

кающих в теплообменных аппаратах с U -образными трубками. Показано, что модель удовлетворительно описывает данные процессы и позволяет проводить экспрессные исследования.

Было внесено конструктивное предложение по изменению технологической схемы; с использованием разработанной модели был проведен расчет температуры потоков теплообменного аппарата с учетом внесенных изменений. Согласно результа-

там расчета (табл. 4) внедрение данного предложения приведет к значительному увеличению температуры во втором разделителе (рис. 1) и к улучшению качества отделения метанольной воды от неустойчивого конденсата. В ходе исследования установлено, что пропан-бутановая фракция охладится до $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, а это приведет к более стабильной работе насоса НЗ (рис. 1), предназначенного для закачки ПБФ в магистральный газопровод.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев А.И., Афанасьев Ю.М., Бекиров Т.М. Технология переработки природного газа и конденсата. Справочник: в 2 ч. – М.: ООО "Недра-Бизнесцентр", 2002. – Ч. 1. – 517 с.
2. Математическое моделирование основных процессов химических производств: Учебное пособие / В.В. Кафаров, М.Б. Глебов. – М.: Высшая школа, 1991. – 399 с.

3. Кравцов А.В., Ушева Н.В., Кузьменко Е.А., Федоров А.Ф. Математическое моделирование химико-технологических процессов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2002. – 125 с.
4. Рид Р., Праустниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. – Л.: Химия, 1982. – 592 с.

УДК 669.86:536.21

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В СОПРЯЖЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ

В.П. Вавилов, Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет*

Томский политехнический университет
*Томский государственный университет
E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Решена плоская нелинейная нестационарная сопряженная задача теплопереноса в режимах свободной конвекции и кондукции в замкнутой прямоугольной области с локально сосредоточенным источником тепловыделения и неоднородными граничными условиями. Проведено сравнение полученных температурных полей с данными эксперимента и показано, что теплоперенос в типичном объекте теплоснабжения представляет собой существенно трехмерный процесс, моделирование которого на основе плоской модели приводит к заметным отклонениям по значениям характерных температур.

Введение

Моделирование теплового состояния промышленных и социальных объектов имеет большое значение. Это позволит создать теоретические основы для прогностического моделирования процессов теплопереноса в сложных объектах, а также проводить анализ тепловых потерь на объектах теплоснабжения с учетом реальных условий их работы [1].

Целью данной работы является математическое моделирование процесса сопряженного конвективно-кондуктивного теплопереноса в объекте, представляющем собой замкнутую прямоугольную область с локально сосредоточенным источником тепловыделения и неоднородными граничными условиями на внешних и внутренних границах области решения.

Постановка задачи

Рассматривается краевая задача конвективно-кондуктивного теплопереноса [2–4] для области, представленной на рис. 1.

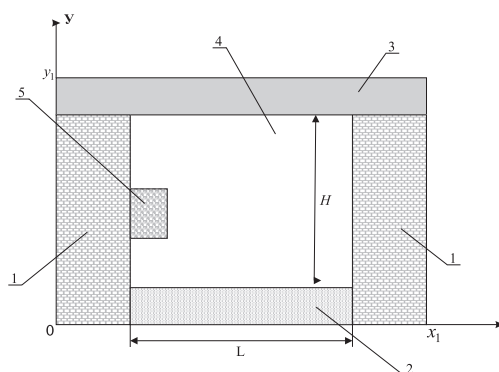


Рис. 1. Область решения задачи: 1) кирпичная стена; 2) деревянный пол; 3) бетонная плита; 4) воздух; 5) локально сосредоточенный источник тепловыделения

Область решения включает пять подобных по форме прямоугольников, имеющих разные размеры и различные теплофизические характеристики. На границах между всеми прямоугольниками и на границах с внешней по отношению к рассматриваемому объекту средой выставлялись соответствующие

шие граничные условия. Температура на источнике тепловыделения остается постоянной во все время процесса. Горизонтальные стены ($y=0, y=y_1$) и вертикальная стена ($x=x_1$), образующие полость, предполагаются теплоизолированными с наружной стороны. На стене ($x=0$) осуществляется конвективно-радиационный теплообмен с окружающей средой.

При проведении анализа предполагается, что теплофизические свойства ограждающей конструкции и воздуха не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Воздух считается ньютоновской жидкостью, несжимаемой и удовлетворяющей приближению Буссинеска. Движение газовой фазы и теплоотдача в полости принимаются двумерными, теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками – пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом, а газ абсолютно прозрачным для теплового излучения.

В такой постановке процесс переноса тепла в анализируемом типичном объекте теплоснабжения описывается системой нестационарных уравнений Навье-Стокса для газовой фазы и уравнением теплопроводности для твердой фазы с нелинейными граничными условиями. Для определения полей течения и температур в газовой фазе использованы нестационарные двумерные уравнения конвекции в приближении Буссинеска [2, 3].

В качестве масштаба расстояния выбрана длина газовой полости рассматриваемой области решения по оси x . Для приведения к безразмерному виду системы уравнений использовались следующие соотношения:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0},$$

$$\Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$$\Delta T = T_{bat} - T_0, \quad V_0 = \sqrt{g_y \beta \Delta T L}, \quad \psi_0 = V_0 L, \quad \omega_0 = \frac{V_0}{L};$$

где x, y – координаты декартовой системы координат; X, Y – безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ; L – длина газовой полости рассматриваемой области решения по оси x ; t – время; t_0 – масштаб времени; τ – безразмерное время; u, v – составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно; U, V – безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ; V_0 – масштаб скорости (скорость конвекции); Θ – безразмерная температура; T_0 – начальная температура рассматриваемой области решения; T_{bat} – температура на источнике тепловыделения; β – температурный коэффициент объемного расширения; g_y – составляющая ускорения силы тяжести в проекции на ось y ($g_x=0$); ψ – функция тока; ψ_0 – масштаб функции тока; Ψ – безразмерный аналог функции тока; ω – вихрь скорости; ω_0 – масштаб вектора вихря; Ω – безразмерный аналог вектора вихря.

Безразмерные уравнения Буссинеска в переменных “вихрь скорости – функция тока – температура” для рассматриваемой задачи имеют вид:

- для газовой фазы (рис. 1)

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\Delta \Psi = -2 \cdot \Omega, \quad (2)$$

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Gr}} \Delta \Theta, \quad (3)$$

- для твердой фазы

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial Fo_i} = \Delta \Theta_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Здесь

$$Sh = \frac{V_0 t_0}{L}$$

– число Струхала;

$$Gr = \frac{\beta g_y L^3 (T_{bat} - T_0)}{\nu^2}$$

– число Грасгофа; ν – коэффициент кинематической вязкости;

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

– число Прандтля;

$$Fo_i = \frac{a_i t_0}{L^2}$$

– число Фурье, соответствующее i -ой подобласти; a_i – коэффициент теплопроводности i -ой подобласти;

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}$$

– оператор Лапласа.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1–4) имеют вид:

Начальное условие:

$$\Psi(X, Y, 0) = 0,$$

$$\Omega(X, Y, 0) = 0,$$

$\Theta(X, Y, 0) = 0$ за исключением кирпичной стены, на которой осуществляется конвективно-радиационный теплообмен с внешней средой.

Граничные условия:

- на границе, разделяющей внешнюю среду и рассматриваемую область

$$\frac{\partial \Theta_i(X, Y, \tau)}{\partial X} = Bi \cdot \Theta_i(X, Y, \tau) + Bi \cdot \frac{T_0 - T^e}{T_{bat} - T_0} + Q,$$

$$\text{где } Q = N \cdot \left[\left(\Theta_i(X, Y, \tau) + \frac{T_0}{T_{bat} - T_0} \right)^4 - \left(\frac{T^e}{T_{bat} - T_0} \right)^4 \right], \quad X = 0;$$

где $i=1,3$; поскольку на данной границе находятся такие материалы как: 1 – кирпич; 3 – бетон.

- на всех внешних границах рассматриваемой области кроме границы, на которой осуществ-

вляется теплообмен с внешней средой, заданы условия теплоизоляции

$$\frac{\partial \Theta_i(X, Y, \tau)}{\partial X^k} = 0, \quad \text{где } \begin{matrix} i = \overline{1,3} \\ k = \overline{1,2} \end{matrix};$$

- на всех участках области решения, где происходит сопряжение материалов с различными теплофизическими параметрами, заданы условия 4-го рода

$$\begin{cases} \Theta_i = \Theta_j & i = \overline{1,4} \\ \frac{\partial \Theta_i}{\partial X^k} = \lambda_{j,i} \frac{\partial \Theta_j}{\partial X^k}, & \text{где } \begin{matrix} j = \overline{1,4} \\ k = \overline{1,2} \end{matrix} \end{cases}$$

- на внутренних границах твердой фазы и воздушной, параллельных оси OX :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0,$$

$$\begin{cases} \Theta_i = \Theta_4 \\ \frac{\partial \Theta_i}{\partial Y} = \lambda_{4,i} \frac{\partial \Theta_4}{\partial Y}, \quad i = 2, 3; \end{cases}$$

- на внутренних границах твердой фазы и воздушной, параллельных оси OY :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0,$$

$$\begin{cases} \Theta_1 = \Theta_4 \\ \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} = \lambda_{4,1} \frac{\partial \Theta_4}{\partial X}, \end{cases}$$

здесь $Bi = \frac{\alpha L}{\lambda}$ – число Био; α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; T^e – температура окружающей среды; $N = \frac{\varepsilon \sigma L (T_{bat} - T_0)^3}{\lambda}$ – число, характеризующее отношение тепловых потоков за счет излучения к тепловым потокам за счет кондукции; ε – приведенная степень черноты; σ – постоянная

Стефана-Больцмана; $\lambda_{ij} = \frac{\lambda_i}{\lambda_j}$ – относительный коэффициент теплопроводности; λ_i, λ_j – коэффициенты теплопроводности i, j -ой подобластей.

Предполагалось, что источник тепловыделения имеет постоянную в течение всего времени температуру, а на его границе выполняется граничное условие первого рода $\Theta=1$.

Для того, чтобы условия рассматриваемой задачи меньше отличались от условий натурального эксперимента, в начальный момент времени на кирпичной стене, которая находилась в условиях конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой, было задано распределение температуры, полученное в результате численного решения двумерного уравнения теплопроводности вида (4) для промежутка времени, равного 72 ч. При этом необходимо отметить, что по истечении 72 ч происходит установление поля температуры в рассматриваемой кирпичной стене.

Метод решения

Задача (1–4) с соответствующими граничными и начальными условиями решена методом конечных разностей [5–10].

Ур. (1–4) решались последовательно, каждый временной шаг начинался с вычисления поля температуры, как в газовой, так и в твердой фазе (ур. 3, 4), затем решалось уравнение Пуассона для функции тока (2). Далее определялись граничные условия для вектора вихря по формуле Вудса [5–7] и решалось ур. (1).

Для численного решения ур. (1, 2) применялась разностная схема, которая строится по аналогии с известной схемой переменных направлений, предложенной в работах [11, 12] для решения уравнения теплопроводности. В этой схеме решение двумерной системы сводится к последовательному решению одномерных систем. В этом случае решение одномерной системы сводится к последовательному решению систем разностных уравнений с трехдиагональными матрицами методом прогонки [8–10]. При этом необходимо отметить, что аппроксимация конвективных членов рассматривалась усредненной относительно $Uu|U$ (или $Vu|V$) для того, чтобы схема не зависела от знака скорости [5]. Ур. (3, 4) решались с использованием локально одномерной схемы А.А. Самарского [8], причем для разрешения нелинейного граничного условия III рода использовался метод простой итерации [8–10].

Результаты

Численные исследования проведены при следующих значениях безразмерных комплексов: $Sh=1$, $Gr=10^7$, $Pr=0,71$. Определяющие температуры, соответствующие значениям, которые могли быть реализованы при проведении эксперимента: $T^e=252$ К, $T_{bat}=331$ К, $T_0=290$ К. Размеры области решения $L=2,7$ м, $H=2,76$ м, толщина кирпичной стены 0,9 м.

На рис. 2 и 3 приведены типичные результаты решения сформулированной краевой задачи (1–4) с соответствующими граничными и начальными условиями.

На рис. 2 видно, что источник тепловыделения является причиной появления четырех циркуляционных потоков. Основной вихрь находится в центре газовой полости и представляет собой движение воздуха по концентрическим окружностям, причем воздушные потоки опускаются в окрестности левой стены, поскольку она более холодная, и поднимаются в области правой стены. Также один вихрь находится в непосредственной близости от источника тепловыделения, воздушные потоки в нем поднимаются со стороны нагревателя и опускаются на границе с основным вихрем. Вихри, находящиеся в правом нижнем и правом верхнем углах газовой полости, появляются в результате воздействия подъемной силы [2], результаты проявления которой можно наблюдать на рис. 3. Распределение температуры (рис. 3) дополняет картину, представленную на рис. 2.

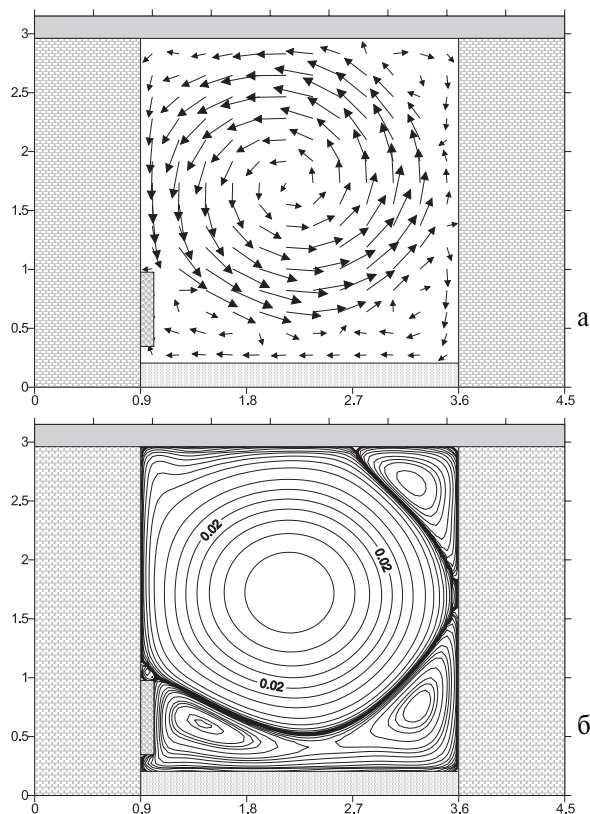


Рис. 2. Типичное поле вектора скорости (а) и линии тока (б) при $Sh=1, Gr=10^7, Pr=0,71, t=24$ ч. По осям координат отложены размеры в м

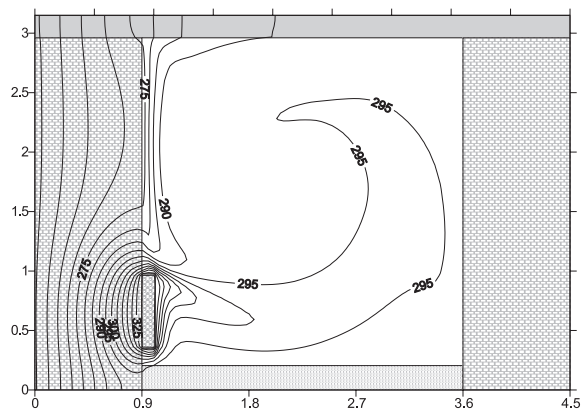


Рис. 3. Типичное поле температуры $Sh=1, Gr=10^7, Pr=0,71, t=24$ ч. По осям координат отложены размеры в м

Отличиями распределений основных искомых величин, представленных на рис. 2 и 4, является то, что центральный вихрь сменил свое направление. Причину такого явления можно объяснить, если сравнить распределения температур на рис. 3 и 5. В первом случае изотермы направлены в сторону деревянного пола, поскольку газовая фаза еще не прогрелась, и температурное поле левой стены оказывает значительное влияние на движение воздуха. По истечении еще 24 ч левая стена прогревается (рис. 5) и, как следствие этого, температура газовой фазы в окрестности стены увеличивается, что приводит к изменению направления движения. Вихри

в углах газовой полости остаются, но изменяются их размеры. Вихрь вблизи нагревателя вырождается, остается только небольшое возмущение, которое хорошо заметно на рис. 4, б.

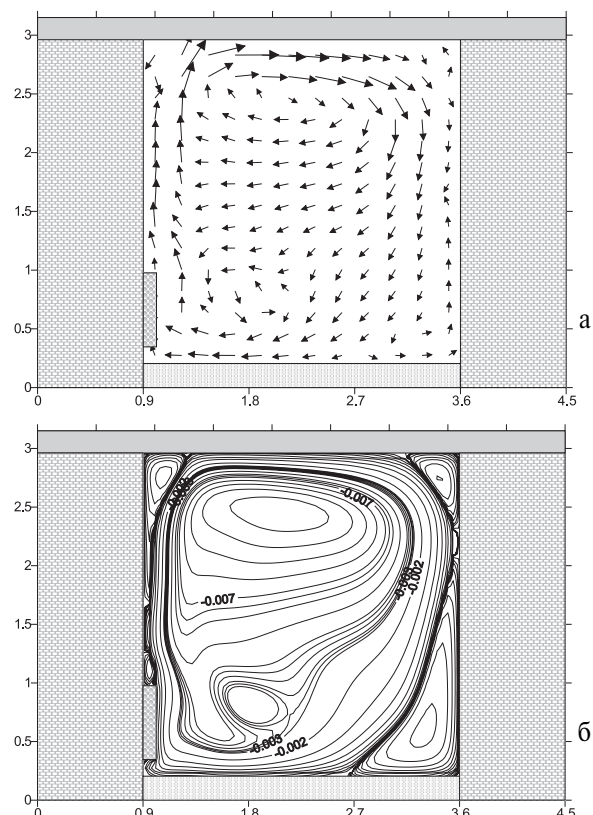


Рис. 4. Типичное поле вектора скорости (а) и линии тока (б) при $Sh=1, Gr=10^7, Pr=0,71, t=48$ ч. По осям координат отложены размеры в м

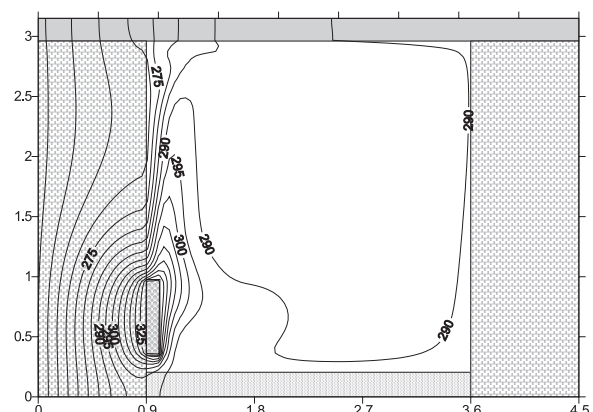


Рис. 5. Типичное поле температуры $Sh=1, Gr=10^7, Pr=0,71, t=48$ ч. По осям координат отложены размеры в м

По истечении 72 ч картина движения (рис. 6) существенно не изменяется. Вихрь в окрестности источника тепловыделения полностью исчезает. Циркуляционное движение в правом нижнем углу увеличивается в масштабах и достигает верхней угла. Температура (рис. 7) выравнивается в нижней части газовой полости, а вблизи потолка наблюдается значительное влияние возмущений от холодной левой стены.

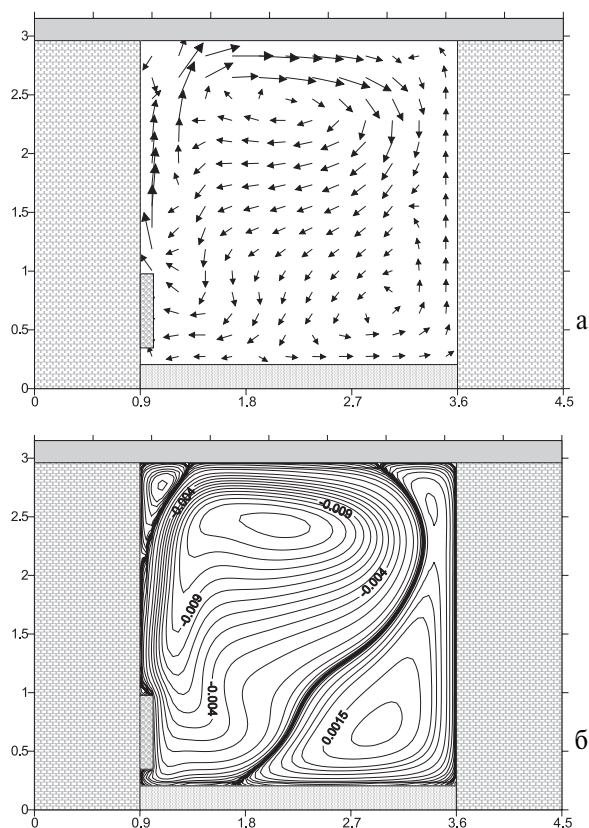


Рис. 6. Типичное поле вектора скорости (а) и линии тока (б) при $Sh=1, Gr=10^7, Pr=0,71, t=72$ ч. По осям координат отложены размеры в м

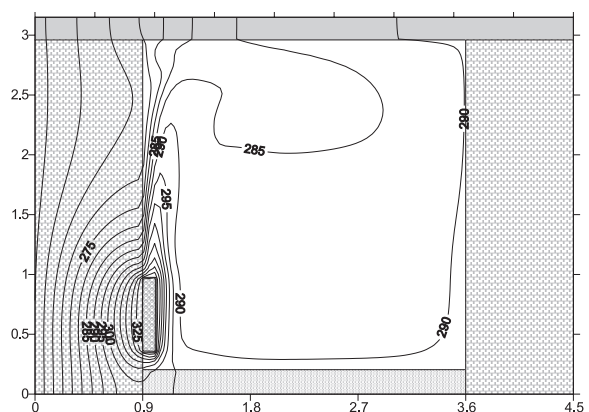


Рис. 7. Типичное поле температуры $Sh=1, Gr=10^7, Pr=0,71, t=72$ ч. По осям координат отложены размеры в м

Для апробации предложенной модели был проведен эксперимент. В жилом помещении с помощью тепловизора было получено распределение температуры в окрестности правого калорифера, рис. 8.

При проведении натурального эксперимента был использован тепловизор Thermovision 570 производства фирмы FLIR Systems (США) со следующими характеристиками: диапазон измерений $-20...1200$ °С; погрешность измерения 1 %; температурное разрешение 0,1 °С; частота кадров 25 Гц; формат кадра 320×240 элементов.

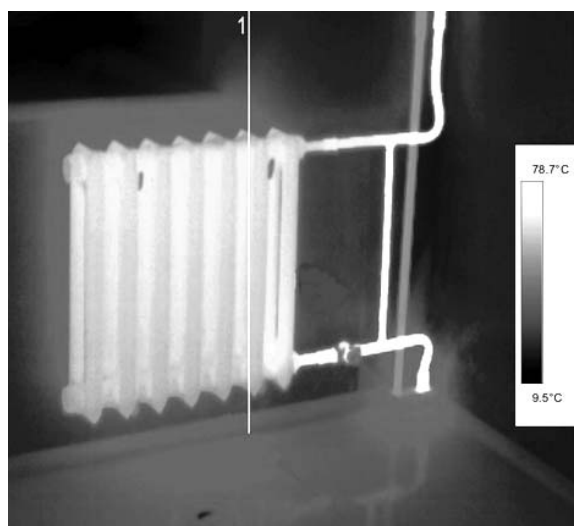


Рис. 8. Распределение температуры, полученное с помощью тепловизора

Линия 1 на рис. 8 представляет собой отрезок, по которому проводили сравнение распределений температур, полученных с помощью тепловизора и на основе численного моделирования.

На рис. 9 приведено сравнение профилей температуры, полученных при проведении численного и натурального экспериментов.

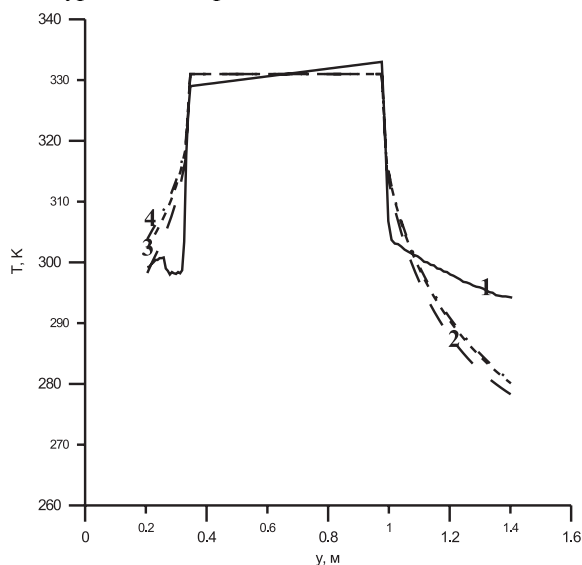


Рис. 9. Профили температуры в подобласти $x=0,9$ м, соответствующие линии 1 на рис. 8. Эксперимент – 1) натуральный; численный при: 2) 24, 3) 48, 4) 72 ч

Из рис. 9 видно, что максимальное отклонение по значениям T натурального эксперимента от численного для $t=24$ ч достигает 15 К – это в области над источником тепловыделения $y=1,4$ м, а в области под источником $y=0,3$ м – 12 К. Необходимо отметить, что повышение температуры в области $0,2 < y < 0,3$ м в натурном эксперименте объясняется тем, что в рассматриваемом помещении на границе пол – стена был деревянный плинтус, температура которого выше температуры стены. Также темпера-

тура на источнике тепловыделения в эксперименте не является постоянной. Это связано с тем, что в период работы отопительной системы происходит загрязнение калорифера. Кроме того, реальный объект теплоснабжения имел неконтролируемые при проведении эксперимента дополнительные зоны повышенных тепловых потерь (швы, окно, зазоры между стеной и оконной рамой, наличие двери и др.), суммарное воздействие которых приводило объективно к некоторому снижению температуры на всех поверхностях. Учет этих факторов может позволить существенно снизить масштаб отклонений теоретических результатов от опытных данных.

Основной причиной такого отклонения является пространственный характер процессов конвективно-кондуктивного теплопереноса в подобных сложных (рис. 1) системах с внутренним источником температурной неоднородности. Отсутствие в модели (1–4) третьей координаты приводит к тому, что не учитывается распространение тепла по одному из направлений. В конечном итоге получаются завышенные по сравнению с реальными условиями значения температуры в области $0,2 < y < 0,4$ м, рис. 9.

Следует особо отметить, что полученные в данной работе результаты позволяют сделать вывод о том, что применение для описания процессов сопряженного теплопереноса моделей, в которых интенсивность теплообмена между газовой и конденсированными фазами объекта исследования описывается с применением граничных условий III рода на границах раздела подобластей, существенно ограничивает возможности моделирования [1]. Использование значений коэффициента теплоотдачи на этих границах, полученных при экспериментальных исследованиях в фиксированных стационарных условиях, не отражает реальных процессов существенно нестационарного теплообмена реальных объектов теплоснабжения с внешней средой. Суточные колебания температур внешней среды даже на уровне $10...15$ °С, изменения скорости ветра, реализуемые в течение 3–5 дней, обуславлива-

ют нестационарный режим теплопереноса в ограждающих конструкциях и, соответственно, нестационарные температурные поля даже при фиксированных параметрах источника тепловыделения. Последнее наглядно подтверждается на практике при регламентном изменении интенсивности подачи теплоносителя на объекты теплоснабжения даже при суточном изменении условий, как по температуре внешней среды, так и по интенсивности теплообмена. По этим причинам на основании полученных в данной работе результатов можно сделать вывод о необходимости пространственного нестационарного моделирования процессов конвективно-кондуктивного теплообмена в сопряженной постановке на объектах теплоснабжения при выработке технологических режимов как централизованного, так и местного теплоснабжения.

Заключение

Численно исследован режим термогравитационной конвекции в сопряженной постановке в замкнутой прямоугольной области с внутренним источником температурной неоднородности. Полученные результаты характеризуют не только температурные поля типичного объекта теплоснабжения в исследуемом режиме теплопереноса по истечении 72 ч, но и динамику процесса теплопереноса.

На основании проведенных численных исследований и сравнения полученных результатов с натурным экспериментом можно сделать вывод о том, что сопряженный конвективно-кондуктивный теплоперенос в типичных по конфигурации объектах теплоснабжения является существенно пространственным процессом. Использование двумерной модели для описания подобного рода явлений приводит к достаточно заметным отклонениям по значениям характерных температур.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Томской области (грант № 05-02-98006 конкурс p_объ_a).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Табунщиков Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. – М.: АВОК-ПРЕСС, 2002. – 194 с.
2. Джалурия Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
3. Соковишин Ю.А., Мартыненко О.Г. Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. – 224 с.
4. Лыков А.В., Алексащенко А.А., Алексащенко В.А. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1971. – 346 с.
5. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
6. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
7. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 225 с.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
9. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М.: Физматгиз, 1962. – Т. 2. – 640 с.
10. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.
11. Douglas J. On the numerical integration of $u_{xx} + u_{yy} = u_t$ by implicit methods // J. Soc. Industr. and Appl. Math. – 1955. – V. 3. – № 1. – P. 42–65.
12. Peaceman D.W., Rachford H.H. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations // J. Soc. Industr. and Appl. Math. – 1955. – V. 3. – № 1. – P. 28–41.