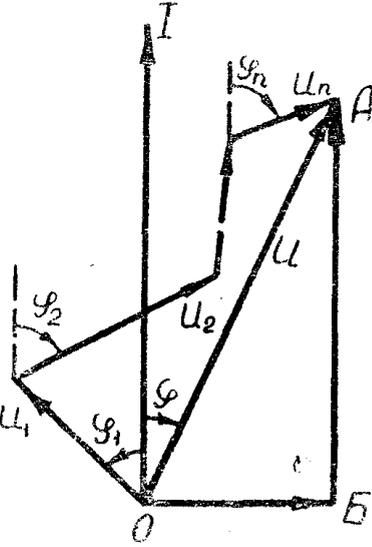


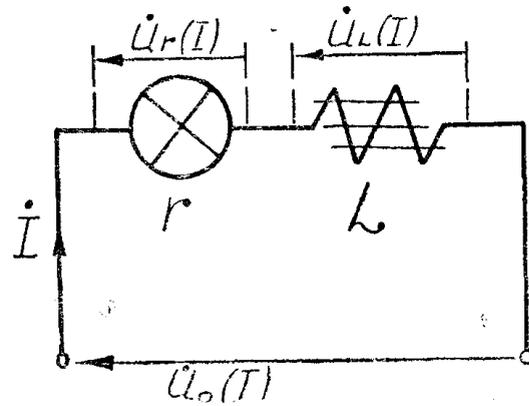
где $U_k(I)$ и $\varphi_k(I)$ — вольт- и фазовоамперная характеристики к-того двух- полюсника.

Расчет цепи, состоящей из последовательно соединенных нелинейных двухполюсников, на основании приведенных зависимостей, производится в следующем порядке:

1. Имея вольт- и фазовоамперные характеристики составляющих цепь двухполюсников, по формулам (1.1) и (1.2) строятся вольт- и фазовоамперная характеристики эквивалентного двухполюсника $U(I)$ и $\varphi(I)$.

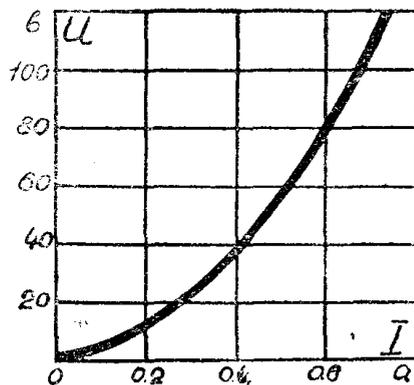


Фиг. 2

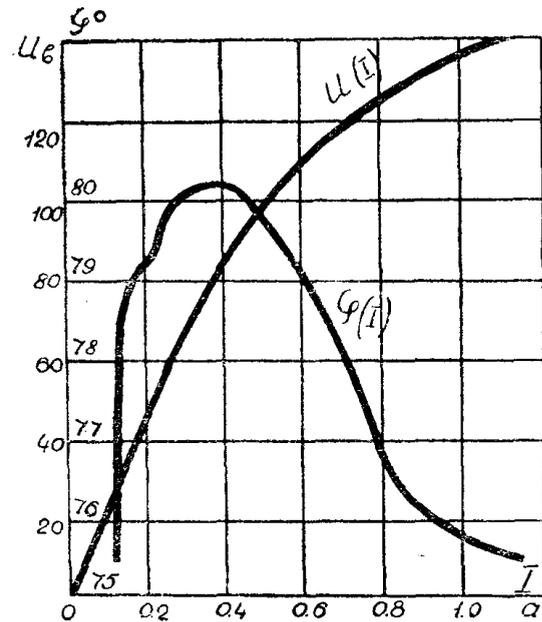


Фиг. 3

2. Зная приложенное к цепи напряжение, по характеристикам $U(I)$ и $\varphi(I)$ легко найти ток цепи и угол сдвига фаз между током и внешним напряжением.



Фиг. 4



Фиг. 5

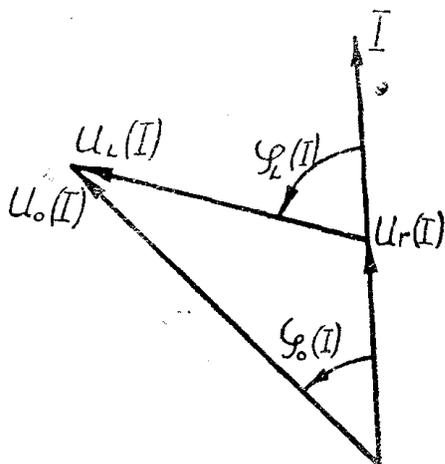
3. По найденному в пункте 2 значению тока и вольт- и фазовоамперным характеристикам находятся напряжения на составляющих двухполюсниках и углы сдвига фаз между напряжениями и током цепи.

В случае цепи с постоянными токами и напряжениями выражение (1.1) упрощается и принимает вид

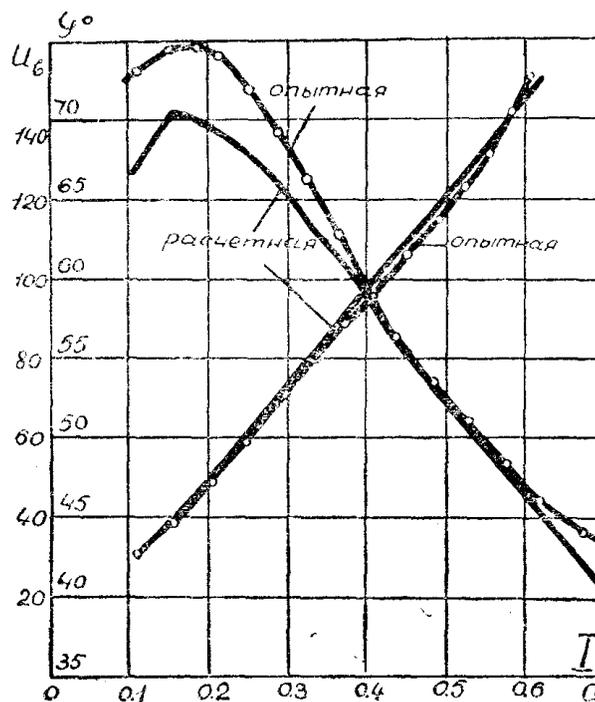
$$U(I) = \sum_{k=1}^n U_k(I), \quad (1.3)$$

так как углы $\varphi_k = 0$.

Эту зависимость можно прочесть так: в цепи с постоянными токами и напряжениями вольтамперные характеристики при последовательном соединении двухполюсников складываются в направлении отсчета напряжений.



Фиг. 6



Фиг. 7

В качестве примера расчета цепи, состоящей из последовательно соединенных нелинейных двухполюсников, приводится расчет схемы, изображенной на фиг. 3.

В качестве нелинейных элементов для этой схемы использовались обычная лампочка накаливания с характеристикой, представленной на фиг. 4, и катушка со стальным сердечником, вольтамперная и фазовоамперная характеристики которой приведены на фиг. 5.

На фиг. 6 показана векторная диаграмма рассматриваемой схемы. При этом

$$U_0(I) = \sqrt{[U_r(I) + U_L(I) \cos \varphi_L(I)]^2 + [U_L(I) \sin \varphi_L(I)]^2}, \quad (1.4)$$

$$\varphi_0(I) = \arctg \frac{U_L(I) \sin \varphi_L(I)}{U_r(I) + U_L(I) \cos \varphi_L(I)}. \quad (1.5)$$

Задаваясь произвольными значениями величин токов, по зависимостям фиг. 4 и 5 находим соответствующие значения $U_r(I)$, $U_L(I)$ и $\varphi_L(I)$.

Таблица 1 иллюстрирует ход расчета.

Таблица 1

Расчет цепи при последовательном соединении лампы накаливания и катушки со стальным сердечником

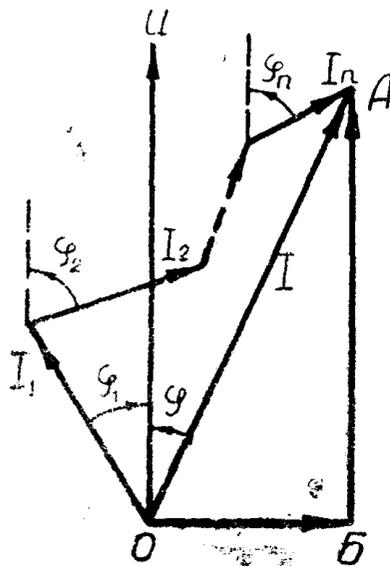
№ п. п	I	$U_r(I)$	$U_L(I)$	$\varphi_L(I)$	$U_0(I)$	$\varphi_0(I)$
	a	b	b	$z\rho$	b	$z\rho$
1	0,121	4	30	75°35'	31,2	68°30'
2	0,146	5,5	35	78°35'	36,7	67°18'
3	0,156	6	40	79°	41,5	70°48'
4	0,211	9,5	50	79°10'	52,7	68°50'
5	0,235	12	55	79°40'	58,4	68°
6	0,258	14	60	80°	64	67°30'
7	0,285	16	65	80°10'	69,7	68°
8	0,44	42	90	80°15'	105,5	57°05'
9	0,52	60	100	79°40'	125,3	51°30'
10	0,61	84	110	79°	150,5	45°50'
11	0,73	119	120	78°	185,6	39°10'

В результате расчета имеем вольтамперную $U_0(I)$ и фазоамперную $\varphi_0(I)$ характеристики всей цепи. Экспериментальная проверка расчета дала удовлетворительный результат (фиг. 7).

2. Параллельное соединение нелинейных двухполюсников

Из векторной диаграммы цепи (фиг. 8) видим, что вольт- и фазоамперная характеристики эквивалентного двухполюсника следующим образом выражаются через характеристики составляющих двухполюсников:

$$I(U) = \sqrt{\left[\sum_{k=1}^n I_k(U) \cos \varphi_k(U) \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^n I_k(U) \sin \varphi_k(U) \right]^2}, \quad (2.1)$$



Фиг. 8

$$\varphi(U) = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=1}^n I_k(U) \sin \varphi_k(U)}{\sum_{k=1}^n I_k(U) \cos \varphi_k(U)}, \quad (2.2)$$

где $I_k(U)$ —вольтамперная характеристика k -того двухполюсника, читаемая в направлении отсчета токов, а $\varphi_k(U)$ —характеристика, полученная из вольт- и фазоамперных характеристик путем пересчета $\varphi_k(U) = \varphi_k[U_k(I)]$. Порядок преобразования цепи, состоящей из параллельно соединенных двухполюсников, подобен преобразованиям, сформулированным выше для последовательного соединения, только вместо характеристик $U_k(I)$ и $\varphi_k(I)$ нужно оперировать с характеристиками $I_k(U)$ и $\varphi_k(U)$.

При постоянных токах и напряжениях выражение (2,1) принимает вид:

$$I(U) = \sum_{k=1}^n I_k(U), \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad (2.3)$$

которое можно прочесть так: в цепи с постоянными токами и напряжениями вольтамперные характеристики при параллельном соединении складываются в направлении отсчета токов.

3. Цепи, состоящие из последовательно и параллельно соединенных нелинейных двухполюсников

Сложные цепи, которые могут быть представлены состоящими только из последовательно и параллельно соединенных двухполюсников, могут исследоваться при помощи вышеприведенных зависимостей. При преобразованиях появляется необходимость в переходах от характеристик $U(I)$ к $I(U)$ и от $\varphi(I)$ к $\varphi(U)$.

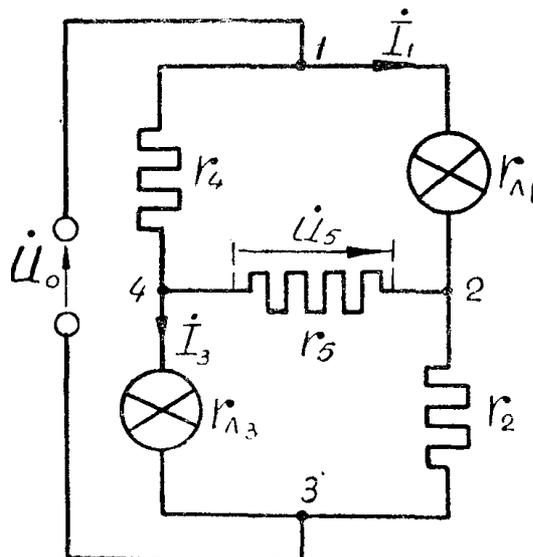
Первое преобразование практически производить не требуется, так как одна и та же вольтамперная характеристика в координатах (U, I) будет характеристикой $U(I)$, а в координатах (I, U) — характеристикой $I(U)$.

Переход от характеристики $\varphi(I)$ к $\varphi(U)$ и обратно производится при помощи вольтамперной характеристики $U(I)$. Например, задаваясь значениями тока I , можно из графиков $U(I)$ и $\varphi(I)$ найти соответствующие значения напряжений и углов φ , зная которые легко построить характеристику $\varphi(U)$. Разумеется, все преобразования, связанные с переходом от одних характеристик к другим, не требуют каких-либо аналитических вычислений и производятся чисто графическим путем.

4. Сложные цепи с двумя нелинейными элементами

Для исследования цепей, в которых необходимы преобразования треугольника в звезду и обратно, а также многолучевой звезды в многоугольник, приведенных выше зависимостей недостаточно. Иногда можно сложную цепь с одинаковыми нелинейными элементами заменить неразветвленной цепью, содержащей лишь один нелинейный элемент.

Примером расчета такой сложной цепи может служить расчет схемы мостикового стабилизатора напряжений (фиг. 9), использующего в каче-



Фиг. 9

стве нелинейных элементов $r_{\lambda 1}$ и $r_{\lambda 3}$ одинаковые лампочки накаливания с характеристиками, показанными на фиг. 10. Сопротивления $r_2 = 210,5 \text{ ом}$; $r_1 = 205 \text{ ом}$; $r_3 = 222 \text{ ом}$ — линейные.

Рассматриваемая схема может быть заменена схемой, изображенной на фиг. 11, и далее схемой, приведенной на фиг. 12. Основное уравнение

четыреполюсника с учетом условия $U_1(I_1) = U_3(I_3)$ запишется следующим образом:

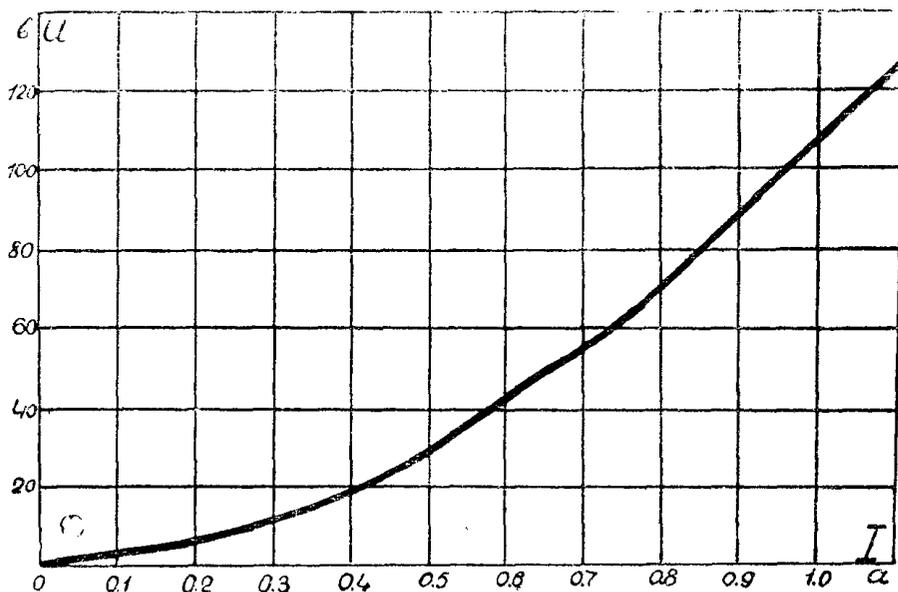
$$U_3(I_3) = A_{11} U_1(I_1) + A_{12} I_1 + A_{10}, \quad (4.1)$$

или

$$U_1(I_1) = A_{11} U_1(I_1) + A_{12} I_1 + A_{10}, \quad (4.2)$$

отсюда

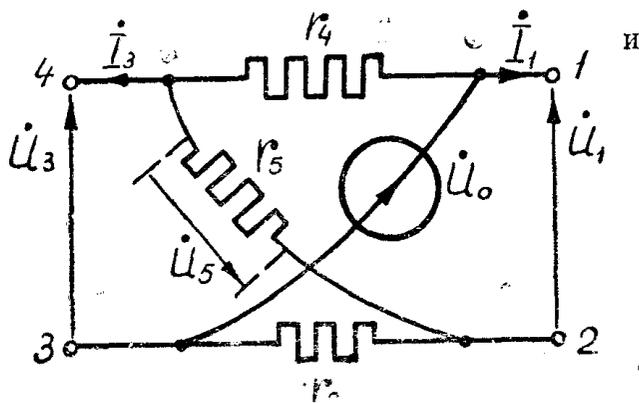
$$U_1(I_1) - \left(\frac{A_{12}}{1 - A_{11}} \right) I_1 = \frac{A_{10}}{1 - A_{11}}. \quad (4.3)$$



Фиг. 10

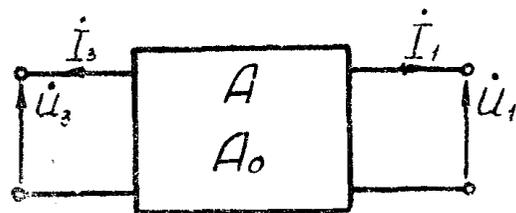
Обозначим

$$R = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1} \quad (4.4)$$



Фиг. 11

$$\mathcal{E} = \frac{A_{10}}{1 - A_{11}} \quad (4.5)$$



Фиг. 12

Тогда уравнению (4.3) соответствует схема, представленная на фиг. 13.

По схеме фиг. 11 обычными методами могут быть определены коэффициенты четырехполюсника:

$$A_{11} = - \left(\frac{r_5}{r_2} + 1 \right), \quad (4.6)$$

$$A_{12} = r_5, \quad (4.7)$$

$$A_{10} = U_0 \left(1 - \frac{r_5}{r_2} \right). \quad (4.8)$$

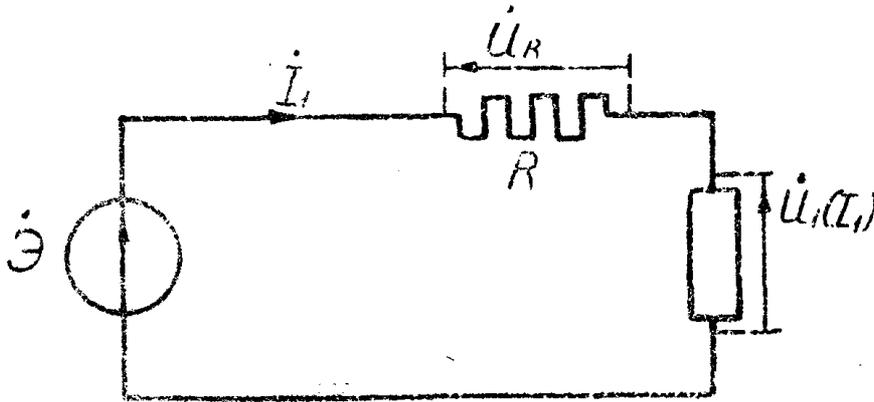
Для нашего примера

$$A_{11} = -2,054; \quad A_{12} = -222 \text{ ом}; \quad A_{10} = U_0 \cdot 2,054 \text{ в.}$$

Зная коэффициенты четырехполюсника, определяем численное значение R и $\mathcal{E}(I)$,

$$R = 72,8 \text{ ом}; \quad \mathcal{E}(I) = U_0(I) \cdot 0,673.$$

Дальнейший расчет сводится к рассмотрению схемы, изображенной на фиг. 13 с одним нелинейным элементом. По характеристикам $U_1(I_1)$ и

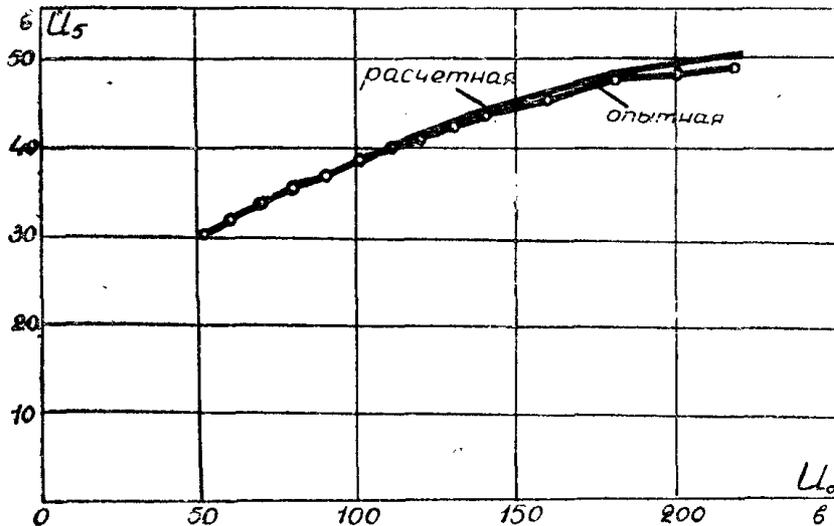


Фиг. 13

$U_R(I_1)$ строится зависимость $\mathcal{E}(I_1)$, зная которую, легко перейти к значениям $U_0(I)$.

Найдем зависимость между напряжением U_0 , приложенным к схеме, и U_5 —напряжением на диагонали моста. Из схемы на фиг. 11 следует, что

$$U_5(I_1) = U_0(I_1) - 2U_1(I_1). \quad (4.9)$$



Фиг. 14

На фиг. 14 представлены расчетная и экспериментальная характеристики стабилизатора.

При наличии в сложной электрической цепи двух неодинаковых нелинейных элементов расчетную схему всегда можно привести к виду (фиг. 15). Связь между напряжениями и токами нелинейных элементов 1 и 2 дается уравнениями активного четырехполюсника

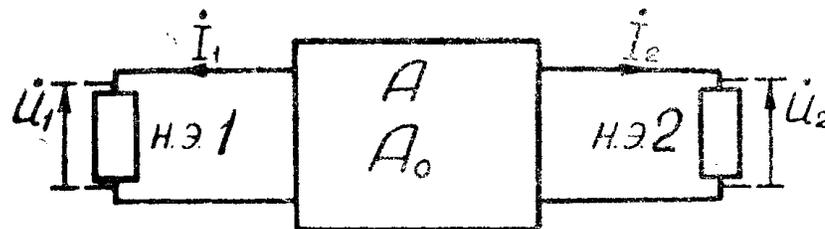
$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 + A_{10} \\ \dot{I}_1 &= A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 + A_{20} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

Расчет нелинейной мостовой схемы

№ п.п.	I_1	$U_1(I_1)$	$2U_1(I_1)$	$\vartheta(I_1)$	$U_0(I_1) = \frac{\vartheta(I_1)}{0,674}$	$U_3(I_1) = U_0(I_1) - 2U_1(I_1)$
	a	b	b	b	b	b
1	0,3	4	8	25	37,1	29,1
2	0,35	5	10	30	44,5	34,5
3	0,4	6	12	36	53,4	41,4
4	0,45	8	16	42	62,3	46,3
5	0,5	12,5	25	48	71,2	46,2
6	0,55	17	34	57	84,6	50,6
7	0,6	23	46	67	99,4	53,4
8	0,65	30	60	78	115,7	55,7
9	0,7	37	74	88	130,6	55,6
10	0,75	44	88	98	145,4	57,4
11	0,8	52	104	110	163,2	59,2

Обозначим через $U_1(I_1)$ и $\varphi_1(I)$ — вольтамперную и фазовоамперную характеристики элемента, включенного на входе четырехполюсника, а через $U_2(I_2)$ и $\varphi_2(I_2)$ — то же для элемента на выходе четырехполюсника.

Вектор \dot{I}_2 примем за основной, то есть положим $\dot{I}_2 = \dot{I}_2$.



Фиг. 15

Уравнения (4.10) теперь можно переписать в виде:

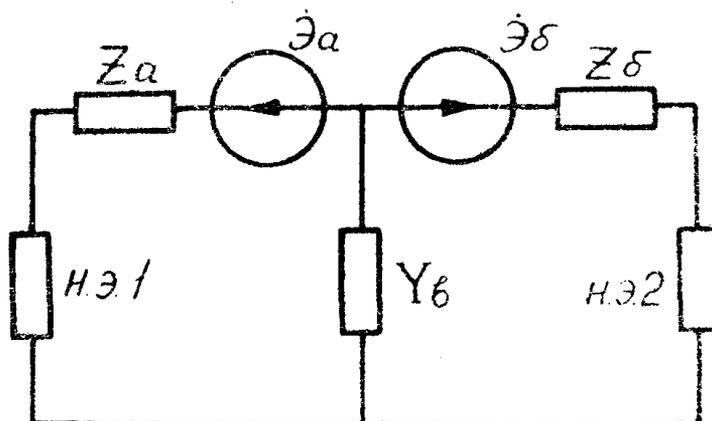
$$\left. \begin{aligned} U_1(I_1) \mid \alpha_1(I_2) &= A_{11} U_2(I_2) \mid \varphi_2(I_2) + A_{12} I_2 + A_{10} \\ I_1(I_2) \mid \beta_1(I_2) &= A_{21} U_2(I_2) \mid \varphi_2(I_2) + A_{22} I_2 + A_{20} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Эти уравнения позволяют построить вольт- и фазовоамперные характеристики на входе четырехполюсника методом попыток. Имея эти характеристики и $U_1(I_1)$ и $\varphi_1(I_1)$, находим действительные значения U_1 и φ_1 и затем остальные токи и напряжения.

Кроме рассмотренного, можно предложить также другой метод расчета сложных электрических цепей с двумя нелинейными элементами. Заданная схема заменяется активным четырехполюсником. Подсчитываются коэффициенты A_{jk} последнего. Активный четырехполюсник в свою очередь, как известно, может быть представлен Т-образной схемой замещения (фиг. 16), параметры которой

$$\left. \begin{aligned} Z_a &= \frac{A_{11} - 1}{A_{21}} \\ Z_b &= \frac{A_{22} - 1}{A_{21}} \\ Y_c &= A_{21} \\ \vartheta_a &= A_{10} - (Z_a - Z_b) A_{20} \\ \vartheta_b &= -Z_b A_{20} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Схему (фиг. 16) можно рассчитать методом попыток по зависимостям, приведенным в п. п. 1 и 2 для цепей, состоящих из последовательно и параллельно включенных нелинейных двухполюсников.



Фиг. 16

5. Заключение

Рассмотренный графоаналитический метод расчета электрических цепей с инерционными нелинейными элементами дает вполне удовлетворительные результаты для простых и разветвленных электрических цепей в случае, если наличие нелинейных элементов в электрической цепи не приводит к заметному нарушению синусоидальности рассматриваемых напряжений и токов цепи. Проведенные авторами исследования феррорезонансных контуров не дают приемлемого совпадения теоретического расчета с экспериментом. Для цепей с несколькими нелинейными элементами может быть предложен способ, рассмотренный в п. 4, только к решению потребуется привлечь теорию линейного многополюсника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронов Р. А. Графоаналитический метод построения характеристик нелинейных цепей переменного и постоянного токов, Труды ТЭМИИТа, вып. XVI, 1950.
2. Воронов Р. А., Пономарева Г. Ф. Круговые диаграммы при исследовании нелинейных цепей, Эл-во № 12, 1951.
3. Пухов Г. Е. К вопросу расчета электрической цепи с одним нелинейным элементом при установившемся синусоидальном режиме, Известия ТПИ, т. 72, 1952.
4. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем, Изд. АН СССР, 1951.