

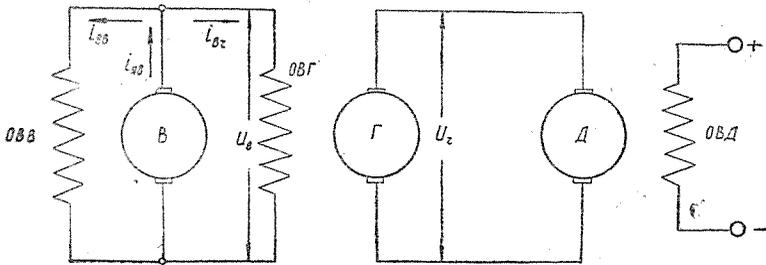
О КОЛЕБАНИЯХ В ВОЗБУДИТЕЛЕ СИСТЕМЫ „ГЕНЕРАТОР—ДВИГАТЕЛЬ“

Л. И. ГАНДЖА и С. С. КРОПАНИН

(Представлено научным семинаром электромеханического факультета)

В практике электрического привода большое распространение имеет система „генератор-двигатель“ при различных вариантах питания обмотки возбуждения генератора, в том числе и от возбуждителя параллельного возбуждения (фиг. 1).

Известно, что при такой схеме питания обмотки возбуждения генератора возможны незатухающие колебания тока возбуждения генератора $i_{гг}$, тока возбуждения $i_{вв}$, тока якоря $i_{яв}$, электродвижущей силы e_g и напряжения U_g возбуждителя.

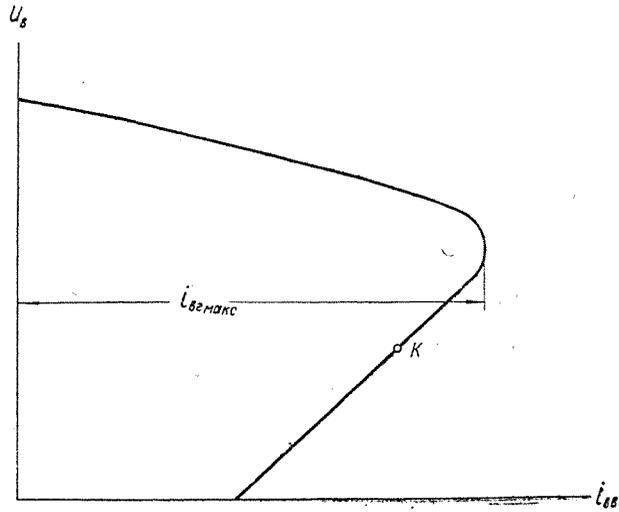


Фиг. 1.

Эти колебания в линейной трактовке изучались М. В. Шулейкиным [1,2], который дал элементарное объяснение причин их возникновения. В [3] показано, что эти колебания возникают за счет накопленной энергии в магнитном поле возбуждения генератора при токе $i_{гг \text{ макс}}$, соответствующем максимальному току нагрузки возбуждителя по его внешней характеристике (фиг. 2), если эта энергия достаточно велика для того, чтобы изменить направление тока возбуждения и, таким образом, изменить полярность напряжения на щетках возбуждителя. Следствием этого является изменение направления тока $i_{гг}$ возбуждения генератора, изменение полярности напряжения U_2 на его щетках и, в конечном счете, изменение знака скорости n двигателя Д.

В последующем эти процессы повторяются, что приводит к периодическим колебаниям скорости двигателя, сопровождающихся реверсом.

Очевидно, что эти колебания могут быть использованы для устройства реверсивного привода, реверс которого может осуществляться без применения соответствующей аппаратуры. Не вдаваясь в подробное изучение вопроса о критерии возникновения колебаний, рассмотрим их характер, исходя из факта наличия этих колебаний в заданной нелинейной системе возбуждителя (фиг. 1).



Фиг. 2.

Колебания при $L_{вв} = 0$, $L_{яв} = 0$, $L_{вг} \neq 0$

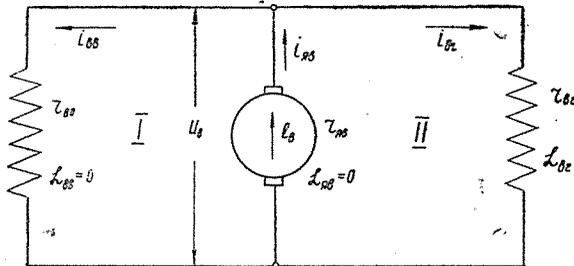
Поскольку энергия магнитного поля генератора $\frac{L_{вг} \cdot i_{вг\max}^2}{2}$ должна быть достаточно большой для того, чтобы вызвать колебания в системе, естественно в первом приближении предположить, что индуктивность цепи обмотки возбуждения генератора достаточно велика по сравнению с индуктивностями цепей обмотки возбуждения возбудителя и обмотки якоря возбудителя. Допуская эту идеализацию, полагаем (фиг. 3).

$$L_{вг} \neq 0, L_{вв} = 0, L_{яв} = 0,$$

где:

$L_{вг}$ — коэффициент самоиндукции цепи обмотки возбуждения генератора,
 $L_{вв}$ — то же обмотки возбуждения возбудителя и]
 $L_{яв}$ — то же обмотки якоря возбудителя.

Далее везде предполагается постоянство $L_{вг}$, $L_{вв}$ и $L_{яв}$.



Фиг. 3.

Система (фиг. 3) состоит из двух контуров, связь которых осуществляется посредством цепи якоря возбудителя. Таким образом, она является системой с двумя степенями свободы, если за независимые переменные принять токи $i_{вв}$ и $i_{вг}$.

Имея в виду, что э.д.с. возбудителя e_{δ} является нелинейной функцией тока возбуждения $i_{вв}$, которая представляется кривой намагничивания,

обозначая эту функцию через $e_{\beta} = \varphi(i_{\beta\beta})$ и исходя из допущенной выше идеализации, опишем систему (фиг. 3) следующими уравнениями:

$$\varphi(i_{\beta\beta}) = r_{\gamma\beta} \cdot i_{\gamma\beta} + r_{\beta\beta} \cdot i_{\beta\beta}, \quad (1)$$

$$\varphi(i_{\beta\beta}) = r_{\gamma\beta} \cdot i_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} \cdot i_{\beta 2} + L_{\beta 2} \frac{di_{\beta 2}}{dt}, \quad (2)$$

$$i_{\gamma\beta} = i_{\beta\beta} + i_{\beta 2}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1) и (2), получим:

$$\varphi(i_{\beta\beta}) = (r_{\gamma\beta} + r_{\beta\beta})i_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta} \cdot i_{\beta 2}, \quad (4)$$

$$\varphi(i_{\beta\beta}) = r_{\gamma\beta} \cdot i_{\beta\beta} + (r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2})i_{\beta 2} + L_{\beta 2} \frac{di_{\beta 2}}{dt}, \quad (5)$$

откуда из (4) имеем:

$$i_{\beta\beta} = \frac{\varphi(i_{\beta\beta}) - r_{\gamma\beta} i_{\beta 2}}{r_{\gamma\beta} + r_{\beta\beta}}, \quad (6)$$

$$i_{\beta 2} = \frac{\varphi(i_{\beta\beta}) - (r_{\gamma\beta} + r_{\beta\beta})i_{\beta\beta}}{r_{\gamma\beta}}. \quad (7)$$

Подставляя (6) в (5) и разрешая последнее относительно $\frac{di_{\beta 2}}{dt}$, получим окончательно:

$$\frac{di_{\beta 2}}{dt} = \frac{r_{\beta\beta} \cdot \varphi(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} \cdot r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} \cdot r_{\gamma\beta} + r_{\beta\beta} \cdot r_{\beta 2})i_{\beta 2}}{(r_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta})L_{\beta 2}}. \quad (8)$$

Подставляя (7) в (5) и решая последнее относительно $\frac{di_{\beta\beta}}{dt}$, получим:

$$\frac{di_{\beta\beta}}{dt} = \frac{r_{\beta 2} \cdot \varphi(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} \cdot r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} \cdot r_{\gamma\beta} + r_{\beta\beta} \cdot r_{\beta 2}) \cdot i_{\beta\beta}}{[\varphi'(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta})] L_{\beta 2}}. \quad (9)$$

Дифференцируя (3) по времени, имеем:

$$\frac{di_{\gamma\beta}}{dt} = \frac{di_{\beta\beta}}{dt} + \frac{di_{\beta 2}}{dt}, \quad (10)$$

а подставляя (8) и (9) в (10) и опуская промежуточные вычисления, получим окончательно:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{\gamma\beta}}{dt} &= \frac{A-B}{(r_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta})[\varphi'(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta})]L_{\beta 2}}, \\ \text{где: } A &= [\varphi'(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta})][r_{\beta\beta} \cdot \varphi(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} r_{\beta\beta})i_{\beta 2}] \\ B &= (r_{\beta\beta} + r_{\gamma\beta})[r_{\beta 2} \varphi(i_{\beta\beta}) - (r_{\beta\beta} \cdot r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} \cdot r_{\gamma\beta} + r_{\beta 2} \cdot r_{\beta\beta})i_{\beta\beta}]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Значение производной (11) может быть легко выражено через $i_{\gamma\beta}$; в самом деле, из (1)

$$i_{\beta\beta} = \frac{\varphi(i_{\beta\beta}) - r_{\gamma\beta} \cdot i_{\gamma\beta}}{r_{\beta\beta}}, \quad (12)$$

а дифференцируя (12) по времени и разрешая все относительно $\frac{di_{\beta\beta}}{dt}$, имеем

$$\frac{di_{\beta\beta}}{dt} = \frac{r_{\gamma\beta}}{\varphi'(i_{\beta\beta}) - r_{\beta\beta}} \frac{di_{\gamma\beta}}{dt}. \quad (13)$$

Определяя далее $i_{\delta z}$ из (3) и подставляя его значение в (2), получим:

$$\varphi(i_{\delta\delta}) = r_{яв} \cdot i_{яв} + r_{\delta z}(i_{яв} + i_{\delta\delta}) + L_{\delta z} \frac{d(i_{яв} - i_{\delta\delta})}{dt}. \quad (14)$$

Подставляя, наконец, (12) и (13) в (14) и разрешая все относительно $\frac{di_{яв}}{dt}$, получим окончательно:

$$\frac{di_{яв}}{dt} = \frac{[(r_{\delta\delta} + r_{\delta z}) \cdot \varphi(i_{\delta\delta}) - (r_{\delta\delta} \cdot r_{яв} + r_{\delta z} \cdot r_{яв} + r_{\delta\delta} \cdot r_{\delta z}) i_{яв}] [\varphi'(i_{\delta\delta}) - r_{\delta\delta}]}{r_{\delta\delta} \cdot L_{\delta z} [\varphi'(i_{\delta\delta}) - (r_{\delta\delta} + r_{яв})]}. \quad (15)$$

Анализ уравнения (8) показывает, что при конечных значениях тока производная $\frac{di_{\delta z}}{dt}$ не может принимать значений, равных бесконечности, так

как знаменатель в (8) не обращается в нуль. Отсюда следует, что в процессе колебаний ток в обмотке возбуждения генератора не может изменяться мгновенно, „скачком“, т. е. колебания тока могут быть только непрерывными, и для него не может быть „разрывных“ колебаний. Физически невозможность изменения $i_{\delta z}$ „скачком“ вытекает из того обстоятельства, что мы учли индуктивность цепи обмотки возбуждения генератора, положив $L_{\delta z} \neq 0$; следовательно, в каждый момент времени магнитное поле генератора запасает энергию, равную

$$A = \frac{L_{\delta z} \cdot i_{\delta z}^2}{2},$$

а последняя во времени не может измениться мгновенно, так как в противном случае

$$\frac{dA}{dt} = \text{мощность} = \infty,$$

т. е. система должна развивать бесконечно большую мощность.

Анализируя (9) и (15), приходим к выводу, что как $\frac{di_{\delta\delta}}{dt}$, так и $\frac{q_e}{at}$

обращаются в бесконечность при условии

$$\varphi'(i_{\delta\delta}) - (r_{\delta\delta} + r_{яв}) = 0; \quad (16)$$

поэтому, когда система удовлетворяет условию (16), как $i_{\delta\delta}$ так и $i_{яв}$ могут измениться „скачком“; таким образом, для токов $i_{\delta\delta}$ и $i_{яв}$ непрерывные колебания невозможны, а возможны только „разрывные“ колебания. Представление о разрывных колебаниях для $i_{\delta\delta}$ и $i_{яв}$ мы получили в результате допущенной выше идеализации системы, положив $L_{\delta\delta} = 0$ и $L_{яв} = 0$ и рассмотрев, таким образом, дважды вырожденную систему. Допуская подобную идеализацию, мы допускаем определенную неточность при решении задачи, однако представление о „разрывных“ колебаниях в значительной степени помогает составить правильное представление о сложном механизме нелинейных колебаний в данной системе и правильно описать ее с качественной стороны.

Условие (16) „скачка“ для $i_{\text{об}}$ и $i_{\text{яв}}$ имеет определенный геометрический смысл, вытекающий из рассмотрения кривой намагничивания и характеристики шунта возбуждителя (фиг. 4)¹⁾.

На фиг. 4 характеристика шунта, уравнение которой

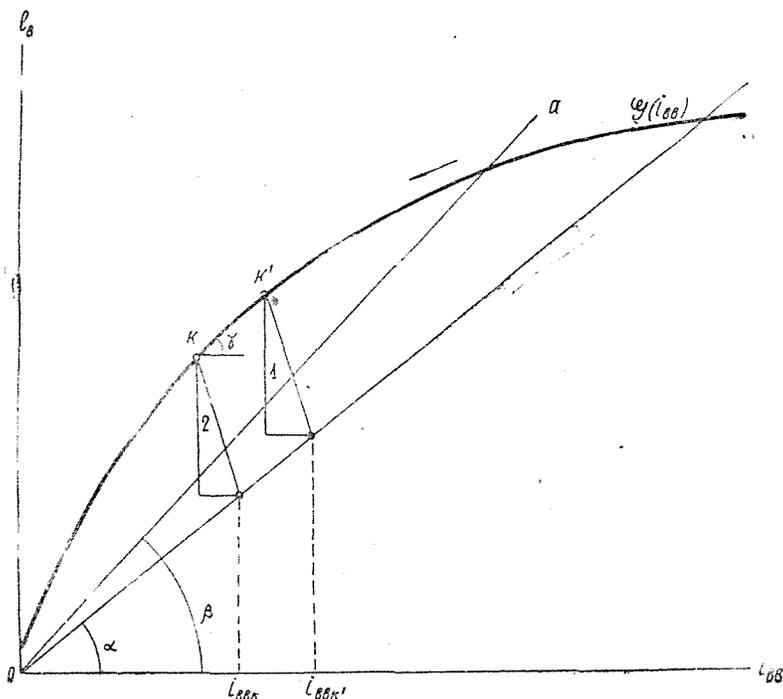
$$U_{\text{в}} = r_{\text{об}} \cdot i_{\text{об}},$$

наклонена к оси абсцисс под углом, равным

$$\alpha = \arctg r_{\text{об}};$$

проведем в тех же осях прямую oa , наклоненную к оси абсцисс под углом

$$\beta = \arctg (r_{\text{об}} + r_{\text{яв}}).$$



Фиг. 4.

Если теперь провести касательную к кривой $\varphi(i_{\text{об}})$, параллельную прямой oa , то в точке K касания будет выполнено условие:

$$\gamma = \beta. \tag{a}$$

Так как

$$\begin{aligned} \gamma &= \arctg [\varphi'(i_{\text{об}})], \\ \beta &= \arctg (r_{\text{об}} + r_{\text{яв}}), \end{aligned}$$

1) Следует заметить, что эти характеристики являются „статическими“: $i_{\text{об}}$ будет следовать закону, изображенному на фиг. 4 в случае медленных изменений $i_{\text{об}}$. В реальной системе при быстрых изменениях $i_{\text{об}}$ будет проявлять себя реакция от вихревых токов, в силу чего „динамическая“ характеристика намагничивания будет отличаться от „статической“. Анализ колебаний в статических характеристиках возбуждителя является также идеализацией системы и не противоречит исходному положению о рассмотрении системы с двумя степенями свободы; если бы мы учли реакцию вихревых токов, мы пришли бы к системе с тремя степенями свободы, анализ которой оказался бы значительно более сложным и существенно отличался бы от анализа данной системы с двумя степенями свободы.

то

$$\varphi'(i_{\sigma\sigma}) = (r_{\sigma\sigma} + r_{я\sigma})$$

или

$$\varphi'(i_{\sigma\sigma}) - (r_{\sigma\sigma} + r_{я\sigma}) = 0,$$

что совпадает с (16).

Таким образом, „скачки“ токов $i_{\sigma\sigma}$ и $i_{я\sigma}$ наступают тогда, когда система достигает состояния, соответствующего точке K .

Проведем касательную к кривой $\varphi(i_{\sigma\sigma})$ в точке K' , параллельную характеристике шунта, и впишем соответствующие точкам K и K' характеристические треугольники. Не трудно видеть, что размеры характеристического треугольника 1, соответствующего точке K' , больше, чем размеры треугольника 2, соответствующего точке K . Из (фиг. 4) также ясно, что треугольник 1 соответствует максимальному току якоря $i_{я\sigma \text{ макс}} = i_{я\sigma K'}$, определяемому по внешней характеристике возбудителя (фиг. 2); тогда ток $i_{я\sigma}$, соответствующий треугольнику 2, будет меньше $i_{я\sigma \text{ макс}}$. Иными словами, если система стремится к точке K со стороны больших токов, чем ток $i_{\sigma\sigma K}$, в направлении, показанном стрелкой, то „скачки“ $i_{\sigma\sigma}$ и $i_{я\sigma}$ наступают в некоторой точке K внешней характеристики (фиг. 2) и позже того, как $i_{\sigma\sigma}$ достигнет максимального значения. „Скачки“ эти происходят так, что в момент „скачка“, с одной стороны, сохраняется равенство (3), а с другой—выполняется условие

$$i_{\sigma\sigma} = \text{const}, \quad (6)$$

поскольку $i_{\sigma\sigma}$ не может изменяться „скачком“.

Если значения токов до „скачка“ обозначить через $i_{\sigma\sigma 1}$, и $i_{я\sigma 1}$, а после „скачка“ через $i_{\sigma\sigma 2}$ и $i_{я\sigma 2}$ то, в силу (6), будем иметь

$$i_{\sigma\sigma K} = i_{я\sigma 1} - i_{\sigma\sigma 1},$$

$$i_{\sigma\sigma K} = i_{я\sigma 2} - i_{\sigma\sigma 2},$$

откуда условие „скачка“ запишется в виде;

$$i_{я\sigma 2} - i_{\sigma\sigma 2} = i_{я\sigma 1} - i_{\sigma\sigma 1}. \quad (17)$$

Исходя из (1), а также из уравнения

$$U_{\sigma} = e_{\sigma} - r_{я\sigma} \cdot i_{я\sigma},$$

справедливого при допущенной нами идеализации ($L_{я\sigma} = 0$), заключаем, что как e_{σ} , так и U_{σ} также будут изменяться „скачком“ одновременно с $i_{\sigma\sigma}$ и $i_{я\sigma}$.

„Скачок“, происходящий в точке K (фиг. 4), очевидно предопределяет наличие значений $i_{\sigma\sigma} > i_{\sigma\sigma 1}$ и $i_{я\sigma} < i_{я\sigma 1}$. Это значит, что при подходе к точке K система изменяет свое состояние так, что стремится к значению $i_{\sigma\sigma 1}$; $i_{я\sigma}$ также стремится к значению $i_{я\sigma 1}$, соответствующему точке K , но при этом проходит свое максимальное значение $i_{я\sigma \text{ макс}}$, соответствующее точке K' , о чем уже было сказано выше при рассмотрении фиг. 2 и 4, а также в [3]. Это приводит к следующим выводам:

1) Функция $i_{я\sigma} = f(t)$ на протяжении одного полупериода является не-монотонной, поскольку она приобретает экстремальное значение.

2) Система подходит к точке K , т.е. к „скачку“ так, что $|i_{\sigma\sigma}|$ стремится к $|i_{\sigma\sigma 1}|$ из области больших абсолютных значений, что на фиг. 4 изображено стрелкой.

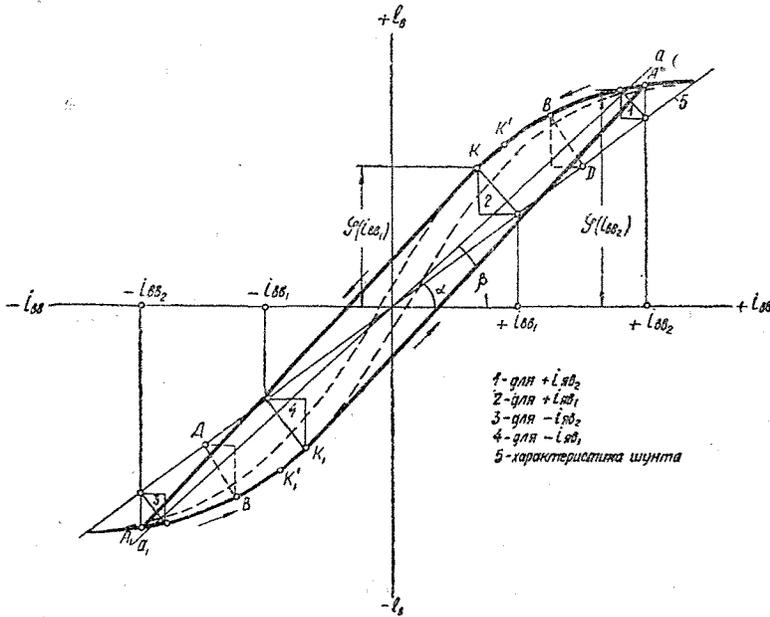
3) После скачка $|i_{\sigma\sigma}|$ приобретает значение $|i_{\sigma\sigma 2}|$, а так как перед последующим „скачком“ в процессе колебаний ток $i_{\sigma\sigma}$ изменяется так, что стремится из области больших абсолютных значений к значению $|i_{\sigma\sigma 1}|$, то имеем:

$$|i_{\sigma\sigma 2}| > |i_{\sigma\sigma 1}|. \quad (18)$$

4) Так как при немонотонном изменении $i_{\text{яв}} = f(t)$ функция $i_{\text{вв}} = \psi(t)$ изменяется монотонно, то значение $|i_{\text{вв}2}|$ после „скачка“ представляет собой наибольшее абсолютное значение этой функции на протяжении полуцикла, а $|i_{\text{вв}1}|$ — наименьшее.

Поскольку, далее, при колебаниях возбудитель подвергается периодическим перемагничиваниям, его статическая характеристика намагничивания представится в виде петли гистерезиса (фиг. 5).

Прилагая сказанное ранее к фиг. 5, получим следующую картину „разрывных“ колебаний.



Фиг. 5.

1. Ток $i_{\text{вв}}$, изменяясь от значения, удовлетворяющего условию

$$+i_{\text{вв}1} < +i_{\text{вв}} < +i_{\text{вв}2},$$

стремится к значению $+i_{\text{вв}1}$, а система стремится к состоянию, соответствующему точке K .

2. В точке K происходит „скачок“ $i_{\text{вв}}$ от значения $+i_{\text{вв}1}$ к значению $-i_{\text{вв}2}$ при соблюдении условия

$$|i_{\text{вв}2}| > |i_{\text{вв}1}|.$$

3. Ток $i_{\text{вв}}$ стремится от значений, удовлетворяющих условию

$$-i_{\text{вв}2} < -i_{\text{вв}} < -i_{\text{вв}1},$$

к значению $-i_{\text{вв}1}$, соответствующему точке K_1 .

4. В точке K_1 происходит последующий „скачок“ $i_{\text{вв}}$ от значения $-i_{\text{вв}1}$ до значения $+i_{\text{вв}2}$, причем соблюдается условие

$$|i_{\text{вв}2}| > |i_{\text{вв}1}|.$$

Далее эти процессы периодически повторяются.

5. Так как $e_{\text{в}}$ и $U_{\text{в}}$ также изменяются „скачками“ одновременно с $i_{\text{вв}}$ и в соответствии с кривой намагничивания и с нагрузочной характеристикой,

участки петли гистерезиса, показанные на фиг. 5 пунктиром, будут для возбудителя нерабочими.

Замкнутая кривая AKA_1K_1 дает представление о предельном цикле автоколебаний в плоскости $i_{\text{вв}}, e_{\text{в}}$. Что касается значений $|i_{\text{вв1}}|$, $|i_{\text{вв2}}|$, $|i_{\text{взк}}|$, $|i_{\text{яв1}}|$ и $|i_{\text{яв2}}|$, то они находятся из следующих соображений.

1. Значение $i_{\text{вв1}}$ находится как абсцисса точки K , положение которой легко определяется соответствующими графическими построениями, о которых упоминалось раньше (фиг. 4 и 5).

2. Из опыта холостого хода и короткого замыкания могут быть определены параметры характеристического треугольника, стороны которого пропорциональны $i_{\text{яв}}$.

3. Осуществляя построение характеристического треугольника для точки K и определяя значение э.д.с., равное $\varphi(i_{\text{вв1}})$ (фиг. 5), можно из (1) вычислить значение $i_{\text{яв1}}$:

$$i_{\text{яв1}} = \frac{\varphi(i_{\text{вв1}}) - r_{\text{вв}} i_{\text{вв1}}}{r_{\text{яв}}}.$$

4. Найденные значения $i_{\text{вв1}}$ и $i_{\text{яв1}}$ дают возможность вычислить из (3) значение $i_{\text{взк}}$:

$$i_{\text{взк}} = i_{\text{яв1}} - i_{\text{вв1}}.$$

5. Так как во время „скачка“ $i_{\text{взк}} = \text{const}$, то для определения $i_{\text{вв2}}$ может быть использовано (7) в виде:

$$i_{\text{взк}} \cdot r_{\text{яв}} = \varphi(i_{\text{вв1}}) - (r_{\text{яв}} + r_{\text{вв}}) i_{\text{вв1}} = \varphi(i_{\text{вв2}}) - (r_{\text{яв}} + r_{\text{вв}}) \cdot i_{\text{вв2}} = \text{const}. \quad (19)$$

Так как левая часть (19) известна, то $i_{\text{вв2}}$ определяется вписыванием отрезка $i_{\text{взк}} \cdot r_{\text{яв}}$ между кривой $\varphi(i_{\text{вв}})$ и прямой $i_{\text{вв}}(r_{\text{яв}} + r_{\text{вв}})$. Чтобы учесть при этом реакцию якоря, следует поступать в соответствии с фиг. 6, перемещая характеристический треугольник в положение, при котором ордината его вершины B станет равна длине отрезка

$$EM = EN + NM,$$

где EN является левой частью (19), отложенной в соответствующем масштабе, а NM выражает в том же масштабе величину $(r_{\text{яв}} + r_{\text{вв}}) i_{\text{вв2}}$. Тогда вершина D треугольника или точка M дает значение тока $i_{\text{вв2}}$.

6. Наконец, значение тока $i_{\text{яв2}}$ может быть найдено из (3) как

$$i_{\text{яв2}} = i_{\text{взк}} + i_{\text{вв2}}.$$

С учетом всего сказанного выше изменения рассматриваемых величин в функции времени могут быть качественно представлены фиг. 7.

Представим далее эти колебания на плоскости $i_{\text{яв}}, U_{\text{в}}$. Так как кривая $U_{\text{в}} = f_1(i_{\text{яв}})$ представляет собой внешнюю характеристику, то построим сперва ее во всех квадрантах, пользуясь характеристическим треугольником и петлей гистерезиса (фиг. 5). Имея в виду, что вершина D треугольника должна всегда располагаться на характеристике шунта, а вершина B на той ветви петли гистерезиса, по которой происходит процесс перемагничивания машины, не трудно представить, что внешняя характеристика $U_{\text{в}} = f_1(i_{\text{яв}})$ будет иметь вид, представленный на фиг. 8.

Нанося на нее точки, соответствующие значениям $i_{\text{яв}}$ до „скачка“ и после него, заключаем, что ветви внешней характеристики, показанные пунктиром, являются нерабочими, а колебания и „скачки“ имеют определенную направленность, указанную стрелками. Замкнутая кривая AKA_1K_1 дает представление о предельном цикле автоколебаний на плоскости $i_{\text{яв}}, U_{\text{в}}$.

Колебания при $L_{яв} \neq 0, L_{ос} \neq 0, L_{с2} \neq 0$

В этом случае расчетная схема останется той же (фиг. 3), но уравнения (1) и (2) с учетом $L_{яв}$ и $L_{ос}$ запишутся иначе:

$$\varphi(i_{ос}) = r_{яв} \cdot i_{яв} + r_{ос} \cdot i_{ос} + L_{яв} \frac{di_{яв}}{dt} + L_{ос} \frac{di_{ос}}{dt}, \quad (20)$$

$$\varphi(i_{с2}) = r_{яв} \cdot i_{яв} + r_{с2} \cdot i_{с2} + L_{яв} \frac{di_{яв}}{dt} + L_{с2} \frac{di_{с2}}{dt}. \quad (21)$$

Подставляя (3) в (20) и (21), получим соответственно:

$$\varphi(i_{ос}) = (r_{ос} + r_{яв})i_{ос} + r_{яв} \cdot i_{с2} + (L_{ос} + L_{яв}) \frac{di_{ос}}{dt} + L_{яв} \frac{di_{с2}}{dt}, \quad (22)$$

$$\varphi(i_{с2}) = (r_{с2} + r_{яв})i_{с2} + r_{яв} \cdot i_{ос} + (L_{с2} + L_{яв}) \frac{di_{с2}}{dt} + L_{яв} \frac{di_{ос}}{dt}. \quad (23)$$

Из (22) имеем:

$$\frac{di_{ос}}{dt} = \frac{\varphi(i_{ос}) - (r_{ос} + r_{яв})i_{ос} - r_{яв} \cdot i_{с2} - L_{яв} \frac{di_{с2}}{dt}}{L_{яв} + L_{ос}}, \quad (24)$$

а подставляя (24) в (23), будем иметь:

$$\begin{aligned} & \frac{di_{с2}}{dt} = \\ & = \frac{L_{ос} \cdot \varphi(i_{ос}) + (r_{ос} \cdot L_{яв} - r_{яв} \cdot L_{ос})i_{ос} - [r_{с2}(L_{ос} + L_{яв}) + r_{яв} \cdot L_{ос}]i_{с2}}{L_{ос} \cdot L_{яв} + L_{с2} \cdot L_{яв} + L_{ос} \cdot L_{с2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Точно так же из (22) имеем:

$$\frac{di_{с2}}{dt} = \frac{\varphi(i_{с2}) - (r_{с2} + r_{яв})i_{с2} - r_{яв} \cdot i_{ос} - (L_{с2} + L_{яв}) \frac{di_{ос}}{dt}}{L_{яв}}, \quad (26)$$

а подставляя (26) в (23), имеем:

$$\frac{di_{ос}}{dt} = \frac{L_{с2} \cdot \varphi(i_{с2}) + (r_{с2} \cdot L_{яв} - r_{яв} \cdot L_{с2})i_{с2} - [r_{ос}(L_{с2} + L_{яв}) + r_{яв} \cdot L_{с2}]i_{ос}}{L_{ос} \cdot L_{яв} + L_{с2} \cdot L_{яв} + L_{ос} \cdot L_{с2}}. \quad (27)$$

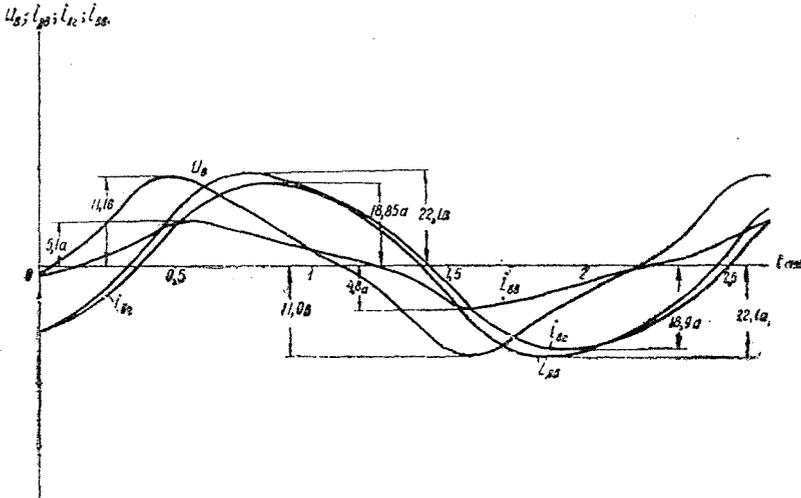
Из (25) и (27) следует, что при учете всех индуктивностей системы (фиг. 3) и при конечных значениях токов $i_{ос}$ и $i_{с2}$ эти токи не могут изменяться

„скачком“, так как $\frac{di_{с2}}{dt}$ и $\frac{di_{ос}}{dt}$ не могут принимать значений, равных

бесконечности, поскольку знаменатели (25) и (27) не могут стать равными нулю.

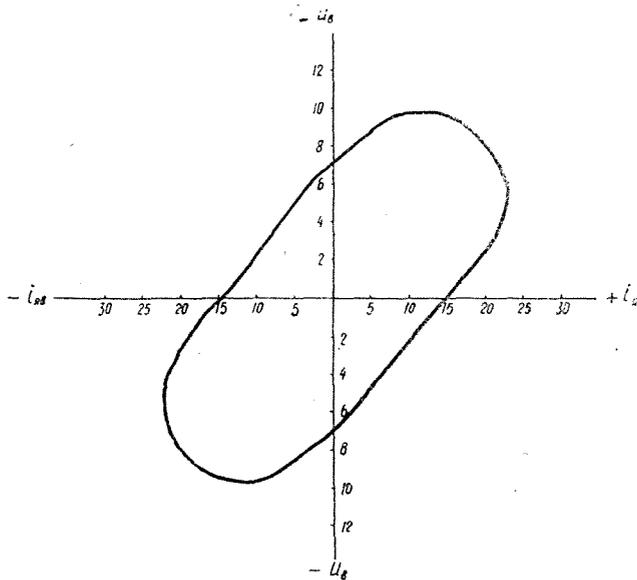
Поскольку $i_{ос}$ и $i_{с2}$ не могут изменяться „скачками“, то, исходя из (3), заключаем, что $i_{яв}$ также не может изменяться „скачком“; не трудно показать, что для e_s и U_s также не может быть таких изменений. Таким образом, для всех рассматриваемых величин возможны только неразрывные периодические решения. Качественный анализ в этом случае представляет большие трудности и выходит за рамки данной работы.

В заключение укажем на фиг. 9, воспроизводящую осциллограмму этих колебаний для реальной системы. Сопоставляя фиг. 9 с фиг. 7, видим, что „разрывная“ трактовка хорошо описывает происходящие в реальной системе ко-



Фиг. 9.

лебания с качественной стороны. В результате обработки осциллограммы (фиг. 9) была получена „динамическая внешняя характеристика“ возбудителя в процессе колебаний, представленная на фиг. 10.



Фиг. 10.

Сравнивая ее с замкнутой кривой АКА,К, (фиг. 8), еще раз убеждаемся в целесообразности „разрывной“ трактовки при описании колебаний в рассмотренной системе с двумя степенями свободы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шулейкин М. В. Об электрических колебаниях. Журнал РФХО, том XLII, физ. отдел, вып. 1, 1910.
 2. Говорков В. А. Работы академика М. В. Шулейкина по электрическим машинам. Электричество, № 5, 1952.
 3. Ганджа Л. И. Самореверсирующиеся системы электроприводов, Известия Томского ордена Трудового Красного Знамени политехнического института им. С. М. Кирова, том 72, Томск, 1952.
 4. Андронов А. А. и Хайкин С. Э. Теория колебаний, часть первая, ОНТИ, 1937.
-