

РАСЧЕТ ПОЛЯ ИНДУКЦИИ МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИММЕТРИЕЙ

Ю. А. ШЕР

В статье изложен предлагаемый автором приближенный метод расчета электромагнитного поля многопроводной линии, содержащей разнородные (цветные и стальные) провода.

Расчет распадается на 2 этапа:

- а) расчет токов в проводах при любом числе цветных и стальных проводов и произвольном включении генератора в провода;
- б) расчет поля в зоне индукции.

Метод может быть непосредственно использован в двух практически важных вопросах:

1. При расчете напряженности поля пучка проводов (индуктивная связь с движущимся поездом).

2. При определении влияния высокочастотных каналов линий электропередач на линии связи. В этом случае могут быть учтены не только токи в медных проводах, но и токи в стальных тросах.

Поскольку для в. ч. каналов используются частоты порядка сотен *кГц*, в формулах (9) необходимо брать выражения функции *J*, соответствующие именно этим частотам.

Явление распространения волн в линиях связи сложнее, чем в линиях электропередач; поэтому применение метода иллюстрируется на примерах индуктивной связи с движущимся поездом.

1. Теоретическая часть

Распространение волн в пучке проводов

Процесс распространения волн вдоль многопроводной линии описывается следующей системой уравнений:

$$-\frac{d}{dz} \|U\| = \|Z\| \cdot \|I\|; \quad -\frac{d}{dz} \|I\| = \|Y\| \cdot \|U\|; \quad (1)$$

где

$$\|U\| = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix}; \quad \|I\| = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix}; \quad \|Z\| = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix};$$

$$\|Y\| = \begin{bmatrix} Y_{11} & (-Y_{12}) & \dots & (-Y_{1n}) \\ (-Y_{21}) & Y_{22} & \dots & (-Y_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-Y_{n1}) & (-Y_{n2}) & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix};$$

U_i —напряжение между i -м проводом и землей;

I_i — ток в i — м проводе; Z_{ii} и Z_{ik} — полные собственное и взаимное сопротивления соответственно; Y_{ii} и Y_{ik} — полные собственная и взаимная проводимости соответственно.

При большом числе проводов в пучке количественные зависимости точной теории, базирующиеся на уравнениях (1), практически непригодны для инженерных расчетов.

Так, например, уже при вычислении частичных емкостей двадцати проводов пришлось бы вычислять определители 20-го порядка, причем общее число этих вычислений — 210 (190 вычислений взаимных и 20 — собственных частичных емкостей). Поэтому при большом числе проводов собственные и взаимные потенциальные коэффициенты обычно усредняются, что приводит к простым расчетным формулам емкости.

Предположение о равенстве собственных и взаимных потенциальных коэффициентов означает замену реального пучка проводов многопроводной линии с пространственной симметрией. Как показали эксперименты, проведенные автором статьи, при определении напряженности поля пучка проводов, затухания волн и других факторов индуктивной связи усреднение параметров вполне допустимо, а теория многопроводной линии с пространственной симметрией может быть использована для приближенного описания процесса распространения волн в пучке проводов при индуктивной связи.

Собственные сопротивления медных и стальных проводов резко различны при высоких частотах, что необходимо учитывать.

Усреднение параметров проводов упрощает систему (1):

$$\|Z\| = \left\| \begin{array}{c} Z_c Z \dots Z Z \\ Z Z_c \dots Z Z \\ \dots \dots \dots \\ Z Z \dots Z_M Z \\ Z Z \dots Z Z_M \end{array} \right\|_{\substack{n \\ m+n}}; \quad \|Y\| = \left\| \begin{array}{c} Y_s (-Y) \dots (-Y) (-Y) \\ (-Y) Y_s \dots (-Y) (-Y) \\ \dots \dots \dots \\ (-Y) (-Y) \dots Y_s (-Y) \\ (-Y) (-Y) \dots (-Y) Y_s \end{array} \right\|_{\substack{m+n}}; \quad (2)$$

где „ n “ — число стальных, а „ m “ — число медных проводов в пучке; Z_c и Z_M — полные собственные сопротивления стальных и медных проводов соответственно; Z — взаимное сопротивление между любыми двумя проводами; Y_s и Y — собственная и взаимная проводимости соответственно.

Система (1) при упрощениях (2) имеет решение (3) [1].

Для стальных проводов:

$$U_i = P_{ci} e^{-k_1 z} + P'_{ci} e^{k_1 z} + P_{c2} e^{-k_2 z} + P'_{c2} e^{k_2 z} + P_{ic} e^{-k_c z} + P'_{ic} e^{k_c z}, \quad (3)$$

$$I_i = Q_{ci} e^{-k_1 z} + Q'_{ci} e^{k_1 z} + Q_{c2} e^{-k_2 z} + Q'_{c2} e^{k_2 z} + Q_{ic} e^{-k_c z} + Q'_{ic} e^{k_c z},$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Для медных:

$$U_i = P_{M1} \cdot e^{-k_1 z} + P'_{M1} \cdot e^{k_1 z} + P_{M2} \cdot e^{-k_2 z} + P'_{M2} \cdot e^{k_2 z} + P_{iM} \cdot e^{-k_m z} + P'_{iM} \cdot e^{k_m z}$$

$$I_i = Q_{M1} e^{-k_1 z} + Q'_{M1} e^{k_1 z} + Q_{M2} e^{-k_2 z} + Q'_{M2} e^{k_2 z} + Q_{iM} e^{-k_m z} + Q'_{iM} e^{k_m z},$$

$$i = (n+1), (n+2) \dots (n+m),$$

где U_i и I_i — напряжение и ток в i — м проводе; P и P' — напряжения падающей и отраженной волн в начале линии; Q и Q' — токи падающей и отраженной волн в начале линии.

Из двух индексов, стоящих при коэффициентах P и Q , первый указывает, к каким проводам, а второй — к какой волне относится данный коэффициент.

Далее, k_1 ; k_2 ; k_c и k_M — коэффициенты распространения независимых волн.

$$\begin{aligned} k_c &= \sqrt{\gamma_{Sc} - \gamma_c}, \\ k_M &= \sqrt{\gamma_{SM} - \gamma_M}; \\ k_{1,2}^2 &= \frac{k_c^2 + k_M^2 + n\gamma_c + m\gamma_M}{2} \pm \\ &\pm \sqrt{\left(\frac{k_c^2 - k_M^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{k_c^2 - k_M^2}{2}\right)(n\gamma_c - m\gamma_M) + \left(\frac{n\gamma_c + m\gamma_M}{2}\right)^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_{Sc} &= Z_c \cdot Y_S - (m + n - 1)ZY; \\ \gamma_c &= -Z_c \cdot Y + ZY_S - (m + n - 2)ZY; \\ \gamma_{SM} &= Z_M \cdot Y_S - (m + n - 1)ZY; \\ \gamma_M &= -Z_M \cdot Y + ZY_S - (m + n - 2)ZY. \end{aligned}$$

Математический анализ показывает [1], что в многопроводной линии с пространственной симметрией, содержащей две группы проводов (стальные и цветные), возможно существование следующих независимых волн:

а) $(m-1)$ волн с одинаковой постоянной распространения k_M . Эти волны распространяются исключительно в цветных проводах. Сумма токов во всех проводах равна нулю, в связи с чем эти волны являются межпроводными, и токи через землю не протекают;

б) $(n-1)$ волн с одинаковой постоянной распространения k_c . Эти волны распространяются только в стальных проводах и также являются межпроводными;

в) две волны с разными постоянными распространения k_1 и k_2 . Эти волны распространяются во всех проводах пучка. Напряжения и токи каждой из них равны между собой во всех цветных и всех стальных проводах. Для каждой из этих волн имеют место соотношения:

$$\frac{P_{M1}}{P_{c1}} = \eta_1; \quad \frac{P_{M2}}{P_{c2}} = \eta_2; \quad \frac{Q_{M1}}{Q_{c1}} = \eta'_1; \quad \frac{Q_{M2}}{Q_{c2}} = \eta'_2, \quad (5)$$

где:

P_{M1} и P_{M2} — напряжения на цветных проводах первой и второй волн соответственно;

P_{c1} и P_{c2} — напряжения на стальных проводах 1-й и 2-й волн соответственно;

Q_{M1} и Q_{M2} — токи в цветных проводах 1-й и 2-й волн соответственно;

Q_{c1} и Q_{c2} — то же в стальных проводах.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\gamma_M}{\gamma_c} \cdot \frac{(k_c^2 - k_1^2)}{(k_M^2 - k_1^2)}; & \eta'_1 &= \frac{k_c^2 - k_1^2}{k_M^2 - k_1^2}; \\ \eta_2 &= \frac{\gamma_M}{\gamma_c} \cdot \frac{(k_c^2 - k_2^2)}{(k_M^2 - k_2^2)}; & \eta'_2 &= \frac{k_c^2 - k_2^2}{k_M^2 - k_2^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициенты P и Q определяются из условий в начале линии.

$$\begin{aligned}
 P_{c1} &= \frac{\frac{\eta_2}{n} \sum_{i=1}^n U_i(0) - \frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} U_i(0)}{2(\eta_2 - \eta_1)} + W_{c1} \frac{\frac{\eta'_2}{n} \sum_{i=1}^n I_i(0) - \frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} I_i(0)}{2(\eta'_2 - \eta'_1)}; \\
 P_{c2} &= \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} U_i(0) - \frac{\eta_1}{n} \sum_{i=1}^n U_i(0)}{2(\eta_2 - \eta_1)} + W_{c2} \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} I_i(0) - \frac{\eta'_1}{n} \sum_{i=1}^n I_i(0)}{2(\eta'_2 - \eta'_1)}; \\
 P_{ic} &= \frac{1}{2} \left[U_i(0) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i(0) \right] + \frac{1}{2} W_{cc} \left[I_i(0) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i(0) \right]; \\
 P_{kM} &= \frac{1}{2} \left[U_i(0) - \frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} U_i(0) \right] + \frac{1}{2} W_{MM} \left[I_i(0) - \frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} I_i(0) \right]; \\
 (i=1, 2 \dots n.) \quad k &= (n+1), (n+2) \dots (n+m).
 \end{aligned} \tag{7}$$

Токи напряжения связаны выражениями:

$$\begin{aligned}
 W_{c1} &= \frac{P_{c1}}{Q_{c1}}; \quad W_{c2} = \frac{P_{c2}}{Q_{c2}}; \quad W_{cc} = \frac{P_{ic}}{Q_{ic}}; \\
 W_{M1} &= \frac{P_{M1}}{Q_{M1}}; \quad W_{M2} = \frac{P_{M2}}{Q_{M2}}; \quad W_{MM} = \frac{P_{iM}}{Q_{iM}}; \\
 W_{cc} &= \frac{Z_c - Z}{k_c}; \quad W_{MM} = \frac{Z_M - Z}{k_M}; \\
 W_{M1} &= \left[Z_M + (m-1)Z + \frac{nZ}{\eta'_1} \right] \frac{1}{k_1}; \quad W_{c1} = \frac{\eta'_1}{\eta_1} \cdot W_{M1}; \\
 W_{c2} &= [Z_c + (n-1)Z + \eta'_2 m z] \cdot \frac{1}{k_2}; \quad W_{M2} = \frac{\eta'_2}{\eta_2} \cdot W_{c2}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В выражениях (7) и (8) обозначено:

$U_i(0)$ и $I_i(0)$ — напряжение и ток в i -м проводе в начале линии (эти величины предполагаются известными).

P_{ic} и Q_{ic} — напряжение и ток волны k_c в i -м проводе;

P_{kM} и Q_{kM} — напряжение и ток волны k_M в k -м проводе;

P_{c1} и Q_{c1} — напряжение и ток волны k_1 в каждом из стальных проводов (P_{c2} и Q_{c2} — то же для волны k_2);

P_{M1} и Q_{M1} — напряжение и ток волны k_1 в каждом из цветных проводов (P_{M2} и Q_{M2} — то же для волны k_2).

Поле системы „провод—земля“

Эксперименты показывают, что характер изменения электрического поля системы „провод—земля“ при частотах порядка 2,5 мГц достаточно

точно описывается формулами (9) для интервальных расстояний — вплоть до 70 м от пучка проводов.

$$\begin{aligned} E_x &= -j \frac{2kI}{\omega} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \ln \frac{\rho''}{\rho'}; \quad \left(\frac{\delta}{M} \right), \\ E_y &= -j \frac{2kI}{\omega} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{\rho''}{\rho'}; \quad \left(\frac{\delta}{M} \right), \\ E_z &= -j 2\omega \cdot I \cdot 10^{-7} \left[\left(1 + \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \right) \ln \frac{\rho''}{\rho'} + J \right]; \quad \left(\frac{\delta}{M} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

В этих формулах: $I = I_m(0) e^{j\omega t \pm kz}$; $k = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$; E_x, E_y, E_z — составляющие напряженности электрического поля в точке M ; I — полный ток в проводе; k — постоянная распространения волны в проводе; ω — угловая частота тока; c — скорость света в пустоте. Смысл ρ' и ρ'' виден из фиг. 1. J — функция, зависящая от координат точки и свойств земли.

$$J = 2(A - jB);$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cos \Theta}{\sqrt{2} \cdot p} - \frac{\cos 3\Theta}{\sqrt{2} \cdot p^3} + \dots \\ B &= \frac{\cos \Theta}{\sqrt{2} \cdot p} - \frac{\cos 2\Theta}{p^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos 3\Theta}{p^3} + \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$p = \sqrt{4\pi \cdot \omega \cdot \sigma_{(сгсМ)} \cdot \rho''_{(сМ)}},$$

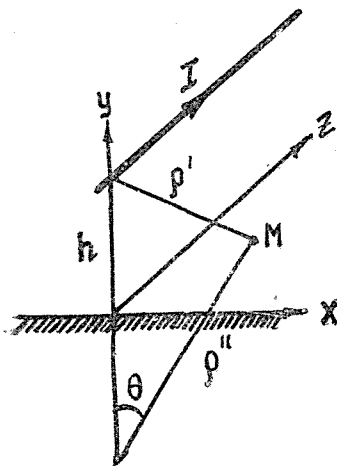
σ — удельная проводимость земли в единицах абсолютной электромагнитной системы.

Составляющие напряженности магнитного поля могут быть получены непосредственно из уравнения:

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H}.$$

Выражения (9) могут служить для расчета поля пучка проводов, если токи в проводах известны.

Используя формулы (9), легко показать, что поле многопроводной линии с равными по модулю и фазе токами в проводах сводится к полю однопроводной линии, находящейся на средней высоте и несущей суммарный ток.



Фиг. 1

2. Расчетные формулы

Затухание волн

Используя обычные для высоких частот допущения:

- 1) $G \ll j\omega C$,
- 2) $L_a \gg L_i$ и др.,

из точных выражений раздела 1 можно получить в результате ряда преобразований приводимые ниже расчетные формулы.

Затухание межпроводной волны k_M в цветных проводах

$$b_M \cong \frac{R_M + R_S - R_m}{120(\xi_S - \xi_m)} \quad (11)$$

Затухание межпроводной волны k_c в стальных проводах

$$b_c \cong \frac{R_c}{120(\xi_S - \xi_m)} \quad (12)$$

Затухание волн k_1 и k_2

$$b_{1,2} \cong \frac{1}{2} b_{\psi} \pm \sqrt{b_c \cdot b_{2\psi} + b_S^2} \quad (13)$$

В этих формулах:

R_M — километрическое сопротивление цветного провода с учетом поверхностного эффекта; R_c — то же стального провода; R_S — среднее добавочное сопротивление, зависящее от свойств земли. При $f = 2,5$ мГц R_S равно:

$$R_S \cong \frac{4 \omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2} \cdot p} \left(\frac{\text{ом}}{\text{км}} \right); \quad p = 2 h_{(cm)} \cdot \sqrt{4 \pi \epsilon \omega} \quad (14)$$

R_m — среднее добавочное взаимное сопротивление. При большом числе проводов вычисление этой величины требует большой затраты труда. В результате R_m оказывается для разных профилей линий связи примерно на $(7 \div 10\%)$ менее величины R_S . Можно принять

$$R_m \cong (0,9 \div 0,92) \cdot R_S \quad (15)$$

а

$$b_m \cong \frac{R_M + 0,08 \cdot R_S}{120(\xi_S - \xi_m)}$$

Далее

$$\begin{aligned} \xi_S &= \ln \frac{2 h_{\text{средн}}}{a_{\text{средн}}} & \text{или} & \quad \xi_S = \frac{\alpha_S}{18 \cdot 10^6}, \\ \xi_m &= \ln \frac{\rho''_{\text{средн}}}{\rho'_{\text{средн}}} & \text{или} & \quad \xi_m = \frac{\alpha}{18 \cdot 10^6}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $h_{\text{средн}}$ — средняя для всего пучка высота подвеса проводов; $a_{\text{средн}}$ — средний для всего пучка радиус проводов; α_S — средняя для всего пучка величина собственного потенциального коэффициента; α — средняя величина взаимного потенциального коэффициента.

В формулах также обозначено:

$$\begin{aligned} b_m &\cong \frac{R_m}{120 \xi_m}; \\ \psi_n &= 1 - nS & b_{\psi} &= b_c \cdot \psi_n + b_m \cdot \psi_S, \\ \psi_{2n} &= 1 - 2nS & b_{2\psi} &= b_c \cdot \psi_{2n} + b_m \cdot \psi_{2S}, \\ \psi_S &= (m + n) \cdot S & b_S &= b_m \cdot \psi_S - S \cdot n \cdot b_c; \\ \psi_{2S} &= (n - m) 2 \cdot S \\ S &= \frac{1}{\frac{\xi_S}{\xi_m} + m + n - 1}, \end{aligned} \quad (17)$$

где m и n — число цветных и стальных проводов соответственно.

Коэффициенты фазы

Пренебрежение внутренней индуктивностью проводов приводит к равенству фазовых коэффициентов, а следовательно, к выводу об одинаковой скорости распространения всех волн. Взаимодействие волн, обладающих разными скоростями распространения, является причиной волнообразного изменения токов и напряжений вдоль линии; однако это обстоятельство играет второстепенную роль, и в первом приближении допущение о равенстве фазовых коэффициентов может быть принято:

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_M = \tau_c = \tau_0 = \frac{\omega}{c},$$

где c — скорость света в воздухе.

Отношение токов волн k_1 и k_2 в цветных и стальных проводах.

При расчетах можно брать приближенно:

$$k^2 = (b + j\tau_0)^2 \cong j2\tau_0 b - \tau_0^2. \quad (18)$$

Тогда из выражений (6) получим расчетные формулы:

$$\eta'_{11} = \frac{Q_{M1}}{Q_{c1}} \cong \frac{b_c - b_1}{b_M - b_1}; \quad (19)$$

$$\eta'_{12} = \frac{Q_{M2}}{Q_{c2}} \cong \frac{b_c - b_2}{b_M - b_2}. \quad (20)$$

Расчетные формулы волновых сопротивлений

Получаем из выражений (8):

$$W_{MM} \cong 60(\xi_s - \xi); \quad (21)$$

$$W_{M1} \cong 60 \left[\xi_s + \left(m - 1 - \frac{n}{\eta'_{11}} \right) \xi \right]. \quad (22)$$

Токи каждой волны в начале линии

Выражения (7) и (8) можно упростить и привести к расчетным формулам.

Поскольку затухание каждой из волн на реальных участках индуктивной связи превышает 1,5 *неп*, можно считать многопроводную линию бесконечно длинной. Тогда $P' = 0$ и $Q' = 0$. Получаем

$$Q_{c1} = \frac{1}{\eta'_{12} - \eta'_{11}} \left[\frac{\eta'_{12}}{n} \sum_{i=1}^n I_i(0) - \frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} I_i(0) \right]; \quad (23)$$

$$Q_{c2} = \frac{1}{\eta'_{12} - \eta'_{11}} \cdot \left[\frac{1}{m} \sum_{i=n+1}^{n+m} I_i(0) - \frac{\eta'_{11}}{n} \sum_{i=1}^n I_i(0) \right].$$

где $I_i(0)$ — полный ток в стальных и цветных проводах в начале линии.

Далее расчеты и физический смысл показывают, что коэффициенты γ_1' и γ_2' резко различны по величине. Если волна k_1 обладает малым затуханием, то основная часть энергии сосредоточена в цветных проводах и отношение токов, выражаемое коэффициентом γ_1' , велико. Наоборот, для волны k_2 , обладающей большим затуханием, это отношение (γ_2') меньше единицы. Следовательно,

$$\gamma_1' \gg 1; \quad \gamma_2' < 1. \quad (24)$$

Если передатчик подключен к цветным проводам, то средний ток в цветных проводах много больше средней величины тока в стальных проводах, помноженной на малый коэффициент $\gamma_2' < 1$.

$$\frac{\gamma_2'}{n} \sum_{i=1}^n I_i(0) \ll \frac{1}{m} \sum_{n+1}^{n+m} I_i(0). \quad (25)$$

Учитывая выражения (24), (25), а также пренебрегая величиной Q_{m2} , получаем расчетные формулы:

$$Q_{m1} \cong \frac{1}{m} \sum_{n+1}^{n+m} I_i(0), \quad Q_{c1} = \frac{Q_{m1}}{\gamma_1'}, \quad (26)$$

$$Q_{km} \cong I_k(0) - Q_{m1}.$$

Волны k_c и k_2 распространяются с затуханием свыше $1,0 \frac{\text{неп}}{\text{км}}$ и уже на расстояниях более $5-6 \text{ км}$ поле обуславливается только токами волн k_1 и k_m . Поэтому можно ограничиться вычислением последних.

Таким образом, для расчета поля на расстояниях свыше $5-6 \text{ км}$ от передатчика в 1 приближении достаточно учесть данные измерений токов только в цветных проводах.

Формулы напряженности поля

Формулы (9) упрощаются, если учесть, что

$$k = b + j\tau_0 \cong j\tau_0; \quad \frac{k}{\omega} \cong \frac{j\tau_0}{\omega} = \frac{j}{c}; \quad \left(\frac{kc}{\omega}\right)^2 \cong -1.$$

Из трех составляющих E_x , E_y и E_z — основную роль в процессе приема играет вертикальная составляющая E_y . По ее величине целесообразно вести расчет дальности связи.

Для расстояний свыше $10-15 \text{ м}$ от пучка имеем:

$$\frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{\rho''}{\rho'} = \frac{2h(x^2 + h^2 - y^2)}{[x^2 + (h+y)^2] \cdot [x^2 + (h-y)^2]}.$$

При $(h+y)^2 \ll x^2$ получаем приближенное выражение:

$$\frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{\rho''}{\rho'} \cong \frac{2h}{x^2}.$$

Окончательно

$$E_y \cong 60 \cdot I \frac{2h}{\lambda^2} \left(\frac{\sigma}{\text{м}}\right); \quad E_z \cong j 2 \omega I \cdot 10^{-7} \cdot J \left(\frac{\sigma}{\text{м}}\right), \quad (27)$$

где x, y — координаты точки в метрах; h — высота подвеса провода в метрах; I — величина тока в амперах.

Если поле ΔE_y создается парой равных по величине и противоположно направленных токов, можно использовать приближенные формулы:

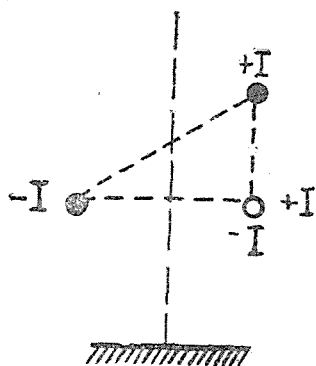
а) при вертикальном расположении токов (проводов)

$$\Delta E_y \cong 120 \cdot I \cdot \frac{2 d_{\text{верт}}}{x^2} \cdot \left(\frac{v}{m} \right), \quad (27')$$

б) при горизонтальном расположении токов

$$\Delta E_y \cong 120 \cdot I \cdot \frac{2 h \cdot 2 d_{\text{гориз}}}{x^3} \left(\frac{v}{m} \right), \quad (27'')$$

в) наклонное расположение токов заменяется двумя парами: горизонтальной и вертикальной.

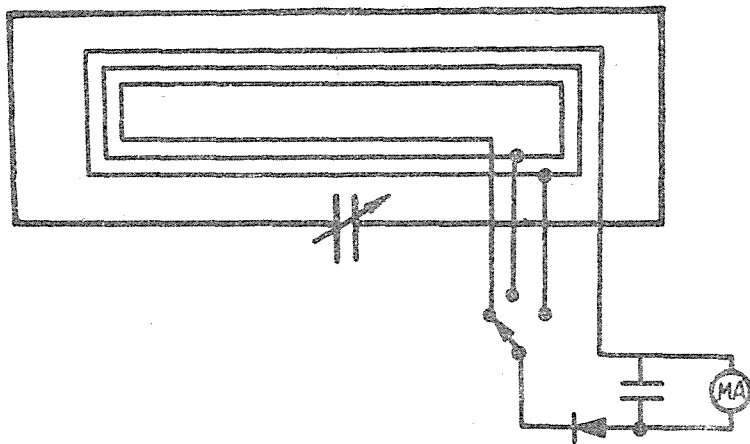


Фиг. 2

3. Измерение токов в начале линии

Для измерения токов в проводах без разрыва цепи целесообразно использовать методы, применяемые при измерении тока в антеннах и фидерах. В качестве примера возможной конструкции приведен прибор, изготовленный на кафедре транспортной связи ТЭМИИТа под руководством доц. Р. М. Шевчука (фиг. 3).

Основная рамка длиной в 30 см и шириной в 3—4 см замкнута на конденсатор переменной емкости — для настройки в резонанс на частоту измеряемого тока. Включенный через рамку связи чувствительный микроамперметр с высокочастотным купроксным выпрямителем градуируется



Фиг. 3

в миллиамперах по термомиллиамперметрам. Если подвесить прибор на провод, то, при фиксированной частоте, э. д. с. и токи в рамках пропорциональны измеряемому току в проводе.

Изменение пределов измерений производится путем переключения купроксного выпрямителя. Детали размещены на текстолитовой пластинке.

Примеры расчетов

Пример 1. Имеется многопроводная линия (фиг. 4), состоящая из 14 стальных проводов диаметром 5 мм и двух медных диаметром в 4 мм, расположенных на крюках. Средняя высота подвеса для всего пучка—5 м. Проводимость почвы $50 \cdot 10^{-14}$ электромагнитных единиц. Частота генератора 2,39 мГц.

Расчет затухания волн

1. Полное внутреннее сопротивление с учетом поверхностного эффекта находим по формуле:

$$R + j\omega L_i = R_0 \frac{x_0(1+j)}{2\sqrt{2}}, \quad (28)$$

где

$$x_0 = a \sqrt{\omega \mu \sigma}, \quad j = \sqrt{-1},$$

$\mu = \mu_0 \mu'$ — магнитная проницаемость металла провода; a — его радиус; σ — проводимость металла; R_0 — сопротивление постоянному току; L_i — внутренняя индуктивность.

Получаем для медного провода $R_m + j\omega L_{im} \cong \cong 34(1+j) \frac{\text{ом}}{\text{км}}$ и для стального провода $R_c + j\omega L_{ic} \cong \cong 875 (1+j) \frac{\text{ом}}{\text{км}}$.

Относительная магнитная проницаемость стали принята $\mu' = 100$.

2. Вычисляем среднее добавочное сопротивление R_s

$$p = 2h \sqrt{4\pi\omega\sigma} = 2 \cdot 500 \sqrt{4\pi \cdot 1,5 \cdot 10^7 \cdot 50 \cdot 10^{-14}} \cong 9,7$$

для провода, находящегося на средней высоте $h = 5$ м.

$$R_s \cong \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2} \cdot p} = \frac{4 \cdot 1,5 \cdot 10^7 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2} \cdot 9,7} \cong 440 \frac{\text{ом}}{\text{км}}.$$

3. Вместо вычисления средней для всего пучка величины $\xi_s = \ln \frac{2h}{a}$ находим ее для среднего провода, считая его стальным:

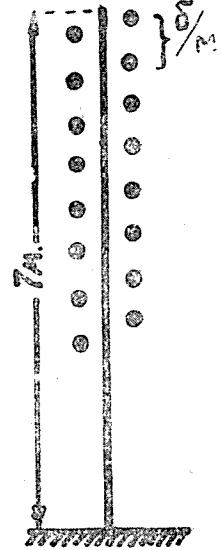
$$\xi_s = \ln \frac{10^4}{2,5} = 8,3.$$

4. Для вычисления средней величины $\xi_m = \ln \frac{\rho''}{\rho'}$ проще всего поступить следующим образом: делим пучок на две равные части, каждую из них заменяем средним по высоте проводом. В данном случае воображаемые провода находятся на высоте шести и четырех метров.

$$\xi_m = \ln \frac{6+4}{6-4} = 1,6.$$

5. Находим величину километрического затухания межпроводных волн в медных проводах

$$b_m \cong \frac{R_m + 0,08 R_s}{120(\xi_s - \xi_m)} = \frac{34 + 35}{120(8,3 - 1,6)} = \frac{69}{805} \cong 86 \frac{\text{м. неп.}}{\text{км}}.$$



Фиг. 4

6. Величина километического затухания межпроводных волн в стальных проводах:

$$b_c \cong \frac{R_c}{120(\xi_s - \xi_m)} = \frac{875}{805} \cong 1,1 \frac{\text{неп}}{\text{км}}.$$

7. Далее вычисляем вспомогательные величины:

$$R_m = 0,92 \cdot 440 \cong 410 \frac{\text{ом}}{\text{км}}; \quad b_m = \frac{R_m}{120 \xi_m} = \frac{440}{120 \cdot 1,6} \cong 2,14 \frac{\text{неп}}{\text{км}}.$$

$$s = \frac{1}{\frac{\xi_s}{\xi_m} + m + n - 1} = \frac{1}{\frac{8,3}{1,6} + 2 + 14 - 1} \cong 0,05.$$

$$\psi_n = 1 - ns = 1 - 14 \cdot 0,05 = 0,3,$$

$$\psi_{2n} = 1 - 2n \cdot s = -0,4,$$

$$\psi_s = (n + m) \cdot s = (14 + 2) \cdot 0,05 = 0,8,$$

$$\psi_{2s} = (n - m) \cdot 2s = 12 \cdot 0,1 = 1,2,$$

$$b_\psi = b_c \psi_n + b_m \psi_s = 1,1 \cdot 0,3 + 2,14 \cdot 0,8 = 2,05,$$

$$b_{2\psi} = b_c \psi_{2n} + b_m \cdot \psi_{2s} = 1,1(-0,4) + 2,14 \cdot 1,2 = 2,15,$$

$$b_s = b_m \psi_s - sn \cdot b_c = 2,14 \cdot 0,8 - 0,05 \cdot 14 \cdot 1,1 = 1,68 - 0,77 = 0,95.$$

8. Определяем затухание волн k_1 и k_2

$$b_{1,2} \cong \frac{1}{2} b_\psi \mp \frac{1}{2} \sqrt{b_c b_{2\psi} + b_s^2} = \frac{1}{2} \cdot 2,05 \mp \sqrt{1,1 \cdot 2,15 + 0,95^2};$$

$$b_1 = 1,025 - 0,89 = 0,135 \frac{\text{неп}}{\text{км}}; \quad b_2 = 1,02 + 0,89 \cong 1,9 \frac{\text{неп}}{\text{км}}.$$

9. Соотношение токов в цветных и стальных проводах:

$$\eta_{11}' = \frac{b_c - b_1}{b_m - b_1} = \frac{1,1 - 0,135}{0,085 - 0,135} = -\frac{0,965}{0,05} = -19$$

10. Допустим, передатчик включен в фантомную цепь „два цветных провода—земля“. Измерение токов в цветных проводах (за пределами территории станции) дало:

$$I_1(0) = 30 \text{ ма}, \quad I_2(0) = 30 \text{ ма}.$$

Ток волны k_1 в каждом из цветных проводов:

$$Q_{\text{м1}} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^{n+m} I_k(0) = \frac{30 + 30}{2} = 30 \text{ ма},$$

а в каждом из стальных:

$$Q_{\text{ст}} = \frac{Q_{\text{м1}}}{\eta_{11}'} = \frac{30}{-19} = -1,5 \text{ ма}.$$

Токи волны k_m в цветных проводах:

$$Q_{1m} = I_1(0) - Q_{m1} = 30 - 30 = 0,$$

$$Q_{2m} = I_2(0) - Q_{m1} = 30 - 30 = 0.$$

Эквивалентный ток цветных проводов $I_{эм} = 2 \cdot 30 = 60$ ма расположен на средней высоте 6,7 м. Эквивалентный ток стальных

$$I_{эс} = \frac{-30.14}{19} \cong -22 \text{ ма}$$

расположен на средней для стальных проводов высоте 5 м.

11. Находим токи в любой точке линии. Например, участок в 30 км вносит затухание $30.0,135 = 4,05$ неп, что соответствует уменьшению токов в $e^{4,05} = 58 \cong 60$ раз,

$$I'_{эм} \cong \frac{60 \text{ ма}}{60} = 1 \text{ ма}, \quad I'_{эс} = \frac{-22 \text{ ма}}{60} = -0,37 \text{ ма}.$$

12. Вычисляем вертикальную составляющую поля на расстояниях от пучка свыше 15 м. Например, на расстоянии 30 м имеем от токов цветных проводов:

$$E_{ym} = \frac{60 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 6,7}{30^2} \cong 890 \frac{\text{мкв}}{\text{м}},$$

от токов стальных проводов:

$$E_{yc} = -\frac{60 \cdot 0,37 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 5}{30^2} \cong -250 \frac{\text{мкв}}{\text{м}}.$$

Результирующее поле $890 - 250 = 640 \frac{\text{мкв}}{\text{м}}.$

13. Напряжение на каждом из цветных проводов

$$W_{m1} \cong 60 \left[\xi_s + \left(m - 1 + \frac{n}{\eta_1} \right) \xi \right] =$$

$$= 60 \left[8,3 + \left(1 + \frac{14}{(-19)} \right) 1,6 \right] \cong 60 \cdot 8,7 = 523 \text{ ом},$$

$$P_{m1} = W_{m1} \cdot Q_{m1} = 523 \text{ ом} \cdot 0,5 \text{ ма} \cong 260 \text{ мвт}.$$

14. Если ввести понятие переходного затухания „пучок-антенна“, определив его логарифмом отношения напряжения на возбуждаемых проводах к э.д.с. в антенне, то для антенны с действующей высотой в 1 м найдем:

$$g = \ln \frac{U_{лин}}{E_{ант}} \cong \ln \frac{260}{0,64} = 6 \text{ неп}.$$

Если учесть влияние массы паровоза ориентировочным коэффициентом, равным 0,5, то получим:

$$g = \ln \frac{260}{0,64 \cdot 0,5} = 6,7 \text{ неп}.$$

Пример 2. Многопроводная линия с расположением проводов на крюках (см. фиг. 5) содержит 22 стальных провода диаметром в 5 мм и 4 биметаллических диаметром в 4 мм. Частота передатчика 2100 кГц. Проводимость почвы $50 \cdot 10^{-14}$ электромагнитных единиц.

1. Внутреннее сопротивление (при $\rho' = 100$) стальных проводов

$$R_c + j\omega L_{ic} = 850(1 + j) \frac{\text{ом}}{\text{км}};$$

цветных проводов

$$R_m + j\omega L_{im} \cong 32(1 + j) \frac{\text{ом}}{\text{км}}.$$

2. Вспомогательный параметр p при средней высоте $h = 5$ м,

$$p = 2h \sqrt{4\pi\omega\sigma} = 10^3 \cdot 2\pi \sqrt{2f\sigma} = 2\pi \cdot 10^3 \sqrt{2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-13}} \cong 9.$$

Добавочное сопротивление R_s :

$$R_s \cong \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2} \cdot p} = \frac{5,3 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2} \cdot 9} = 420 \text{ ом}.$$

3. Для среднего провода на высоте 5 м находим ξ_s .

$$\xi_s = \ln \frac{2h}{a} = \ln \frac{10^4}{2,5} = 8,3.$$

4. Величину ξ_m для каждой опоры вычисляем тем же путем, что и в предыдущем примере $\xi'_m = 1,65$.

Среднюю величину ξ''_m для проводов, расположенных на разных опорах, вычисляем приближенно для двух центральных проводов каждой опоры:

$$\xi''_m \cong \ln \frac{\sqrt{10^2 + 2^2}}{2} = \ln \frac{10,2}{2} = 1,63.$$

Средняя для всего пучка величина

$$\xi_m = \frac{\xi'_m + \xi''_m}{2} = 1,64.$$

5. Затухание межпроводных волн в цветных проводах

$$b_m \cong \frac{R_m + 0,08 R_s}{120 \cdot (\xi_s - \xi_m)} = \frac{32 + 34}{120 \cdot (8,3 - 1,64)} = \frac{66}{790} \cong 84 \frac{\text{м неп}}{\text{км}}.$$

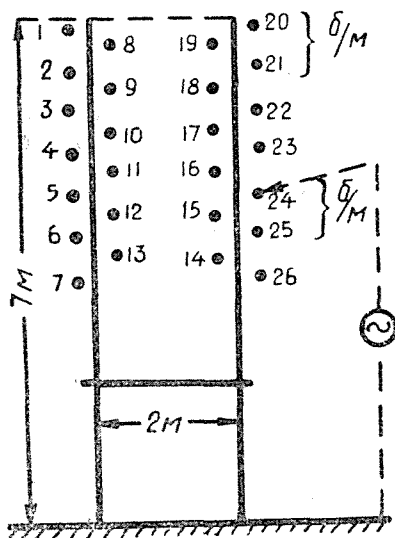
6. Затухание межпроводных волн в стальных проводах

$$b_c = \frac{R_c}{120 (\xi_s - \xi_m)} = \frac{850}{790} = 1,08 \cong 1,1 \frac{\text{неп}}{\text{км}}.$$

7. Вычисляем вспомогательные величины

$$R_m = 0,92 \cdot R_s = 0,92 \cdot 420 = 386 \frac{\text{ом}}{\text{км}},$$

$$b_m = \frac{R_m}{120 \xi_m} = \frac{386}{120 \cdot 1,64} = 1,95 \frac{\text{неп}}{\text{км}}.$$



Фиг. 5

$$s = \frac{1}{\frac{8,3}{1,64} + 22 + 4 - 1} = 0,033, \quad ns = 0,725, \quad ms = 0,132.$$

$$\psi_n = 1 - ns = 1 - 0,725 = 0,275; \quad \psi_{2n} = 1 - 2ns = 1 - 1,45 = -0,45.$$

$$\psi_s = (m + n) \cdot s = 0,86; \quad \psi_{2s} = (n - m) 2s = (22 - 4) \cdot 0,066 = 1,19.$$

$$b_{\psi} = b_c \psi_n + b_m \psi_s = 1,1 \cdot 0,275 + 1,95 \cdot 0,86 = 1,98.$$

$$b_{\psi_{2\psi}} = b_c \psi_{2n} + b_m \psi_{2s} = 1,1(-0,45) + 1,95 \cdot 1,19 = 1,825.$$

$$b_s = 1,95 \cdot 0,86 - 0,725 \cdot 1,1 = 0,88.$$

8. Затухание волн k_1 и k_2 .

$$b_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot 1,98 \mp \sqrt{1,1 \cdot 1,82 + 0,88^2} = 0,99 \mp 0,835,$$

$$b_1 = 0,155 \frac{\text{нел}}{\text{км}}. \quad b_2 = 1,825 \frac{\text{нел}}{\text{км}}.$$

9. Соотношение токов в цветных и стальных проводах

$$\eta'_{11} = \frac{b_c - b_1}{b_m - b_1} = \frac{1,1 - 0,155}{0,084 - 0,155} = \frac{0,945}{-0,071} = -13,3.$$

10. Пусть передатчик включен в провод № 24. Данные измерений токов в цветных проводах:

$$I_{24}(0) = 100 \text{ ма},$$

$$I_{25}(0) = 40 \text{ ма},$$

$$I_{20}(0) = 20 \text{ ма},$$

$$I_{21}(0) = 20 \text{ ма}.$$

Ток волны k_1 в каждом цветном проводе

$$Q_{m1} = \frac{1}{m} \Sigma I_m(0) = \frac{1}{4} (100 - 40 - 20 - 20) = 5 \text{ ма}.$$

Ток этой же волны в каждом стальном проводе

$$Q_{c1} = \frac{Q_{m1}}{\eta'_{11}} = \frac{5}{-13,3} \cong -0,38 \text{ ма}.$$

Эквивалентный ток волны k_1 в цветных проводах $4,5 = 20 \text{ ма}$ расположен на средней для этих проводов высоте

$$\frac{1}{4} (7,0 + 6,4 + 4,0 + 4,6) = 5,5 \text{ м}.$$

Эквивалентный ток волны k_1 в стальных проводах $-22,038 \cong -8,4 \text{ ма}$ расположен приблизительно на той же высоте.

Токи межпроводных волн k_m в цветных проводах:

$$Q_{25} = I_{25}(0) - Q_{m1} = -40 - 5 = -45 \text{ ма},$$

$$Q_{20} = I_{20}(0) - Q_{m1} = -20 - 5 = -25 \text{ ма},$$

$$Q_{21} = I_{21}(0) - Q_{m1} = -20 - 5 = -25 \text{ ма},$$

$$Q_{24} = I_{24}(0) - Q_{m1} = 100 - 5 = 95 \text{ ма}.$$

11. Найдем поле токов волны k_1 в начале линии. Эквивалентные токи $+20$ ма и $-8,4$ ма расположены по горизонтали ($h \cong 5,5$ м). Пара равных по величине и противоположно направленных токов $\pm 8,4$ ма создает поле, убывающее в соответствии с формулой (27^{II}), обратно пропорционально кубу расстояния. Поэтому на расстояниях свыше 10—15 м этим полем можно пренебречь. Поле земляной волны составит при токе $20-8,4=11,6$ ма на расстоянии 20 м от пучка:

$$E_{y_1} \cong \frac{60 \cdot I \cdot 2h}{x^2} = \frac{60 \cdot 11,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 5,5}{400} = 19 \frac{\text{мв}}{\text{м}}.$$

12. Далее вычислим поле токов межпроводных волн k_m в начале линии. Межпроводная волна ± 45 ма с расстоянием между токами $2d=0,6$ м создает поле:

$$\Delta E'_{ym} \cong \frac{120 \cdot I \cdot 2d}{x^2} = \frac{120 \cdot 45 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6}{400} = 8,1 \frac{\text{мв}}{\text{м}}.$$

Два равных тока в проводах № 20 и 21 можно заменить эквивалентным 2. $(-25) = -50$ ма, расположенным на высоте $\frac{1}{2}(4,0+4,6)=4,3$ м, после чего поле междупроводной волны ± 50 ма с расстоянием между токами $2d=2,7$ м найдем по формуле (27^I):

$$\Delta E''_{ym} \cong \frac{120 \cdot 50 \cdot 10^{-3} (-2,7)}{400} = -40,5 \frac{\text{мв}}{\text{м}}.$$

Ток (-50) ма, текущий в проводах № 20 и 21, расположен выше тока $+50$ ма, текущего в проводе № 24. Поскольку на рассматриваемых расстояниях (более 10—15 м от пучка) поле верхнего провода сильнее, чем нижнего, результирующая величина $\Delta E''_y$ оказывается отрицательной.

Суммарное поле волны k_m составляет

$$-40,5 + 8,1 = -32,4 \frac{\text{мв}}{\text{м}}, \text{ а поле волны } k_1 \text{ составляет } 19 \frac{\text{мв}}{\text{м}}.$$

13. На расстоянии 30 км от места включения передатчика поле волн k_m будет иметь величину:

$$-32,4 e^{-0,084 \cdot 30} \cong -2,6 \frac{\text{мв}}{\text{м}},$$

а поле волны k_1

$$19 \cdot e^{-0,155 \cdot 30} \cong 0,19 \frac{\text{мв}}{\text{м}},$$

итого

$$-2,6 + 0,2 = -2,4 \frac{\text{мв}}{\text{м}}.$$

Изложенный выше метод расчета дает несколько завышенные данные, так как он не учитывает влияния ряда факторов: а) отражения волн в местах неоднородности; б) ответвлений и влияния посторонних многопроводных линий; в) излучения при частотах 2—3 мГц.

Важно учитывать влияние массы паровоза, искажающей в значительной мере электрическое поле в местах расположения антенн. Это можно сделать введением поправочного коэффициента, определенного экспериментальным путем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шер. Ю. А. Теория многопроводной линии с пространственной симметрией. Изв. ТПИ, том 72, 1952.