ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
Том 67, вып. 2 ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА 1951 г.

УГЛОМЕРНЫЙ ИНСТРУМЕНТ

Общая теория измерения угловых (сферических) координат и определения погрешностей в соотношениях между осями

П. А. МАСЛЕНИКОВ

Четыре основные оси угломерного инструмента: ось цилиндрического уровня U, вертикальная ось вращения алидады горизонтального круга V, горизонтальная ось вращения зрительной трубы H и визирная ось зрительной трубы K, как известно, должны быть между собой в таких соотношениях:

U должна быть перпендикулярна V,
K „ „ „ H,
H „ „ „ V.

Для всех отмеченных трех случаев должно быть выполнено одно и то же требование—перпендикулярность между собою для двух осей, а следовательно, возможно единственное решение поставленных задач.

Для обнаружения неперпендикулярности осей (погрешности c) и измерения величины погрешности необходимо наличие счетчиков, плоскости которых желательно иметь параллельными каждой паре осей инструмента.

В простейшем виде решение данных задач может быть произведено таким образом. Пусть требуется обнаружить и измерить угловую величину неперпендикулярности между осями OA и OB (фиг. 1). Предположим, что мы можем вращать ось OB вокруг оси OA, и допустим, что в некоторый момент ось OB будет занимать положение OB_1, которому на счетчике будет отвечать отсчет R (оси OA, OB и счетчик на фиг. 1 считаются находящимися в плоскости чертежа; подписи делений на счетчике возрастают по ходу часовой стрелки от 0 до 360° без разрыва). Из фиг. 1 следует, что после поворота оси OB вокруг оси OA точно на 180° ось OB из положения OB_1 переместится в положение OB_2, которому на счетчике будет отвечать отсчет L (предполагается, что счетчик неподвижен).

Из приведенной фиг. 1 видно, что вращение на 180° оси OB вокруг оси OA из положения OB_1 в положение OB_2 в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, равносильно повороту оси OB (из OB_1 в OB_2) на угол $180° - 2c$ вокруг точки пересечения осей в плоскости чертежа (или вокруг точки пересечения их проекций).

Если OB_0—идеальное, перпендикулярное к оси OA положение оси OB, составляющее с действительным положением OB_1 угол (погрешность) c, то, как нетрудно видеть из фиг. 1, значения угла c и отсчетов R и L по счетчику связаны между собою таким соотношением:

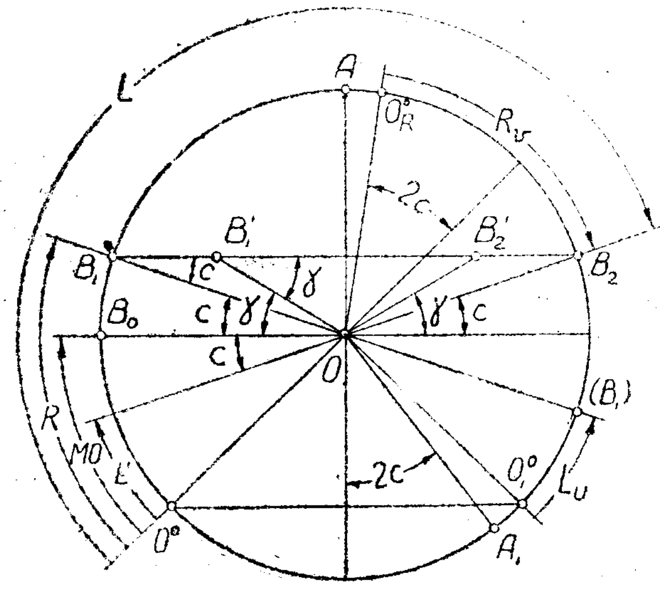
$$2c = R - (L - 180°). \quad (1)$$

Откуда, решая уравнение (1) относительно c и обозначая через L' выражение, стоящее в скобках, т. е. $L' = L - 180°$, найдем:

$$c = \frac{R - L'}{2}. \tag{2}$$

Таким образом, значение величины неперпендикулярности (или погрешности) оси OB к оси OA определяется полуразностью отсчетов на счетчике: отсчета R при первом положении оси OB_1 и отсчета L при втором положении оси OB_2, причем последний отсчет должен быть изменен на 180°, если подписи делений на счетчике возрастают от 0° до 360° без разрыва.

По фиг. 1 можно заметить, что если вращать ось OB вокруг точки 0 в плоскости чертежа по ходу часовой стрелки, то отсчеты по счетчику будут все время возрастать. Угол же c, при таком вращении оси OB, будет возрастать или убывать, смотря по тому, будет ли ось OB удаляться от своего идеального положения OB_0 или же приближаться к нему. Будем называть исходным положением оси OB то ее положение, при котором с возрастанием отсчетов по счетчику возрастает и угол c. Неисходным же положением оси OB назовем такое ее положение, при котором с возрастанием отсчетов по счетчику происходит уменьшение величины угла c.



Фиг. 1

Очевидно, что величина неперпендикулярности оси OB к оси OA может быть еще определена как полуразность отсчетов при исходном и неисходном положениях оси OB, так как отсчеты R и L, входящие в формулу (2), можно рассматривать как отсчеты при исходном и неисходном положениях оси OB.

Зная величину погрешности c, нетрудно будет определить на счетчике отсчет MO, отвечающий перпендикулярному положению осей, а именно (см. фиг. 1):

$$MO = R - c = L' + c \tag{3}$$

или после подстановки значения c из (2):

$$MO = \frac{R + L'}{2}, \tag{4}$$

то есть отсчет, отвечающий перпендикулярному положению осей, равен полусумме тех же величин, что и при определении погрешности c.

Из формулы (2) видно, что отсчет при исходном положении подвижной оси отличается от исправленного на 180° отсчета при неисходном положении этой оси на двойной угол величины неперпендикулярности осей. Следовательно, если требуется исправление положения подвижной оси, то последнее надлежит производить соответствующими исправительными винтами на величину, равную половине отсчетов при исходном и неисходном положениях.

Выведенными формулами (2) и (4) и определяются вышеупомянутые величины—погрешности в соотношениях между осями, а также и угловые координаты, если неподвижная ось OA и ось OB в первом и втором положениях находятся в плоскости, параллельной плоскости счетчика.

Допустим теперь, что ось OA находится в плоскости, параллельной плоскости счетчика, а ось OB в первом и втором своих положениях составляет с плоскостью счетчика некоторый угол α, не равный нулю, и проектируется на плоскость счетчика в виде прямых OB_1' и OB_2', составляющих с прямой OB_0 угол γ. Тогда очевидно, что вместо отсчетов R и L мы на счетчике получим другие отсчеты, например, R_1 и L_1, после подстановки которых в формулу (2) получим значение угла γ, а не погрешности c, то есть:

$$\gamma = \frac{R_1 - L'_1}{2}. \tag{5}$$

Отсчет же MO, отвечающий перпендикулярному положению осей, останется тем же, так как входящие в формулу (4) величины R_1 и L_1 изменились—одно в сторону увеличения, а другое в сторону уменьшения, на одну и ту же величину, а потому попрежнему:

$$MO = \frac{R_1 + L_1'}{2} \tag{6}$$

В этом случае для определения величины погрешности c придется воспользоваться другой формулой, легко получающейся из решения треугольника $OB_1B'_1$.

Положив в треугольнике $OB_1B'_1$ величину стороны OB_1 равной единице, для стороны OB'_1, зная ее угол наклона α к плоскости счетчика, можем написать значение:

$$OB'_1 = \cos\alpha$$

и, наконец, решая треугольник $OB_1B'_1$ по двум сторонам OB_1, OB'_1 и внешнему углу γ, находим:

$$\sin c = \sin\gamma\cos\alpha \tag{7'}$$

или, по малости погрешности c:

$$c = \frac{\sin\gamma\cos\alpha}{\sin 1''}. \tag{7}$$

Допустим наконец, что ни одна из осей не лежит в плоскости, параллельной плоскости счетчика, причем ось OB в первом и втором своих положениях составляет с последней угол α, а ось OA—угол β (см. фиг. 2). Представим вспомогательную сферу с центром в О, включающую в себя счетчик. Проведя перпендикуляр OZ к плоскости счетного механизма, получим на ней, в результате пересечения поверхности сферы тремя плоскостями, проходящими попарно через оси OA, OB_1 и перпендикуляр OZ, косоугольный сферический треугольник AB_1Z со сторонами $90° - c$, $90° - \alpha$ и $90° - \beta$ и углом $90° - \gamma$.

Решая косоугольный сферический треугольник AB_1Z, найдем:

$$\sin c = \sin\alpha \sin\beta + \cos\alpha \cos\beta \sin\gamma \qquad (8)$$

или, по малости погрешности c:

$$c = \frac{1}{\sin 1''} (\sin\alpha \sin\beta + \cos\alpha \cos\beta \sin\gamma). \qquad (8')$$

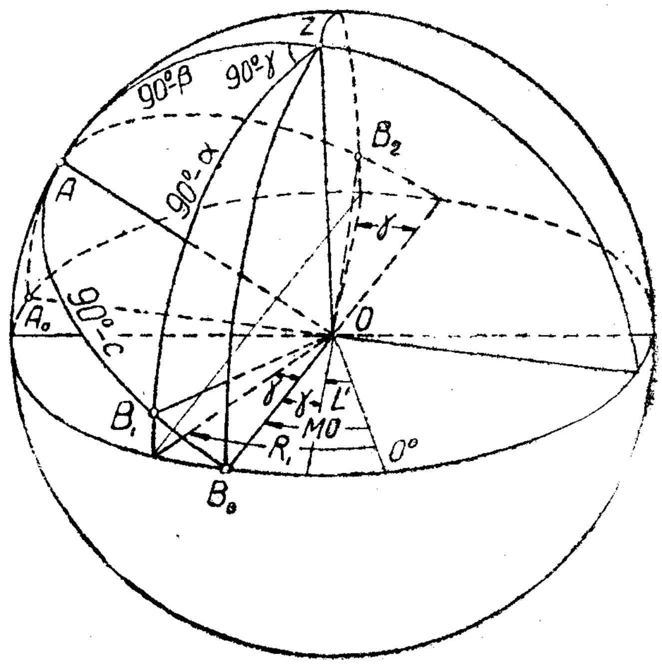
Значения угла γ и отсчета MO, как видно из фиг. 2, и в этом случае будут определяться формулами (5) и (6).

Как уже упоминалось выше, для главных четырех осей угломерного инструмента должны быть соблюдены три условия их взаимной перпендикулярности. Рассмотрим эти условия по отдельности.

Первое условие.

Перпендикулярность оси уровня U к вертикальной оси вращения V.

Как известно, неперпендикулярность этих осей (под осью уровня на фиг. 1 понимается ось OB, а под вертикальной осью вращения—ось OA) может быть обнаружена и измерена при помощи счетчика, нанесенного на трубке уровня. Для этого условия в формулы (2) и (4) вместо величины L' надлежит подставлять величину прочтенного отсчета L_v (учитывая знаки, если нуль счета на средине трубки), то есть



Фиг. 2

$$c_U^V = \frac{R_U - L_U}{2} \qquad (9)$$

$$MO_U^V = \frac{R_U + L_U}{2}, \qquad (10)$$

где c_U^V — угол, определяющий величину неперпендикулярности оси уровня U к вертикальной оси вращения инструмента V,

MO_U^V — отсчет, отвечающий перпендикулярному положению осей U и V,

R_U и L_U — отсчеты средин пузырька уровня.

В этом случае одновременно с подвижной осью OB (осью уровня U), поворачиваемой на 180° вокруг оси OA, повернется на 180° и счетчик; начальный штрих счетчика 0° переместится в $0°_1$, а индекс (средина пузырька уровня), против которого надлежит прочитывать отсчеты, при своем вращении вокруг OA переместится из точки B_1 точно на 180° относительно некоторой отвесной оси. Так как за исходное положение индекса на фиг. 1 принята точка B_1 оси уровня, то, следовательно, в этот момент ось уровня OB_1 горизонтальна. Очевидно, что второе положение индекса будет находиться в этом случае также на горизонтальной линии, и так как через одну и ту же точку O можно провести только одну горизонтальную прямую, то, следовательно, второе положение индекса надлежит считать в точке (B_1), диаметрально противоположно расположенной относительно точки B_1.

После устранения указанным выше способом неперпендикулярности оси уровня к вертикальной оси вращения инструмента, ось уровня на фиг. 1 займет положение OB_0, а вертикальная ось вращения — положение OA. Если принять теперь прямую OB_1 за горизонтальную прямую, то угол c будет выражать собою угол наклона оси уровня к горизонту, который, как не трудно видеть, может быть вычислен по формуле (9), то есть:

$$c_U^Z = \frac{R_U - L_U}{2}, \tag{11}$$

где c_U^Z — угол наклона оси уровня к горизонту, или величина неперпендикулярности оси уровня U к отвесному направлению OZ.

Пусть теперь на фиг. 2 вертикальной оси вращения инструмента соответствует прямая OZ, оси уровня — прямая OB и отвесному направлению — прямая OA. Введем далее обозначения:

$c_V^h = 90° - \beta$ — величина угла между вертикальной осью вращения и отвесным направлением (или величина неперпендикулярности вертикальной оси вращения к горизонтальной плоскости);

$c_U^V = \alpha$ — величина неперпендикулярности оси уровня к вертикальной оси вращения;

$c_U^Z = c$ — угол наклона оси уровня к горизонту (неперпендикулярность оси уровня к отвесному направлению).

Наконец заменим угол γ на равную ему величину $\gamma = R_h - MO_{(h)U}^{ZV}$, где R_h — отсчет по горизонтальному кругу, отвечающий исходному положению оси уровня, а $MO_{(h)U}^{VZ}$ — отсчет на горизонтальном круге, отвечающий перпендикулярному положению оси уровня к вертикальной оси и отвесному направлению (вертикальная ось не совпадает с отвесным направлением). Тогда формула (8') перепишется в виде:

$$\sin c_U^Z = \sin c_U^V \cos c_V^h + \cos c_U^V \sin c_V^h \sin (R_h - MO_{(h)U}^{VZ}). \tag{12}$$

Если ось уровня U приведена в перпендикулярное к вертикальной оси вращения V положение, то очевидно, что $c_U^V = 0$ и формула (12) в этом случае примет вид:

$$\sin c_U^Z = \sin c_V^h \sin (R_h - MO_{(h)U}^{VZ}). \tag{13}$$

Произведя измерение углов наклона оси уровня к горизонту (c_{U1}^Z и c_{U2}^Z) в двух взаимно перпендикулярных положениях ее и подставив вычисленные по формуле (11) значения этих углов в формулу (13) для определения величины угла между вертикальной осью и отвесным направлением, получим два таких уравнения:

$$\sin c_{U_1}^Z = \sin c_V^h \sin (R_h - MO_{(h)U}^{VZ}) \tag{14}$$

и

$$\sin c_{U_2}^Z = \sin c_V^h \sin (90° + R_h - MO_{(h)U}^{VZ}), \tag{15}$$

сумма квадратов которых дает:

$$\sin^2 c_V^h = \sin^2 c_{U1}^Z + \sin^2 c_{U2}^Z. \tag{16}$$

Отсюда, по малости углов, входящих в формулу (16), для угла c_V^h между вертикальной осью и отвесным направлением найдем:

$$c_V^h = \sqrt{(c_U^Z)^2 + (c_U^Z)^2} \tag{17}$$

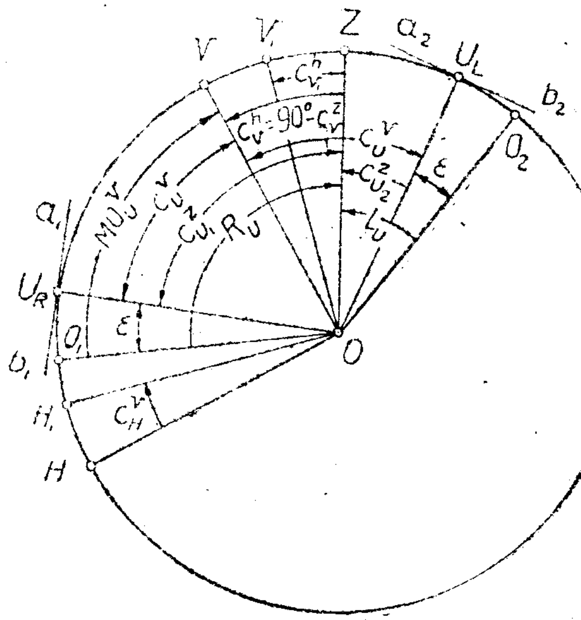
или, после подстановки значений $c_{U_1}^Z$ и $c_{U_2}^Z$, определяемых формулою (11), получим:

$$c_V^h = \sqrt{\left(\frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{R_{U_2} - L_{U_2}}{2}\right)^2}, \tag{18}$$

Подобным же образом для отсчета на горизонтальном круге, отвечающего перпендикулярному положению оси уровня относительно вертикальной оси и отвесного направления, исходя из (14) и (15) и учитывая, что $c_{U_1}^Z$ и $c_{U_2}^Z$ малые величины, получим выражение:

$$\operatorname{tg}(R_h - MO_{h(U)}^{VZ}) = \frac{c_{U_1}^Z}{c_{U_2}^Z} = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{R_{U_2} - L_{U_2}}. \tag{19}$$

Приведенный вывод справедлив для всех уровней угломерного инструмента. Поэтому измерение угла между вертикальной осью и отвесным направлением и определение отсчета на горизонтальном круге, опреде-



Фиг. 3

ляющего направление наклона вертикальной оси, можно производить любым, достаточно точным, уровнем инструмента.

Приведенные выше формулы (9), (10) выводились в предположении, что исходное положение оси уровня было горизонтальным. Рассмотрим теперь общий случай, когда ось уровня в своих исходном и неисходном положениях не будет горизонтальной.

Предположим, что изображенная на фиг. 3 окружность представляет счетчик уровня; прямая OZ — отвесная линия; прямая OV — вертикальная ось вращения инструмента, составляющая с отвесным направлением угол $90° - c_V^Z$, где c_V^Z — угол наклона вертикальной оси к горизонту. Пусть в исходном положении ось уровня (касательная в наивысшей точке внутренней кривой продольного сечения цилиндрического уровня вертикальной плоскостью) занимает положение a_1b_1, а в неисходном, после поворота на 180° вокруг оси OV, положение a_2b_2.

Введем обозначения:

ε — отсчет, фиксирующий положение оси уровня (нуль — пункт уровня);

c_U^V — величина неперпендикулярности оси уровня к вертикальной оси;

c_{U1}^Z и c_{U2}^Z — величина неперпендикулярности оси уровня к отвесному направлению в исходном и в неисходном положениях, или углы наклона оси уровня к горизонту;

R_U и L_U — отсчеты середин пузырька уровня в исходном и неисходном положениях оси уровня (середина пузырька уровня считается в обоих случаях находящейся на отвесной линии в точке Z);

O_1^0 и O_2^0 — начальный штрих счетчика уровня в исходном и неисходном положениях;

$MO_U^V = c_U^V + \varepsilon$ — отсчет, отвечающий перпендикулярному положению оси уровня и вертикальной оси вращения.

Исходя из фиг. 3, для отсчета, отвечающего перпендикулярному положению оси уровня и вертикальной оси вращения, можно будет написать то же самое выражение

$$MO_U^V = \frac{R_U + L_U}{2}, \tag{20}$$

как и в случае, когда в исходном положении ось уровня занимает горизонтальное положение.

Для величины неперпендикулярности оси уровня к вертикальной оси вращения получаем выражение

$$c_U^V = MO_U^V - \varepsilon = \frac{R_U + L_U}{2} - \varepsilon. \tag{21}$$

Для углов наклона оси уровня к горизонту или величины неперпендикулярности оси уровня к отвесному направлению найдем значения:

$$c_{U1}^Z = R_U - \varepsilon, \tag{22}$$

$$c_{U2}^Z = L_U - \varepsilon. \tag{23}$$

И, наконец, для угла между вертикальной осью вращения и отвесным направлением или величины неперпендикулярности вертикальной оси к горизонту, напишем выражения:

$$90^\circ - c_V^Z = c_V^h = \frac{R_U - L_U}{2} = R_U - MO_U^V = MO_U^V - L_U, \tag{24}$$

где c_V^h — величина неперпендикулярности вертикальной оси вращения инструмента к горизонту.

Приведение оси уровня в перпендикулярное к вертикальной оси положение, как видно из выводов, теоретически можно производить, не устанавливая, как это принято, ось уровня в исходном положении в горизонтальное положение. Для того, чтобы ось уровня была перпендикулярна к вертикальной оси, должно быть (см. фиг. 3):

$$\varepsilon = MO_U^V = \frac{R_U + L_U}{2}. \tag{25}$$

Этого можно достигнуть, если в исходном положении оси уровня, действуя юстирными винтами его, установить середину пузырька уровня на отсчет, равный

$$R_{U_0} = R_U - C_U^V = \frac{R_U - L_U}{2} + \varepsilon. \qquad (26)$$

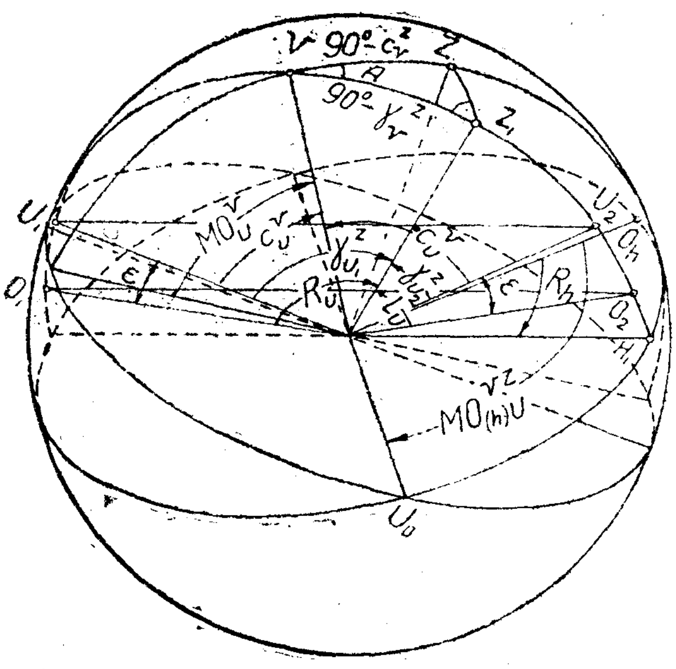
Вывод последних (20—26) формул производился в предположении, что ось уровня и вертикальная ось вращения лежат в одной отвесной плоскости. Однако из фиг. 4 следует, что этот вывод будет справедливым для формул (20), (21), (25) и (26) и в случае, когда ось уровня и вертикальная ось вращения инструмента не лежат в одной вертикальной плоскости. В этом последнем случае правые части равенств в формулах (22)—(24) будут выражать собою проекции γ_{U1}^Z и γ_{U2}^Z углов наклона оси уровня к горизонту (c_{U1}^Z и c_{U2}^Z, фиг. 3), а $90° - \gamma_Z^V$ — проекция угла между вертикальной осью и отвесным направлением, то есть

$$\gamma_{U1}^Z = R_U - \varepsilon, \qquad (22')$$

$$\gamma_{U2}^Z = L_U - \varepsilon, \qquad (23')$$

$$90° - \gamma_V^Z = \frac{R_U - L_U}{2}. \qquad (24')$$

На фиг. 4 положение оси уровня в исходном положении отмечено одной точкой касания оси к окружности, проходящей через вертикальную ось и счетчик трубки уровня — точкой U_1, в неисходном положении — точкой U_2, а индекс (середина пузырька уровня) — точкой Z_1.



Фиг. 4

Последняя является наивысшей точкой окружности счетчика уровня, полученной в результате пересечения этой окружности с перпендикулярной к ней отвесной плоскостью, проходящей через отвесное направление *OZ*.

Исходя из прямоугольного при точке Z_1 сферического треугольника ZZ_1V с острым углом *A*, катетом $90° - \gamma_V^Z$ и гипотенузою $90 - c_V^Z = c_V^h$, для угла c_V^h между вертикальной осью и отвесным направлением можно написать выражение

$$\cos A = \operatorname{ctg} c_V^h \operatorname{tg}(90° - \gamma_V^Z) = \operatorname{ctg} c_V^h \operatorname{tg} \frac{R_U - L_U}{2}$$

или, по малости углов c_V^h и $\frac{R_U - L_U}{2}$:

$$c_V^h \cos A = \frac{R_U - L_U}{2}. \tag{27}$$

Производя отсчеты для середин пузырька уровня в исходном и неисходном положениях оси его для двух взаимно перпендикулярных положений счетчика уровня и производя подстановку полученных отсчетов в формулу (27), получим два уравнения:

$$c_V^h \cos A = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2}, \tag{28'}$$

$$c_V^h \sin A = \frac{R_{U_2} - L_{U_2}}{2}, \tag{28''}$$

Квадратный корень из суммы квадратов (28') и (28'') доставит нам значение угла между вертикальной осью и отвесным направлением, или величину неперпендикулярности вертикальной оси к горизонту:

$$c_V^h = \sqrt{\left(\frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{R_{U_2} - L_{U_2}}{2}\right)^2} \tag{29}$$

Пусть O_h — начальный штрих на горизонтальном круге, R_h — отсчет на горизонтальном круге, отвечающий первому положению счетчика уровня, и $MO_{(h)U}^{VZ}$ — отсчет на горизонтальном круге, отвечающий перпендикулярному положению оси уровня (если эта ось горизонтальна) к вертикальной оси вращения и отвесному направлению. Тогда для угла A можно написать следующее равенство:

$$A = 90° + R_h - OM_{(h)U}^{VZ}, \tag{30}$$

после подстановки которого в уравнения (28') и (28'') и разделения этих уравнений друг на друга найдем значение $MO_{(h)U}^{VZ}$ из выражения:

$$\operatorname{tg}(R_h - MO_{(h)U}^{VZ}) = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{R_{U_2} - L_{U_2}}. \tag{31}$$

Из формулы (29) следует, что измерение угла между вертикальной осью вращения инструмента и отвесным направлением можно производить уровнем, ось которого предварительно не была установлена в перпендикулярное положение к вертикальной оси вращения. Из формулы же (31) находим, что приведение оси уровня в перпендикулярное к вертикальной оси положение (производство поверки уровня) можно свести к установке уровня на отсчет $MO_{(h)U}^{VZ}$ на горизонтальном круге и последующему приведению его оси в горизонтальное положение, действуя юстирными винтами уровня.

Второе условие

Перпендикулярность визирной оси K к горизонтальной оси вращения H.

Неперпендикулярность этих осей (под визирною осью на фиг. 1 и 2 понимается ось OB, а под горизонтальной осью вращения—ось OA) может быть обнаружена и измерена при помощи счетчика горизонтального круга угломерного инструмента (для кипрегеля этим счетчиком служит мензульная доска, на которой по скошенному ребру линейки кипрегеля прочерчиваются прямые, отвечающие отсчетам на горизонтальном круге в теодолите).

На фиг. 1 при визировании при круге справа на некоторую точку T пространства визирная оси занимала положение OB_2, которому соответствовал отсчет R на горизонтальном круге. При переводе трубы через зенит и установке визирной оси пареллельно плоскости счетчика горизонтального круга, последняя займет положение OB_1, которому на горизонтальном круге будет отвечать прежний отсчет R, так как при переводе трубы через зенит (при вращении OB_2 вокруг OA) индекс, против которого прочитывался отсчет по горизонтальному кругу, в данном случае оставался неподвижным. Для того, чтобы навести при круге слева на ту же точку пространства, что и при круге справа, надлежит визирную ось из положения в OB_1 повернуть на $180°—2c$ вокруг точки O в положение OB_2. Очевидно в этом случае повернутся на такой же угол и в том же направлении горизонтальная ось вращения OA (занявши положение OA') и индекс (занявши положение B_2), против которого мы уже увидим не отсчет R, а отсчет больший на $180° — 2c$, то есть отсчет, равный:

$$L = R + 180° - 2c,$$

откуда

$$c = \frac{R - L'}{2}.$$

Отсюда вытекает справедливость приведенных выше формул и для случая, когда для подвижной оси OB приходится производить два вращения: первое—вокруг оси OA в плоскости, перпендикулярной плоскости счетчика и второе— вокруг точки O пересечения этих осей на $180°—2c$ в плоскости, параллельной плоскости счетчика.

В данном случае мы имеем дело с неподвижным счетчиком при вращающемся индексе; первое, исходное положение индекса принято в точке B', а второе, неисходное — в точке B_2. За исходное положение визирной оси надлежит брать прямую OB_2, так как с увеличением угла c в этом случае увеличиваются отсчеты по горизонтальному кругу (увеличение угла c, которое можно произвести юстирными винтами при сетке нитей при визировании на точку T пространства (на фиг. 1) заставит повернуть визирную ось, а с нею и индекс B' в сторону возрастания отсчетов).

В зависимости от взаимного расположений осей и счетчика, для вычисления неперпендикулярности (погрешности c) и отсчета, отвечающего перпендикулярному положению осей, следует применять различные формулы.

Если обе оси параллельны плоскости счетчика, то, исходя из формул (2) и (4), надлежит пользоваться формулами:

$$c_K^H = \frac{R_h - L'_h}{2} \quad (32)$$

и

$$MO_{(h}{}^{H}_{K}=\frac{R_h+L'_h}{2}\,, \qquad (33)$$

где: c_K^H — величина неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной оси вращения (коллимационная погрешность); $MO_{(h)}{}^{H}_{K}$—отсчет на горизонтальном круге, отвечающий перпендикулярному положению визирной и горизонтальной осей; R_h и L_h — отсчеты по горизонтальному кругу, полученные при визировании на одну и ту же точку пространства при двух положениях вертикального круга.

Если же визирная ось K (ось OB) не параллельна, а горизонтальная ось вращения H (ось OA) параллельна плоскости счетчика то, на основании (5), (6) и (7), применяем формулы:

$$\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}=\frac{R_h-L'_h}{2} \qquad (34)$$

$$MO_{(h)}{}^{H}_{K}=\frac{R_h+L'_h}{2} \qquad (35)$$

и

$$c_K^H=\frac{\sin\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}\cdot\cos\alpha}{\sin 1''} \qquad (36)$$

или, по малости угла $\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}$:

$$c_K^H=\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}\cos\alpha\,, \qquad (37)$$

где $\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}$ — проекция на плоскость горизонтального круга угла c_K^H, α—угол между визирной осью и плоскостью горизонтального круга.

Если плоскость горизонтального круга будет горизонтальной, то угол α можно будет рассматривать как угол наклона визирной оси к горизонту или как угловую величину неперпендикулярности визирной оси к отвесному направлению (c_K^Z). Тогда формула (37) перепишется так:

$$c_K^H=\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}\cdot\cos c_K^Z. \qquad (38)$$

И, наконец, в случае, когда обе оси (общий случай) не параллельны плоскости счетчика и составляют с последним разные углы, то вычисления следует производить на основании (5), (6) и (8) по формулам:

$$\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}{}^{V}=\frac{R_h-L'_h}{2} \qquad (39)$$

$$MO_{(h)}{}^{H}_{K}=\frac{R_h+L'_h}{2} \qquad (40)$$

и

$$c_K^H=\frac{1}{\sin 1''}\left\{\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}{}^{V}\right\} \qquad (41)$$

или, по малости углов β и $\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}{}^{V}$:

$$c_K^H=\beta\sin\alpha+\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}{}^{V}\cdot\cos\alpha, \qquad (42$$

где $\gamma_{(h)}{}^{H}_{K}{}^{V}$ — погрешность отсчитывания по горизонтальному кругу за счет совместного влияния: неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной оси вращения и угла наклона горизонтальной оси к плоскости горизонтального круга; α и β — углы, составляемые визирной и горизонтальной осями с плоскостью горизонтального круга.

Если плоскость горизонтального круга будет горизонтальной, то угол α есть угол наклона визирной оси к горизонту, или величина неперпендикулярности (которую мы обозначим через c_K^Z) визирной оси к отвесному направлению; угол же β — угол наклона горизонтальной оси к горизонту, или величина неперпендикулярности (которую мы обозначим через c_H^Z) горизонтальной оси к отвесному направлению. В этом случае формула (42) перепишется так:

$$c_K^H = c_H^Z . \sin c_K^Z + \gamma_{(h)K}^{\overset{V}{H}} . c_K^Z \tag{43}$$

Третье условие

Перпендикулярность горизонтальной оси вращения H к вертикальной оси вращения V.

Неперпендикулярность этих осей обыкновенно обнаруживается и измеряется при помощи счетчика накладного уровня или же при помощи специальных наблюдений, фиксирующих графически на отвесной плоскости, например, стене здания, положение оси вращения.

Вообразим себе на фиг. 3 идеальное, перпендикулярное к вертикальной оси вращения, положение горизонтальной оси в виде прямой OH и действительное положение ее—OH_1; угол между этими прямыми назовем через c_H^V (величина неперпендикулярности горизонтальной оси вращения к вертикальной). Очевидно, что если мы еще представим себе прямую OV_1 перпендикулярную к OH_1 и составляющую с отвесным направлением OZ угол $c_{U_1}^h$, то величина неперпендикулярности горизонтальной оси вращения к вертикальной c_H^V будет измеряться углом между прямыми OV и OV_1, который можно представить в виде:

$$c_H^V = c_{V_1}^h - c_V^h. \tag{44}$$

Значения входящих в последнюю формулу величин c_V^H и $c_{V_1}^h$ мы вычисляем по формуле (24), в которую подставляем отсчеты середин пузырька накладного уровня, полученные при измерении c_V^h и $c_{V_1}^h$.

Для определения величин c_V^h и $c_{V_1}^h$ устанавливаем в исходном положении накладной уровень на горизонтальную ось вращения и берем по нему отсчет R_U. Поворачиваем инструмент вместе с уровнем на 180° вокруг OV и берем, при неисходном положении уровня, отсчет L_U. Возвращаем инструмент с уровнем в исходное положение и берем по уровню отсчет $R_{U_1} = R_U$. Поворачиваем на 180° вокруг оси OV_1 накладной уровень (перекладываем на горизонтальной оси уровень) и берем отсчет L_{U_1}. Тогда пользуясь формулой (24), получим:

$$c_V^h = \frac{R_U - L_U}{2}, \tag{45}$$

$$c_{V_1}^H = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2}. \tag{46}$$

Подстановка последних выражений в формулу (44) дает:

$$c_H^V = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2} - \frac{R_U - L_U}{2} \tag{47}$$

или, так как $R_U = R_{U_1}$:

$$c_H^V = \frac{L_U - L_{U_1}}{2} \tag{48}$$

Очевидно, что наблюдения по определению c_V^h и $c_{V_1}^h$ могут быть организованы таким образом, чтобы было $L_U = L_{U_1}$ и $R_U \gtrless R_{U_1}$, тогда

$$c_H^V = \frac{R_{U_1} - R_U}{2}.$$

Из рассмотрения фиг. 4 следует, что если горизонтальная ось вращения не лежит в одной отвесной плоскости, проходящей через отвесное направление OZ и вертикальную ось вращения OV, то приведенные формулы (48) и (49) будут и в этом случае справедливы. В этом случае накладным уровнем будут измерены вместо величин c_V^h и $c_{V_1}^h$ величины $90° - \gamma_V^Z$ и $90° - \gamma_{V_1}^Z$, определяемые формулой (24′). Сравнивая (24) и (24′), нетрудно убедиться в том, что:

$$c_H^V = c_{V_1}^h - c_V^h = (90° - \gamma_{V_1}^Z) - (90° - \gamma_V^Z). \tag{50}$$

Приведенные формулы (48) и (49) будут справедливы лишь при отсутствии конусности цапф горизонтальной оси вращения, так как угол $c_{V_1}^h$, при наличии конусности, будет являться углом наклона к горизонту для верхней образующей конуса, а не для его оси, представляющей горизонтальную ось вращения инструмента.

Для того, чтобы определить величину конусности ω, а с нею и действительную величину неперпендикулярности горизонтальной оси к вертикальной, надлежит измерить угол наклона к горизонту $c_{V_2}^h$ для нижней образующей конуса. Для этого, взявши отсчет по уровню $R_{U_2} = R_{U_1} = R_U$ в исходном положении, повертываем его на 180° вокруг некоторой оси OV_2, перпендикулярной к нижней образующей, что равносильно перекладыванию горизонтальной оси, и берем отсчет L_{U_2} в неисходном положении уровня. После этого значение конусности вычисляем по формулам

$$\omega = c_{V_2}^h - c_{V_1}^h = \frac{R_{U_2} - L_{U_2}}{2} - \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2} = \frac{L_{U_1} - L_{U_2}}{2} \tag{51}$$

если же $R_{U_2} = R_{U_1}$ $R_{U_2} \neq R_{U_1}$, а $L_{U_2} = L_{U_1}$:

$$\omega = \frac{R_{U_2} - R_{U_1}}{2}. \tag{52}$$

Величину неперпендикулярности горизонтальной оси к вертикальной найдем по формулам:

$$c_H^V = c_{V_1}^h - c_V^h + \frac{1}{2}\omega = \frac{1}{4}(-L_{U_2} - L_{U_1} + 2L_U) \tag{53}$$

или, если $L_{U_2} = L_{U_1} = L_U$

$$c_H^V = \frac{1}{4}(-2R_U + R_{U_1} + R_{U_2}) \tag{54}$$

Для определения угла наклона горизонтальной оси к горизонту, или, что то же самое, величины неперпендикулярности горизонтальной оси к отвесному направлению c_H^Z, в случае отсутствия конусности цапф, можно пользоваться формулою для наклонности верхней образующей (46), то есть

$$c_H^Z = c_{V_1}^h = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2}. \tag{55a}$$

В случае же наличия конусности, надлежит взять среднее из наклонностей обеих образующих, то есть

$$c_H^Z = \frac{1}{2}(c_{V_2}^h + c_{V_2}^h) = \frac{1}{4}(R_{U_1} - L_{U_1} + R_{U_2} - L_{U_2}) \tag{56}$$

Для того, чтобы установить горизонтальную ось вращения в перпендикулярное к вертикальной оси положение, надлежит, действуя юстирными винтами при подставках горизонтальной оси, привести пузырек накладного уровня на отсчет $MO_{(U)H}^V$, отвечающий перпендикулярному положению горизонтальной и вертикальной осей, определяемый, при отсутствии конусности, формулой:

$$MO_{(U)H}^V = R_U - c_H^V = R_U - \frac{R_{U_1} - R_U}{2} = \frac{3R_U - R_{U_1}}{2}, \tag{57}$$

а при наличии конусности — формулою:

$$MO_{(U)H}^V = \frac{1}{4}(6R_U - R_{U_1} - R_{U_2}) \tag{58}$$

Таким образом, теоретически, для приведения горизонтальной оси в перпендикулярное к вертикальной оси положение, а также для измерения конусности и наклонности горизонтальной оси, нет надобности иметь предварительно выверенный уровень и приводить верхнюю образующую оси в горизонтальное положение.

Если предварительно ось уровня привести в перпендикулярное к вертикальной оси вращения положение, а последнюю в отвесное положение, то, очевидно, в этот момент будет $c_U^V = 0$ и $c_V^h = 0$, а формулы (47), (53), (57) и (58) примут вид:

$$c_H^Z = c_H^V = \frac{R_{U_1} - L_{U_1}}{2}, \tag{47'}$$

$$c_H^Z = c_H^V = \frac{1}{4}(R_{U_1} - L_{U_1} + R_{U_2} - L_{U_2}, \tag{53'}$$

$$MO_{(U)H}^V = \frac{R_{U_1} + L_{U_1}}{2}, \tag{57'}$$

$$MO_{(U)H}^V = R_{U_1} - \frac{1}{4}(R_{U_1} - L_{U_1} + R_{U_2} - L_{U_2}) \tag{58'}$$

В случае, если ось накладного уровня не лежит в одной отвесной плоскости, проходящей через вертикальную и горизонтальную оси вращения, а составляет с нею некоторый угол A, то в приведенных выше формулах надлежало бы везде величины c_V^h, $c_{V_1}^h$ и $c_{V_2}^h$ вычислять, исходя из (26) по формуле

$$c_V^h = \frac{R_U - L_U}{2\cos A}. \tag{59}$$

Если же значения этих величин будут вычисляться по формуле (24), то в этом случае они будут ошибочны на величину Δc, определяемую как разность (59) и (24), то есть:

$$\Delta c = \frac{R_V - L_V}{2}\left(\frac{1}{\cos A} - 1\right) = c_V^h\left(\frac{1}{\cos A} - 1\right), \tag{60}$$

откуда угол A может быть вычислен из выражения

$$\cos A = \frac{c_V^h}{c_V^h + \Delta c}.$$

Посмотрим на конкретном примере, каково может быть значение угла A при максимальном значении величины c_V^h, которую можно измерить накладным уровнем. Допустим, что мы имеем уровень с ценою одного деления $\tau = 5''$, которым можно измерять величины c_V^h до $30'$. Тогда, если мы поставим требование, чтобы значение Δc не превосходило точности отсчитывания по уровню, мы должны положить $\Delta c = 0{,}2\ \tau = 1''$. В этом случае для $\cos A$ получим значение

$$\cos A = \frac{30'}{30' + 1''} = 0{,}9994447,$$

что соответствует $A = 1°54'30''$. Для того, чтобы уничтожить угол A, то есть привести ось уровня в одну плоскость с горизонтальной осью, надлежит для данного угла, действуя горизонтальными юстирными винтами, для уровня длиною в 20 *см*, переместить уровень на 3,3 *мм*.

Произведенный анализ показывает, что при работе с накладным уровнем нет нужды приводить ось уровня в перпендикулярное к вертикальной оси положение и точно приводить ось уровня в одну отвесную плоскость с горизонтальною осью вращения.

Если в инструменте выполнено второе условие, вертикальная ось вращения приведена в отвесное положение и горизонтальная ось установлена параллельно некоторой отвесной плоскости, например, стене здания, то при вращении визирной оси вокруг горизонтальной визирная ось опишет плоскость, составляющую с горизонтальной угол $90° - c_H^V = 90° - c_H^z$. Отметивши на стене следы визирной плоскости при двух положениях горизонтальной оси (при круге справа и слева), мы тем самым графически изобразим на стене два перпендикуляра к двум положениям горизонтальной оси, составляющим угол, равный $2c_H^V = 2c_H^z$. Не останавливаясь на вопросе исправления неперпендикулярности осей, подробно разбираемых для этого способа в курсах геодезии, перейдем к вопросу совместной поверки второго и третьего условий.

Предположим, что при отвесном положении вертикальной оси в момент визирования на какую-либо точку пространства визирная ось K составляет с горизонтом угол $\alpha = c_K^z$, а горизонтальная ось вращения—угол $\beta = c_H^z$ (под визирною осью на фиг. 2 понимается ось OB, а под горизонтальной осью вращения — ось OA). Тогда неперпендикулярность визирной оси к горизонтальной оси вращения (величина c_K^H) и угол наклона горизонтальной оси к горизонту (угол $\beta = c_H^z$) можно определить по формулам (5) и (8). Для этого, очевидно, необходимо при двух положениях вертикального круга навести на две находящиеся на различной высоте точки пространства и взять соответствующие отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам (для первой точки—R_{h_1}, L_{h_1} и R_{v_1}, L_{v_1}, а для второй—R_{h_2}, L_{h_2} и R_{v_2}, L_{v_2}). Далее по отсчетам на вертикальном круге определяем углы наклона $\alpha_1 = c^Z_{K_1}$ и $\alpha_2 = c^Z_{K_2}$ для двух линий визирования, а по отсчетам на горизонтальном круге вычисляем по формуле (5) значения γ_1 и γ_2:

$$\gamma_1 = \frac{R_{h_1} - L'_{h_1}}{2}$$

и

$$\gamma_2 = \frac{R_{h_2} - L'_{h_2}}{2}.$$

Определив значения $\alpha_1 = c^Z_{K_1}$, γ_1, $\alpha_2 = c^Z_{K_2}$ и γ_2 и подставив их в формулу (8), получим два уравнения:

$$c^H_K = \frac{1}{\sin 1''}\left(\sin c^Z_{K_1} \cdot \sin c^Z_H + \cos c^Z_{K_1} \cdot \cos c^Z_H \cdot \sin \gamma_1\right),$$

$$c^H_K = \frac{1}{\sin 1''}\left(\sin c^Z_{K_2} \cdot \sin c^Z_H + \cos c^Z_{K_2} \cdot \cos c^Z_H \cdot \sin \gamma_2\right),$$

которые, по малости углов c^Z_H, γ_1 и γ_2, можно представить в таком виде:

$$c^H_K = c^Z_H \cdot \sin c^Z_{K_1} + \gamma_1 \cdot \cos c^Z_{K_1},$$

$$c^H_K = c^Z_H \cdot \sin c^Z_{K_2} + \gamma_2 \cdot \cos c^Z_{K_2}.$$

Решая последние два уравнения совместно, для величин c^H_K и c^Z_H найдем значения:

$$c^H_K = \frac{\gamma_1 \cos c^Z_{K_1} \cdot \sin c^Z_{K_2} - \gamma_2 \cdot \sin^Z_{K_1} \cdot \cos c^Z{}_{K_2}}{\sin c^Z_{K_2} - \sin c^Z_{K_1}} \tag{61}$$

и

$$c^Z_H = \frac{\gamma_1 \cdot \cos c^Z_{K_1} - \gamma_2 \cdot \cos c^Z_{K_2}}{\sin c^Z_{K_2} - \sin c^Z_{K_1}} \tag{62}$$

Ниже приводится числовой пример одновременного определения величины неперпендикулярности c^H_K визирной оси к горизонтальной и величины неперпендикулярности c^Z_H горизонтальной оси вращени я к отвесному направлению (или угла наклона горизонтальной оси к горизонту). Определение произведено в лабораторных условиях теодолитом фабрики „Геодезия" № 4106 с точностью отсчитывания по обоим кругам, равной одной минуте.

Таблица 1

Наблюдение до исправления неперпендикулярности осей

Наблюдаемые точки	Отсчеты по горизонтальному кругу		$\gamma = \frac{R_h - L'_h}{2}$	Отсчеты по вертикальному кругу		Вертикальный угол
	R_h	L_h		R_v	L_v	$c^Z_K = \frac{R_v - L'_v}{2}$
I	187°37	8°11',5	—17',25	21°59'	337°44'	+22°07',5
II	187°52',5	8°00'	- 03',75	342°41',5	17°01'	—17°09',75

Таблица 2

Наблюдения после исправления неперпендикулярности K к H

I	187°46′	8°02′	—7′,75	21°58′	337°44′	+22°07′
	47′	02′		58′	44′	
II	188°01′	7°50′	+05′,5	342°40′	17°01′	—17°10′,5
	01′	50′		40′	01′	

После обработки полученных наблюдений по формулам (61) и (62) для c_K^H и c_H^Z были найдены следующие значения:

Таблица 3

	Вычисленные по формулам (61) и (62) значения		Результаты непосредственного определения после исправления неперпендикулярности K к H
	до исправления неперпендикулярности осей	после исправления неперпендикулярности осей	
c_K^H	—10′32″,0	—1′42″,7	+0′,45″
c_H^Z	—18′27″,3	—18′31″,1	—17′,3

Сравнивая вычисленные по формулам (61) и (62) значения неперпендикулярности осей c_K^H и c_H^Z с значениями непосредственных измерений этих величин, можно отметить удовлетворительную, порядка точности отсчитывания по инструменту, сходимость.

Измерение вертикальных углов

Теория определения наклонов наблюдаемых лучей (вертикальных углов) легко может быть получена на основании изложенной выше теории погрешностей угломера в соотношениях между его осями.

Предположим, что (фиг. 1) ось OA будет представлять из себя отвесную линию; OB_0—горизонтальную, перпендикулярную к OA линию; OB_1—визирную ось зрительной трубы, а счетчик—вертикальный круг.

Как нетрудно видеть, вертикальный угол представляет из себя величину неперпендикулярности визирной оси $OB_1(K)$ к отвесной линии $OA(Z)$, то есть угол $c = c_K^Z$ определяется, исходя из (2), формулою:

$$c_K^Z = \frac{R_v - L'_v}{2}, \tag{63}$$

где c_K^Z—величина неперпендикулярности визирной оси к отвесной линии, или вертикальный угол, а R_v и L_v—отсчеты по вертикальному кругу.

Отсчет же, отвечающий перпендикулярному, по отношению к линии OA, положению оси OB, определяемый, исходя из (4), формулой

$$MO_{(v)K}^{\ Z} = \frac{R_v + L'_v}{2} \tag{64}$$

есть не что иное, как место нуля, то есть отсчет на вертикальном круге, отвечающий горизонтальному лучу визирования.

При выводе формул (63) и (64), на фиг. 1 счетчик — вертикальный круг считался неподвижным; в действительности же неподвижным обыкновенно бывает только индекс (на алидаде вертикального круга), против которого прочитываются отсчеты. В этом случае для вывода формул, определяющих значения вертикального угла и место нуля, предположим, что нуль счета на вертикальном круге находится в точке $0°_R$, отстоящей от прежнего $0°$ на $180° - 2c$, считая по ходу часовой стрелки, а индекс алидады вертикального круга расположен в точке B_2.

Предположим далее, что в момент визирования при круге справа на некоторую точку пространства визирная ось занимала положение OB_2, и против индекса B_2 на вертикальном круге был получен отсчет R_v. Переведя визирную ось через зенит в положение OB_1, то есть повернув OB_2 около точки O на $180° - 2c$, мы повернем на такой же угол и нуль счета на вертикальном круге (то есть точка $0°_R$ займет положение $0°$) и по индексу B_2 прочтем отсчет $L = L_v$.

Если повернуть OB_1 вокруг OA на $180°$, визирная ось займет положение OB_2, и мы тем самым осуществим визирование на ту же точку пространства, но уже при круге слева. Очевидно, что при вращении визирной оси вместе с вертикальным кругом вокруг OA отсчеты по вертикальному кругу не изменяются, и мы вправе написать равенство

$$L_v - R_v = 180° - 2c = 180° - 2c^Z_K,$$

из которого, помня, что $L_v - 180° = L'_v$ и $MO_{(v)K}^Z = R_v - c^Z_K$, и получим формулы (63) и (64).

Приведенные формулы (63) и (64) справедливы, конечно, если визирная ось OB_1 и вертикальный круг будут находиться в параллельных отвесных плоскостях. Если же визирная ось будет при отвесном положении вертикального круга составлять с последним некоторый небольшой угол $\alpha = c^H_K$, то, как видно из предыдущего, вертикальный угол c^Z_K надлежало бы вычислять, исходя из (7'), по формуле:

$$\sin c^Z_K = \sin\gamma \cdot \cos c^H_K, \tag{65}$$

предварительно определив значение проекции вертикального угла, то есть угол γ, исходя из (5), по формуле:

$$\gamma = \frac{R_{v_1} - L_{v_1}}{2},$$

а место нуля, исходя из (6), по формуле:

$$MO_{(v)K}^Z = \frac{R_{v_1} + L'_{v_1}}{2}. \tag{66}$$

Но так как обыкновенно угол c^H_K, выражающий в данном случае величину неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной оси вращения, очень мал, то, следовательно, косинус его в формуле (65) можно посчитать равным единице и, не делая большой ошибки, значение вертикального угла выражать так:

$$c^Z_K = \gamma = \frac{R_{v_1} - L'_{v_1}}{2}. \tag{67}$$

В случае, если отвесная линия и визирная ось будут составлять с плоскостью вертикального круга соответственно углы β и α (на фиг. 2 OA—отвесная, OZ—горизонтальная ось вращения трубы, OB_1—визирная ось), место нуля попрежнему определяется, исходя из (6), формулою (66). Величина же вертикального угла c_K^Z, исходя из (8'), определится по формуле:

$$\sin c_K^Z = \sin\alpha \quad \sin\beta + \cos\alpha \quad \cos\beta \quad \sin\gamma, \tag{68}$$

которую по малости углов α и β (в данном случае $\alpha = c_K^H$—величина неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной оси, а $\beta = c_H^Z$ — величина неперпендикулярности горизонтальной оси к отвесному направлению или наклон горизонтальной оси к горизонту) можно представить аналогично предыдущему в виде:

$$c_K^Z = \gamma = \frac{R_{v_1} - L'_{v_1}}{2} \tag{69}$$

Измерение горизонтальных направлений

Гораздо проще разрешается вопрос об определении горизонтальных направлений, так как в этом случае не требуется нахождения величины неперпендикулярности осей.

Понимая под горизонтальным направлением отсчет на горизонтальном круге, отвечающий горизонтальной проекции луча визирования на точку пространства при отвесном положении вертикальной оси вращения и при выполненчи отмеченных выше трех условий взаимной перпендикулярности осей угломерного инструмента, для определения горизонтального направления, исходя из (4) и (6), можно написать одно значение:

$$MO_{(h)} = \frac{R_h + L'_h}{2}, \tag{70}$$

где $MO_{(h)}$—искомое горизонтальное направление на точку пространства, а R_h и L'_h — отсчеты по горизонтальному кругу при двух положениях вертикального круга.

Если известны значения величин неперпендикулярности осей угломерного инструмента, то определение значения горизонтального направления можно производить, пользуясь лишь одним отсчетом на горизонтальном круге (например R_h), руководствуясь вытекающей из приведенных чертежей формулой:

$$MO_{(h)} = R_h - \gamma_{(h)}, \tag{71}$$

где $\gamma_{(h)}$—некоторая поправка, зависящая от величин, выражающих неперпендикулярности осей инструмента.

При наличии неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной (величины c_K^H), значение поправки $\gamma_{(h)}{}_K^H$ получим, исходя из (7') и учитывая, что c_K^H и $\gamma_{(h)}{}_K^H$ малые величины:

$$\gamma_{(h)}{}_K^H = \frac{c_K^H}{\cos\alpha} = \frac{c_K^H}{\cos c_K^Z}. \tag{72}$$

При наличии неперпендикулярности горизонтальной оси вращения к вертикальной (величины c_H^V), значение поправки получим, исходя из (8') и учитывая, что $c = c_K^H = 0$, а $\gamma = \gamma_{(h)}{}_H^V$ и $\beta = c_H^V$ малые величины:

$$\gamma_{(h)}{}_H^V = - c_H^V \cdot \operatorname{tg}\alpha = - c_H^V \cdot \operatorname{tg} c_K^Z. \tag{73}$$

И, наконец, при одновременном наличии неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной и горизонтальной к вертикальной, исходя из этой же формулы (8′), для поправки $\gamma_{(h)}$ найдем значение:

$$\gamma_{(h)} = \frac{c_K^H}{\cos\alpha} - c_H^V \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{c_K^H}{\cos c_K^Z} - c_H^V \cdot \operatorname{tg} c_K^Z \,. \tag{74}$$

Заключение

Теория определения погрешностей угломерного инструмента в соотношениях между его осями и теория определения угловых координат — вертикального угла и горизонтального направления, в существующих курсах геодезии обыкновенно даются частями в различных местах курса в виде особых объяснений (с приложением специальных чертежей, введением специальных, для каждого случая, обозначений) по каждому вопросу отдельно, без установления внутренней связи между ними, что создает громоздкость изложения и трудность усвоения отмеченных вопросов.

Единообразие требований в соотношениях между геометрическими элементами угломерного инструмента—требование взаимной перпендикулярности для каждой пары осей инструмента—позволило автору обосновать очень просто известные общие правила поверок угломерного инструмента и произвести вывод общих формул:

$$c = \frac{R - L'}{2} \tag{75}$$

и

$$MO = \frac{R + L'}{2}\,, \tag{76}$$

определяющих: 1) величину погрешности в соотношениях между осями, 2) значение отсчета, отвечающего должному соотношению осей, 3) правильные значения угловых координат.

Произведенное обобщение позволило далее доказать возможность производить измерение углов уровнем без предварительной его проверки, установить новые способы поверок уровня, способ измерения наклонности вертикальной оси, способ совместного определения неперпендикулярности визирной оси к горизонтальной и горизонтальной к вертикальной и способ измерения наклонности горизонтальной оси к горизонту при отсутствии накладного уровня.

Заканчивая на этом решение поставленных выше задач, необходимо отметить, что существующие в литературе многообразные обозначения одних и тех же величин, подчас не символизирующих эти величины, заставили автора при написании этой работы применить особые обозначения угловых величин, смысл которых объясняется индексами, характеризующими названия геометрических элементов угломерного инструмента