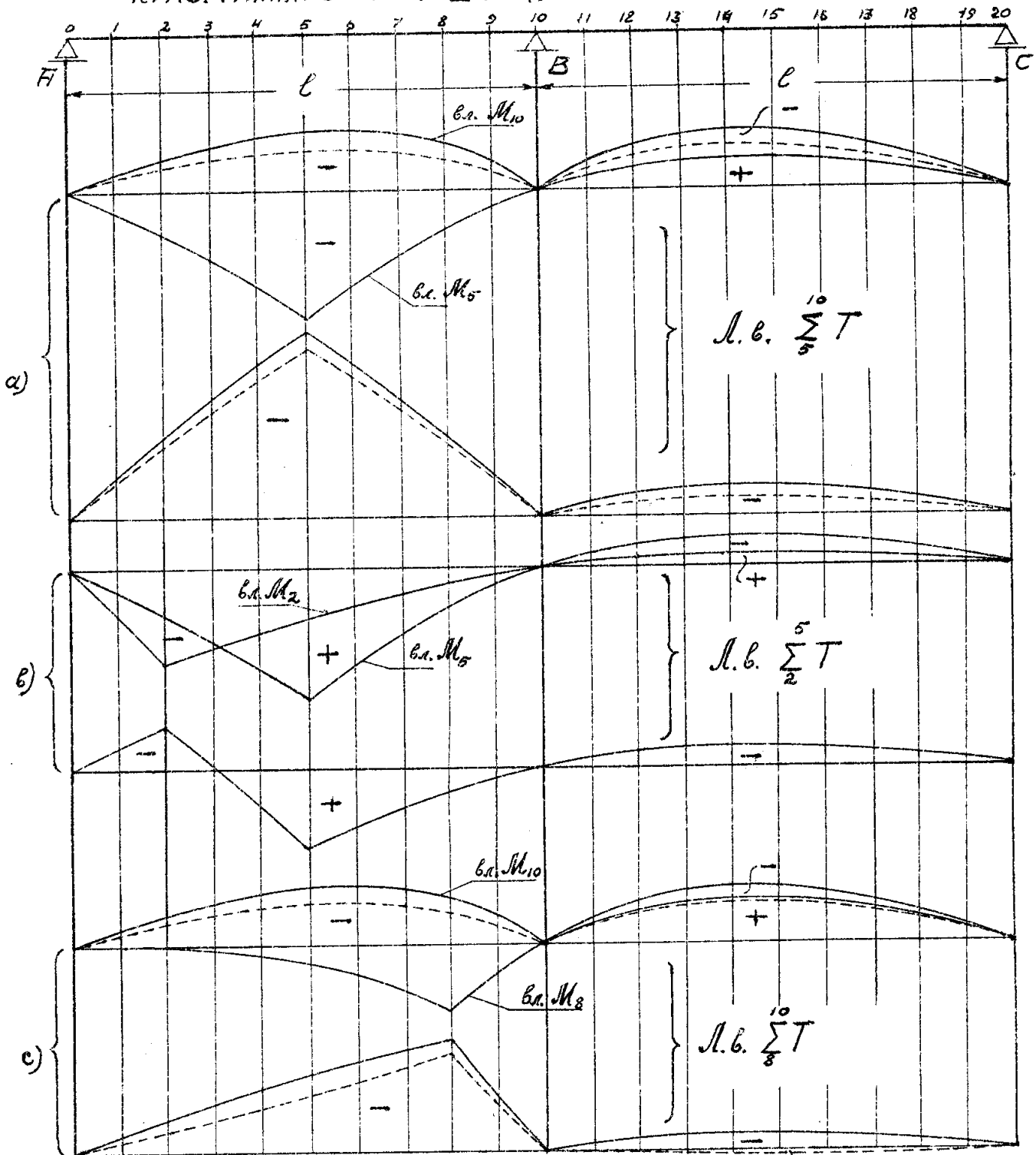






Черт. 7. Зависимость между  $m$  и  $m$ .

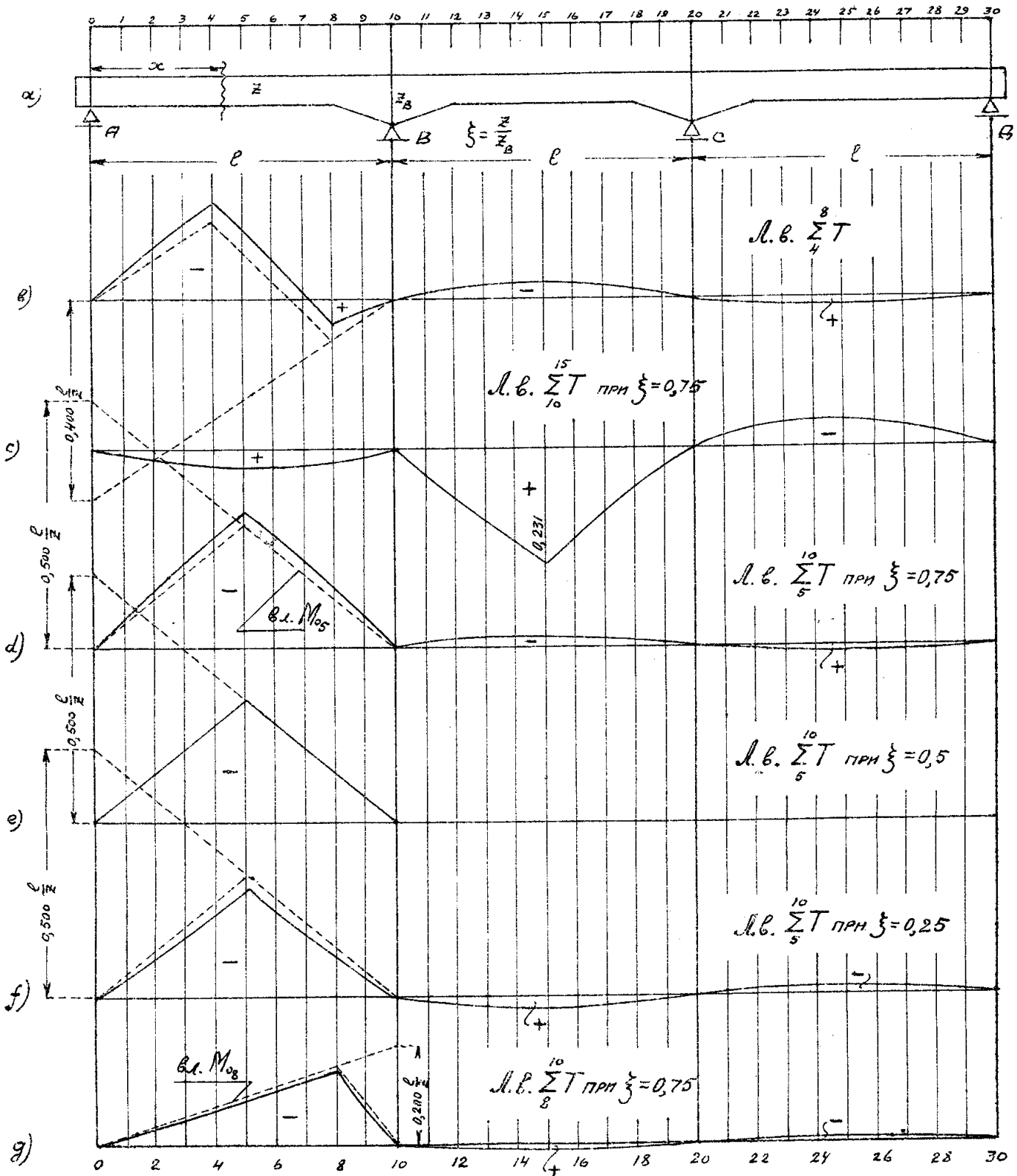
Черт. 8. Линии влияния  $\Sigma T$  в двучерплетной балке.



Масштаб ординат:  
в 1мм —  $0,01 \cdot \frac{l}{2}$

ПРИМ: Пунктиром нанесены п.в.  $\Sigma T$  в балке с вкатами при  $\xi = \frac{x}{l} = 0,75$ , сплошной линией — в балке постоянного сечения.

Черт. 9. Линии влияния  $\Sigma T$  в трехпролетной балке.



МАСШТАБ ОРДИНАТ  
в 1 мм —  $0,01 \frac{l}{\Sigma}$

- ПРИМЕЧАНИЕ: 1)  $\xi$  — отношение плеча внутренней скоп в пролете к плечу над опорой, т.е.  
 $\xi = \frac{x}{l_B}$   
 2) Ординаты  $M_B$  взяты как для балки с  $J = const$ .  
 3) Пунктиром нанесены л.в. как в простой балке.



Черт. 10. Опред. мест отгибов по эпюре наиб. приращ.  $\Sigma T$ .

