ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
Том 84 ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА 1956

ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЯ ТОЧНОСТИ СТОРОН ТРИАНГУЛЯЦИИ

М. В. ПОСТНИКОВ

(Представлено научным семинаром кафедр маркшейдерского дела и геодезии).

Для оценки достоинства геометрического построения звеньев триангуляций, а также триангуляции, развиваемой по методу геодезических засечек, при проектировании и рекогносцировке, определяют обратный вес каждой фигуры $\frac{1}{P_F}$, а затем эти величины суммируют по всему звену триангуляции. Полученная величина характеризует точность определения конечной стороны звена. Такое предвычисление достоинства триангуляции в отношении точности передачи длин сторон носит до известной степени приближенный характер. Как известно, величина обратного веса $\frac{1}{P_F}$ какого-либо элемента триангуляции (дирекционного угла, стороны и т. п.) строгим способом может быть вычислена из выражения:

$$\frac{1}{P_F} = [f.f.n].$$

Однако применение этой формулы сопряжено с значительными вычислениями и на практике при предвычислении точности триангуляции обычно пользуются приближенными формулами. При выборе формул для этой цели большое значение придается их простоте и удобству пользования ими.

Для предвычисления точности проектируемой триангуляции, определяемой по методу засечек, подсчитывается величина Q по формуле [1]:

$$Q = 2\delta^2_{A+B} + \delta^2_A - 2\delta_{A+B}.\delta_A , \qquad (1)$$

где Q — величина, обратная весу треугольника;

δ_{A+B}, δ_A — приращения логарифмов синусов углов треугольников при изменении этих углов на одну секунду, в единицах 6-го знака логарифмов.

Для определения величины Q в ЦНИИГАИК под руководством проф. А. И. Дурнева составлена таблица, опубликованная в „Сборнике статей ГУГК, 1944 г".

Порядок определения величины Q по этой таблице следующий:

1. По составленной в результате проектирования (или рекогносцировки) схеме сети измеряются транспортиром углы A и B с точностью до одного градуса (рис. 1).

2. По аргументам A и B для всех треугольников каждой передачи из таблицы двойным интерполированием, получаются значения Q. (Таблицы составлены с двумя входами—углами A и B).

Для правильного отыскания величины Q следует принять следующее правило обозначения углов A и B.

Обозначим стрелкой направление передачи длины линии (рис. 1). Тогда в треугольнике № 1 задний угол при стороне ходовой линии S нужно обозначать A_1, передний B_1; в треугольнике № 2 задний угол соответствует B_2, передний—A_2 и т. д.

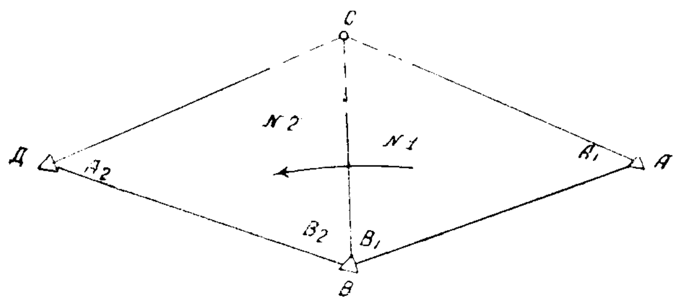


Рис. 1.

В горизонтальной строке таблицы отыскивается значение угла B, в вертикальном столбце берется значение угла A, в пересечении линий читается величина Q. Затем, как рекомендует А. И. Дурнев [1], для каждой передачи вычисляется среднее арифметическое значение Q_{cp}' и Q_{cp}'' из двух треугольников. Одновременно с этим вычисляется вес P для каждой передачи и Q_m для обеих передач. Вес каждой передачи P и величина Q_m вычисляются по формулам:

$$Q_{cp} = \frac{Q_1' + Q_2'}{2}; \; Q_{cp} = \frac{Q_1'' + Q_2''}{2}, \tag{2}$$

$$Q_m = \frac{Q_{cp}' + Q_{cp}''}{2}, \tag{3}$$

$$P_1' = \frac{100}{Q_{cp}'}; \; P_2'' = \frac{100}{Q_{cp}''}. \tag{4}$$

Вычисления величины Q и веса передачи P производятся в ведомости следующей формы (табл. 1):

Указанные правила вычисления Q_m и P_m справедливы только при равенстве углов A и B. Если углы A и B резко отличаются между собой, то вычисление величины Q следует производить иначе.

Двойная передача повышает точность (вес) результата, поэтому вес уравненного значения стороны будет равен сумме весов обеих передач, т. е.

$$P = P_1 + P_2$$

или

$$P = \frac{1}{Q'} + \frac{1}{Q''} = \frac{Q' + Q''}{Q' \cdot Q''};$$

тогда

$$Q_m = \frac{Q' \cdot Q''}{Q' + Q''},$$

где

$$Q' = Q_1' + Q_2'; \qquad Q'' = Q_1'' + Q_2''.$$

Таблица 1.

Вычисления обратного веса триангуляции

Формулы:

$$Q = 2\delta^2_{A+B} + \delta^2_A - 2\delta_{A+B} \cdot \delta_A \quad .$$

$$Q_{cp} + \frac{Q_1 + Q_2}{2} \qquad\qquad Q_m = \frac{Q'_{cp} + Q''_{cp}}{2}$$

$$P = \frac{100}{Q_{cp}}$$

Первая передача | Вторая передача

№№ треугольников	A / B	Q'	Q'_{cp}	$P'_1 = \frac{100}{Q'_{cp}}$	№№ передач	№№ треугольников	A / B	Q''	Q''_{cp}	$P''_{cp} = \frac{100}{Q''_{cp}}$
	39°				Перед. № 7		38°			
26		65				25		30		
	114°						99°			
			49	2,00	$Q_m = 33,5$				18	5,6
	94°						55°			
28		33			$P_m = 3,0$	27		6		
	51°						57°			

Отсюда легко доказать, что $\frac{Q' . Q''}{Q' + Q''} \leqslant \frac{Q' + Q''}{2}$.

Заметим, что такой прием нахождения обратного веса передачи не является совершенно строгим, так как

$$\frac{1}{P_F} = [f.f.n] \leqslant \frac{Q' . Q''}{Q' + Q''} \; .$$

Однако это правило определения обратного веса будет давать результаты, более близкие к значениям, вычисленным по строгой формуле.

Ниже приводится порядок вычисления Q_m и P.

1. Из значений Q, определенных для каждого треугольника передачи, находятся величины Q' и Q''

$$Q' = Q_1' + Q_2'; \quad Q'' = Q_1'' + Q_2''. \tag{5}$$

2. По найденным Q' и Q'' вычисляется вес неуравненного значения стороны S_2

$$P' = \frac{100}{Q'}; \quad P'' = \frac{100}{Q''}. \tag{6}$$

3. Вычисляётся вес уравненного значения стороны P_m и Q_m

$$P_m = P' + P''. \tag{7}$$

$$Q_m = \frac{1}{P_m} = \frac{Q' . Q''}{Q' + Q''}. \tag{8}$$

Вычисление величины Q и веса P производится в схеме следующей формы:

Таблица 2

Вычисления
обратного веса стороны триангуляции

Формулы:

$$Q' = Q'_1 + \mathbf{Q}'_2 \qquad Q'' = Q''_1 + \mathbf{Q}''_2$$

$$P' = \frac{100}{\mathbf{Q}'} \qquad P'' = \frac{100}{Q''}$$

$$P_m = P' + P''$$

$$\mathbf{Q}_m = \frac{1}{P_m} = \frac{\mathbf{Q}' \cdot \mathbf{Q}''}{\mathbf{Q}' + \mathbf{Q}''}$$

Первая передача — Вторая передача

№№ треугольников	A / B	$\mathbf{Q}'_1$ / $\mathbf{Q}''_2$	$\mathbf{Q}'$	$P' = \frac{100}{Q'}$	№№ передач	№№ треугольников	A / B	$\mathbf{Q}''_1$ / $\mathbf{Q}''_2$	$\mathbf{Q}''$	$P'' = \frac{100}{\mathbf{Q}''}$
					Передача № 6					
	39°						38°			
26		65				25		30		
	114°						99°			
			98	1,02	$P_m=3{,}80$					2,78
	94°						55°			
28		33				27		6	36	
	51°				$\mathbf{Q}_m=26{,}3$		57°			

Чтобы ускорить и упростить получение величин Q, можно измерять в треугольниках триангуляции не углы A и B, а длины проекций a и b, прилежащих к этим углам (рис. 2) при определенном значении высоты треугольника (например: $h = 40$ *мм*), а затем по аргументам a и b определять величины Q по особой таблице.

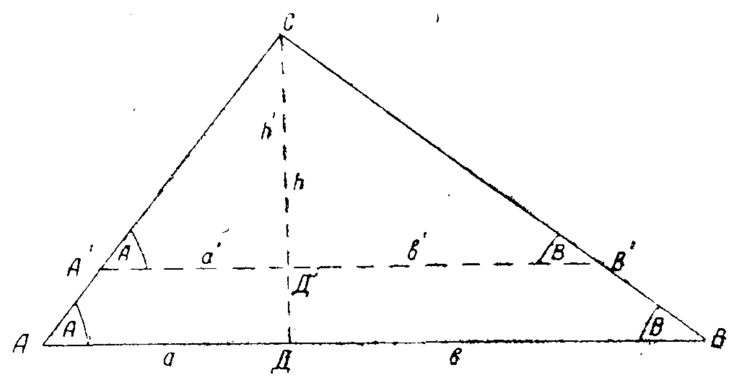


Рис. 2.

Теоретическая основа этого способа заключается в следующем: в треугольнике ABC (рис. 2) опустим перпендикуляр $h = CD$ из вершины C на сторону AB, который разделит сторону AB на отрезки $AD = a$ и $DB = b$.

Очевидно, отношение $\frac{a}{h}$ будет выражать котангенс угла A, а отношение $\frac{b}{h}$ — контангенс угла B.

Проведем линию $A'B'$ параллельно стороне AB на расстоянии от вершины треугольника C, равном заданной величине $CD' = h'$, тогда:

$$\frac{a'}{h'} = \frac{a}{h} = \operatorname{ctg} A. \tag{9}$$

$$\frac{b'}{h'} = \frac{b}{h} = \operatorname{ctg} B. \tag{10}$$

Формулу (1) можно представить в ином виде, переходя от δ к котангенсам углов:

$$Q = [\operatorname{ctg}^2 A + 2\operatorname{ctg}^2(A+B) - 2\operatorname{ctg}(A+B).\operatorname{ctg} A].\left(\frac{10^6\mu}{\rho}\right)^2. \tag{11}$$

Выражая котангенсы углов через элементы треугольника a, b и h, формула (11) напишется так:

$$Q = \left\{\left(\frac{a}{h}\right)^2 + 2\left[\frac{\frac{a}{h}\cdot\frac{b}{h} - 1}{\frac{a}{h} + \frac{b}{h}}\right]^2 - 2\left(\frac{a}{h}\right)\left[\frac{\frac{a}{h}\cdot\frac{b}{h} - 1}{\frac{a}{h} + \frac{b}{h}}\right]\right\}\left(\frac{10^6\mu}{\rho}\right)^2 \tag{12}$$

или после соответствующих преобразований:

$$Q = \left\{\frac{(ab - h^2)^2 + (a^2 + h^2)^2}{h^2(a+b)^2}\right\}\left(\frac{10^6\mu}{\rho}\right)^2. \tag{13}$$

Для измерения отрезков a и b, при постоянной величине h, можно построить палетку на прозрачной основе (рис. 3).

Палетка

для определения отрезков
а и в

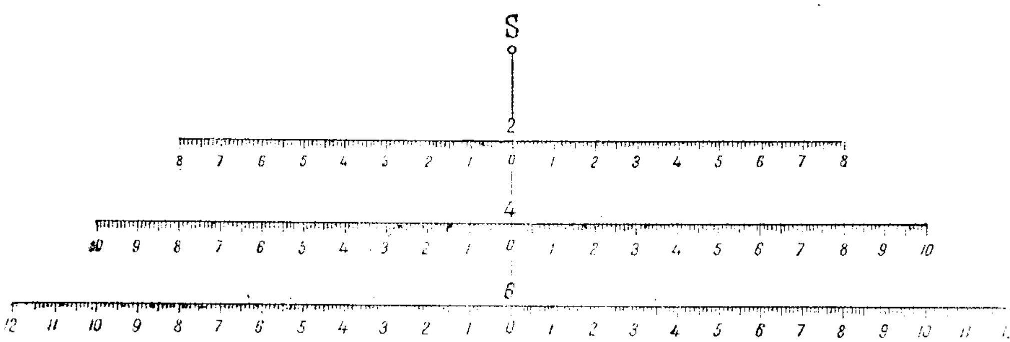


Рис. 3.

На линии CD откладываются равные отрезки по 20 *мм* и через их концы проводятся перпендикулярно к CD прямые $A'B'$, $A''B''$ и $A'''B'''$, на которых наносятся шкалы с делениями в один миллиметр. Для правильной установки какой-либо шкалы с миллиметровыми делениями параллельно основанию треугольника, между прямыми $A'B'$, $A''B''$ и $A'''B'''$ и параллельно им проводятся вспомогательные пунктирные линии.

Порядок определения величины Q при помощи линейных отрезков будет следующий:

1. На схеме построенной сети триангуляции накладывается прозрачная палетка, точка S совмещается с вершиной C треугольника ABC (рис. 1), а одна из шкал устанавливается параллельно основанию AB треугольника.

При измерении линейных отрезков a и b следует принять такое правило: отрезок a всегда будет внешним отрезком каждого пучка засечек, а отрезок b прилежащим к средней (связующей) стороне.

Отрезки a и b измеряются с точностью до одного миллиметра.

2. По аргументам a и b из таблицы выбирается значение Q.

Иногда один из связующих углов в треугольнике может быть тупым, т. е. превышать 90° (рис. 4).

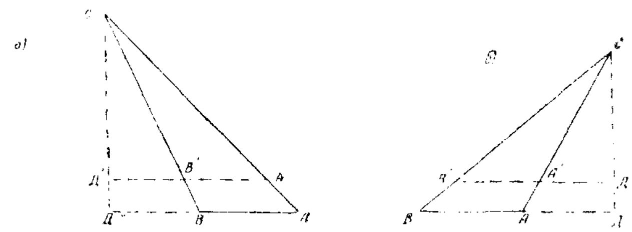


Рис. 4.

В этом случае отрезки a и b, определяющие значения углов A и B, измеряются в одном направлении от вертикальной линии CD, а отрезок, определяющий тупой угол, будет отрицательным. Так, для случая (a) на рис. 4 линия $D'A' = a$, $D'B' = -b$ для случая ($б$), $D'A' = -b$ и $D'A' = a$:

Таблица для определения величин Q по линейным отрезкам должна иметь два входа. В горизонтальной строке аргумента подписываются отрезки b, а в вертикальном столбце — отрезки a. В пересечении горизонтальной и вертикальной линий получается значение Q. Таблицу величин Q рекомендуется составить при $h = 40$ *мм*, что соответствует среднему треугольнику триангуляции IV класса, нанесенному на чертеж в масштабе 1:25000.

В этом случае при определении отрезков a и b на палетке следует пользоваться средней шкалой.

При составлении таблицы значений Q длины отрезков a и b необходимо устанавливать с различными интервалами, с учетом обеспечения точности определения величин Q в 2—3% (т. е. без интерполирования).

Составленная таким образом таблица практически не будет требовать интерполяции при определении Q.

При постоянной высоте треугольника h необходимая точность измерения отрезков a и b определяется скоростью изменения величины Q. Чтобы получить по линейным отрезкам величину Q с точностью до единицы шестого знака логарифма, отрезки a и b при углах A и B более 90° следует измерять с погрешностью не более 1 *мм*; при углах A от 40 до 105° и углах B от 20 до 40° величина Q изменяется очень медленно и здесь отрезки a и b могут быть измерены с погрешностью до 3—4 *мм*.

Таблица для вычисления величины Q по линейным отрезкам приводится в приложении № 1. Для ее составления была использована таблица значений Q, составленная в ЦНИИГАИК, но вместо входов $A°$ и $B°$ были вычислены новые входы a *мм* и b *мм* при $h = 40$ *мм*.

Эта таблица не имеет соответствующих целых интервалов для величин a и b и не может полностью выявить преимущество нового способа определения Q.

Если треугольник очень мал, то измерение отрезков следует производить по верхней шкале (при $h = 20$ *мм*), но для получения величины Q измеренные отрезки нужно удвоить. При значительном размере треугольника измерение отрезков производится по нижней шкале (при $h = 60$ *мм*).

Для получения величины Q в этом случае измеренные отрезки a и b необходимо умножить на 2/3.

Пример 1.
Дано: $a = 63$ *мм*; $b = 55$ *мм*, найти Q;
шкала средняя
ответ: $Q = 7$.

Чтобы избежать вычислений, связанных с переводом отсчетов, сделанных по верхней или нижней шкалам к средней шкале, для которой составлена таблица значений величин Q, можно изготовить палетку с радиальными лучами (рис. 5).

Палетка для определения отрезков a и b

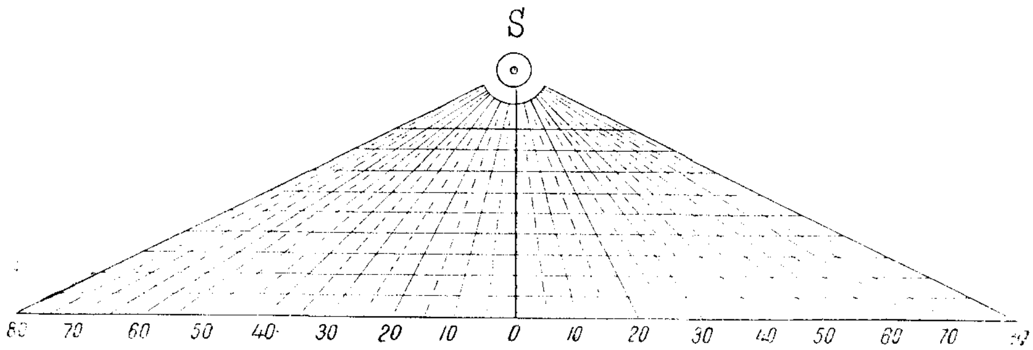


Рис. 5.

На рис. 5 изображена палетка с пучком линий, расходящихся из вершины палетки. Надписи 10; 20; 30... 80 у концов линий выражают собой отрезки a и b в *мм*, приведенные к средней шкале, для которой составлена таблица. При пользовании указанной на рис. 5 палеткой измерение отрезков a и b следует производить по основанию треугольника.

Графо-аналитический способ предвычисления точности сети может быть применен и для триангуляции, построенной из сплошных треугольников.

При проектировании и рекогносцировке рядов триангуляции обычно производится оценка достоинства их геометрического построения путем подсчета для каждой фигуры ряда обратного веса и суммирования этих величин по всему ряду.

Для определения обратного веса фигуры, вычисляется величина R по формуле:

$$R = (\delta_A{}^2 + \delta_{B_2} + \delta_A . \delta_B), \tag{14}$$

где δ_A и δ_B — приращения логарифмов синусов связующих углов при изменениях этих углов на одну секунду (в единицах 6-го знака логарифмов).

Формулу (14) можно представить в ином виде, переходя от δ к котангенсам углов

$$R = (\text{ctg}^2 A + \text{ctg}^2 B + \text{ctg} A . \text{ctg} B) \left(\frac{10^6 \mu}{\rho}\right)^2. \tag{15}$$

Выражая котангенсы углов через элементы треугольника a, b и h (рис. 2), формулу (15) напишем так:

$$R = \left(\frac{a^2 + b^2 + a . b}{h^2}\right) \left(\frac{10^6 \mu}{\rho}\right)^2. \tag{16}$$

Отрезки a и b измеряются палеткой (рис. 3 и 5) в том же порядке, как было указано выше.

Для получения величины R по линейным отрезкам может быть составлена таблица, аналогично таблице значений Q, для чего в имеющиеся таблицы вместо входов A° и B° должны быть вычислены два новых входа a *мм* и b *мм* через соответствующие целые интервалы (приложение № 2). Для получения величины R по линейным отрезкам можно построить номограммы [3] (приложения № 3 и 4). Если значение R меньше 20 единиц 6-го знака логарифма, то оно получается по номограмме 2.

Пользование номограммами состоит в следующем:

1. При помощи палетки измеряются отрезки a и b с точностью до 1 *мм*.

2. По кривой ab номограммы находят две точки, соответствующие измеренным отрезкам a и b и соединяют их прямой линией до пересечения ее со шкалой R, на которой читается ответ. Если значения отрезков a и b одинаковы, то в соответствующей точке кривой ab проводят касательную до пересечения со шкалой.

Пример 2.

Дано $a = 110{,}6$ *мм*, $b = 14{,}3$ *мм*. Найти R.

Решение. Задача решается с помощью номограммы № 1.

Ответ:

$R = 39{,}0$ единиц шестого знака логарифма.

Пример 3.

Дано: $a = b = 72$ *мм*. Найти R.

Задачу решаем по номограмме № 1. Проводим касательную к кривой ab в точке номограммы 72 *мм*. В пересечении касательной со шкалой находим ответ $R = 43$.

Следует заметить, что по величине R можно судить о сравнительных достоинствах отдельных треугольников.

Пренебрегая ошибкой исходной стороны, для ряда, состоящего из n треугольников, среднюю квадратическую ошибку логарифма связующей стороны n треугольника, можно выразить так:

$$m_{\lg a_n} = m'' \sqrt{\frac{2}{3} \sum_{1}^{n} (\delta_A{}^2 + \delta_B{}^2 + \delta_A \cdot \delta_B} \tag{17}$$

или

$$m^2{}_{\lg a_n} = m''^2 \frac{1}{P_{a_n}}, \tag{18}$$

где

m'' — средняя квадратическая ошибка измеренного угла;

$\frac{1}{P_{a_n}}$ — сумма величин $\frac{1}{P}$, вычисленных для каждого треугольника по формуле:

$$\frac{1}{P} = \frac{2}{3} (\delta_A{}^2 + \delta_B{}^2 + \delta_A \cdot \delta_B) . \tag{19}$$

Формула (19), как известно, совершенно строга при уравнивании цепи триангуляции по углам за условия фигур.

Когда ряд состоит не из треугольников, а из четырехугольников и центральных систем, обратный вес этих фигур будет вычисляться уже по приближенной формуле:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{2} (\delta_A{}^2 + \delta_B{}^2 + \delta_A \delta_B). \tag{20}$$

Формулы (19) и (20), служащие для подсчета обратного веса последней стороны ряда, могут быть объединены в одну:

$$\frac{1}{P_{a_n}} = k \sum_{1}^{n} (\delta_A{}^2 + \delta_B{}^2 + \delta_A \cdot \delta_B), \tag{21}$$

где для треугольников $\kappa = 2/3$; для геодезических четырехугольников и центральных систем $\kappa = \frac{1}{2}$.

Если под m'' понимать среднюю квадратическую ошибку измеренного направления, то величины коэффициентов в формуле (21) будут другие. Для треугольников величина $\kappa = \frac{4}{3}$, для геодезического четырехугольника и центральной системы $\kappa = 1{,}0$.

Формулой (21) можно пользоваться и тогда, когда звено состоит из различных фигур; в этом случае надлежит вычислять значение обратного веса для каждой фигуры и образовать затем сумму этих весов для всех фигур, составляющих звено.

Выводы

При проектировании триангуляции рядами или по методу геодезических засечек, графо-аналитический способ определения величин Q и R ускоряет и упрощает процесс работы.

Опыт показывает, что определение с помощью палетки линейных отрезков a и b, по которым находятся величина Q или R, производится быстрее примерно в два раза, чем измерение транспортиром углов A° и B°

Пользование таблицей значений R, составленной Береговой и Геодезической службой США для определения R, требует интерполяции по обоим входам A° и B°. Таблица же, составленная по линейным отрезкам с интервалами, указанными выше, исключает это неудобство

Предлагаемые автором номограммы для определения величин R по отрезкам a и b решают также задачу получения R практически без интерполирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дурнев А. И. Новые системы построения геодезических сетей. Геодезиздат, 1952.
2. Красовский Ф. Н. и Данилов В. В. Руководство по высшей геодезии. Часть 1, выпуск 1, Геодезиздат, 1939.
3. Модринский Н.. И. Номограммы для геодезических вычислений. ОНТИ, 1937.
4. Магницкий В. А. К вопросу об оценке достоинства геометрического построения триангуляции. Сборник статей ГУГК, выпуск XVIII. Геодезиздат, 1948.
5. Павлов Ф. Ф. Предвычисление точности засечек в маркшейдерских триангуляциях, Углетехиздат, 1951.

ТАБЛИЦА ВЕЛИЧИН Q

(в единицах 6 знака логарифма)

$$Q = 2\delta^2_{A+B} + \delta^2_A - 2\delta_{A+B}\delta_A$$

Составлена по двум аргументам: 1. Значения углов A и B
2. Длины отрезков a и b в *мм* при $h = 40$ *мм*

Катет b в *мм*		109,9	99,0	89,8	85,8	82,0	75,2	69,3	64,0	59,3	57,1	55,1	51,2	47,7	44,4	41,4	40,0	38,6	36,0	33,6
Катет a в *мм*	B° / A°	20°	22°	24°	25°	26°	28°	30°	32°	34°	35°	36°	38°	40°	42°	44°	45°	46°	48°	50°
109,9	20	17	17	18	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	24	24	24	25	26
85,8	25	10	10	11	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16
69,3	30	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9	10	10	10	10	11
57,1	35	4	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	9
47,1	40	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6
40,0	45	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5
33,6	50	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5
28,0	55	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
23,1	60	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	4
18,7	65	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5
14,6	70	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5
10,7	75	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
7,1	80	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	5	5	6	6	7	8
3,5	85	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	10
0	90	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	6	7	8	9	10	11	13
− 3,5	95	2	2	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	9	11	12	13	15	17
− 7,1	100	2	3	3	3	4	4	5	6	7	7	8	9	11	13	15	16	17	20	24
− 8,5	102	2	3	4	4	4	5	6	7	8	8	9	10	12	14	17	18	20	24	28
− 10,0	104	3	3	4	4	5	5	6	8	9	9	10	12	14	16	19	21	23	27	33
− 10,7	105	3	4	4	5	5	6	7	8	9	10	11	13	15	18	21	23	25	30	36
− 11,5	106	3	4	4	5	5	6	7	8	10	11	12	14	16	19	23	25	27	42	39
− 13,0	108	4	4	5	5	5	7	8	10	11	12	13	16	19	22	26	29	32	39	48
− 14,6	110	4	5	6	6	7	8	9	11	13	14	15	18	22	26	31	34	38	47	59
− 16,2	112	5	6	6	7	8	9	11	13	15	16	18	21	25	31	37	41	46	58	74
− 17,8	114	5	6	7	8	9	10	12	14	17	19	21	25	30	37	45	51	57	73	95
− 19,4	116	6	7	8	9	10	12	14	17	20	22	24	29	36	45	56	63	72	94	126
− 21,2	118	7	8	10	11	12	14	16	20	24	26	29	35	44	55	71	81	93	125	175
− 23,0	120	8	9	11	12	13	16	19	23	28	31	35	43	54	70	91	106	124	174	258
− 25,0	122	9	11	13	14	16	19	23	28	34	38	42	53	69	90	122	144	172	255	
− 27,0	124	11	13	15	17	18	22	27	33	42	47	52	68	89	121	170	206	253		
− 28,0	125	11	14	16	18	20	24	30	37	46	52	59	77	102	142	205	252			
− 29,1	126	12	15	18	20	22	26	33	41	52	58	66	88	119	168	251				
− 31,3	128	14	17	21	23	26	32	40	51	65	75	86	119	166	249					
− 33,5	130	17	20	25	28	31	39	50	64	85	99	116	164	246						
− 36,0	132	20	24	30	34	38	49	63	84	114	135	162	243							

Катет b в *мм*		28,0	23,1	18,7	14,6	10,7	7,1	3,5	0	−3,5	−7,1	−10,7	−14,6	−18,7	−23,0	−25,0	−27,0	−28,0	−29,1	−31,3	−33,5	−36,0
Катет a в *мм*	B° / A°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°	122°	124°	125°	126°	128°	130°	132°
109,9	20	28	29	31	33	36	38	41	43	47	50	55	60	67	75	79	84	85	89	95	102	111
85,8	25	17	19	20	22	24	26	28	31	34	38	43	48	56	66	71	77	80	84	92	102	114
69,3	30	12	13	15	16	18	20	22	25	28	32	38	44	53	66	74	82	87	92	106	122	144
57,1	35	9	10	12	13	15	17	19	22	26	31	37	45	58	77	88	102	111	121	145	180	230
47,1	40	7	8	10	11	13	15	18	21	26	31	39	51	70	102	123	151	169	191	252	351	
40,0	45	6	7	9	10	12	15	18	22	28	35	46	64	95	161	209	285	340				
33,6	50	6	7	8	10	13	16	19	25	32	43	60	87	154	330							
28,0	55	6	7	9	11	14	17	22	29	40	56	86	119	322								
23,1	60	6	7	9	12	16	20	27	37	53	82	111	316									
18,7	65	6	8	11	14	18	25	35	51	79	140	310										
14,6	70	7	10	18	17	23	33	48	76	136	301											
10,7	75	9	12	16	22	31	46	74	132	299												
7,1	80	11	15	20	29	44	71	129	294													
3,5	85	14	19	28	42	69	126	290														
0	90	18	27	41	67	124	285															
− 3,5	95	25	38	65	94	281																
− 7,1	100	38	63	118	278																	
− 8,5	102	45	78	158																		
− 10,0	104	55	100	224																		
− 10,7	105	61	115	272																		
− 11,5	106	68	133																			
− 13,0	108	86	183																			
− 14,6	110	112	267																			
− 16,2	112	152																				
− 17,8	114	215																				

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЕЛИЧИН R

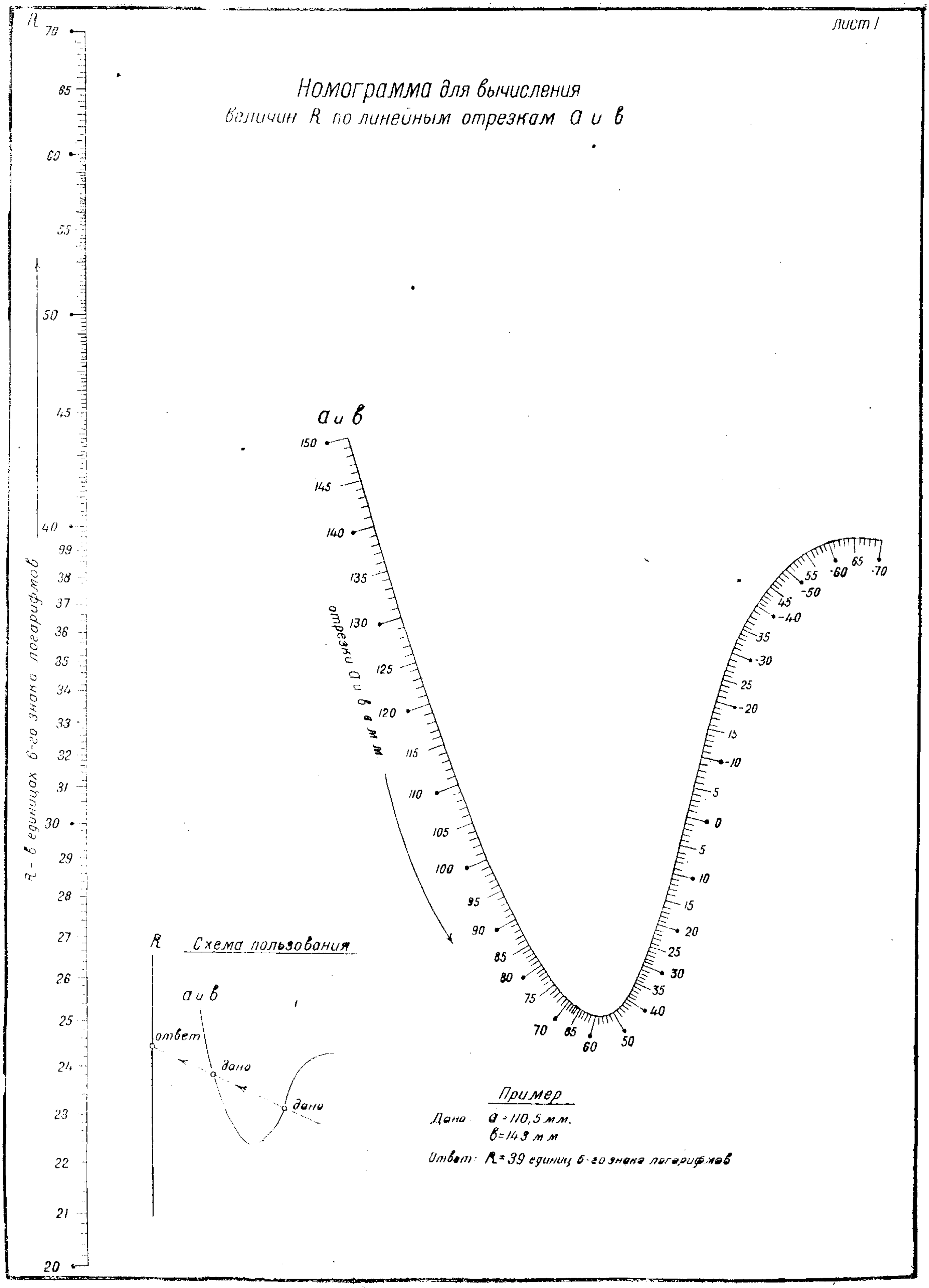
(в единицах шестого знака логарифма)

$$R = \delta_A^2 + \delta_B^2 + \delta_A \delta_B$$

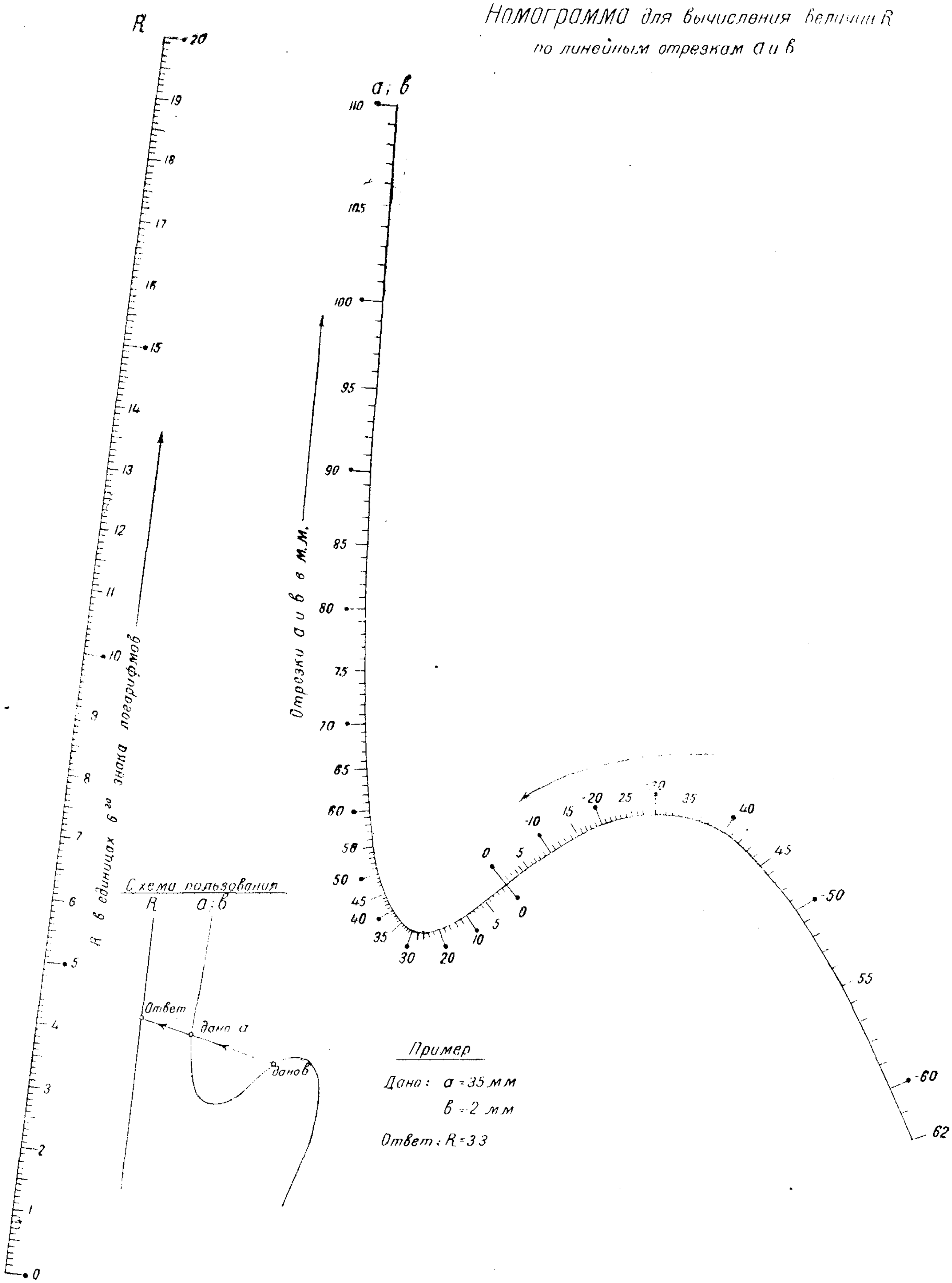
Составлена по двум аргументам: 1. Длины отрезков „a“ и „b“ в *мм* при h = 40 *мм*
2. Значения связующих углов A° и B°

Катет *b* в *мм*		123,1	109,9	99,0	89,8	82,0	75,2	69,3	57,1	47,7	40,0	33,6	28,0	23,1	18,7	14,6	10,7	7,1	3,5	0
Катет *a* в *мм*	B° / A°	18°	20°	22°	24°	26°	28°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
109,9	20	113	100	91																
99,0	22	103	91	81	74															
89,8	24	95	83	74	67	61														
82,0	26	89	77	68	61	56	51													
75,2	83	23	72	63	57	51	47	43												
69,3	30	79	68	59	53	48	43	40	33											
57,1	35	71	60	52	46	41	37	33	27	23										
47,7	40	65	54	47	41	36	32	29	23	19	16									
40,0	45	60	50	43	37	32	28	25	20	16	13	11								
33,6	50	57	47	39	34	29	26	23	18	14	11	9	8							
28,0	55	54	44	37	32	27	24	21	16	12	10	8	7	5						
23,1	60	51	42	35	30	25	22	19	14	11	9	7	5	4	4					
18,7	65	49	40	33	28	24	21	18	13	10	7	6	5	4	3	2				
14,6	70	48	38	32	27	23	19	17	12	9	7	5	4	3	2	2	1			
10,7	75	46	37	30	25	21	18	16	11	8	6	4	3	2	2	1	1	1		
7,1	80	45	36	29	24	20	17	15	10	7	5	4	3	2	1	1	1	0	0	
3,5	85	43	34	28	23	19	16	14	10	7	5	3	2	2	1	1	0	0	0	0
0	90	42	33	27	22	19	16	13	9	6	4	3	2	1	1	1	0	0	0	0
— 3,5	95	41	32	26	22	18	15	13	9	6	4	3	2	1	1	0	0	0	0	
— 7,1	100	40	31	25	21	17	14	12	8	6	4	3	2	1	1	0	0	0		
— 10,7	105	39	30	25	20	17	14	12	8	5	4	2	2	1	1	0	0			
— 14,6	110	38	30	24	19	16	13	11	7	5	3	2	2	1	1	1				
— 18,7	115	37	29	23	19	15	13	11	7	5	3	2	2	1	1					
— 23,0	120	36	28	22	18	15	12	10	7	5	3	2	2	1						
— 28,0	125	35	27	22	18	14	12	10	7	5	4	3	2							
— 33,6	130	34	26	21	17	14	12	10	7	5	4	3								
— 40,0	135	33	26	21	17	14	12	10	7	5										
— 47,7	140	32	25	20	17	14	12	10	8	6										
— 57,1	145	32	25	21	17	15	13	11	9											
— 69,3	150	32	26	21	18	16	15	13												
— 75,2	152	32	26	22	19	17	16													
— 82,0	154	33	27	23	21	19														
— 89,8	156	34	28	25	22															
— 99,0	158	35	30	27																
—109,9	160	38	33																	

Номограмма для вычисления величин R по линейным отрезкам а и в



Номограмма для вычисления величин R по линейным отрезкам а и в



Пример

Дано: а = 35 мм

в = 2 мм

Ответ: R = 33