

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УЗЛА НАГРУЗКИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕКТРОПРИЕМНИКАМИ

Н.Н. Харлов

Томский политехнический университет

E-mail: rcr@tpu.ru

*Математическое моделирование качества электрической энергии, основанное на использовании метода гармонического баланса, требует применения соответствующих математических моделей узлов нагрузки, учитывающих их нелинейные и частотные свойства. Предложен подход к построению таких моделей, на основе имеющихся экспериментальных данных разработан алгоритм определения параметров моделей. Проведены расчеты применительно к одному из узлов нагрузки, обладающему такими свойствами.*

В задачах математического моделирования режимов электроэнергетических систем и сетей, как правило, рассматривают синусоидальные, симметричные режимы. Как результат, определяется лишь один из показателей качества электрической энергии (ПКЭ) – установившееся отклонение напряжения в узлах электрической сети. В ряде случаев, прежде всего при проектировании новых и реконструкции существующих узлов нагрузки, а также в эксплуатации возникает необходимость определения таких показателей качества, как коэффициенты  $n$ -ных гармонических составляющих и коэффициенты искажения синусоидальности кривых напряжения, коэффициенты несимметрии напряжения по обратной и по нулевой последовательности. Такая необходимость обусловлена наличием в составе нагрузочных узлов современных промышленных и коммунальных электрических сетей электроприемников с нелинейными вольтамперными характеристиками. Нелинейные свойства нагрузок проявляются также и в электрических сетях электроэнергетических систем. Существует устойчивая тенденция к увеличению доли нагрузок, обладающих данными свойствами.

Помимо электроприемников с нелинейными вольтамперными характеристиками в узле нагрузки всегда присутствуют элементы, обладающие линейными вольтамперными характеристиками, комплексные сопротивления которых зависят от частоты основной и высших гармонических составляющих напряжения – конденсаторные установки, трансформаторы и реакторы со своими индуктивностями рассеяния и пр. Таким образом, узлы нагрузки в большинстве случаев обладают одновременно нелинейными и частотными свойствами, при этом каждая из гармонических составляющих тока узла нагрузки определяется всеми гармоническими составляющими питающего напряжения. Изучение узлов нагрузки с этих позиций представляет практический интерес, прежде всего для целей расчета и прогнозирования показателей качества напряжения, определения вклада отдельных потребителей электрической энергии в их ухудшение, эквивалентирования нагрузок с нелинейными вольтамперными характеристиками и пр.

В этой связи следует отметить, что существующие математические модели нагрузок не обеспечивают учет несинусоидальности напряжения сети в

узле их подключения [1–3]. Это может приводить к получению неверных результатов, как показано, например, в [4]. В [5–7] разработаны методики расчета показателей качества напряжения, основанные на использовании метода гармонического баланса и свободные от указанных недостатков, но и они имеют ограниченное применение, поскольку в качестве нелинейного элемента узла нагрузки рассматривается только трехфазный мостовой преобразователь. Кроме того, данные методики предполагают наличие исчерпывающей информации о составе и режимах работы всех электроприемников, которая, как правило, в полном объеме отсутствует.

В настоящей статье предлагается один из подходов к построению математического описания узлов нагрузки, устанавливающего связи между мгновенными значениями напряжения на зажимах и мгновенными значениями тока нагрузки.

В основу положены принципы математического моделирования нелинейных систем [8].

### 1. Структурная схема и математическое описание нагрузки в форме нелинейной математической модели

Рассматриваемые узлы нагрузки в соответствии с существующей терминологией являются нелинейными инерционными элементами. Исследование таких объектов достаточно сложно. В теории нелинейных систем применяется расчетный прием в виде разделения нелинейного инерционного элемента на нелинейную неинерционную и линейную инерционную составляющие. При построении математического описания нелинейных нагрузок одна из фаз узла нагрузки представляется в виде элементарных нагрузок, нелинейные свойства которых учитываются нелинейными неинерционными блоками, а инерционные свойства – линейными инерционными блоками, рис. 1.

Трехфазная нагрузка может быть представлена совокупностью однофазных нагрузок, включенных на фазные и (или) линейные напряжения.

Нелинейные неинерционные блоки задаются аналитически степенной зависимостью:

$$\varphi_j(u(t)) = a_j u(t)^j,$$

где  $j$  – степень, численно равная номеру элементарной нагрузки;  $a_j$  – постоянный множитель;  $u(t)$  – фазное напряжение на зажимах.

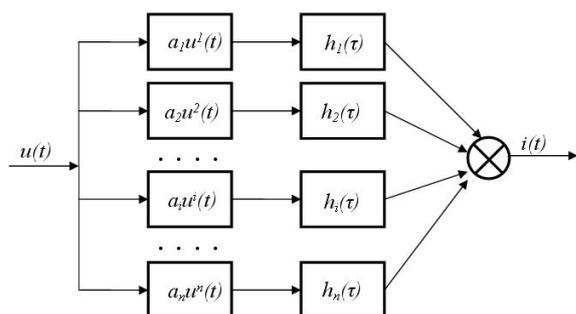


Рис. 1. Структурная схема узла нагрузки в однофазном варианте

Линейные инерционные блоки характеризуются импульсными переходными функциями  $h_j(\tau)$ .

В соответствии с приведенной структурной схемой ток элементарной нагрузки  $j$  определяется формулой:

$$i_j(t) = \int_0^t a_j u(\tau)^j h_j(t - \tau) d\tau.$$

В дальнейшем полагаем

$$\tilde{h}_j(t - \tau) = a_j h_j(t - \tau).$$

Ток нелинейной нагрузки определится как сумма токов элементарных нагрузок:

$$i(t) = \sum_{j=1}^n i_j(t) = \sum_{j=1}^n \int_0^t u(\tau)^j \tilde{h}_j(t - \tau) d\tau. \quad (1)$$

При условии  $i_j(0) = 0$ .

Далее линейные инерционные блоки представляются двухполосниками с частотными характеристиками

$$Z_j(i\omega) = \int_0^\infty \tilde{h}_j(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = z_j(\omega) e^{i\varphi_j(\omega)}.$$

В периодических режимах с частотой повторяемости процессов  $\omega_0 u(t)^j$  представляется рядом Фурье:

$$u(t)^j = U_{0j} + \sum_{k=1}^\infty U_{mkj}' \cos(k\omega_0 t) + U_{mkj}'' \sin(k\omega_0 t).$$

В этом случае ток элементарной нагрузки определится формулой:

$$i_j(t) = U_{0j} / z_{0j} + \sum_{k=1}^\infty U_{mkj}' \cos(k\omega_0 t - \varphi_{kj}) / z_{kj} + \sum_{k=1}^\infty U_{mkj}'' \sin(k\omega_0 t - \varphi_{kj}) / z_{kj}, \quad (2)$$

где  $z_{kj}$ ,  $\varphi_{kj}$  – модуль и фаза частотной характеристики  $j$ -ого двухполосника на частоте  $k$ -ой гармоники.

При наличии в питающей электрической сети периодических колебаний напряжения с периодом большим периода основной частоты, но кратным ему, в его спектре будут присутствовать и субгармонические составляющие с периодом больше периода основной частоты. В этом случае расчет следует проводить в пределах интервала повторяемости колебаний напряжения.

## 2. Идентификация (определение параметров) нелинейной математической модели узла нагрузки

Задачей идентификации параметров модели является определение импульсных переходных функций  $\tilde{h}(\tau)$  линейных блоков. Определение их может быть выполнено либо на основе имеющихся осциллограмм напряжений и токов в узле нагрузки, либо расчетным путем с использованием импульсных переходных функций типовых групп электроприемников, определенных ранее для существующих электроустановок. Поскольку второй путь базируется на первом, рассмотрим определение импульсных переходных функций по результатам измерений в действующих электроустановках. В процессе идентификации необходимо обеспечить наибольшую близость фактического тока  $\tilde{i}(t)$  и тока  $i(t, h_1(\tau), h_2(\tau), \dots, h_n(\tau))$ , определяемого с использованием математической модели (1). Критерием близости в данном случае служит минимум целевого функционала:

$$F = \int_0^T (i(t, \tilde{h}_1(\tau), \tilde{h}_2(\tau), \dots, \tilde{h}_n(\tau)) - \tilde{i}(t))^2 dt \rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $T$  – период повторяемости фазного напряжения и тока, на основе которых проводится идентификация.

Для получения значений  $\tilde{h}_j(\tau)$  используется способ так называемой параметрической идентификации, когда структура функции задается заранее, а ее параметры подлежат определению.

Одним из возможных способов является представление импульсной переходной функции  $\tilde{h}_j(\tau)$  для  $j$ -ой элементарной нагрузки функцией следующего вида:

$$\tilde{h}_j(\tau) = \delta(\tau) / R_j + U(\tau) / L_j + \delta'(\tau) C_j, \quad (4)$$

где  $U(\tau)$  и  $\delta(\tau)$  – единичная функция и единичная импульсная функция соответственно.

Данная импульсная переходная функция соответствует параллельно включенным  $R_j, L_j, C_j$ .

Задача идентификации параметров математической модели узла нагрузки в данном случае сводится к определению значений  $R_j, L_j, C_j$  для всех линейных инерционных блоков. Данная задача является задачей безусловной минимизации целевого функционала (3). Ограничения на знаки переменных не накладываются ввиду возможности проявления в нелинейных цепях как их положительных, так и отрицательных значений. Целевой функционал в данном случае является сепарабельным, что позволяет получить простые аналитические выражения для определения значений переменных, минимизирующих его значение вдоль каждой из координат.

Опыт проведения расчетов параметров моделей применительно к реальным узлам нагрузки показывает, что для получения приемлемой точности требуется достаточно большое количество шагов

минимизации (до 500), дающее в итоге достаточно хорошее совпадение моделируемого тока нагрузки с результатами измерения. В ходе многократного повторения циклов минимизации целевого функционала рассчитываются значения  $R_j^k, L_j^k, C_j^k$ , где индекс  $k$  относится к циклу минимизации, а индекс  $j$  – к элементарной нагрузке.

### 3. Алгоритм определения параметров нелинейной математической модели

Ниже описан алгоритм, являющийся алгоритмом безусловной по координатной минимизации целевого функционала (3). Расчет необходимо проводить в относительных единицах (во избежание переполнения разрядной сетки компьютера), принимая за базисные максимальные по абсолютной величине значения  $u(t)$  и  $i(t)$  на интервале повторяемости процессов  $T$ .

Алгоритм представляет собой многоэтапную процедуру минимизации, количество этапов которой определяется стремлением получить требуемую точность в определении параметров математической модели.

На  $k$ -ом этапе расчета производятся вычисления параметров линейных блоков, обеспечивающих минимизацию целевого функционала (3). Для  $j$ -ого блока параметры определяются в приведенном ниже порядке формулами:

$$R_j^k = \int_0^T u(t)^{2j} dt / \int_0^T u(t)^j i_{k-1,n}^{\prime\prime}(t) dt, \quad (5)$$

$$i_{k,j}^{\prime}(t) = i_{k-1,n}^{\prime\prime}(t) - u(t)^j / R_j^k, \\ L_j^k = \int_0^T \left( \int_0^t u^j(x) dx \right)^2 dt / \int_0^T \left( i_{k,j}^{\prime}(t) \int_0^t u^j(x) dx \right) dt, \quad (6)$$

$$i_{k,j}^{\prime\prime}(t) = i_{k,j}^{\prime}(t) - \int_0^t u(x)^j dx / L_j^k, \\ C_j^k = \int_0^T \left( \frac{du^j(x)}{dx} \right)_{x=t} i_{k,j}^{\prime\prime}(t) dt / \left( \int_0^T \left( \frac{du^j(x)}{dx} \right)^2 dt \right), \quad (7) \\ i_{k,j}^{\prime\prime\prime}(t) = i_{k,j}^{\prime\prime}(t) - C_j^k d(u^j(t)) / dt.$$

Расчет проводится для значений от  $j=1$  до  $n$ .

На первом этапе расчета значение  $i_{k-1,n}^{\prime\prime}(t)$  принимается равным  $\bar{i}(t)$ .

По достижении значения целевого функционала, соответствующего требуемой точности, процесс минимизации заканчивается и определяются значения  $R_j, L_j, C_j$  из выражений:

$$1/R_j = \sum_{k=1}^m 1/R_j^k, \\ 1/L_j = \sum_{k=1}^m 1/L_j^k, \quad (8) \\ C_j = \sum_{k=1}^m C_j^k.$$

Здесь  $m$  – количество циклов минимизации.

### 4. Переход от нелинейной модели к эквивалентной линейной параметрической модели

Определенные в соответствии с п.п. 2, 3 значения импульсных переходных функций  $\tilde{h}_j(\tau)$  позволяют произвести переход к эквивалентной линейной модели узла нагрузки, представленной также в виде элементарных нагрузок, нелинейные и инерционные свойства которых моделируются введением линейных инерционных блоков с изменяющимися во времени параметрами, и характеризуемых импульсными переходными функциями  $\tilde{h}_j(t, \tau)$ , рис. 2. Для определения  $\tilde{h}_j(t, \tau)$  воспользуемся условиями:

$$R_j(t) = u(t) / (R_j * u(t)^j),$$

$$L_j(t) = \int u(t) dt / (L_j * \int u(t)^j dt),$$

$$C_j(t) = (du(t) / dt) / (C_j * du(t)^j / dt),$$

и далее определяется значение  $\tilde{h}_j(t, \tau)$ :

$$\tilde{h}_j(t, \tau) = \delta(\tau) / R_j(t) + U(\tau) / L_j(t) + \delta'(\tau) C_j(t).$$

Импульсная переходная функция нагрузки определяется как сумма импульсных переходных функций элементарных нагрузок:

$$\tilde{h}(t, \tau) = \sum_{j=1}^n \tilde{h}_j(t, \tau).$$

Ток нагрузки в этом случае определится по формуле

$$i(t) = \sum_{j=1}^n i_j(t) = \sum_{j=1}^n \int_0^t u(\tau) \tilde{h}_j(t, \tau) d\tau = \\ = \int_0^t u(\tau) \sum_{j=1}^n \tilde{h}_j(t, \tau) d\tau = \int_0^t u(\tau) \tilde{h}(t, \tau) d\tau.$$

### 5. Определение параметров математической модели одного из узлов нагрузки

Ниже приводятся результаты определения параметров математической модели однофазной нагрузки, содержащей в своем составе значительную долю люминесцентных ламп и микропроцессорной техники. Измерения, выполненные с помощью анализатора качества электрической энергии типа AR-5, позволили определить спектральный состав напряжения и тока (рис. 2, 3), а также их временные диаграммы. В ходе определения параметров математической модели нагрузки количество элементарных нагрузок  $n$  принято равным 50. Количество  $m$  этапов минимизации целевого функционала (3) составило 100. На рис. 4 показано изменение целевого функционала в ходе его минимизации. Процесс минимизации уверенно сходится, хотя с увеличением желаемой точности получаемых результатов объем вычислений значительно возрастает. На рис. 5–7 приведены значения параметров, полученные в ходе минимизации (3) по формулам (5–8). На рис. 8 показана зависимость тока нагрузки во времени, полученная с использованием (1). Экспериментальная и восстановленная

зависимости тока достаточно хорошо согласуются даже при условии ограниченности учета составляющих  $\tilde{h}_j(\tau)$  входящих в выражение (3).

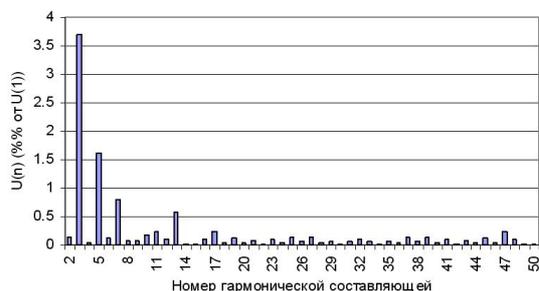


Рис. 2. Гармонический состав питающего напряжения

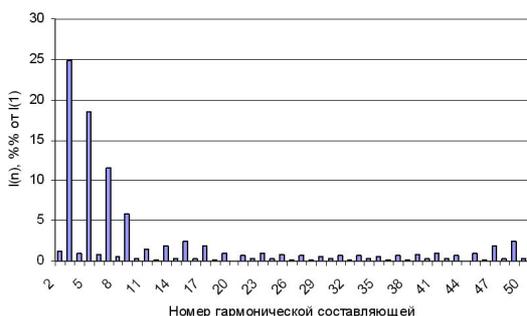


Рис. 3. Гармонический состав тока нагрузки

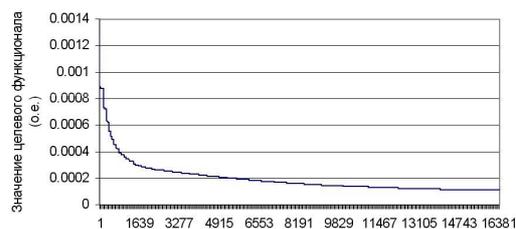


Рис. 4. Изменение целевого функционала в процессе определения параметров математической модели

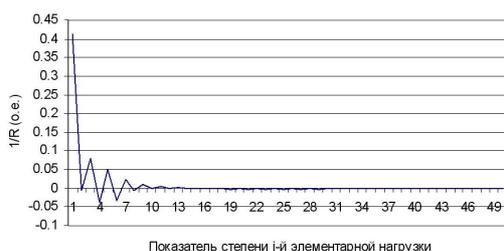


Рис. 5. Значения величины  $1/R_j$ , полученные в результате минимизации целевого функционала



Рис. 6. Значения величины  $1/L_j$ , полученные в результате минимизации целевого функционала

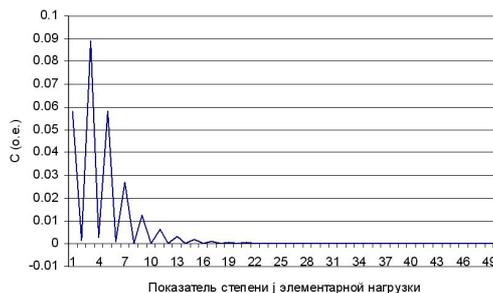


Рис. 7. Значения величины  $C_j$ , полученные в результате минимизации целевого функционала

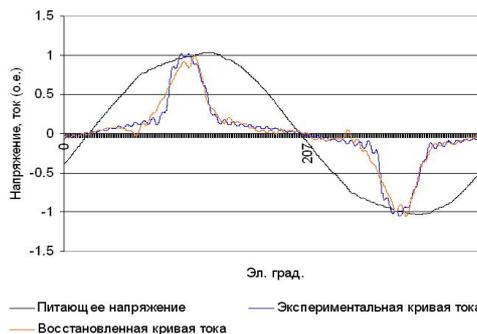


Рис. 8. Питающее напряжение, экспериментальная и восстановленная временные диаграммы тока

## 6. Использование полученных математических моделей для расчетов установившихся режимов электрических систем и сетей

При расчетах уровня несинусоидальности электрической сети на первом этапе в качестве начального приближения задаются узловые напряжения  $u(t)_0^{(0)}$  (например, номинальные синусоидальные). По (1, 2) определяется гармонический состав токов узлов нагрузки сети. Полученные значения гармонических составляющих токов используются для уточнения спектрального состава напряжений в узлах сети  $u(t)_{(1)}$  путем расчета установившегося несинусоидального режима обычными методами и вновь рассчитывается гармонический состав токов. Уточнения продолжают до выполнения принятого критерия сходимости итерационного процесса.

### Выводы

1. Узлы нагрузки, обладающие нелинейными и частотными свойствами, могут быть представлены в виде математических моделей двух типов: нелинейными (непараметрическими) и линейными (параметрическими). Используемые в данных моделях выражения импульсных переходных функций — элементарны, что позволяет значительно упростить дальнейшие выкладки и расчеты, в которых возникает необходимость использования полученного математического описания нагрузок.
2. Полученное математическое описание нагрузок позволяет определять токи нагрузки для целей расчета установившихся режимов и показателей

качества электрической энергии в питающей электрической сети. Модель обеспечивает учет искажения питающего напряжения в узле нагрузки, а в случае необходимости и периодические колебания напряжения и может применяться при определении показателей качества электрической энергии с использованием метода гармонического баланса.

3. Разработан алгоритм определения параметров математической модели узла нагрузки по результатам измерения спектрального состава напряжений и токов. Алгоритм основан на использовании метода покоординатной минимизации целевого функционала и дает возмож-

ность определять параметры линейных инерционных блоков структурной схемы. Работоспособность предложенного подхода к математическому моделированию и определению параметров математической модели узла нагрузки проиллюстрирована на примере реальной нагрузки, содержащей в своем составе значительное количество люминесцентных ламп и микропроцессорной техники. Полученные результаты подтверждают его эффективность и перспективность применения с целью дальнейшего развития методов и алгоритмов моделирования показателей качества электрической энергии на основе метода гармонического баланса.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко И.В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 184 с.
2. Черепанов В.В. Расчеты несинусоидальных и несимметричных режимов систем электроснабжения промышленных предприятий. – Горький, ГТУ. 1989. – 95 с.
3. Гармоники в электрических системах / Пер. с англ. Дж. Аррилага, Д. Брэдли, П. Боджер. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.: ил.
4. Харлов Н.Н., Лир Л.В. О влиянии питающей сети на гармонический состав токов мощных статических преобразователей // Известия вузов. Энергетика. – 1987. – № 2. – С. 35–37.
5. Харлов Н.Н. Методика совместного расчета установившихся режимов систем электроснабжения и преобразователей: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1985. – 22 с.
6. Левченко В.В. Расчет установившихся режимов в системах переменного тока сложной структуры, содержащих мощные преобразователи. Преобразовательные устройства и системы возбуждения синхронных машин. – Л.: Наука, 1973. – С. 18–22.
7. Кучумов Л.А., Харлов Н.Н., Картасиди Н.Ю., Пахомов А.В., Кузнецов А.А. Использование метода гармонического баланса для расчета несинусоидальных и несимметричных режимов в системах электроснабжения // Электричество. – 1999. – № 12. – С. 10–22.
8. Попков Ю.С., Киселев О.Н., Петров Н.П., Шмульян Б.Л. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. – М.: Энергия, 1976. – 440 с.: ил.

УДК 621.311.1

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ УСТОЙЧИВОГО Н-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

С.А. Бурдинский, В.К. Кистенев, А.С. Торопов

Красноярский государственный технический университет

E-mail: Andrej\_tr@mail.ru

*Показана возможность прогнозирования электропотребления крупных электроэнергетических систем с помощью метода рангового анализа.*

Существующие методы прогнозирования электрических нагрузок формализуют расчеты на основе классических представлений электротехники и методах математической статистики. Но расчет электрических нагрузок, опирающийся только на классический аппарат, не может обеспечить достаточную точность при прогнозировании процессов в современных условиях в крупных электроэнергетических системах.

Электрическое хозяйство крупного предприятия является системой нового типа, для которой характерно, что ее свойства не вытекают из совокупности свойств отдельных элементов ее образующих. В биологии, например, системы такого типа и порядка сложности определяются как ценозы.

Исследование ценоза – это исследование целого конкретного объекта, предполагающее движение от целого к части при изучении очень сложных вероятностных систем.

Научно-технический прогресс достиг степени развития, когда видовое разнообразие выпускаемых изделий соизмеримо с видовым разнообразием в природе. Законы формирования технических систем из отдельных изделий схожи с законами формирования биосистем из отдельных особей. Законы развития и поведения биологических и технических систем имеют общность, поэтому представляется возможным и необходимым описать законы функционирования и развития сложных технических систем, основываясь на ценологическом подходе к