ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 98 1960 г.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА КОММУТАЦИИ С УЧЕТОМ ВЗАИМОИНДУКТИВНОСТИ

А. И. СКОРОСПЕШКИН

(Представлено научно-технической конференцией ЭМФ)

Аналитическое исследование процесса коммутации, как правило, проводится без учета взаимоиндуктивности между коммутируемыми секциями.

Известно, что последняя оказывает существенное влияние на процесс изменения тока в секции при переходе ее из одной параллельной ветви в другую.

В реальных машинах ширина щетки ($b_{щ}$) обычно больше ширины коллекторного деления ($b_к$) и взаимоиндуктивная связь между коммутируемыми секциями всегда имеет место.

В связи с этим было проведено исследование процесса коммутации с учетом взаимоиндуктивности.

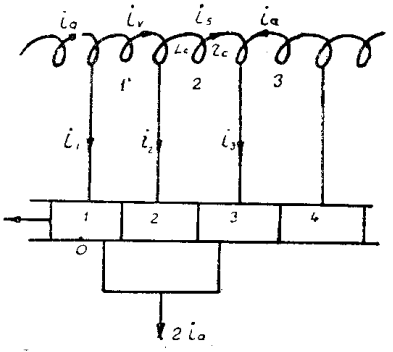
Для аналитического решения используется один из частных случаев зависимости переходного сопротивления щеточного контакта от плотности тока—гиперболическая зависимость. Такая зависимость обеспечивает постоянство переходного падения напряжения. Тем самым характер дифференциальных уравнений упрощается и решение их облегчается.

Рассмотрение проводится для двух случаев:

$$1)\ b_к < b_{щ} < 2b_к \text{ и } 2)\ b_{щ} = 2b_к.$$

$$1.\ b_к < b_{щ} < 2b_к.$$

Применительно к схеме, представленной на фиг. 1, дифференциальные уравнения, описывающие изменение тока в 1 и 2 коммутирующих контурах, выражаются в следующем виде:



Фиг. 1.

$$L_c \frac{di_4}{dt_1} + i_4 r_c + M \frac{di_5}{dt_1} = 0, \quad (1)$$

$$L_c \frac{di_5}{dt_1} + i_5 r_c + M \frac{di_4}{dt_1} = 0. \quad (2)$$

На фиг. 1 и в уравнениях (1), (2) приняты обозначения:

t_1 — текущее время;

i_a — ток параллельной ветви;

i_4, i_5 — токи в коммутируемых секциях 1, 2, соответствующие времени t_1;

$i_1 = i_a - i_4$, $i_2 = i_4 - i_5$, $i_3 = i_a + i_5$ — токи в соединительных проводах, соответствующие положению щетки, представленному на фиг. 1, в течение времени t_1;

r_c — сопротивление секции;

L_c — индуктивность секции;

M — взаимоиндуктивность между секциями.

Время t_1 действительно от 0 до $(T - T_к)$, где

T — период коммутации, соответствующий полной ширине щетки;

$T_к$ — время коммутации, определяемое шириной коллекторного деления.

Точка O (фиг. 1) принимается за начальное положение щетки ($t_1 = 0$) и от нее ведется отсчет времени.

При составлении уравнений (1), (2) предполагается, что коммутирующая э. д. с. отсутствует ($e_к = 0$) и сопротивление соединительных проводов мало по сравнению с сопротивлением секции.

После ряда преобразований система уравнений (1) и (2) относительно тока i_5 для 2 коммутируемой секции может быть представлена уравнением

$$\frac{d^2 i_5}{dt_1^2}\left(\frac{M}{L_c} - \frac{L_c}{M}\right) - \frac{di_5}{dt_1}\frac{2r_c}{M} - i_5\frac{r_c^2}{L_c M} = 0. \qquad (3)$$

Решение этого уравнения записывается выражением

$$i_5 = C_1 e^{k_1 t_1} + C_2 e^{k_2 t_1}, \qquad (4)$$

где

κ_1 и κ_2 — корни характеристического уравнения;

C_1 и C_2 — постоянные интегрирования.

Из уравнения (3)

$$\kappa_1 = \frac{r_c L_c + r_c M}{M^2 - L_c^2} \text{ и} \qquad (5)$$

$$\kappa_2 = \frac{r_c L_c - r_c M}{M^2 - L_c^2}. \qquad (6)$$

Постоянные интегрирования определяются из начальных условий. При $t_1 = 0$

$$i_5 = i_a,$$

$$\frac{di_5}{dt_1} = 0. \qquad (7)$$

В результате находим

$$C_1 = \frac{\kappa_2 i_a}{\kappa_2 - \kappa_1} \tag{8}$$

и

$$C_2 = \frac{\kappa_1 i_a}{\kappa_2 - \kappa_1} . \tag{9}$$

После подстановки (8), (9) в (4) получаем

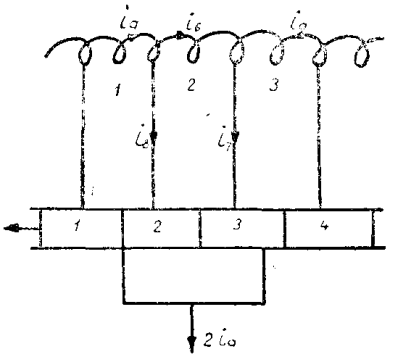
$$i_5 = i_a \left(\frac{M - L_c}{2M} e^{\kappa_1 t_1} + \frac{M + L_c}{2M} e^{\kappa_2 t_1} \right) . \tag{10}$$

Таким образом, в течение времени t_1 коммутируют одновременно 1 и 2 секции.

При положении щетки, представленном на фиг. 2, будет коммутировать только одна (2) секция в течение времени t_2. Время t_2 действительно от $(T - T_к)$ до $T_к$.

Процесс изменения тока в секции в этом случае описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$L_c \frac{di_6}{dt_2} + i_6 r_c = 0 . \tag{11}$$



Фиг. 2.

На фиг. 2 и в уравнении (11) приняты обозначения:

t_2 — текущее время;

i_6 — ток в секции (2), соответствующий времени t_2;

$i_7 = i_a + i_6$, $i_8 = i_a - i_6$ — токи в соединительных проводах, соответствующие положению щетки, представленному на фиг. 2, в течение времени t_2.

Решением уравнения (11) является выражение

$$i_6 = C_3 e^{\kappa_3 t_2}, \tag{12}$$

где κ_3 — корень характеристического уравнения;

C_3 — постоянная интегрирования.

Из уравнения 11 находим

$$\kappa_3 = - \frac{r_c}{L_c} . \tag{13}$$

При $t_2 = 0$ $\quad i_6 = i_{5(T-T_к)}$ (14)

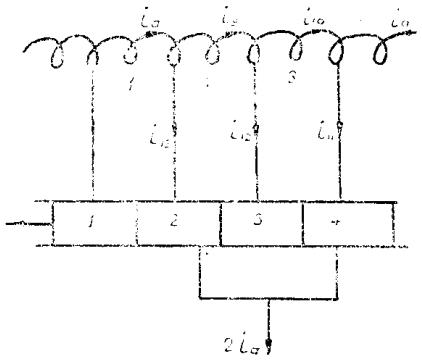
и, следовательно, постоянная интегрирования

$$C_3 = i_{5(T-T_к)} . \tag{15}$$

Таким образом, ток секции

$$i_6 = i_{5(T-T_к)} e^{k_3 t_2} . \tag{16}$$

В следующий отрезок времени (t_3), действительный от $T_к$ до T, снова будут коммутировать две секции (2 и 3). На фиг. 3 представлена схема, соответствующая этому интервалу времени.



Фиг. 3.

Дифференциальные уравнения, описывающие изменение тока в коммутирующих контурах (2 и 3), выражаются в следующем виде:

$$L_c \frac{di_9}{dt_3} + i_9 r_c + M \frac{di_{10}}{dt_3} = 0. \qquad (17)$$

$$L_c \frac{di_{10}}{dt_3} + i_{10} r_c + M \frac{di_9}{dt_3} = 0. \qquad (18)$$

На фиг. 3 и в уравнениях (17), (18) приняты обозначения:

t_3 — текущее время;

i_9, i_{10} — токи в секциях (2 и 3), соответствующие времени t_3:

$i_{11} = i_a + i_{10}$, $i_{12} = i_9 - i_{10}$, $i_{13} = i_a - i_9$ — токи в соединительных проводах, соответствующие положению щетки, представленному на фиг. 3, в течение времени t_3.

После ряда преобразований система уравнений (17), (18) относительно тока i_9 определяется уравнением

$$\frac{d^2 i_9}{dt^2_3}\left(\frac{M}{L_c} - \frac{L_c}{M}\right) - \frac{di_9}{dt_3}\frac{2r_c}{M} - i_9 \frac{r_c^2}{L_c M} = 0. \qquad (19)$$

Решение его записывается выражением

$$i_9 = C_4 e^{\kappa_4 t_3} + C_5 e^{\kappa_5 t_3}, \qquad (20)$$

где κ_4 и κ_5 — корни характеристического уравнения;

C_4 и C_5 — постоянные интегрирования.

Необходимо учитывать, что

$$\kappa_4 = \kappa_1,$$
$$\kappa_5 = \kappa_2. \qquad (21)$$

Для нахождения постоянных интегрирования имеются условия:

$$\text{при } t_3 = 0 \qquad i_9 = i_{6(T_к)} \qquad (22)$$
$$t_3 = T \qquad i_9 = -i_a,$$

где $i_{6(T_к)}$ — значение тока i_6 в момент времени, соответствующий $T_к$.

Учитывая известные условия, находим

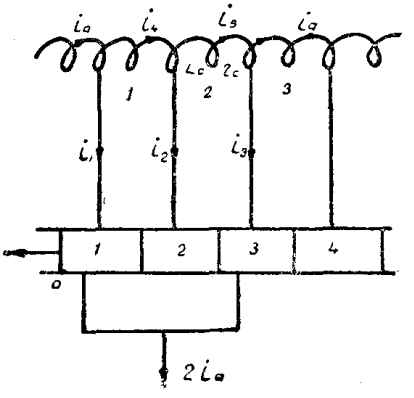
$$C_4 = \frac{i_a + i_{6(T_к)} e^{\kappa_5 T}}{e^{\kappa_5 T} - e^{\kappa_4 T}}, \qquad (23)$$

$$C_5 = \frac{-i_a - i_{6(T_к)} e^{\kappa_4 T}}{e^{\kappa_5 T} - e^{\kappa_4 T}}. \qquad (24)$$

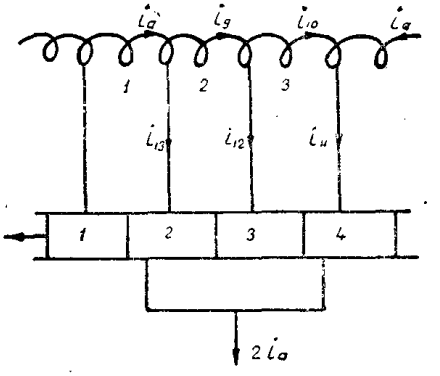
После подстановки (23), (24) в (20) получаем

$$i_9 = \frac{i_a + i_{6(T_к)}\, e^{\kappa_5 T}}{e^{\kappa_5 T} - e^{\kappa_4 T}}\, e^{\kappa_4 T_3} + \frac{-i_a - i_{6(T_к)}\, e^{\kappa_4 T}}{e^{\kappa_5 T} - e^{\kappa_4 T}}\, e^{\kappa_5 T_3} = 0. \qquad (25)$$

Таким образом, для случая, когда $b_к < b_щ < 2b_к$, процесс изменения тока в коммутируемой секции определяется выражениями (10), (16), (25). Причем каждое из них действительно для определенного интервала времени.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

2. $b_щ = 2b_к$.

Применительно к схеме, представленной на фиг. 4, может быть составлена такая же система уравнений, как и (1), (2). Отличие будет лишь в том, что время t_1 действительно от 0 до $T_к$.

Выражение для тока i_5 находится таким же путем, как и в первом случае.

Применительно к схеме, представленной на фиг. 5, где обозначения приняты такие же, как и на фиг. 3, может быть составлена такая же система уравнений, как (17) и (18).

Выражение для тока i_9 находится таким же путем, как и в первом случае.

Таким образом, когда $b_щ = 2b_к$, в процессе коммутации все время принимают участие две секции. Причем от 0 до $T_к$ коммутируют одновременно 1 и 2 секции, а от $T_к$ до $T - 2$ и 3.

По уравнениям, полученным для случая, когда $b_к < b_щ < 2b_к$, был проведен расчет для следующих параметров:

$i_a = 1{,}5\,a$, $\quad T = 7{,}4 \cdot 10^{-4}\,сек$,

$L_c = 1{,}48 \cdot 10^{-4}\,генри$. $\quad T_к = 4{,}62 \cdot 10^{-4}\,сек$,

$r_c = 0{,}1\,ома$, $\quad M = 0{,}83_c$.

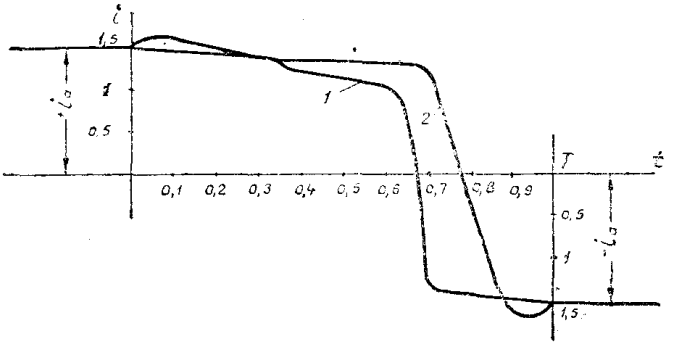
В результате построена кривая 1 (фиг. 6).

Для тех же параметров была проведена экспериментальная проверка на электромашинном усилителе. При этом были поставлены щетки марки МГ-4. Опытным путем установлено, что они обеспечивают гиперболическую зависимость переходного сопротивления щеточного контакта от плотности тока.

Осциллографирование кривой тока коммутируемой секции проводилось при установившемся тепловом состоянии коллектора.

Кривая (2), представленная на фиг. 6, является экспериментально .

Имеющиеся отклонения в кривых (1) и (2) объясняются тем, что в расчете не учитывается реакция якоря, которая имеет место в электромашинном усилителе.



Фиг. 6.

Таким образом, изложенный метод позволяет проводить исследование процесса коммутации с учетом взаимоиндуктивности между коммутируемыми секциями. Он может быть распространен и на случай, когда $b_{щ} > 2b_{к}$.