

ШЕСТИОСНЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ МЕХАНИЗМ С ОСЬЮ СИММЕТРИИ

В. М. АВРААМОВ

Введение

Проф. А. В. Верховский в статье „Шестизвенные пространственные шарнирные механизмы“¹⁾ описывает несколько новых шестизвенных пространственных шарнирных механизмов, открытых им на основе построения моделей.

Открытые механизмы проф. А. В. Верховский разделяет на две группы. К одной группе относит механизмы, имеющие плоскость симметрии, к другой—механизмы, в которых „противоположные звенья симметричны“.

Для механизмов с плоскостью симметрии в статье дано геометрическое обоснование условий их существования.

Для механизмов же второй группы имеется лишь указание, что у них „противоположные звенья симметричны“, и приведена таблица условий существования шести вариантов механизмов, составленная на основе построения моделей. Теоретического обоснования возможности существования механизмов этой группы в работе не дано. При этом, как нам кажется, основной, общий случай механизма, при котором все параметры механизма были бы различны и не равнялись нулю, в работе совершенно не фигурирует.

Целью настоящей работы является доказательство возможности существования общего случая механизма этой группы, а следовательно, и частных вариантов его, открытых проф. А. В. Верховским на моделях.

Шестизвенный пространственный шарнирный механизм с осью симметрии (общий случай)

Рассмотрим вопрос о возможности существования пространственного шестизвенного шарнирного механизма с осью симметрии, т. е. механизма, звенья которого при движении сохраняют попарно симметричное относительно некоторой оси положение.

Условная схема такого механизма изображена на фиг. 1, где через l обозначены длины звеньев, т. е. кратчайшие расстояния между осями шарниров звена, через α (на фиг. не обозначено)—углы между осями шарниров звена и через λ —отрезки на осях шарниров, измеряющие кратчайшие расстояния между осями двух смежных звеньев.

Остановимся на характеристике симметричного относительно оси расположения двух тел.

Два тела имеют ось симметрии, если

- 1) они геометрически тождественны и
- 2) соответственные точки их расположены на общем перпендикуляре к оси (симметрии) и равноудалены от нее.

¹⁾ „Известия Томского политехнического института“ т. 61, вып. 1, 1947.

Тогда положение первого тела определится (фиг. 2) тремя координатами одной его точки (например A_1)— r_{A_1} , φ_{A_1} и z_{A_1} , двумя координатами другой (B_1)— r_{B_1} , z_{B_1} и одной координатой третьей точки (C)— r_{C_1} . И соответственно для второго тела:

$$r_{A_2}, \varphi_{A_2}, z_{A_2}, r_{B_2}, z_{B_2}, r_{C_2}$$

Условие симметричного расположения тел накладывает на некоторые координаты функциональные связи (условия связи) и превращает их из независимых в зависимые. Так, условие нахождения симметричных точек тел на общем перпендикуляре к оси симметрии накладывает условия:

$$z_{A_1} = z_{A_2}, \quad z_{B_1} = z_{B_2}, \quad \varphi_{A_1} = \varphi_{A_2},$$

а условия равноудаленности их от оси симметрии—условия:

$$r_{A_1} = r_{A_2}, \quad r_{B_1} = r_{B_2}, \quad r_{C_1} = r_{C_2}.$$

Таким образом, на 12 координат двух тел условие симметрии накладывает 6 условий связи, следовательно, независимых координат остается только шесть.

Поскольку нас интересует относительное положение тел, а координаты z_{A_1} и φ_{A_1} характеризуют лишь положение всей системы, то они, как не отражающие относительного положения тел, должны быть отброшены, а координата z_{B_1} должна быть видоизменена на $z_{B_1 A_1}$, т. е. должна быть выражена через относительное расстояние точек B_1 и A_1 .

Таким образом, независимыми координатами, определяющими относительное положение двух симметричных тел через положение оси симметрии, будут всего четыре координаты (параметра):

$$r_A, r_B, r_C \text{ и } z_{BA}$$

Но так как число степеней свободы системы численно равно числу независимых координат, определяющих ее положение, то число степеней свободы двух тел, совершающих симметричное относительно оси относительное движение, будет равно четырем, что и требовалось доказать.

Простейшими независимыми движениями, совместимыми с условиями связи, очевидно будут два поступательных движения вдоль двух осей, перпендикулярных оси симметрии, и два вращательных вокруг них.

Для осуществления этого общего случая симметричного относительного движения с четырьмя степенями свободы двух тел, можно применить, например, систему из трех плоских симметричных шестизвенных шарнирных механизмов, имеющих общую ось симметрии и могущих независимо двигаться вдоль и вокруг неё (фиг. 3).

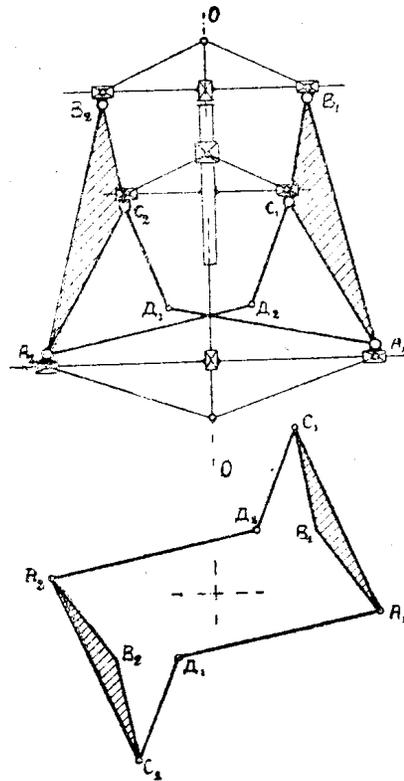
Каждый из механизмов присоединяется к симметричным точкам тел при помощи шаровых шарниров, чем и достигается симметричное относительно оси расположение трех пар точек тел.

Так как каждый из механизмов, кроме того, может независимо перемещаться вдоль и вокруг оси симметрии $O-O$, то совместно все три механизма накладывают на движение тел все четыре необходимые ограничения, соответствующие условиям симметрии и, таким образом, обуславливают требуемое симметричное относительно оси движение (двух тел) с четырьмя степенями свободы.

Полученная система имеет 20 звеньев и 43 оси и является механизмом с четырьмя степенями подвижности.

Из общего случая симметричного движения с четырьмя степенями свободы можно, путем внесения в него ограничений, получать симметричные движения с меньшими числами степеней свобод.

Для получения симметричного движения с одной степенью свободы нужно в общий случай симметричного движения внести три ограничения,



Фиг. 3

три условия связи. Эти связи могут быть получены, например, путем присоединения в произвольных точках симметричных тел пространственной шарнирной диады (с произвольными параметрами), ибо известно, что присоединение такой диады вносит в систему 12 новых независимых координат и 15 условий связи, т. е. добавляет в систему три дополнительных условия связи.

На фиг. 3 цилиндрические шарниры этой диады обозначены буквами A_1 , D_1 и C_2 . В результате этого присоединения прежний 20-звенный механизм превращается в 22-звенный и 46-осиый механизм с 1 степенью свободы.

Согласно отмеченному ранее свойству (Д) симметричного распол ожения тел следует, что если в точках A_2 и C_1 , симметричных точкам A_1 и C_2 , закрепить новые шарниры, симметричные соответственным шарнирам A_1 и C_2 диады $A_1 D_1 C_2$, то относительное движение их будет тождественно с движением шарниров A_1 и C_2 . Следовательно, присоединение к ним новой диады $A_2 D_2 C_1$, тождественной диаде $A_1 D_1 C_2$, на движение тел не повлияет, так как вносимые этой диадой условия связи тождественны с уже имеющимися

в механизме. Ввиду того, что эти связи на движение механизма не влияют, их можно охарактеризовать как пассивные.

В результате присоединения обеих диад, механизм превращается в 24-звенный, 49-осиый, в котором два основных звена (тела) и две диады образуют замкнутый контур. Отсоединение от этого механизма системы плоских механизмов переводит связи диады $A_2 D_2 C_1$ из пассивных в активные и превращает оставшуюся систему в замкнутую пространственную шестизвенную шарнирную кинематическую цепь, относительные движения звеньев которой попарно симметричны относительно общей оси, т. е. получается пространственный шестизвенный шарнирный механизм с осью симметрии, именуемый в дальнейшем шестиосным пространственным механизмом с осью симметрии (ибо характерным является не число звеньев, а число осей в нем).

Условная схема такого механизма была дана на фиг. 1.

Так как точки присоединения диады и направления осей шарниров, а также параметры диады были произвольными, то общее число независимых параметров, определяющих механизм, будет равно девяти, по три параметра r , λ и α на каждое звено симметричной части цепи.

Краткое резюме проведенного доказательства существования шестиосного механизма с осью симметрии заключается в следующем.

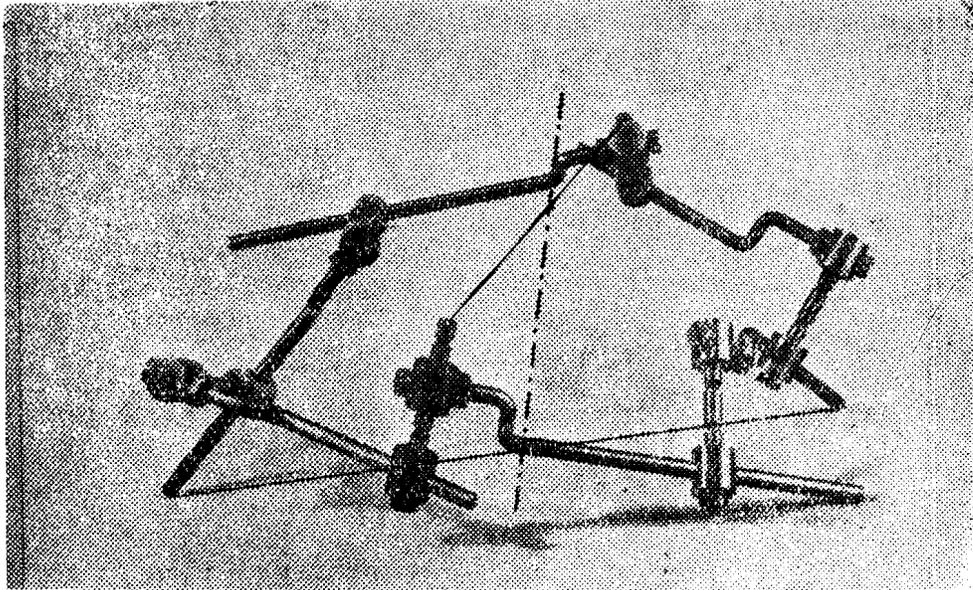
На основании свойств симметричного относительно оси движения:

1) симметричное относительно оси движение двух звеньев есть движение с четырьмя степенями свободы;

2) относительное движение пары отрезков, связанных с симметрично движущимися звеньями и относительное движение второй пары отрезков, симметричных первым, геометрически тождественны, следует, что:

а) присоединение к звеньям, совершающим симметричное относительно оси движение, пространственной шарнирной диады снижает число степеней свободы симметричного движения звеньев до одного,

б) присоединение же к звеньям симметрично относительно оси второй, тождественной диады дополнительное стеснение свободы движения (на



Фиг. 4

основании пункта 2) не производит, а лишь замыкает кинематическую цепь и превращает систему в механизм.

Фиг. 4 представляет фотографию наиболее характерного шестиосного пространственного механизма с осью симметрии; у него все одноименные параметры симметричных звеньев различны и не равны нулю. При данных частных значениях параметров механизм являлся двукривошипным.

Этот механизм был продемонстрирован в феврале 1950 г. на научном семинаре механического факультета Томского политехнического института и передан в музей кафедры прикладной механики ТПИ.

Заключение

1. Построен и теоретически обоснован шестиосный пространственный механизм с осью симметрии, состоящий из двух геометрически тождественных, в общем случае трехзвенных шарнирных цепей, звенья которых попарно совершают симметричные относительно общей оси относительные движения.

Механизм характеризуется девятью независимыми параметрами, по три параметра r , λ и α на каждое звено тождественной трехзвенной цепи.

2. Показано, что кинематические цепи II группы, открытые проф. А. В. Верховским при помощи построения моделей, являются механизмами, так как все они представляют лишь частные варианты указанного шестиосного пространственного механизма с осью симметрии.