

ВЛИЯНИЕ РАСХОДИМОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ СМИТА-ПАРСЕЛЛА

Д.В. Карловец, А.П. Потылицын

Томский политехнический университет
E-mail: dm-msu12@rambler.ru

Предложена модель для учета влияния вертикальной расходимости электронного пучка на характеристики излучения Смита-Парселла. Показано, что в отличие от горизонтальной расходимости линия в спектре излучения сдвигается в «жесткую» часть. Вычислена форма линии с учетом двумерной расходимости электронного пучка. Показано, что вертикальная расходимость оказывает более сильное влияние на форму и положение линии, чем горизонтальная. Также показано, что расходимость пучка необходимо учитывать в умереннорелятивистском случае для малых углов наблюдения.

В последние годы изучаются возможности применения различных типов электромагнитного излучения для диагностики пучков ускорителей [1–5]. Например, излучение электронов, пролетающих вблизи периодической проводящей структуры в вакууме (излучение Смита-Парселла, далее – ИСП), может быть использовано для невозмущающей диагностики низкоэмиттансных электронных пучков, например, для диагностики длины электронного банча при измерении характеристик когерентного ИСП [5].

Однако влияние расходимости реального электронного пучка на характеристики ИСП ранее исследовалось недостаточно. В работе [4] авторы разработали модель, позволяющую учесть так называемую «горизонтальную» расходимость пучка (в плоскости, параллельной поверхности решетки).

Для создания нового типа лазеров на свободных электронах в субмиллиметровом диапазоне длин волн на основе ИСП (см., например, [1, 6]) также необходимо исследовать влияние конечного эмиттанса пучка на уширение линии ИСП.

В отличие от работы [4] в данной статье развит подход для учёта «вертикальной» расходимости (в плоскости, перпендикулярной решетке).

Чтобы сравнить деформацию линии ИСП, обусловленную расходимостью в двух направлениях, будем использовать простейшую модель ИСП, в которой реальная решетка заменяется набором идеально проводящих полосок (стрипов), разделенных вакуумными промежутками [7, 8]. В этом случае ИСП можно трактовать как резонансное дифракционное излучение.

Как было показано ранее [9] для частиц, пролетающих над решеткой перпендикулярно образующим элементам (например, стрипам), положение линии в спектре определяется формулой Смита-Парселла

$$\lambda_n = \frac{d}{n} \left(\frac{1}{\beta} - \cos \Theta \right), \quad (1)$$

где λ_n – длина волны ИСП, β – нормированная скорость частиц (здесь и далее мы используем систему единиц, где $\hbar = m = c = 1$), Θ – полярный угол наблюдения, d – период решетки, n – порядок дифракции (рис. 1). На рис. 1 также показаны Θ_x , Θ_y – углы излучения в прямоугольной системе координат.

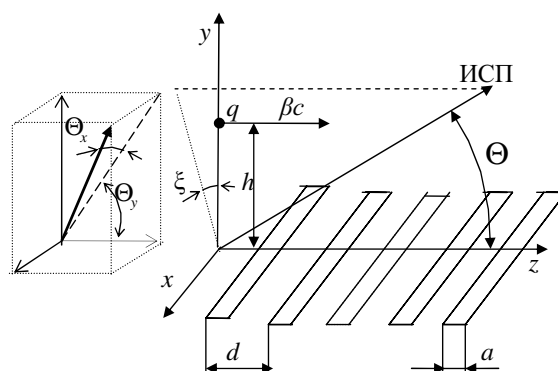


Рис. 1. Геометрия ИСП для «параллельного» пролета

Ширина линии (монохроматичность) определяется числом периодов решетки N

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{1}{N}.$$

Спектрально-угловая плотность дифракционного излучения ультрарелятивистской частицы для подобной решетки запишется в виде [8]:

$$\frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda, \xi, \Theta)}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \xi, \Theta)}{d\omega d\Omega} F_{strip} F_N. \quad (2)$$

Здесь

$$\frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \xi, \Theta)}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{1}{1 - \cos \Theta} \exp \left[-\frac{4\pi}{\gamma\lambda} h \sqrt{1 + \gamma^2 \sin^2 \xi \sin^2 \Theta} \right]$$

– спектрально-угловая плотность дифракционного излучения для полубесконечного идеально проводящего экрана, W_{GR} – интенсивность излучения от решетки, W_{DR} – интенсивность излучения от полубесконечного идеально проводящего экрана, h – прицельный параметр, λ – длина волны излучения, α – постоянная тонкой структуры, γ – Лоренц-фактор, ξ – азимутальный угол наблюдения;

$$F_{strip} = 4 \sin^2 \left[\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \Theta - 1) \right]$$

– функция, учитывающая интерференцию дифракционного излучения на полоске конечной ширины a ,

$$F_N = \frac{\sin^2 \left[\frac{N\varphi}{2} \right]}{\sin^2 \left[\frac{\varphi}{2} \right]}, \quad \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} (\cos \Theta - 1)$$

– интерференционный множитель.

В работе [4] рассматривалось влияние «косого» горизонтального пролета электронов над решеткой, т.е. когда пучок пролетает параллельно поверхности решетки под углом ψ к перпендикуляру к границе стрипа (рис. 2).

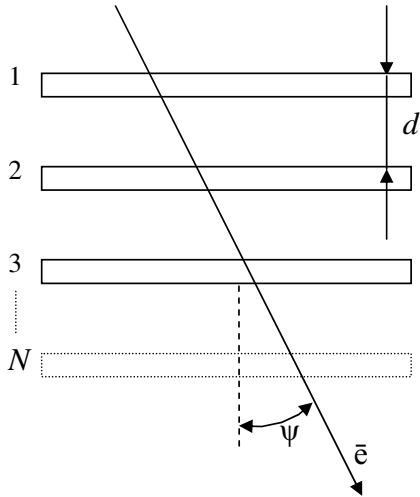


Рис. 2. Непараллельный пролет в горизонтальной плоскости

Авторы цитируемой работы показали, что для релятивистских частиц положение линии в спектре в этом случае совпадает с положением, определяемым формулой Смита-Парселла при замене в (1) d на $d/(\cos \alpha)$. Другими словами, для «горизонтальной» расходимости пучка линия сдвигается в «мягкую» часть спектра. На рис. 3 приведен расчет формы линий ИСП для параллельного пролета ($\alpha=0$) и угла горизонтального пролета $\alpha=\pm 100$ мрад в умереннорелятивистском случае. Параметры решетки выданы аналогичными эксперименту [1].

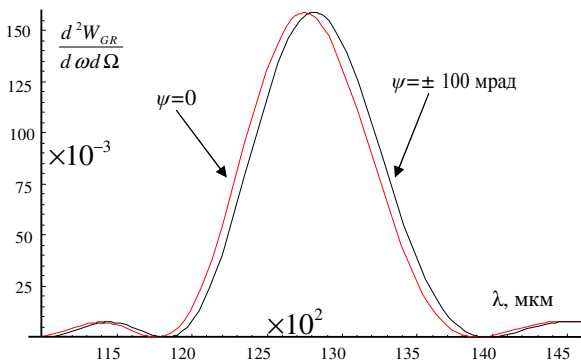


Рис. 3. Сдвиг линии ИСП, обусловленный непараллельным горизонтальным пролетом ($\gamma=12$, $N=12$, $d=12700$ мкм, $a=6350$ мкм, $h=3,5$ мм, $\Theta_0=\pi/2$, $\Theta_x=0$)

Для учета вертикальной расходимости рассмотрим идеализированный случай, когда размером пучка в «фокусе» можно пренебречь по сравнению

с прицельным параметром, рис. 4. В задаче изменяется угол наклона Θ_0 пролетающего электрона, а положение детектора «зафиксировано» относительно решетки. Угол наблюдения Θ_D отсчитывается от плоскости решетки, рис. 4.

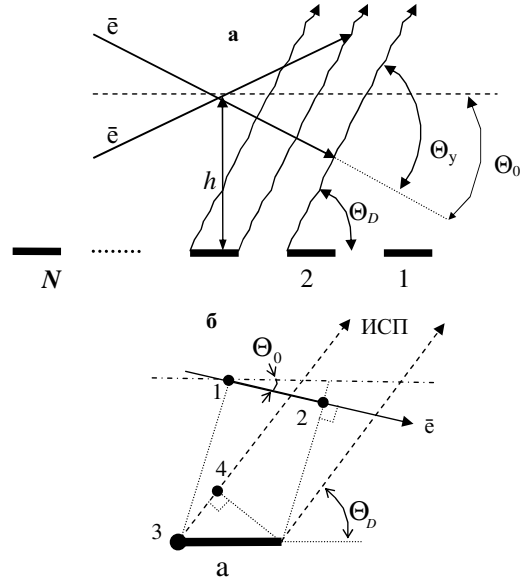


Рис. 4. Непараллельный пролет в вертикальной плоскости. а – угловые переменные для непараллельного вертикального пролета, б – иллюстрация к выводу фазовых соотношений

В этом случае фазовый сдвиг между фотонами дифракционного излучения, излученными от противоположных границ стрипа, будет определяться из геометрических соотношений

$$\phi = \frac{a\pi \left[\cos \Theta_D - \frac{\cos \Theta_0}{\beta} \right]}{\lambda}$$

Как видно из рис. 4, фотон от точки 3 левого края стрипа излучается в момент времени, когда электрон пролетает через точку 1. Фотон от правого края излучается в момент времени, когда электрон пролетает через точку 2. Фазовый сдвиг определяется как разность между временем распространения ИСП от точки 3 до точки 4, где происходит интерференция двух волновых пакетов, генерируемых на входной и выходной границах стрипа, и временем пролета электрона от точки 1 до точки 2.

Аналог формулы Смита-Парселла в этом случае [2]:

$$\lambda_n = \frac{d}{n} \left(\frac{\cos \Theta_0}{\beta} - \cos \Theta_D \right). \quad (3)$$

Используя результаты статьи [2] при замене $\Theta_y = \Theta_0 + \Theta_D$ можно получить формулу для определения интенсивности излучения Смита-Парселла в рассматриваемой геометрии:

$$\frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D, \Theta_x)}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D, \Theta_x)}{d\omega d\Omega} F_{strip} F_N. \quad (4)$$

В релятивистском приближении имеем

$$\frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D, \Theta_x)}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{4\pi^2} \exp \left[- \left(\frac{4\pi}{\gamma\lambda} \left[h - \frac{d[N-1]+a}{2} |\sin \Theta_0| \right] \sqrt{1+\gamma^2 \Theta_x^2} \right)^2 \right] \times \frac{2\Theta_x^2 (1 - \cos \Theta_0 \cos \Theta_D) + \gamma^{-2} (1 + \cos \Theta_0)(1 - \cos \Theta_D)}{(\Theta_x^2 + \gamma^{-2})(\cos \Theta_D - \cos \Theta_0)^2},$$

$$F_{strip} = 4(\sin h^2 \alpha_1 + \sin^2 \phi), \quad \alpha_1 = \left(\frac{a\pi \sin \Theta_0}{\lambda\gamma} \right) \sqrt{1+\gamma^2 \Theta_x^2},$$

$$\phi = \frac{a\pi \left[\cos \Theta_D - \frac{\cos \Theta_0}{\beta} \right]}{\lambda}, \quad F_N = \left| \frac{1-C^N}{1-C} \right|^2, \quad C = \exp(-\alpha_0 - i\phi_0),$$

$$\alpha_0 = \left(\frac{2\pi d \sin \Theta_0}{\gamma\lambda} \right) \sqrt{1+\gamma^2 \Theta_x^2}, \quad \phi_0 = \frac{2\pi d \left[\cos \Theta_D - \frac{\cos \Theta_0}{\beta} \right]}{\lambda}.$$

Нетрудно заметить, что при $\Theta_0=0$ формулы (4) переходят в выражения для параллельного пролета (2).

Рассмотрим влияние «вертикальной» расходимости на характеристики излучения для умеренно-релятивистского случая ($\gamma=12$) и ультрарелятивистского случая ($\gamma=1000$).

Как было показано ранее в [7], в релятивистском случае дифракционное излучение сосредоточено в плоскости, перпендикулярной к траектории пролета ($\Theta_x \sim \gamma^{-1}$), поэтому для простоты будем считать $\Theta_x \approx 0$.

На рис. 5 приведены результаты расчета линий излучения СП для параллельного пролета ($\Theta_0=0$) и вертикального угла пролета $\Theta_0=100$ мрад в геометрии, соответствующей рис. 4. Из рисунка видно, что для вертикального угла пролета линия сдвигается в «жесткую» область. Сдвиг максимума линии составляет около 0,5 %, увеличение интенсивности в максимуме составляет 6,7 %, уширение линии составляет менее 0,1 %.

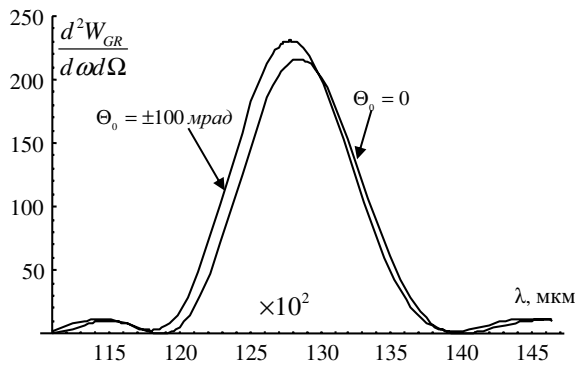


Рис. 5. Сдвиг линии ИСП для вертикального угла пролета $\Theta_0=100$ мрад ($\gamma=12$, $N=12$, $d=12700$ мкм, $a=6350$ мкм, $h=3,5$ мм, $\Theta_0=\pi/2$)

Однако в случае малых углов наблюдения ненулевой угол пролета в вертикальной плоскости оказывает более существенное влияние на форму и положение линии ИСП (рис. 6). В этом случае, даже для сравнительно малого угла пролета, относительный сдвиг линии составляет 0,08 %, увеличение интенсивности 33,7 %, относительное уширение

линии порядка 4 %. Видно, что сдвиг линии практически не зависит от угла наблюдения, однако, интенсивность ИСП для малых углов наблюдения сильно зависит от расходимости пучка.

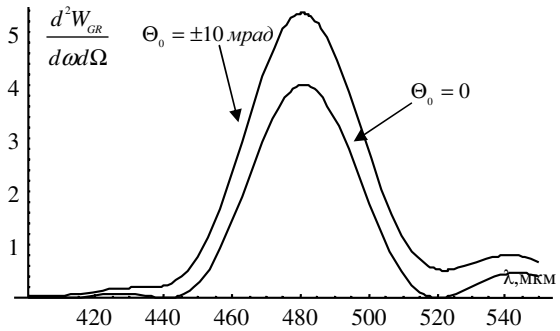


Рис. 6. Сдвиг линии ИСП для вертикального угла пролета $\Theta_0=10$ мрад ($\gamma=12$, $N=12$, $d=12700$ мкм, $a=6350$ мкм, $h=3,5$ мм, $\Theta_0=15^\circ$)

Результаты расчета линий для ультрарелятивистского случая несколько отличаются от предыдущих и приведены на рис. 7 для угла наблюдения $4,5^\circ$ и параметров, использованных в [2]. Как видно из графика, расходимость $\sim 2\gamma^{-1}$ [2] оказывает незначительное влияние: сдвиг линии составляет около 0,06 %, а увеличение интенсивности около 0,6 %. Видно, что в ультрарелятивистском случае сдвиг и интенсивность линии даже для малых Θ_D практически не зависят от вертикальной расходимости.

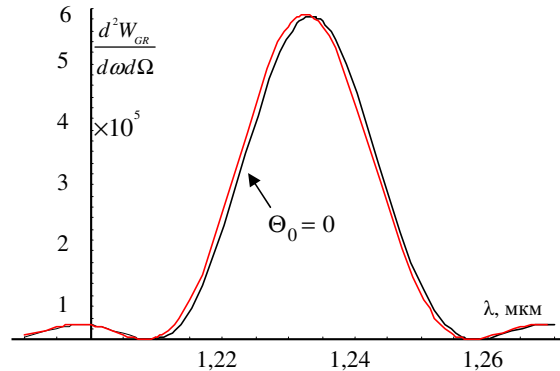


Рис. 7. Сдвиг линии ИСП для вертикального угла пролета $\Theta_0=100$ мрад ($\gamma=1000$, $N=50$, $d=400$ мкм, $a=200$ мкм, $h=100$ мкм, $\Theta_0=4,5^\circ$)

Одним из распространенных приближений, используемых при описании расходимости пучка, является гауссовское распределение. Необходимо усреднить выражение (4) по этому распределению с заданной дисперсией σ^2 :

$$\left\langle \frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda)}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} P(\Theta_0, \sigma) \frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D)}{d\omega d\Omega} d\Theta_0}{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} P(\Theta_0, \sigma) d\Theta_0},$$

где $P(\Theta_0, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Theta_0^2}{2\sigma^2}\right)$ – функция Гаусса, описывающая распределение частиц по углам относительно среднего направления $\Theta_0=0$.

Расчеты формы усредненных линий излучения для дисперсии $\sigma=40$ мрад (угол наблюдения 90°) в умереннорелятивистском случае приведены на рис. 8. Для столь большого угла наблюдения сдвиг линии за счет вертикальной расходимости составляет менее одного процента, уширение – менее 0,1 %. Можно показать, что в ультрарелятивистском случае даже для малых углов наблюдения сдвиг линии также не превышает 1 %, увеличение интенсивности составляет порядка 1 %, рис. 9.

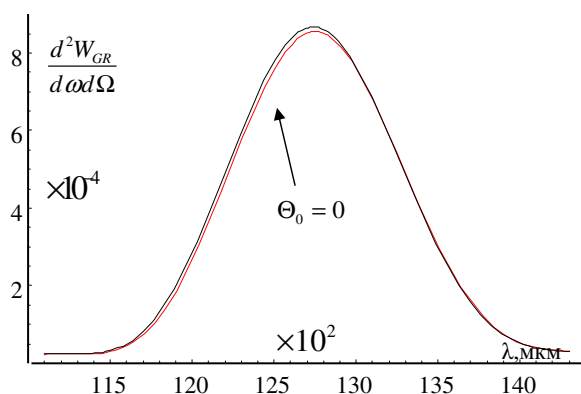


Рис. 8. Сдвиг линии ИСП, усредненный по интервалу углов пролета, $\sigma=40$ мрад, $\Theta_0=90^\circ$

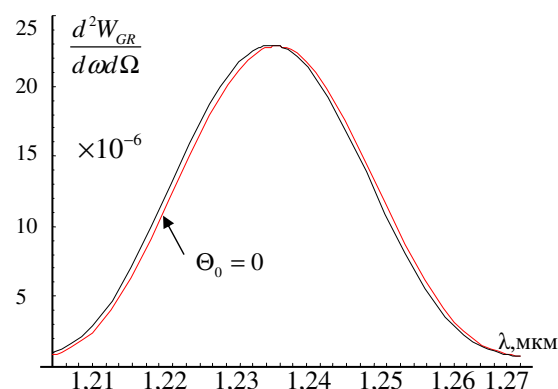


Рис. 9. Сдвиг линии ИСП за счет конечного интервала углов пролета, для угла наблюдения $4,5^\circ$, $\sigma=2$ мрад, $\gamma=1000$

Для учета реальной (двумерной) расходимости электронного пучка необходимо провести усреднение характеристик излучения, как по горизонтальной, так и по вертикальной расходимости.

Проведя усреднение с одинаковыми дисперсиями для обоих направлений, можно получить кривую с учетом двумерной расходимости пучка. Во избежание касания решетки пучком выберем значения дисперсий $\sigma_y=\sigma_x=10$ мрад. Для случая умереннорелятивистских частиц при угле наблюдения $\Theta_D=90^\circ$ линия практически не деформируется, а увеличение интенсивности в максимуме составляет порядка 1 %. Однако для малых углов наблюдения ($\Theta_D=15^\circ$) в умереннорелятивистском случае расходимость пучка оказывает существенное влияние на форму линии ИСП (рис. 10). Сдвиг максимума в данном случае составляет 0,1 %, увеличение интенсивности линии в максимуме доходит до 39 %; также наблюдается уширение на величину ~ 3 %.

Как видно из рисунка, вертикальная расходимость оказывает большее влияние на деформацию линии, чем горизонтальная. Для умереннорелятивистского случая полную расходимость пучка необходимо учитывать для углов наблюдения $\Theta_D < 90^\circ$, однако, последний необходимо выбирать из условия $\sigma \ll \Theta_D$, т.к. в противном случае расходимость оказывает значительное влияние на уширение линии ИСП и увеличение интенсивности.

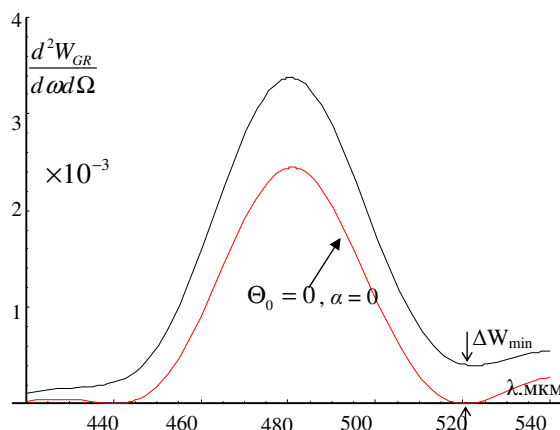


Рис. 10. Сдвиг линии ИСП, усредненный по интервалам углов горизонтального и вертикального пролета, $\gamma=12$, $\sigma_y=\sigma_x=10$ мрад, $\Theta_0=15^\circ$

Из рис. 10 также видно, что вертикальная расходимость пучка приводит к образованию непрерывной «подложки» в спектре ИСП. Интенсивность в минимуме усредненной линии ΔW_{\min} составляет 11,7 % от интенсивности в максимуме. Можно показать, что в ультрарелятивистском случае такая «подложка» составляет менее 0,5 % от интенсивности в максимуме линии ИСП. Так же как и уширение линии ИСП этот эффект сказывается сильнее для малых углов наблюдения в умереннорелятивистском случае.

Таким образом, в данной работе было показано, что вертикальная расходимость пучка приводит к сдвигу линии ИСП в «жесткую» область, в отличие от горизонтальной расходимости. При этом по мере уменьшения угла наблюдения влияние конечного эмиттанта пучка на форму и положение линии ИСП возрастает, однако, для углов наблюдения $\Theta_D \gg \sigma$ смещение и уширение линии следует учитывать только для умереннорелятивистских электронов ($E \leq 10$ МэВ).

Данные результаты были получены с использованием простейшей модели излучения Смита-Парселла, где толщина стрипов реальной решетки не учитывается, т.к. выполняется условие $\lambda \leq b \leq \gamma \lambda$ (b – толщина полоски). Однако данное приближение позволяет получить полуколичественные оценки для учета влияния вертикальной расходимости пучка на характеристики ИСП. Это, в свою очередь, позволяет использовать данные результаты как для невозмущающей диагностики пучков ускорителей, так и для создания новых моделей лазеров на свободных электронах на основе эффекта Смита-Парселла, где монохроматичность линии в спектре играет определяющую роль.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алейник А.Н., Арышев А.С. и др. Стимулированное излучение Смита-Парселла // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 79. – № 7. – С. 396–399.
2. Potylitsyn A.P., Karataev P.V., Naumenko G.A. Resonant diffraction radiation from an ultrarelativistic particle moving close to a tilted grating // Phys. Review E. – 2000. – V. 61. – № 6. – P. 7039–7045.
3. Doucas G., Kimmitt M.F., Brownell J.H., Trotz S.R., Walsh J.E. A new type of high-resolution position sensor for ultra-relativistic beams // Nucl. Instr. and Meth. Phys. Research A. – 2001. – V. 474. – P. 10–18.
4. Haeblerlé O., Rullhusen P., Salomé J.-M., Maene N. Smith-Purcell radiation from electrons moving parallel to a grating at oblique incidence to the rulings // Phys. Review E. – 1997. – V. 55. – № 4. – P. 4675–4683.
5. Aryshev A., Kalinin B., Naumenko G., Potylitsyn A. e.a. Experimental investigation of coherent Smith-Purcell radiation from a «flat» grating // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research B. – 2005. – V. 227. – P. 175–179.
6. Urata J., Goldstein M., Kimmitt M.F. e.a. Superradiant Smith-Purcell emission // Phys. Rev. Letters. – 1998. – V. 80. – № 3. – P. 516–518.
7. Потьлицын А.П., Стриханов М.Н. Резонансное дифракционное излучение ультрарелятивистских частиц // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 9. – С. 65–72.
8. Potylitsyn A.P. Resonant diffraction radiation and Smith-Purcell effect // Phys. Letters A. – 1998. – V. 238. – P. 112–116.
9. Smith S.J., Purcell E.M. Visible Light from Localized Surface Charges Moving across a Grating // Phys. Rev. – 1953. – V. 2. – № 4. – P. 1069.

УДК 535.211

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ГАУССОВА ПУЧКА В ЖИДКОФАЗНОЙ МИКРОГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЕ

В.И. Иванов, Ю.М. Карпец, А.И. Ливашвили, К.Н. Окишев

Дальневосточный государственный университет путей сообщения. г. Хабаровск
E-mail: kjum@festu.khv.ru*Теоретически рассмотрен нелинейно-оптический эффект самовоздействия гауссова пучка в микрогетерогенной среде с учетом электрострикционной и термодиффузионной нелинейностей.*

Микрогетерогенные среды (суспензии, эмульсии) обладают целым рядом специфических механизмов кубичной нелинейности, обусловленных перераспределением компонент под действием падающего на среду излучения. Концентрационные потоки при этом могут быть вызваны, например, электрострикционными силами [1], термодиффузией [2].

Типичным нелинейно-оптическим эффектом, проявляющимся в средах с кубичной нелинейностью, является самовоздействие излучения, заключающееся, в частности, в образовании ограниченными в поперечном сечении пучками самонаведенной линзы. При этом может наблюдаться как фокусировка излучения (керровская нелинейность) так и дефокусировка (например, тепловое расширение среды). Как правило, линза, наводимая гауссовым пучком, обладает аберрациями, причем стационарное распределение показателя преломления среды может существенно отличаться от гауссова. Искажения пучка можно описывать в двух приближениях: аберрационном и безаберрационном. Во втором случае центральную часть линзы можно приближенно описать эффективным фокусом, в первом же случае задача решается обычно численными методами.

В данной работе получено точное решение, описывающее самонаведенную линзу в микрогетерогенной среде, в которой одновременно действуют два концентрационных механизма нелинейности – электрострикционный [1] и термодиффузи-

онный [2, 3]. Особенность данной задачи состоит в том, что концентрационный и тепловой потоки в среде термодинамически перемешаны.

Рассмотрим гетерогенную среду, состоящую из дисперсионной среды с коэффициентами поглощения $\alpha_{1,2} = \alpha$ и частиц дисперсной фазы с концентрацией C . Полагая толщину слоя среды d малой ($\alpha d \ll 1$), температуру и концентрацию частиц можно считать постоянной по глубине среды. Распределение интенсивности падающего излучения в плоскости слоя имеет вид $I = I_0 \exp(-r^2/\omega^2)$, где ω – радиус гауссова пучка, r – расстояние от центра пучка. В приближении линейной неравновесной термодинамики потоки J_i связаны линейно с термодинамическими силами X_j :

$$J_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} X_j,$$

где L_{ij} – постоянные кинетические коэффициенты.

Изменение концентрации дисперсных частиц находим, решая систему балансных уравнений для концентрации частиц и теплового потока:

$$c_p \rho \partial T / \partial t = -\text{div} J_1 + \alpha I_0 \exp(-r^2/\omega^2), \quad (1)$$

$$\partial C / \partial t = -\text{div}(J_2 + J_3), \quad (2)$$

где T – температура среды, J_1 и J_2 – тепловой и концентрационный потоки соответственно, c_p, ρ – удельные теплоемкость и плотность среды, $J_3 = \gamma C \text{grad} I$ – электрострикционный поток, $\gamma = (2\beta b / cn)$ [1], (β, b –