С. И. Шубин.

Замена логарифмической линейки. Тип А.

Обыкновенная логарифмическая линейка в своем начале дает возможность отсчитать с точностью до 2 х единиц IV-го знака, считая, что глазом можно оценить 0,1 *мм.*, в конце будут уже различимы 2 единицы только III-го знака. Относительная точность таким образом составляет 1/500. Итак, третий знак начинает хромать уже с середины линейки. Напр, при составлении денежной сметы это отразится уже на копейках в суммах, недостигающих 10 рублей. Этим обстоятельством в значительной мере суживается круг использования логарифмической линейки.

С другой стороны и высокая цена мешает более широкому распространению, напр., среди техников и учащихся.

Есть, правда, счетные пластинки Прелля—одна из них прозрачная. У меня была одна такая пара в руках—и прозрачная уже усохла на несколько миллиметров.

Необходимо делать обе пластинки из одинакового материала. Есть и особые счетные валы, но это уже целая машина. Сообразно с этим и цена их основательная. Инженером Д. Г. Анановым изобретена логарифмич. пластинка. Но, думаю, счет с ней довольно затруднителен: с помощью линейки с движком надо брать каждое число (напр., множимое и множитель) и переносить на строку, номер которой надо вычислять приемом, похожим на вычисление характеристики, да еще в пределах 20-ти.

В предлагаемом листе не приходится производить вычислений, кроме обычных для характеристик (числа знаков до запятой) и то упрощенных.

В особенности наш логарифмичеткий лист удобен для степеней целых и дробных, а степени эти все более входят в технику.

Описание логарифмического листа А и отсчет.

Размеры листа взяты в том рассчете, чтобы при всей грубости исполнения (простое печатание) можно было и в конце листа иметь IV-й знак, получая его делением на глаз на 10 частей 2 *мм*.

Во-первых, видим *первичную* шкалу—ряд делений над чертами (строками) с цифрами от 1·01 до 10·00. Расстояние между этими строками по 1 см. Конец нижней строки соответствует началу верхней. Шкала логарифмическая. Если она будет отпечатана на миллиметровой бумаге, то можно будет прямо отсчитывать логарифмы до IV-го знака: в каждом миллиметре 2 единицы IV-го знака. В каждой строке 400 таких единиц. В случае необходимости сам счетчик может сделать разметку на листе.

С циркулем в руках, пользуясь только этой шкалой, уже можно производить все вычисления, выполнимые на логарифм. линейке, но придется вести счет целым строкам.

Под *первичной* шкалой черточками вниз расположена *вторичная* тоже логарифмич. шкала вдвое мельче. Таким образом отсчеты по *вторичной* шкале являются квадратами *первичной*. А исходя от *вторичной*, на *первичной* отсчитаем квадратный корень.

Но пришлось *вторичную* шкалу еще повторить в промежутках: деления пересекают горизонтальные черты. Поднимаясь на пол-сантиметра кверху, найдем тот же отсчет на *вторичной* же шкале налево на *пол-длины* строки; опускаясь, надо отступить направо. Будем называть последнюю шкалу *промежуточной*.

Для удобства разметки и отсчета введена десятичная точка вверху (запятая десятичных дробей). Таким образом, вся *первичная* шкала обнимает собою только первый десяток, а каждая *вторичная* первую сотню.

Сбоку на полях числа дают отсчет по первой и последней черточке с цифрой на шкале, считая в том числе и те 9 черточек, у которых только при средней стоит цифра 5. В самом начале листа числа 1·01 относятся ко второй длинной черточке: обозначение 1·00 мало бы говорило.

Другое исключение начинается с числа 5·5 вторичных шкал до центра листа и с 55 до конца: там числа на полях указывают отсчеты при первой и последней черточках строки. Кроме величины цифр, поможет разбираться в месте цифры шкалы также и десятичная точка, которая в должных случаях стоит вправо или влево от цифры; если же ее нет, то цифра шкалы обозначает сотые доли, а дальнейший отсчет даст тысячные и десятитысячные (на глаз). В заключение небольшое замечание: при отсчете появляются один или 2 нуля, если результат получился справа сейчас же за длинной черточкой с цифрой.

Прилагаются еще 2 напечатанных линейки с равными делениями и нулем по середине и другая с нулем на одной трети длины от конца, а цифры с другой стороны нуля поставлены на двойных расстояниях. Эти линейки следует аккуратно вырезать ножом. Наклеивать на что-либо не рекомендуется: бумага достаточно толста, а с другой стороны при неровном столе лучше, если линейка будет следовать возможным изгибам логарифмич. листа.

Умножение и возвышение в степень.

1) a. b. Находим числа a и b на *первичной* шкале. Полезно и при всех дальнейших операциях втыкать булавку в найденные места: трудно думать, что при длине, напр., *первичной* шкалы в 5 метров логарифмич. лист скоро износится.

С помощью приложенной линейки делим расстояние между „точками“ a и b пополам (так будем называть места отсчетов числа a и b).

На *вторичной* шкале—нижней или промежуточной—непосредственно и отсчитываем произведение против середины. При небольшом расстоянии строк и почти вертикальном (от себя) положении линейки пересечение ее с средней линией и дает с большой точностью и очевидностью середину длины ab. При значительном расстоянии между точками a и b смотрим, чтобы у точек a и b отсчеты были одинаковы—запоминать их надолго, конечно, не надо. Тогда произведение и придется у нуля линейки (с равными делениями) на *вторичной* шкале. В особенности при положениях линейки, близких к горизонтальным (слева на право), оценка по пересечению ввела бы большие погрешности*).

---

*) Для более быстрого деления пополам можно рекомендовать резиновые ленты (разных длин) с равноотстоящими отметками или ряд равноотстоящих параллельных линий на прозрачной пластинке—изменять наклон. А на приложенных линейках полезно расцветить одинаковой окраской соответствующе участки.

Основание. Так как всякий прием в работе легче запоминается и исполняется, если ясна его идея, то привожу и основания метода. Возьмем числа a и b. До середины расстояния на *первичной* шкале между точками a и b от начала шкалы уложится длина $^1/_2$ ($\lg a + \lg b$) тех же единицах, в каких откладывали $\lg a$ и $\lg b$. На *первичной* же шкале здесь отсчитаем $\sqrt{ab}$.

Остается только наряду с имеющимися уже числами на шкале поставить еше квадраты их, что и сделано на *вторичной* шкале.

Все хорошо, если середина ab придется как раз на строке с *первичной* шкелой. Но она может оказаться на середине между строками. Вот на этот случай в промежутке между строками снова взята *вторичная* шкала, как бы передвинутая налево на пол-строки в сравнении с нижними строками.

Место десятичной точки.

a) Легко видеть, что *вторичная* шкала с середины листа снова повторяется.

Так как на *первичной* шкале разметка сделана в первом десятке, то естественно во второй половине *вторичной* шкалы вести разметку до сотни, чтобы отсчитывать произведения (и квадраты) чисел *первичной* шкалы, не задумываясь над местом десятичной точки.

Если же множатся числа с другим числом знаков до точки, то надо учитывать это в десятках, сотнях и т. д. Напр., если множимое и множитель—оба в 10 раз больше (двузначные), то произведение с *листа* надо увеличить в 100 раз.

b) Для лиц, уже работавших со счетной линейкой: нужно сложить характеристики сомножителей—и это—характеристика результата. Если произведение окажется в верхней половине *листа*, включая сюда и вторую половину последней из нижней половины *промежуточной* строки, то надо прибавить еще единицу.

Или надо сложить число знаков пред точкой (слева)—и получим число знаков результата. Если результат в нижней половине *листа*, то следует вычесть единицу. Число нулей после точки (направо) считаем отрицательным числом.

2) a^2. Найдя число a на *первичной* шкале, читаем a^2 снизу строки на *вторичной*. Если в a десятичная точка перешла на несколько знаков в сравнении с числом на *листе*, то в результате надо ее отодвинуть туда же вдвое дальше. Или см. п. 1) b).

3) a^3 (a^6). Если число a на немного больше единицы, то помещая на него ноль линейки с неравными делениями, поворачиваем короткий конец ее до совпадения с началом шкал (точка A). Тогда тот же отсчет по линейке с другой стороны нуля даст a^3 на *первичной* же шкале: каждая координата и весь логарифм увеличились в 3 рааа.

Но при дальнейшем увеличении числа куб его при этом приеме уже выйдет за пределы логарифмического листа. Чтобы получить пока только цифры куба (место десятичн. точки выясним дальше), поступаем таким образом: делим хотя бы мысленно каждую сторону листа на 3 равных части. С помощью таких делений образуем вертикальными м горизонтальными линиями 9 равных прямоугольников. Для нахождения куба применяем тот же способ с ближайшей точкой (вм. A) E, B, F, G, H, C, K. или D.

Таким образом в центральном прямоугольнике (скажем пятом) берем и точку центральную, в остальных же, или сбоку или близь углов, Едва ли необходимо обчерчивать эти прямоугольники: ошибка возможна только в пограничных случаях и то она сейчас же обнаружится.

Отсчет по вторичной шкале даст a^6.

Основание. В виду сходных рассчетов произведем его только для примера на точке K.

Беря счет по *первичной* шкале при точке K надо поставить 10. Расстояние, пройденное по шкале от a до K, равно $\lg \frac{10}{a}$.

По смыслу приема мы утраиваем это расстояние и вычитаем из $\lg 10$:

$$\lg 10 - 3 \lg \frac{10}{a} = \lg \frac{a^3}{100}.$$

Итак, на шкале отсчитаем не a^3, а $\frac{a^3}{100}$, что и можно применить для места десятичной точки.

Место десятичной точки. В результате надо утроить число цифр до точки или число нулей после точки. Если a (на листе) было меньше $2{\cdot}1545 \left(\sqrt[3]{10}\right)$, надо перенести еще точку на 2 знака налево (уменьшить в 100 раз). Если a было меньше $4{\cdot}6416 \left(\sqrt[3]{100}\right)$, надо перенести еще точку на 1 знак налево. В первом случае высота точки a меньше $^1/_3$ всей высоты, во втором случае точка a окажется в средней полосе.

b) Можно указать и немного более точный прием и, пожалуй, менее сложный: совмещаем число и ноль линейки с неравными делениями и повертываем до точки A, наоборот, конец с крупными делениями. Тот же отсчет на другом конце линейки совпадает на *вторичной* шкале с отсчетом a^3. Если эта точка грозит уйти за пределы листа (это возможно только в верхней или правой трети листа и легко обнаруживается), то вм. A, надо брать точки B, C или D, конечно, ближайшую. A в середине листа одно число могут обслуживать для этой цели и 2 и даже все 4 точки A, B, C, D.

Основание. Если бы стали результат отсчитывать на *первичной* же шкале, то нашли бы $a^{3/2}$, а *вторичная* шкала дает квадраты и т. д.

Место десятичной точки.

a) Отыскивая число на листе, мы передвинули точку. Сообразно с этим надо в результате, прочитанном на листе, передвинуть точку назад втрое дальше, Только, если пользовались точками C или D, надо результат еще увеличить в 10 раз.

b) Надо утроить характеристику. Если результат попал в верхнюю половину листа, надо прибавить еще 1-цу. И, наконец, если пришлось воспользоваться точками C и D, то следует прибавить к характеристике результата тоже 1-цу.

Или, надо утроить число знаков. Если результат в нижней половине листа, то вычитаем 2; в верхней половине вычитаем только 1-цу. Если пользовались точками C и D, то прибавляем дополнительно 1-цу. Число нулей после точки является отрицательным.

4) a^4. Четвертую степень отсчитать даже много проще. Во-первых, можно, конечно, дважды возвести в квадрат по п. 2).

Во-вторых, с помощью линейки с равными делениями увеличивать вдвое расстояние от точки A, B, C или D—от ближайшей, что легко найдем, деля весь лист глазами на 4 равных прямоугольника. Для удвоения же расстояния приставляем ноль к точке, а отсчитываем например, у A; при таком же отсчете с другого конца линейки и будет точка a^4 по *вторичной* шкале: на первичной получили бы только a^2.

Место десятичной точки. В результате надо учетверить число цифр до точки или число нулей после точки. Если a (на листе) было меньше 1·7824 $\left(\sqrt[4]{10}\right)$, надо перенести еще точку на 3 знака налево. При a, меньшем 3·1630 $\left(\sqrt[4]{100}\right)$, точка дополнительно переносится налево на 2 знака; и, наконец, при a, меньшем 5·6235 $\left(\sqrt[4]{1000}\right)$, точка переносится еще налево только на 1 знак.

5) abc. Перемножение 3-х чисел можно производить, во-первых, постепенно. Только получив ab на *вторичной* шкале, снова надо перенести на *первичную.* Для поисков из нижней половины надо удвоить на глаз расстояние от A или B,—для верхней половины надо брать точки C или D.

Во-вторых, для быстрой и хотя бы приблизительной ориентировки берем центр тяжести треугольника abc и число в центре тяжести возводим в куб по п. 3) a) или b), не смущаясь дробной ординатой: результат точно должен упасть на *первичную* шкалу или на *вторичную* в п. 3 b).

Это суть приема. Подробности таковы: по п. 1) умножаем a на b. Получаем определенную точку ab. Линейкой с неравными делениями соединяем ее с точкой c. Берем треть расстояния от точки ab. Это и будет центр тяжести треугольника abc. Порядок операций безразличен, чем и можно пользоваться в направлении упрощений.

Основание. Например, ордината центра треугольника выражается так:

$$\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}$$

где a_1, b_1, c_1 ординаты (номера строк) отдельных вершин. Остается утроить обе координаты.

Место десятичной точки. Складываем число цифр до точки. Число нулей после точки надо считать отрицательным.

Только, если центр тяжести окажется ниже $^1/_3$ высоты всего листа, надо результат уменьшить в 100 раз. В средней полосе надо еще результат уменьшить в 10 раз. В пограничных случаях нало смотреть, перешла-ли первая значащая цифра в результате через единицу, напр., при способе 3 b.

6) abcd. Умножение 4-х чисел можно, конечно, произвести постепенно или, что будет немного скорее, получить ab, затем cd и т. д.

Но укажем и более быстрый путь: получаем ab и cd, но не отсчитываем, а обычным приемом находим середину между точками ab и cd (на *вторичных* шкалах) и, наконец, употребим второй прием из п. 4), не смущаясь дробной ординаты: все же результат упадет на *вторичную,* хотя бы промежуточную шкалу, по которой и надо отсчитывать результат.

Место десятичной точки. Складываем число цифр до точки. Число нулей после точки считаем отрицательным.

Только, если точка $\sqrt[4]{abcd}$ окажется ниже $^1/_4$ высоты всего листа, надо результат уменьшить в 1000 раз. Если же точка упадет во вторую четверть высоты (вторая полоса), надо результат уменьшить в 100 раз. И, наконец,—в 10 раз, если точка $\sqrt[4]{abcd}$ упадет в третью полосу. В сомнительных случаях надо обратить внимание на первую цифру: если полученное число начинается с 1-цы, то опорную полосу надо отнести к старшей, если же—с 8-ми, 9-ти, то к младшей из предполагаемых.

Деление.

7) $\frac{10}{a}$; $\frac{1}{a}$. Для деления 10-ти на a в центральную точку помещаем ноль линейки с равными делениями и доводим вращением до точки a на первичной шкале. По другую сторону нуля на том же расстоянии на *первичной* же шкале и отсчитаем искомое (на *вторичной* $\frac{100}{a^2}$); если исходить от *вторичной* шкалы к *первичной*, то указанным приемом найдем $\frac{10}{\sqrt{a}}$. Сказанное вполне относится к числу a, прочитанному на листе. О месте десятичной точки найдем далее.

Ясно, этот же прием дает цифры и обратного числа $\left(\frac{1}{a}\right)$. Для места десятичной точки предлагаем такое правило: число знаков до точки равно общему числу нулей (считая ноль и слева) до первой значащей цифры у обратного числа: число с одним знаком до точки дает обратное с одним только нулем (левее точки). Увеличение же одного числа в 10, 100, . . . раз, наоборот, уменьшает обратное в 10, 100 . . . раз. Это правило может пригодиться при делении.

8) $\frac{a}{b}$. Во-первых, сам напрашивается такой способ: найти сначала обратное число к делителю, а затем и умножать. Но это требует двух приемов с линейкой.

Для деления же в один прием надо итти обратным путем в сравнении с умножением. А именно, отыскиваем сначала делимое на *вторичной* шкале.

В этой точке помещаем ноль линейки с равными делениями. Смотрим, с каким делением линейки совпадает делитель. Наконец и найдем частное на *первичной* шкале против того же деления линейки по другую сторону нуля. При положении линейки, близком к вертикали, точность отсчетов играет малую роль: важна точка пересечения с нужной строкой. Подробнее все это выяснено в главе об умножении.

Только другой конец линейки может оказаться вне листа. Чтобы избежать этого, поступаем таким образом: отделяем в делимом и делителе только одну цифру слева—если делимое окажется больше делителя, то и надо делимое искать на *вторичной* шкале в нижней половине листа. В обратном случае увеличиваем делимое в 10 раз и найдем его в верхней половине листа. Смотря по необходимости, конечно, иной раз придется взять число и на промежуточной *вторичной* (на пол-строки направо или налево от двойной шкалы).

Место десятичной точки. а) Надо сосчитать, во сколько раз мы увеличили или уменьшили (в 10, 100, . . .) наши числа, когда подыскивали их на листе и т. д.

b) Из числа знаков до точки у делимого надо вычесть число знаков делителя. Если делимое взято было в нижней половине листа, то следует еще прибавить единицу. Число нулей после точки играет роль отрицательного числа.

При вычитании характеристик вычитаем еще 1-цу, если делимое взято на верхней половине листа.

Сочетание умножения и деления.

8) $\frac{ab}{c}$. В подобной формуле проще начать с деления: промежуточный результат окажется на *первичной* щкале и его можно не отсчитывать, а только отметить.

9) $\frac{abc}{de}$ и $\frac{ab}{cd}$. И в этих сложных случаях проще начинать с деления и чередоваться с умножением. Иногда, конечно, второй результат придется переносить на пол-листа в сторону или вверх (вниз).

10) $\frac{a^2}{b}$. Находим на *первичной* шкале a. На *вторичной* шкале как раз и стоит a^2, т. е. делимое—для деления может оказаться нужной, именно, эта точка. Но и искать подходящую точку теперь легко.

Если точки a и b близки друг к другу, то можно пробовать и такой прием: приложить ноль линейки с равными делениями к точке a; в сторону, противоположную от b, отойти по линейке на равное расстояние. Все выполнять по *первичной* шкале.

Основание. Расстояние по шкале между a и b—это $\lg \frac{a}{b}$.

11) $\frac{a^3}{b}$. Если начнем по п. 10), точка **a** у нас будет отмечена. Остается только к ней вернуться. Или см. п. 3 b).

Извлечение корней.

12) $\sqrt{a}$. Наш лист и представляет из себя таблицу квадратных корней (и квадратов).

Вспомним обычное деление на грани по 2 цифры при извлечении кв. корня. Если в первой (левой) грани 2 цифры, то ищем число на *вторичной* шкале в верхней половине листа и вверху над ним на *первичной* шкале прочитаем корень.

Точкой отделяем столько цифр слева, сколько было граней до точки. В случае же правильной десятичной дроби после точки ставим столько нулей, сколько было полных граней с нулями (парами) после точки (до граней с значащими цифрами). Можно применить и п. 13) (следующий).

13) $\sqrt[4]{a}$. Здесь же делим число на грани по 4 цифры. Если в первой грани 1 или 3 цифры, берем число на нижней половине листа на *вторичной* шкале. В случае одной цифры в 1-й грани делим пополам расстояние между нашей точкой и A или B, чтобы результат упал на *первичную* шкалу.

В случае 3-х цифр в первой грани находим середину отрезка, соединяющего нашу точку с C или D. Результат найдем на *первичной* шкале.

Если в первой грани 2 или 4 цифры, число берем на верхней половине листа и далее поступаем по предыдущему в том же порядке.

Точкой отделяем столько знаков (нулей), сколько граней до точки (граней по 4 нуля у правильной десятичной дроби).

Если же число a будем брать по *первичной* шкале, то извлечем только кв. корень. Точки C или D применяем, когда в первой грани 2 цифры (значащие).

14) $\sqrt[3]{a}$. $(\sqrt[6]{a})$. Делим число на грани по 3 цифры. Десятичная точка, как и в предыдущих случаях должна быть между гранями. a) Если первая грань с одной (значащей) цифрою, наше число на *первичной* шкале соединяем с точками A, E или B и берем первую треть всего расстояния от одной из последних точек (с помощью линейки с неравными делениями) и отсчитываем тоже по *первичной* шкале. Чтобы легче ориентирсваться в выборе точек A, E, или B, линии *первичной* шкалы и перенумерованы.

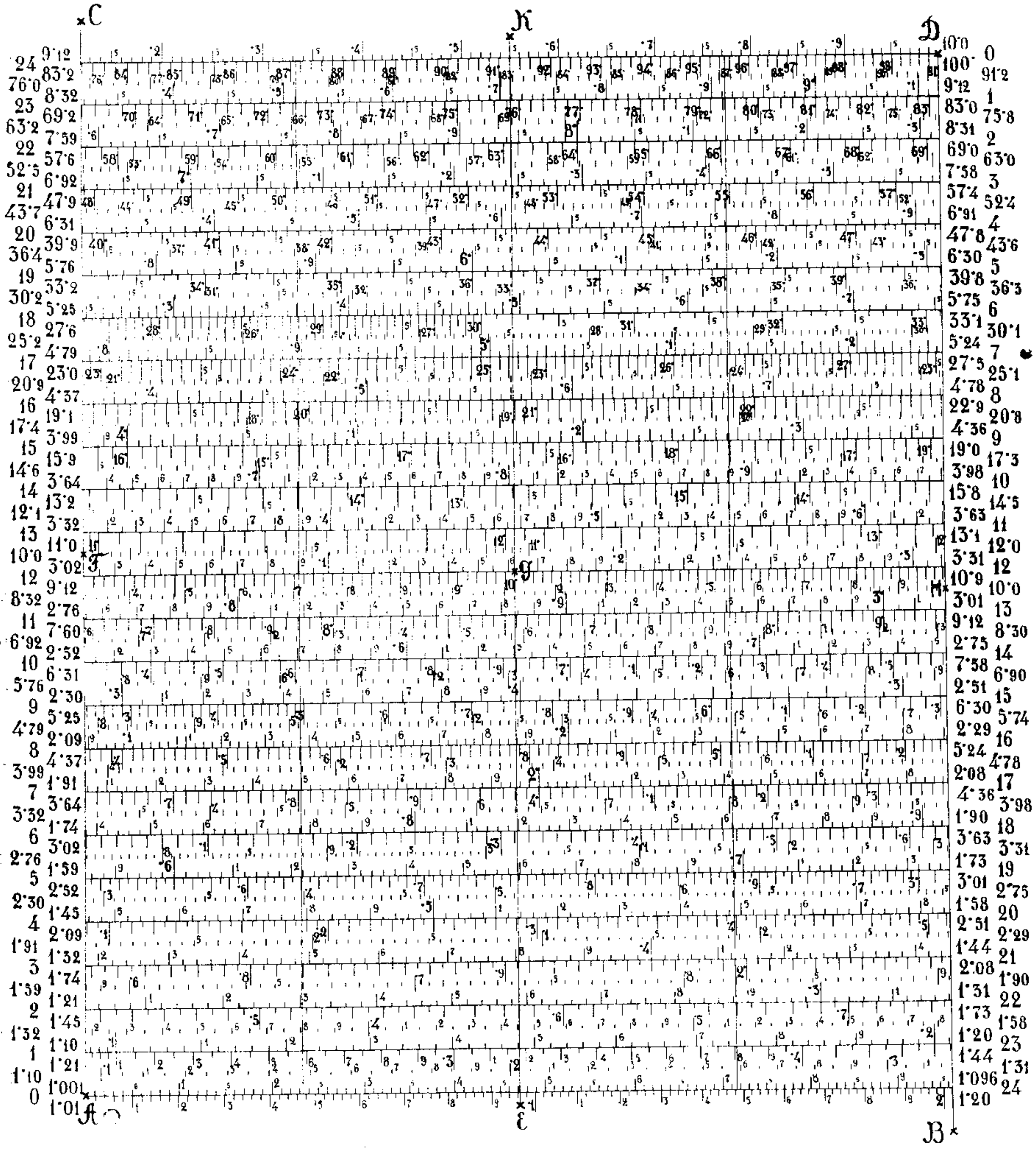
В случае 2-х цифр в первой грани пользуемся точками F, G или H. И, наконец, для полной первой грани надо взять точку C, K или D.

Десятичной точкой отделяем слева столько знаков (нулей), сколько было граней слева (граней с нулями справа).

b) Можно употреблять и прием п. 3 b). А именно, если в первой 1 и 2 цифры, ищем число на соответствующей *вторичной* шкале; соединяем его с точкой A или B и берем точку на одной трети расстояния от числа (на $^2/_3$ от A или B). Отсчитываем по *первичной* шкале. Чтобы треть упала как раз на *первичную* шкалу, и надо выбрать A или B, а *вторичную* шкалу, может быть, взять в промежутке. Чтобы легче ориентироваться, строчки *первичной* шкалы и пронумерованы сбоку: число сантиметров или половин по вертикали (от A или B) должно делиться на 3. Если в первой грани 3 цифры, число берем по верхней *вторичной* шкале и пользуемся точкой C или D. В данном случае можно помнить, что до извлечения корня мы еще умножаем на 10.

К статье С. И. Шубина: Замена логарифмической линейки. Тип „А“.

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ ЛИСТ.



Линейка к логарифмическому листу.