

К ТЕОРИИ РАБОТЫ НАГРУЖЕННОГО КАСКАДНОГО ГЕНЕРАТОРА

А. А. ВОРОБЬЕВ и В. С. МЕЛИХОВ

Принцип действия каскадного генератора

Каскадный генератор, получивший распространение в качестве источника постоянного тока при напряжении до нескольких миллионов вольт, состоит из источника переменного напряжения (высоковольтного трансформатора) и большого числа выпрямителей и конденсаторов. В этих схемах на холостом ходу обратное напряжение, которое приходится выдерживать выпрямителям, и постоянное напряжение на конденсаторах оказываются равными удвоенному максимальному напряжению трансформатора. Полное постоянное напряжение, получаемое от такого генератора, представляет сумму напряжений, приходящихся на половину конденсаторов, и может во много раз превышать исходное переменное напряжение.

Физический принцип действия каскадного генератора можно пояснить с помощью электрической схемы, изображенной на рис. 1. Одинаковые по величине емкости C_1 , C_2 и C_3 соединены последовательно. Емкость C_3 присоединена к источнику постоянного напряжения E . Две другие одинаковые по величине емкости C'_1 и C'_2 , также соединенные последовательно с помощью переключателей K_1 , K_2 и K_3 , попеременно подключаются то к емкостям C_2 и C_3 , когда положение переключателей указано знаками K'_1 , K'_2 и K'_3 , то к емкостям C_1 и C_2 . В последнем случае положение переключателей указано буквами K_1 , K_2 и K_3 . В первом случае происходит зарядка емкостей C'_1 и C'_2 , при втором положении переключателей заряжаются емкости C_1 и C_2 .

При действии схемы рис. 1, с момента ее включения на постоянное напряжение, можно рассмотреть следующие циклы и моменты:

Первый цикл: 1) положение переключателей обозначено пунктиром, емкости C'_1 и C'_2 подключены к емкостям C_2 и C_3 , емкость C'_2 от источника постоянного тока заряжается до напряжения E ; 2) положение переключателей обозначено сплошными линиями, емкости C'_1 и C'_2 подсоединены к емкостям C_1 и C_2 . В этом случае емкость C_2 заряжается от емкости C'_2 . При условии равенства емкостей, как это имеет место в рассматриваемом случае, они после перезарядки будут под напряжением, равном $\frac{E}{2}$.

Второй цикл: 1) при положении переключателей, обозначенном пунктиром, емкости C'_1 и C'_2 окажутся соответственно подключенными к емкостям C_2 и C_3 , емкость C'_2 зарядится при этом опять до напряжения E , емкость C'_1 получит половину заряда от емкости C_2 , после чего они будут заряжены до потенциала $\frac{E}{4}$; 2) емкости C'_1 и C'_2 , когда положение

переключателей обозначено сплошными линиями, будут приключены к емкостям C_1 и C_2 . Заряды, накопленные в емкостях C_2 и C'_2 , соответственно равняются $Q_2 = C \frac{E}{4}$ и $Q'_2 = C.E$.

Их общий заряд равняется

$$Q_{\Sigma} = C \left(\frac{E}{4} + E \right) = \frac{5}{4} C.E,$$

а напряжение, до которого емкость C'_2 подзаряжает емкость C_2 , определится по формуле:

$$U = \frac{Q_{\Sigma}}{C_{\Sigma}} = \frac{5}{8} E.$$

Емкость C'_1 отдает половину своего заряда емкости C_1 , после чего они оказываются заряженными до напряжения $\frac{E}{8}$. Таким образом, через

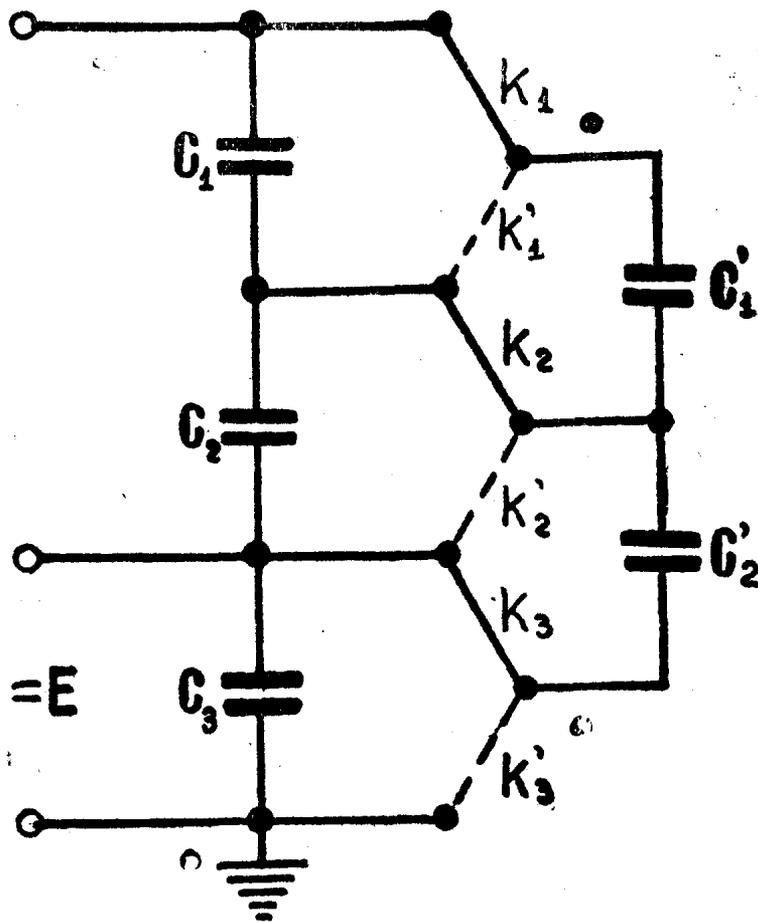


Рис. 1. Схема включения емкостей, иллюстрирующая принцип действия каскадного генератора.

два цикла переключений схемы суммарное напряжение на всех емкостях левой колонны схемы рис. 1 оказалось равным $U_{\text{вых}} = E + \frac{5}{8} E + \frac{1}{8} E = \frac{14}{8} E$.

При дальнейшем следовании переключений будет происходить зарядка емкостей левой колонны схемы рис. 1 и подзарядка емкостей правой колонны, в результате чего все емкости будут заряжены до напряжения E . Напряжение на выходе схемы рис. 1 достигнет установившегося значения,

равного $3E$. При наличии в схеме n каскадов суммарное напряжение на выходе в установившемся режиме будет составлять nE вольт. Зарядка верхней емкости в колонне до полного напряжения произойдет тем быстрее, чем чаще происходят переключения. Ясно, что механические высоковольтные выключатели, способные производить эти переключения с большой частотой, выполнить нельзя. Такими переключателями могут быть только электронные и ионные приборы.

На рис. 2 приведена электрическая схема каскадного генератора высокого напряжения с использованием электронных или ионных приборов. В этой схеме переключатели K_3 и K'_3 заменены или электронными, или ионными приборами T_3 и T'_3 с управляющей сеткой. Остальные переключатели

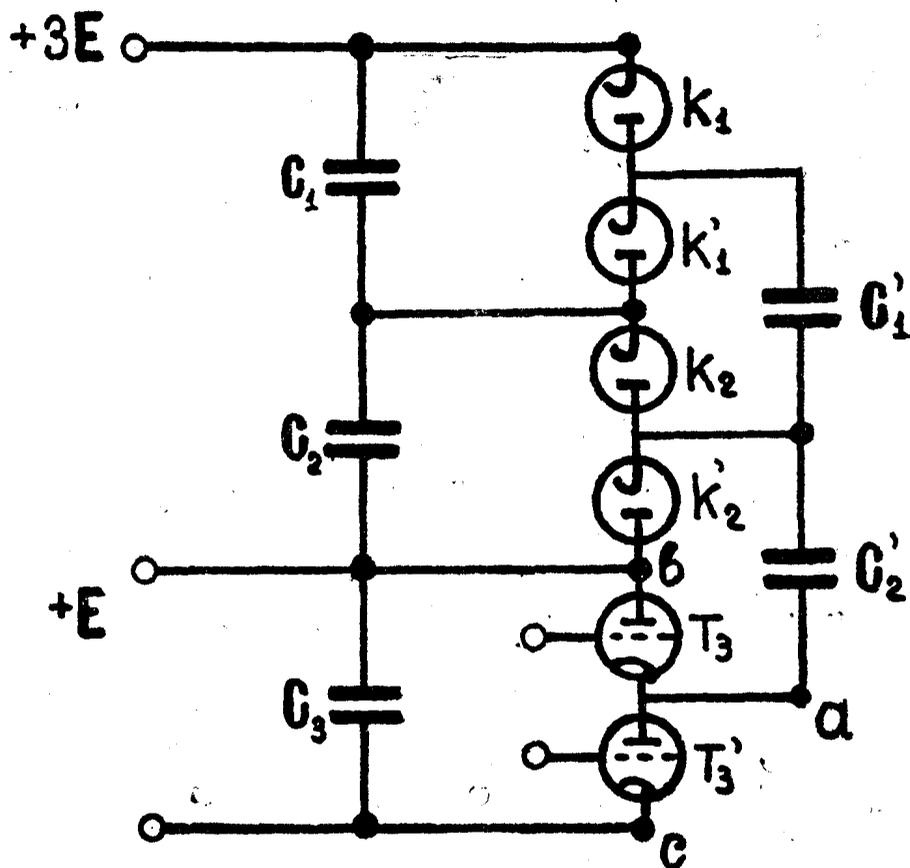


Рис. 2. Вариант схемы каскадного генератора с электронными или ионными приборами.

чители заменены кенотронами или газотронами в зависимости от мощности установки. Напряжение на управляющие сетки приборов T_3 и T'_3 подается со сдвигом фаз на 180° таким образом, что в данный промежуток времени пропускать ток будет только один прибор (тиратрон).

Схема, изображенная на рис. 2, действует следующим образом. В тот момент, когда под действием управляющего напряжения, подаваемого на управляющие сетки, становится проводящим прибор T'_3 , емкость C'_2 заряжается от источника постоянного тока до напряжения E через выпрямитель K'_2 и проводящий прибор T'_3 . В следующий полупериод управляющего напряжения, когда пропускает ток прибор T_3 , емкость C'_2 оказывается присоединенной параллельно к емкости C_2 и через выпрямитель K_2 и прибор T_3 отдает ей половину своего заряда.

В следующий полупериод, когда опять открывается прибор T'_3 , емкость C'_2 через выпрямитель K'_2 и тиратрон T'_3 подзарядается от емкости

C_3 до напряжения источника E . Емкость C_1 через выпрямители K_1 и K_2 оказывается подсоединенной к емкости C_2 и получает от него часть заряда.

Процесс зарядки емкостей C левой колонны и подзарядки емкостей правой продолжается подобным же образом, пока все емкости не получают потенциал, равный E .

Из приведенного анализа действия схемы рис. 2 следует, что с помощью приборов с управляющей сеткой T_2 и T_3 потенциал точки a схемы рис. 2 принудительно изменяется от 0 до $+E$ при присоединении ее либо к точке C , либо к B .

Известно, что в обычной схеме однополупериодного выпрямления с одним конденсатором напряжения на кенотроне меняется от 0 до $2U_m$, где U_m — максимальное значение выпрямляемого напряжения, даваемого трансформатором. Это обстоятельство и используется при составлении электрической схемы каскадных генераторов, например, приведенной на рис. 4. Каждый конденсатор в этой схеме, исключая C'_n , заряжается до напряжения, равного удвоенному напряжению питающего трансформатора.

2. Работа каскадного генератора на нагрузку

Рассмотрим действие каскадного генератора, собранного по схеме, представленной на рис. 4, на выходе которого присоединена некоторая нагрузка.

Практически весьма интересно найти величину и форму кривой напряжения на выходе каскадного генератора.

Действие схемы каскадного генератора, как это уже было показано выше, состоит в зарядке и подзарядке емкостей конденсаторов обеих колонн. При максимальном положительном потенциале $+E$ точки a на схеме рис. 2 заряжаются емкости левой колонны конденсаторов. Когда же потенциал точки a достигает нуля, заряжаются емкости конденсаторов правой колонны. При этом самая нижняя емкость правой колонны заря-

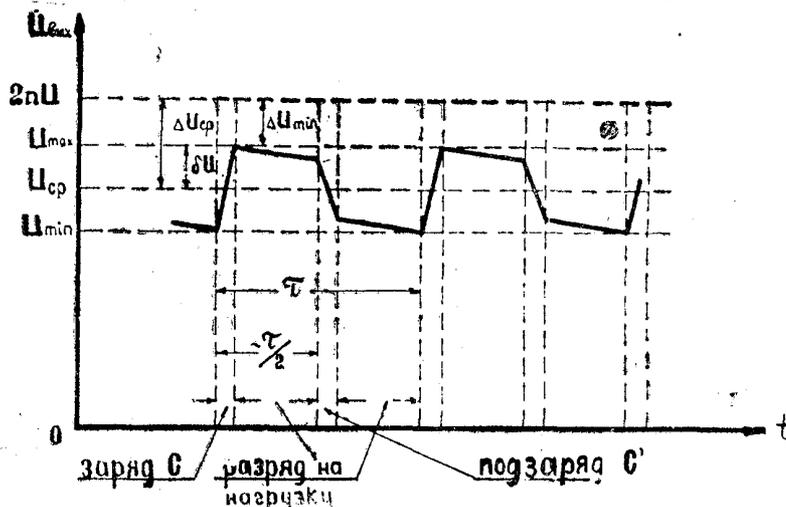


Рис. 3. Форма кривой напряжения на выходе схемы каскадного генератора при работе на нагрузку.

жается от источника тока, остальные подзаряжаются от емкостей левой колонны. Зарядка и разрядка емкостей левой колонны протекают следующим образом: а) зарядка, б) разрядка на нагрузку в течение полупериода, равного $\tau/2$, в) разрядка емкостей левой колонны через время $\tau/2$, протекающее от времени зарядки на емкости правой колонны и г) разрядка на нагрузку в течение оставшейся части полупериода $\tau/2$. В результате на выходе схемы каскадного генератора, собранного по схеме рис. 4, будет получаться сложная форма кривой напряжения, представленная на рис. 3.

Для определения величины пульсаций напряжения на выходе схемы, найдем токи, протекающие в схеме в моменты зарядки емкостей левой колонны и подзарядки правой.

На рис. 4 приведено распределение электрических токов, протекающих в схеме нагруженного каскадного генератора при зарядке емкостей левой колонны конденсаторов и подзарядке правой. Величины токов выражены через полный заряд, протекший через соответствующие элементы схемы за все время зарядки или подзарядки. Сплошными стрелками обозначены токи, протекающие во время зарядки левой колонны, а пунктирными—во время подзарядки правой. Это распределение токов приведено для общего случая, когда генератор состоит из n каскадов.

За время разрядки левой колонны конденсаторов на нагрузку через последнюю протекает заряд Q . Так как емкости соединены последовательно, то этот заряд протекает через каждый конденсатор левой колонны. Верхний первый конденсатор C_1 теряет при этом заряд Q . Для поддержания неизменного напряжения на выходе заряд, отданный во внешнюю цепь, должен быть возмещен. Это возмещение возможно за счет притока зарядов по единственному пути—через кенотрон K_1 от конденсатора C'_1 . Последний, не имея иной нагрузки, работает только на зарядку емкости C_1 . Для сохранения неизменным напряжения необходимо, чтобы заряд, потерянный емкостью C_1 , был бы пополнен. Эта подзарядка произойдет через выпрямитель K'_1 от емкости C_2 , поэтому емкость C_2 за период должна отдать заряд Q нагрузке и заряд Q емкости C_1 , всего $2Q$, который и должен быть возмещен при зарядке. Из схемы, приведенной на рис. 4, видно, что емкость C_2 получит при зарядке заряд Q через емкость C_1 , и еще заряд Q она должна получить от емкости C'_2 через выпрямитель K_2 . При зарядке левой колонны емкость C'_2 отдает заряд Q емкости C_2 и заряд Q через емкость C'_1 , всего $2Q$, который и должен быть возмещен при подзарядке. Заряд Q емкость C'_2 получит через емкость C'_1 и еще заряд Q от емкости C_3 через кенотрон K_2 и так далее.

Наибольшее значение скачок напряжения на каждой емкости левой колонны будет иметь место в момент зарядки, когда через k -тую емкость левой колонны, считая сверху, пройдет заряд, равный kQ . Величина этого скачка напряжения δU_k может быть определена по формуле

$$\delta U_k = \frac{kQ}{C_k}.$$

Полный скачок напряжения на всей колонне емкостей, равный сумме пульсаций напряжения на каждой емкости, записывается в виде

$$\delta U_{\Sigma} = \sum_{k=1}^n k \frac{Q}{C_k}.$$

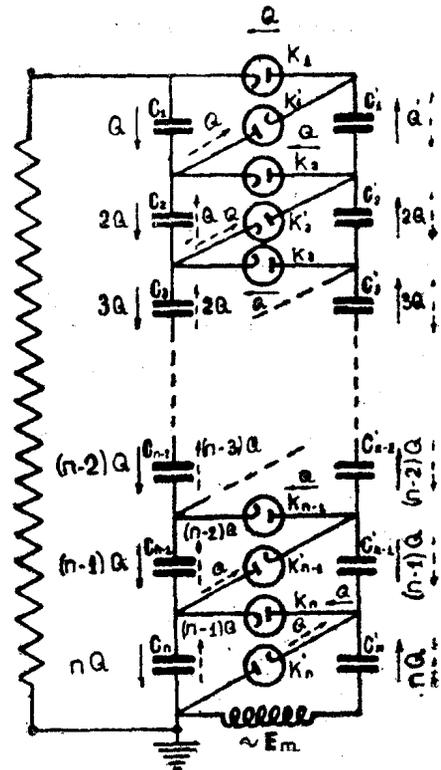


Рис. 4. Распределение токов в моменты зарядки и подзарядки конденсаторов каскадного генератора, имеющего n каскадов и включенного на нагрузку.

Принимая емкости всех конденсаторов равными, получим формулу для определения скачка напряжения на выходе:

$$\delta U_{\Sigma} = \frac{Q}{C} (1+2+3+\dots+n) = \frac{Q}{C} \cdot \frac{n(n+1)}{2}.$$

Отклонение напряжения δU на выходе схемы от его среднего значения назовем пульсацией напряжения. Из рис. 3 видно, что имеет место соотношение $\delta U = \frac{1}{2} \delta U_{\Sigma}$. Учитывая, что $Q = i \cdot \tau$ можно написать:

$\frac{Q}{C} = \frac{i \cdot \tau}{C} = \frac{i}{fC}$, где f — частота подводимого напряжения, а i — ток нагрузки. Для определения величины пульсаций напряжения тогда получаем такую формулу:

$$\delta U = \pm \frac{n(n+1)}{4} \frac{i}{fC}. \quad (1)$$

Найдем величину напряжения на выходе схемы при работе на нагрузку.

Если без нагрузки напряжение на каждом конденсаторе достигает значения $2 U_m$, где U_m — максимальное напряжение трансформатора, то при нагрузке генератора среднее значение напряжения будет меньше. Следовательно, напряжение на выходе будет меньше, чем $2 n U_m$, на величину внутреннего падения напряжения. Найдем величину этого падения напряжения, для чего рассмотрим последовательно, из каких слагающих суммируется напряжение на k -том конденсаторе при нагрузке генератора.

При работе схемы в установившемся режиме n -ый конденсатор правой колонны C'_n , подзаряжаясь непосредственно от трансформатора через выпрямитель K'_n , зарядится до определенного напряжения, равного U_m .

Поэтому рассмотрение работы схемы под нагрузкой начнем с этого участка. После подзарядки конденсатор C'_n заряжается до напряжения U_m .

Когда напряжение трансформатора переменит свой знак, напряжение конденсатора C'_n и трансформатора складывается и на их зажимах получается напряжение $2 U_m$. При этом происходит зарядка конденсатора C_n как через выпрямитель K_n , так и через все остальные конденсаторы и выпрямители. Суммарный заряд, отданный конденсатором C'_n при заряде конденсаторов левой колонны, составит nQ (см. рис. 4), поэтому напряжение на нем понизится на величину, равную $\frac{nQ}{C}$. Так как выпрямитель K_n в

это время проводит ток, то напряжение на конденсаторе C_n окажется к концу зарядки равным сумме напряжений трансформатора и конденсатора C'_n , т. е. приблизительно $U_m + U_m - \frac{nQ}{C} = 2U_m - \frac{nQ}{C}$. После этого в

течение времени $\tau/2$ происходит разрядка конденсаторов левой колонны на нагрузку, поэтому напряжение на конденсаторе C_n понижается на величину $\frac{i \cdot \tau/2}{C} = \frac{Q}{2C}$. Когда напряжение трансформатора достигает величины — U_m относительно земли, начинается подзарядка конденсаторов правой колонны, причем на рис. 4 видно, что конденсатор C_n при этом теряет заряд $(n-1)Q$ и напряжение на нем понижается на величину $(n-1) \frac{Q}{C}$. Так как в этот момент времени выпрямитель K'_{n-1} прово-

дит ток, то напряжение на конденсаторе C_n окажется равным напряжению на конденсаторе C_n после окончания подзарядки, т. е.

$$2U_m - \frac{nQ}{C} - \frac{(n-1)Q}{C} - \frac{Q}{2C} \text{ и так далее.}$$

Процесс алгебраического суммирования напряжений на конденсаторах в данный интервал времени удобно представить в виде табл. 1.

Эта таблица составлена, следуя распределению токов зарядки и подзарядки, показанному на рис. 4.

Таблица 1

Распределение напряжений на конденсаторах нагруженного каскадного генератора

Максимальное напряжение на конденсаторах левой колонны после зарядки $U_{c\max}$	Изменение напряжения из-за разряда конденсаторов левой колонны в течение времени $\tau/2$	Напряжение на конденсаторах правой колонны после подзарядки $U_{c'}$
$U_{cn\max} = U_m + \left(U_m - \frac{nQ}{C} \right)$	$-\frac{Q}{2C}$	$U_{c'n} = U_m$
$U_{c_{n-1}\max} = 2U_m - \frac{nQ}{C} - \frac{2(n-1)Q}{C} - \frac{Q}{2C}$	$-\frac{Q}{2C}$	$U_{c'_{n-1}} = 2U_m - \frac{nQ}{C} - \frac{(n-1)Q}{C} - \frac{Q}{2C}$
$U_{c_{n-2}\max} = 2U_m - \frac{nQ}{C} - \frac{2(n-1)Q}{C} - \frac{2(n-2)Q}{C} - 2 \frac{Q}{2C}$ и т. д.		$U_{c'_{n-2}} = 2U_m - \frac{nQ}{C} - \frac{2(n-1)Q}{C} - \frac{(n-2)Q}{C} - 2 \frac{Q}{2C}$
.....		
$U_{c_{n-k'}\max} = 2U_m - \frac{nQ}{C} - \frac{2(n-1)Q}{C} - \frac{2(n-2)Q}{C} - \dots - \frac{2(n-k')Q}{C} - k' \frac{Q}{2C}$		

Из табл. 1 возьмем выражение для величины напряжения на k -том конденсаторе, считая сверху колонны, что будет соответствовать табличному индексу $n-k'$ и просуммируем полученный ряд. Имеем:

$$\begin{aligned} U_{c_{n-k'}\max} &= 2U_m + \frac{nQ}{C} - \frac{2Q}{C} \left[\overbrace{n + (n-1) + (n-2) + \dots + (n-k')}^{k'+1 \text{ членов}} \right] - k' \frac{Q}{2C} \\ &= 2U_m + \frac{nQ}{C} - \frac{k'Q}{2C} - \frac{2Q}{C} \frac{[n + (n-k')](k'+1)}{2} = \\ &= 2U_m + \frac{(2n-k')Q}{2C} - \frac{2Q(2n-k')(k'+1)}{2C} = 2U_m - \frac{(2n-k')(2k'+1)}{2C}. \end{aligned}$$

Чтобы перейти к порядковому номеру конденсатора, начиная сверху колонны, заменим k' через $n-k$. Получим:

$$U_{ck\max} = 2U_m - (n+k)(2n-2k+1) \frac{Q}{2C}, \quad (2)$$

откуда

$$U_{C_{k\max}} = 2U_m - n(2n + 1) \frac{Q}{2C} + k(2k - 1) \frac{Q}{2C}. \quad (3)$$

Найдем величину внутреннего падения напряжения ΔU (рис. 3).

Обозначим

$$\Delta U_{k\min} = 2U_m - U_{C_{k\max}} = n(2n + 1) \frac{Q}{2C} - k(2k - 1) \frac{Q}{2C}. \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что с увеличением порядкового номера конденсатора величина падения напряжения на конденсаторе ΔU уменьшается. Своего максимального значения она достигает на верхних конденсаторах. Физически это объясняется тем, что верхние конденсаторы находятся дальше всего от источника тока (трансформатора) и слабо с ним связаны. Минимальное значение полного внутреннего падения напряжения ΔU_{\min} (рис. 3) на всей колонне конденсаторов выражается как сумма падений напряжений на отдельных конденсаторах, т. е.

$$\Delta U_{\min} = \sum_{k=1}^n \Delta U_k.$$

Из формулы (4) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta U_{\min}}{\frac{Q}{2C}} &= \sum_{k=1}^n \left[n(2n+1) - k(2k-1) \right] = n^2(2n+1) - 2 \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k = \\ &= n^2(2n+1) - \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{8n^3 + 3n^2 + n}{6} \end{aligned}$$

Значит
$$\Delta U_{\min} = \frac{Q}{12C} (8n^3 + 3n^2 + n).$$

Из рис. 3 видно, что среднее значение ΔU будет больше чем ΔU_{\min} на величину δU , т. е.

$$\Delta U = \frac{Q}{12C} (8n^3 + 3n^2 + n) + \frac{n(n+1)}{4} \frac{Q}{C}.$$

Отсюда получаем среднюю величину полного внутреннего падения напряжения в виде:

$$\Delta U = \frac{Q}{6C} (4n^3 + 3n^2 + 2n) = \frac{i}{6fC} (4n^3 + 3n^2 + 2n). \quad (5)$$

Как видно из формул (1) и (5), пульсации напряжения и падение напряжения весьма быстро растут с увеличением числа каскадов n . Для получения сверхвысоких напряжений число каскадов n приходится брать большим, поэтому важно получить наименьшие значения δU и ΔU .

Так как конденсатор C_n работает при половинном напряжении, емкость его можно взять в два раза больше. Если это изменение емкости учесть при выводе формулы (5), то в ней исчезнет член с n^2 и формула примет вид:

$$\Delta U = \frac{i}{3fC} (2n^3 + n).$$

Из этого вытекает, что увеличение ёмкости конденсатора C_n в два раза даст существенный эффект только тогда, когда член $3n^2$ в формуле (5) сравним по величине с членом $4n^3$, т. е. при небольшом числе каскадов n . Напряжение на выходе каскадного генератора с учетом внутреннего падения выражается следующей формулой:

$$U_{вых} = 2nU_m - \Delta U = 2nU_m - \frac{i}{6fC} (4n^3 + 3n^2 + 2n). \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что с увеличением n напряжение на выходе возрастает вначале почти пропорционально n . Затем, из-за быстрого увеличения внутреннего падения напряжения с увеличением n возрастание напряжения замедляется. Определим оптимальное число каскадов n генератора, при котором получается наивысшее среднее напряжение на выходе.

Дифференцируя уравнение (6) по n и приравнявая производную нулю, получим:

$$2U_m - \frac{6n^2 + 3n + 1}{3} \frac{i}{fC} = 0.$$

Считая члены $3n$ и 1 малыми сравнительно с $6n^2$ и пренебрегая ими, получим:

$$n_{opt} = \sqrt{\frac{f \cdot C}{i} U_m}. \quad (7)$$

Рассмотрим пример. Для каскадного генератора с $U_m = 110 \text{ kV}$; $f = 200 \text{ Hz}$; $C = 0,02 \text{ }\mu\text{F}$, при токе нагрузки $i = 4 \text{ mA}$, получаем:

$$n_{opt} = \sqrt{\frac{200 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot 110 \cdot 10^3} = \sqrt{110} \approx 10.$$

Практически целесообразно число каскадов брать меньше подсчитанного по формуле (7), так как размеры установки с приближением n к оптимальному значению растут пропорционально n , а напряжение на выходе повышается незначительно.

3. Каскадный генератор с неодинаковыми емкостями в каскадах

На рис. 4 видно, что зарядные и подзарядные токи, протекающие через конденсаторы обеих колонн, пропорциональны их порядковому номеру, считая сверху. Поэтому может оказаться, что увеличение емкости нижележащих конденсаторов будет сопровождаться большим снижением величины пульсаций и внутреннего падения напряжения.

Рассмотрим работу каскадного генератора для случая, когда величина емкости конденсаторов в колонне изменяется пропорционально их порядковым номерам:

$$C_k = kC \quad \text{и} \quad C'_k = kC',$$

т. е. линейно увеличивается сверху вниз.

Распределение напряжений на конденсаторах для этого случая дается табл. 2, составленной подобно табл. 1.

Распределение напряжения на конденсаторах каскадного генератора под нагрузкой
Емкость конденсаторов изменяется пропорционально их порядковым номерам

U_c после зарядки (максимальное)	Уменьшение напряжения на C за вре- мя $\tau/2$ из-за разрядки на нагрузку	Напряжение на C' после подзарядки $U_{c'}$
$U_{cn\max} = 2U_m - \frac{nQ}{nC}$	$\frac{Q}{2nC}$	$U_{c'n} = U_m$
$U_{c_{n-1}\max} = 2U_m - \frac{nQ}{nC} - \frac{(n-1)Q}{nC}$	$\frac{Q}{2(n-1)C}$	$U_{c_{n-1}'} = 2U_m - \frac{nQ}{nC} - \frac{(n-1)Q}{nC}$
$\frac{(n-1)Q}{(n-1)C} - \frac{Q}{2nC}$	$\frac{Q}{2(n-1)C}$	$\frac{Q}{2nC}$
$U_{c_{n-2}\max} = 2U_m - \frac{nQ}{nC} - \frac{(n-1)Q}{nC}$	$\frac{Q}{2(n-1)C}$	$U_{c_{n-2}'} = 2U_m - \frac{nQ}{nC} - \frac{(n-1)Q}{nC}$
$\frac{(n-1)Q}{(n-1)C} - \frac{(n-2)Q}{(n-1)C} - \frac{(n-2)Q}{(n-2)C}$	$\frac{Q}{2(n-1)C}$	$\frac{(n-1)Q}{(n-1)C} - \frac{(n-2)Q}{(n-1)C} - \frac{Q}{2nC}$
$\frac{Q}{2nC} - \frac{Q}{2(n-1)C}$ и т. д.		$\frac{Q}{2(n-1)C}$

Общий член ряда, с помощью которого вычисляется напряжение на любом k -том конденсаторе, может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned}
 U_{c_k \max} = U_{c_{n-k'} \max} &= 2U_m - \frac{nQ}{nC} - \frac{(n-1)Q}{nC} - \frac{(n-1)Q}{(n-1)C} - \frac{(n-2)Q}{(n-1)C} \\
 &- \frac{(n-2)Q}{(n-2)C} \dots - \frac{n-k'}{n-k'+1} \frac{Q}{C} - \frac{n-k'}{n-k'} \frac{Q}{C} - \frac{Q}{2nC} - \frac{Q}{2(n-1)C} \dots \\
 &\dots - \frac{Q}{2(n-k'+1)C} = 2U_m - (k'+1) \frac{Q}{C} - \\
 &- \frac{Q}{C} \left(\frac{n-1}{n} + \frac{n-2}{n-1} + \frac{n-3}{n-2} + \dots + \frac{n-k'}{n-k'+1} \right) - \\
 &- \frac{Q}{2C} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n-k'+1} \right).
 \end{aligned}$$

Здесь также $k' = n - k$, где k — порядковый номер конденсатора, считая сверху колонны.

Так как таблица дает значения $U_c = U_{c \max}$, получаем минимальное значение падения напряжения, которое выражается следующим рядом:

$$\Delta U_{k \min} = (k'+1) \frac{Q}{C} + \frac{Q}{C} \left(\frac{n-1}{n} + \frac{n-2}{n-1} + \dots + \frac{n-k'}{n-k'+1} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{Q}{2C} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{n-k'+1} \right) = (k'+1) \frac{Q}{C} + \\
& + \frac{Q}{C} \left(\frac{n}{n} - \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n-1} - \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{n-k'+1}{n-k'+1} - \frac{1}{n-k'+1} \right) + \\
& + \frac{Q}{2C} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{n-k'+1} \right) = (k'+1) \frac{Q}{C} + k' \frac{Q}{C} - \\
& - \frac{Q}{2C} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{n-k'+1} \right).
\end{aligned}$$

Или, после замены k' на $n-k$,

$$\Delta U_{k \min} = \left[2(n-k)+1 \right] \frac{Q}{C} - \frac{Q}{2C} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{k+1} \right). \quad (8)$$

Найдем сумму падений напряжения $\Delta U_{k \min}$ при изменении k от 1 до n , т. е. полное минимальное значение падения напряжения во всем генераторе.

$$\begin{aligned}
\Delta U_{\min} &= \sum_{k=1}^n \Delta U_{k \min} = \sum_{k=1}^n (2n+1-2k) \frac{Q}{C} - \\
& - \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{k+1} \right) \frac{Q}{2C}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Здесь:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^n \left[(2n+1)-2k \right] \frac{Q}{C} = n(2n+1) \frac{Q}{C} - \\
& - \sum_{k=1}^n 2k \frac{Q}{C} = n(2n+1) \frac{Q}{C} - n(n+1) \frac{Q}{C}.
\end{aligned}$$

Второй член формулы (9) суммируется следующим образом:

Для $k=1$ имеем ряд $\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} + \dots + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$,

$k=2$ $\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} + \dots + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$,

$k=3$ $\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} + \dots + \frac{1}{4}$,

$k=n-2$ $\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1}$,

$k=n-1$ $\frac{1}{n}$,

$k=n$ 0.

Складывая по вертикальным рядам, получаем.

$$\sum_{k=1}^{n-1} \sum_{p=k}^{n-1} \frac{1}{p+1} = \frac{n-1}{n} + \frac{n-2}{n-1} + \frac{n-3}{n-2} + \dots + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}. \quad (10)$$

Ряд (10) может быть разложен и приведен к виду:

$$\left(\frac{n}{n} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{n-1}{n-1} - \frac{1}{n-1}\right) + \dots + \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right) = (n-1) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k+1}.$$

Подставляя найденные значения в формулу (9), получим:

$$\Delta U_{\min} = \sum_{k=1}^n \Delta U_{k \min} = n(2n+1) \frac{Q}{C} - n(n+1) \frac{Q}{C} - (n-1) \frac{Q}{2C} + \frac{Q}{2C} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k+1} = \frac{(2n^2 - n + 1)Q}{2C} + \frac{Q}{2C} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k+1} \quad (11)$$

Среднее значение падения напряжения будет больше величины, даваемой формулой (11), на величину δU (рис. 3). Пульсации напряжения δU для k -того конденсатора выражаются в виде:

$$\delta U_k = \pm \frac{1}{2} \frac{kQ}{kC} = \pm \frac{Q}{2C}.$$

Суммарное значение пульсаций напряжения на всей колонне будет определяться условием:

$$\delta U = \sum_1^n \delta U_k = \pm \frac{nQ}{2C}. \quad (12)$$

Следовательно, средняя величина полного падения напряжения определится такой формулой:

$$\Delta U = \frac{(2n^2 - n + 1)Q}{2C} + \frac{nQ}{2C} + \frac{Q}{2C} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k+1} = n^2 \frac{Q}{C} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \cdot \frac{Q}{2C}. \quad (13)$$

Сумма $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ растет с увеличением n очень медленно по сравнению с первым членом выражения (13). При $n=10$, $\sum_1^{10} \frac{1}{k} = 2,93$. Поэтому, при

$n \geq 10$, этот член можно принять равным $\frac{3Q}{2C}$. Тогда формула (13) примет такой вид:

$$\Delta U \cong \frac{2n^2 + 3}{2} \frac{Q}{C} = \frac{i}{2fC} (2n^2 + 3). \quad (14)$$

Таким образом, напряжение на выходе каскадного генератора в рассматриваемом случае определяется формулой

$$U_{\text{вых}} = 2nU_m - \frac{i}{2fC} (2n^2 + 3). \quad (15)$$

Посмотрим, во сколько раз уменьшились пульсации напряжения и падение напряжения по сравнению с первым разобранным случаем, когда емкости всех конденсаторов каскадного генератора были одинаковы. Из формул (1), (5) и (12), (14) получим отношение интересующих нас величин в первом и втором случаях:

$$\frac{\delta U_1}{\delta U_2} = \frac{n+1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta U_1}{\Delta U_2} = \frac{4n^3 + 3n^2 + 2n}{3(2n^2 + 3)}$$

В то же время суммарная емкость конденсаторов во втором случае, когда $C_k = kC$, равна

$$C_{2\Sigma} = \sum_{k=1}^n kC = \frac{n(n+1)}{2} C; \quad \text{но } nC = C_{1\Sigma}, \quad \text{поэтому} \quad \frac{C_{2\Sigma}}{C_{1\Sigma}} = \frac{n+1}{2},$$

т. е. увеличилась по сравнению с первым случаем в $\frac{n+1}{2}$ раз.

Таким образом, величина пульсаций напряжения снизилась во столько же раз, во сколько возросла суммарная емкость. Этот же результат получается и при равномерном распределении емкости по каскадам, если увеличить емкость каждого конденсатора. Поэтому с точки зрения уменьшения пульсаций напряжения увеличение емкостей пропорционально их номеру не дает выгоды. Следовательно, изменение емкости конденсаторов пропорционально их порядковому номеру будет выгодно лишь в том случае, если величина внутреннего падения напряжения ΔU снизится в большее число раз, чем возрастет суммарная емкость. Из этого следует, что должно удовлетворяться неравенство

$$\frac{\Delta U_1}{\Delta U_2} > \frac{C_{2\Sigma}}{C_{1\Sigma}}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{4n^3 + 3n^2 + 2n}{3(2n^2 + 3)} > \frac{n+1}{2}. \quad (16)$$

Это неравенство удовлетворяется при $n \geq 3$. Поэтому, если число каскадов больше или равно трем, выгодно изменять емкости конденсаторов пропорционально их порядковому номеру. В этом случае, при заданной суммарной емкости конденсаторов, можно получить меньшее значение падения напряжения ΔU , чем при равномерном распределении емкостей по каскадам.

Величина отношения левой части неравенства (16) к правой характеризует степень выгодности использования разбираемого варианта схемы каскадного генератора. Для большого n эта величина приближается к $\frac{8}{6}$, т. е. $\approx 1,3$.

Таким образом, распределяя емкости по каскадам по закону $C_k = kC$, можно получить уменьшение падения напряжения не более, чем на 30%.

Практически, поэтому, вопрос о выгодности того или иного способа распределения емкостей по каскадам будет решаться конструктивными соображениями.

4. Дополнительные соображения о каскадном генераторе

Из формул (1) и (5) следует, что как δU , так и ΔU обратно пропорциональны произведению $f \cdot C$, поэтому для уменьшения пульсаций и падения напряжения нужно либо увеличивать частоту зарядного тока, либо же увеличить емкость конденсаторов.

В общем случае выгоднее увеличивать частоту, так как стоимость высоковольтных конденсаторов с увеличением их емкости растет быстрее, чем стоимость источника переменного тока с ростом частоты. Кроме того, применяя схему каскадного генератора, изображенную на рис. 2, можно ее питание осуществлять от источника постоянного тока сравнительно невысокого напряжения. Стоимость такого источника будет также невелика.

Отметим, что интересной особенностью схемы рис. 2 является ее обратимость. Если триоды или тиратроны T_3 и T_3' поменять местами с выпрямителями K_1 и K_1' , то каскадный генератор превращается в трансформатор, с помощью которого постоянный ток высокого напряжения преобразуется в постоянный ток низкого напряжения.

Частоту f можно увеличивать до таких пределов, когда уже начнет сказываться время прохождения электронами всей длины генератора, что приведет к быстрому повышению его внутреннего сопротивления. Для двухкаскадного генератора, например, предельной частотой оказалась частота 21 МГц.

Для многокаскадного генератора эта частота будет ниже. Число каскадов генератора выгодно увеличивать до некоторого предела, определяемого формулой (7), так как стоимость и размеры конденсаторов с уменьшением их рабочего напряжения резко падают, поэтому, несмотря на увеличение числа каскадов n стоимость и размеры установки в общем уменьшаются.

Таким образом, применяя высокую частоту f и большое число каскадов, можно получить достаточно мощные установки. При большом n можно использовать конденсаторы на сравнительно низкое рабочее напряжение с большой емкостью, в результате чего большая величина произведения $f \cdot C$ компенсирует увеличение внутреннего сопротивления установки с увеличением числа каскадов.

В маломощных малогабаритных, но многокаскадных генераторах, в которых применяются конденсаторы небольшой емкости, большое значение приобретают паразитные емкости между колоннами конденсаторов и между каждой из колонн и землей.

Паразитные емкости сглаживают скачки напряжения в узловых точках, при изменении потенциала точки a рис. 2 от 0 до E . Это приводит к снижению напряжения на выходе, даже при работе без нагрузки.

Кроме того, через нижние конденсаторы будут течь большие высокочастотные токи. Эти явления в основном можно устранить путем применения дросселей высокой частоты, включаемых через емкости параллельно каждому выпрямителю и образующих с паразитными емкостями настроенные контуры. При этом одновременно разрешается вопрос питания нитей накала выпрямителей. Они могут питаться напряжением высокой частоты, отбираемым с отводов дросселя.

Возможность получения от установки сравнительно высокого напряжения при небольших размерах (для случая питания высокой частотой и большого числа каскадов) открывает большие перспективы для применения каскадных генераторов. Так, например, каскадный генератор был применен для создания высокого напряжения на электродах телевизионной трубки. Питание его осуществлялось в этом случае периодическими импульсами высокочастотных токов. Простейший способ их получения состоит в следующем. В анодную цепь запертой отрицательным смещением на сетке электронной лампы включается индуктивность, параллельно которой присоединяется каскадный генератор. Индуктивность с паразитными емкостями образует колебательный контур. При подаче на управляющую сетку лампы положительных импульсов в анодной цепи проходят импульсы тока, и в контуре возбуждаются затухающие колебания высокой частоты, по-

дающиеся на каскадный генератор.

В результате на выходе последнего при достаточно частом повторении импульсов высокочастотных токов получается выпрямленное высокое напряжение.

Принципиальная схема такой установки дана на рис. 5, где L_a —индуктивность, включаемая в анодную цепь лампы, а C_a —собственная емкость катушки и другие паразитные емкости.

Каскадный генератор дает пока одно из лучших технических решений задачи получения весьма высоких постоянных напряжений и даже трансформации постоянного тока. Существенным преимуществом каскадного генератора является возможность использовать при его изготовлении различные стандартные детали, производство которых освоено, как-то: конденсаторы, кенотроны, изоляторы, сопротивления и др.

Применяя газонаполненные выпрямители в цепи высокого напряжения без уменьшения общего к.п.д. установки, можно получить значительный

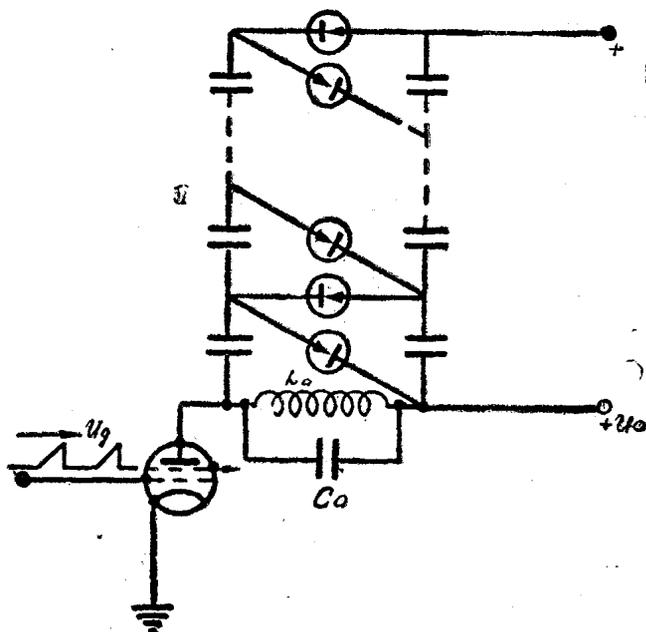


Рис. 5. Схема каскадного генератора, дающего импульсы высокого напряжения.

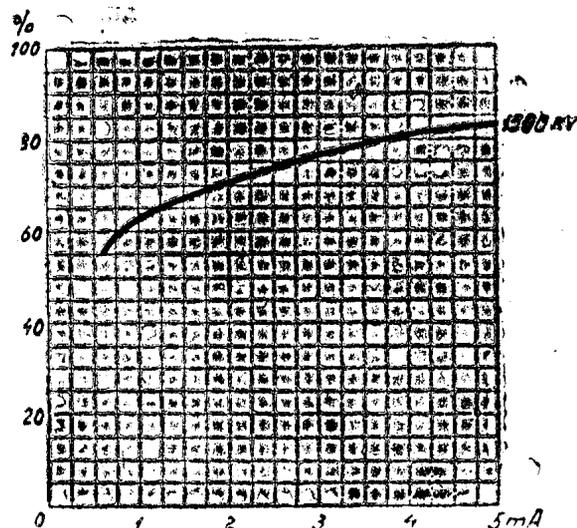


Рис. 6. Зависимость к. п. д. десятиступенчатого каскадного генератора на 1500 kV от величины снимаемого тока.

ток (несколько ампер). Для получения постоянных напряжений выше 1000 kV в настоящее время каскадные генераторы представляют сильнейшие источники тока. Возможность сооружения мощных каскадных генераторов представляет интерес для практического решения задачи передачи постоянным током высокого напряжения.

На рис. 6 приведена зависимость к.п.д. от потребляемого тока для десятиступенчатого каскадного генератора, работающего при постоянном напряжении 1500 kV и частоте 500 Hz. Здесь учтена вся потребляемая энергия, включая и источники накала выпрямителей, доля которых с увеличением мощности установки будет уменьшаться.

Эта схема имеет хорошие перспективы в смысле проектирования установок высокого напряжения. Укажем, например, что десятиступенчатый генератор на 2000 kV, установленный на открытом воздухе, имеет общую высоту около 6,5 м. Установка, действуя при средних рабочих градиентах вдоль изоляции 3,1 kV/см, хорошо зарекомендовала себя в работе. Установка на 3000 kV относительно земли имеет высоту около 10 м. На-

пряжение на каждой ступени составляет 300 kV . В помещении размерами $15 \times 35 \text{ м}^2$ и высотой 16 м было получено симметричное напряжение 6000 kV .

Помещая каскадный генератор в сосуд, наполненный газом под давлением, можно так же, как в случае электростатических генераторов с движущейся лентой, значительно уменьшить общие размеры установки.

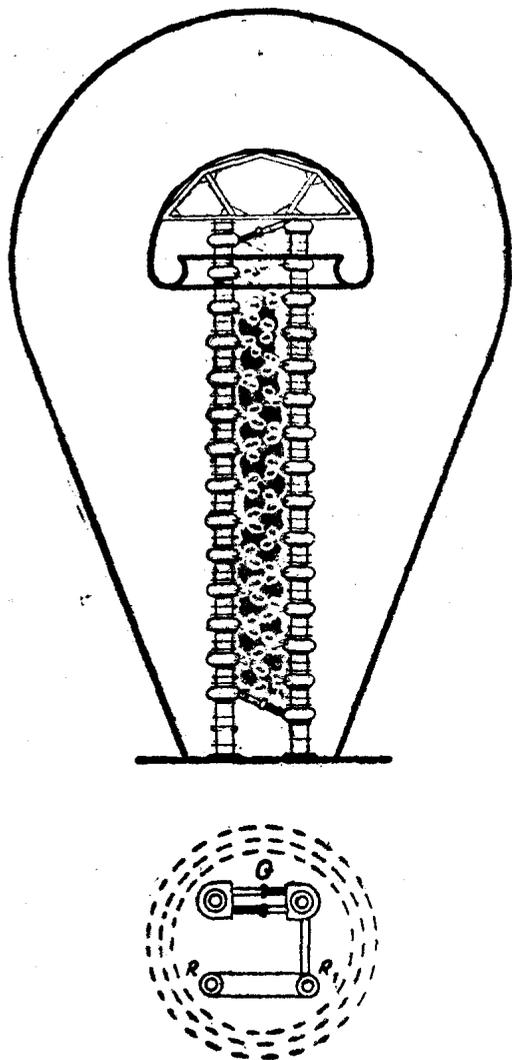


Рис. 7. Схема размещения каскадного генератора на 5000 kV , ток 4 мА . Высота генератора 10 м , сосуда 15 м . G —генератор, R —ускорительная трубка, R_1 —делитель напряжения.

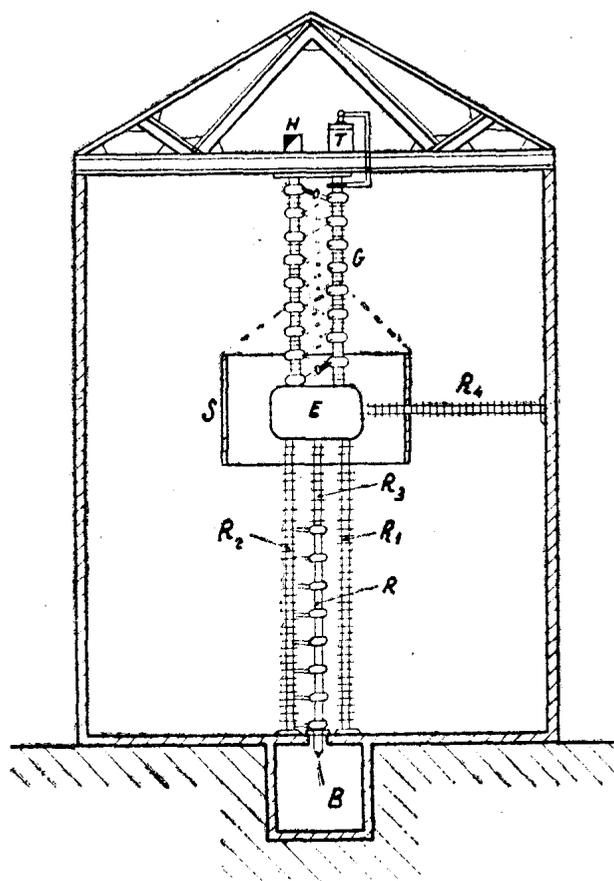


Рис. 8. Схема размещения каскадного генератора на 3000 kV

g — генератор, T —трансформатор на 100 kV , H — в. ч. генератор, E —высоковольтный электрод на 3000 kV , R —разрядная трубка, R_1 —измерительное сопротивление, R_2 —потенциометр, служащий для выравнивания распределения потенциала и поддержания определенного потенциала точек экрана.

Каскадный генератор на напряжение 1000 kV и ток 4 миллиампера с включением нейтронной или рентгеновской трубки и вспомогательными приборами в виде измерительного сопротивления и друг. может быть размещен в помещении, размерами $4 \times 8 \times 4 \text{ м}$.

На рис. 7 приведена схема каскадного генератора на 5 мв . Генератор помещается в грушевидном сосуде при давлении воздуха 3 ат .

На рис. 8 дана схема установки, запроектированной в башне при обычном давлении. Опытами Буверса было показано, что при диаметре

башни 15 м и высоте 20 м в ней можно разместить каскадный генератор с напряжением 3000 *kV* при отрицательной полярности относительно земли и 2500 *kV*—при положительной.

Заметим, что как для электростатического генератора с движущейся лентой, так и для каскадного, одинаковые причины ограничивают объем помещения определенными размерами. В обеих установках электрические заряды доставляются к электродам, форма которых и расстояние от стены позволяют поддерживать их при достаточно высоком потенциале. Наблюдения за работой таких генераторов дали возможность установить следующее интересное обстоятельство. Оказывается, что тихий разряд и ток проводимости по сопротивлению, расположенному между стеной и установкой при данных расстояниях, увеличивают допустимое напряжение генератора. При этом важно иметь достаточную мощность генератора, чтобы давать требуемый ток. Благодаря более равномерному распределению потенциала по изоляции, высота каскадного генератора на 1000 *kV* рабочего напряжения может быть взята меньше, чем электростатического.
