

## АНАЛИЗ ДЕМПФИРУЮЩИХ СИЛ В МОТОРНОЙ УСТАНОВКЕ МЕТОДОМ СМЕННЫХ МАХОВИКОВ

В. К. НЕЧАЕВ

В статье [1] автора было показано, что для повышения точности и надежности современных заводских расчетов резонансных крутильных колебаний валов моторных установок с поршневыми двигателями необходимо накопление опытных данных по демпфирующим силам в этих установках.

Но там же было отмечено, что эти опытные данные могут быть полезными в расчетах только в том случае, когда они будут отдельно характеризовать по крайней мере основные виды демпфирования в установке.

К таким основным видам демпфирования в установках типа многоцилиндровый двигатель-маховик относятся вязкое (линейное) демпфирование в механизме двигателя и гистерезисное (нелинейное) демпфирование в валу всей установки, включая вал двигателя. Вязкое демпфирование в механизме каждого цилиндра двигателя характеризуется коэффициентом  $k$ , а гистерезисное—в материале вала установки—константой гистерезиса  $a$  и гистерезисным показателем  $q$ <sup>1)</sup>.

Но опытное определение отдельно коэффициентов  $k$ ,  $a$  и  $q$  в какой либо данной конкретной моторной установке является очень трудной экспериментальной задачей, требующей постановки многих сложных опытов с установкой в целом и с отдельными ее узлами и элементами. Не меньшие трудности представляет и обработка результатов экспериментов.

Ниже предлагается сравнительно простой способ отдельного экспериментального определения коэффициентов  $k$ ,  $a$  и  $q$  для любой конкретной моторной установки, основанный на обработке результатов трехкратного торсиографирования этой установки на критическом числе оборотов одного и того же порядка, но каждый раз с различным (сменным) маховиком. Эти маховики должны иметь различные моменты инерции, но по возможности (для сохранения неизменными нагрузок на подшипники)—одинаковый вес.

Очевидно, что при смене маховика изменятся частота  $\omega$  и форма свободных колебаний вала, а так же сместятся критические числа оборотов двигателя; в связи с смещением последних могут измениться и амплитуды  $M_h$  резонирующих гармонических возбуждающих моментов на валу.

Следовательно, трем различным значениям момента инерции  $\Theta', \Theta'', \Theta'''$  сменного маховика соответствуют и свои значения частоты свободных колебаний вала  $\omega', \omega'', \omega'''$ , абсолютной амплитуды колебаний первой массы  $\Phi'_{абс}, \Phi''_{абс}, \Phi'''_{абс}$ , амплитуды резонирующих моментов  $M'_h, M''_h, M'''_h$ , а так же свои значения коэффициентов  $\lambda', \lambda'', \lambda''', \mu', \mu'', \mu'''$  и  $\nu', \nu'', \nu'''$ . Коэффициенты же  $k$ ,  $a$  и  $q$ , определяющиеся характеристиками двигателя и материала вала моторной установки,—останутся неизменными.

<sup>1)</sup> Мы сохраняем здесь полностью обозначения, принятые в статье [1]. Необходимые дополнительные пояснения будут приведены ниже.

Теперь для каждого из этих трех случаев можно написать и соответствующее уравнение энергетического баланса при резонансных колебаниях рассматриваемой моторной установки:

$$\left. \begin{aligned} \lambda' M_h' \Phi'_{1abc} &= \mu' k \omega' \Phi'_{1abc}{}^2 + \nu' a \Phi'_{1abc}{}^q \\ \lambda'' M_h'' \Phi''_{1abc} &= \mu'' k \omega'' \Phi''_{1abc}{}^2 + \nu'' a \Phi''_{1abc}{}^q \\ \lambda''' M_h''' \Phi'''_{1abc} &= \mu''' k \omega''' \Phi'''_{1abc}{}^2 + \nu''' a \Phi'''_{1abc}{}^q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Совместное решение уравнений (1) должно дать нам искомые значения коэффициентов  $k$ ,  $a$  и  $q$  в данной установке.

Из (1)

$$\left. \begin{aligned} B' &= k + \frac{\nu' a}{\mu' \omega'} \Phi'_{1abc}{}^{q-2}, \\ B'' &= k + \frac{\nu'' a}{\mu'' \omega''} \Phi''_{1abc}{}^{q-2}, \\ B''' &= k + \frac{\nu''' a}{\mu''' \omega'''} \Phi'''_{1abc}{}^{q-2}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где обозначено

$$\left. \begin{aligned} B' &= \frac{\lambda' M_h'}{\mu' \omega' \Phi'_{1abc}}, \\ B'' &= \frac{\lambda'' M_h''}{\mu'' \omega'' \Phi''_{1abc}}, \\ B''' &= \frac{\lambda''' M_h'''}{\mu''' \omega''' \Phi'''_{1abc}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Теперь из (2)

$$\left. \begin{aligned} B' - B'' &= \frac{\nu' a}{\mu' \omega'} \Phi'_{1abc}{}^{q-2} - \frac{\nu'' a}{\mu'' \omega''} \Phi''_{1abc}{}^{q-2} \\ B' - B''' &= \frac{\nu' a}{\mu' \omega'} \Phi'_{1abc}{}^{q-2} - \frac{\nu''' a}{\mu''' \omega'''} \Phi'''_{1abc}{}^{q-2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Вводим новый коэффициент

$$C = \frac{B' - B''}{B' - B'''} \quad (5)$$

который, согласно (3), определится выражением

$$C = \frac{1 - \left( \frac{\Phi''_{1abc}}{\Phi'_{1abc}} \right)^{q-2} \frac{\nu''}{\nu'} \frac{\mu' \omega'}{\mu'' \omega''}}{1 - \left( \frac{\Phi'''_{1abc}}{\Phi'_{1abc}} \right)^{q-2} \frac{\nu'''}{\nu'} \frac{\mu' \omega'}{\mu''' \omega'''}}$$

или

$$C = \frac{1 - \beta_{12} \delta_{21}^q}{1 - \beta_{13} \delta_{31}^q} \quad (6)$$

Здесь приняты обозначения

$$\left. \begin{aligned} \delta_{21} &= \frac{\Phi''_{1abc}}{\Phi'_{1abc}} ; \delta_{31} = \frac{\Phi'''_{1abc}}{\Phi'_{1abc}} \\ \beta_{12} &= \frac{\mu' \omega'}{\mu'' \omega''} ; \beta_{13} = \frac{\mu' \omega'}{\mu''' \omega'''} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Перепишем выражение (6) в виде

$$C \left( 1 - \beta_{13} \delta_{31}^{q-2} \cdot \frac{v'''}{v'} \right) = 1 - \beta_{12} \delta_{21}^{q-2} \frac{v''}{v'} \quad (8)$$

или

$$C \gamma_{12} = \gamma_{13},$$

где

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{12} &= 1 - \beta_{12} \delta_{21}^{q-2} \cdot \frac{v''}{v'} \\ \gamma_{13} &= 1 - \beta_{13} \delta_{31}^{q-2} \cdot \frac{v'''}{v'} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Выражения (8), (9) являются основой для вычисления искомых характеристик  $k$ ,  $a$  и  $q$  демпфирования в моторной установке по данным торсиографирования вала установки с тремя различными сменными маховиками.

Согласно (5) коэффициент  $C$  зависит от коэффициентов  $B'$ ,  $B''$  и  $B'''$ . Но как показывают выражения (3), эти коэффициенты можно считать известными. Действительно, входящие в (3) абсолютные амплитуды резонансных колебаний первой массы установки  $\Phi'_{1abc}$ ,  $\Phi''_{1abc}$  и  $\Phi'''_{1abc}$  легко определяются по снятым торсиограммам; амплитуды резонирующих возбуждающих гармонических моментов  $M_h$  могут быть найдены известными методами гармонического анализа кривой крутящего момента одного цилиндра двигателя, построенной по результатам индицирования. Величины  $\omega'$ ,  $\omega''$  и  $\omega'''$  находятся обычными вычислениями и, при необходимости, проверяются торсиографированием. Наконец, входящие в (3) коэффициенты  $\lambda$  и  $\mu$  легко определяются по формулам

$$\begin{aligned} \lambda &= \pi \sum \vec{\varphi}_i \\ \mu &= \pi F r^2 \sum \varphi_i^2, \end{aligned}$$

где  $\sum \vec{\varphi}_i$  — геометрическая сумма относительных амплитуд свободных колебаний приведенных масс цилиндров двигателя, определенная с помощью фазовой диаграммы возбуждающих моментов,

$\sum \varphi_i^2$  — алгебраическая сумма квадратов относительных амплитуд этих же масс,

$F$  и  $r$  — площадь поршня и радиус кривошипа.

Таким образом коэффициенты  $B'$ ,  $B''$  и  $B'''$  будут известны из (3) в их численном значении; соответственно из (5) определится и численное значение коэффициента  $C$  в уравнении (8). Коэффициенты  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{13}$ ,  $\delta_{21}$ ,  $\delta_{31}$  вычисляются так же без особых затруднений на основании формул (7).

Теперь в (8) остается одна неизвестная величина  $q$ , входящая в него как в явном виде (в показателе степени при  $\delta$ ), так и в неявном виде через величины  $v'$ ,  $v''$ ,  $v'''$ . Последние определяются по выражениям вида <sup>1)</sup> [1]

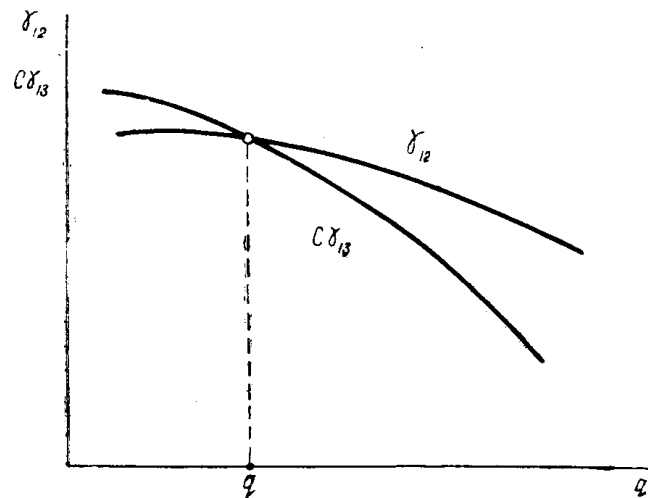
$$v = \sum \left[ \varphi_{i+1} - \varphi_i \right] \frac{c_{l,i+1}}{\omega_p} \Big]^q d^{2l}, \quad (10)$$

где  $c_{l,i+1}$  — жесткость вала на участке между соседними ( $i$ -ой и  $i+1$ -ой) массами установки,

$\omega_p$  — полярный момент сопротивления поперечного сечения вала установки на данном участке,

$d$  и  $l$  — диаметр и длина каждого участка вала.

Корень уравнения (8), то есть искомое значение гистерезисного показателя  $q$  для вала данной моторной установки, можно найти, например, графическим путем, как абсциссу точки пересечения двух кривых  $\gamma_{12}$  и  $C\gamma_{13}$  в функции  $q$  (фиг. 1). Эти кривые строятся по точкам, вычисленным по выражениям (9) для ряда произвольно принятых значений показателя  $q$ . Для тех же значений  $q$  вычисляются по формулам (10) и входящие в (9) величины  $v'$ ,  $v''$  и  $v'''$ .



Фиг. 1

После нахождения показателя  $q$  можно определить другую характеристику гистерезисных потерь — константу  $a$ . Для этого достаточно воспользоваться одним из выражений (4). Так из первого из них

$$a = \frac{B' - B''}{\frac{v'}{\mu' \omega'} \Phi'_{1abc}{}^{q-2} - \frac{v''}{\mu'' \omega''} \Phi''_{1abc}{}^{q-2}}.$$

Все входящие в правую часть этого выражения величины уже известны.

Наконец, из любого из выражений (2) определяется и коэффициент  $k$ . Например

$$k = B' - \frac{v' a}{\mu' \omega'} \Phi'_{1abc}{}^{q-2}.$$

<sup>1)</sup> Мы предполагаем здесь, что весь вал моторной установки изготовлен из одной стали с постоянными по всей длине вала значениями коэффициента  $a$  и  $q$ .

Но здесь необходимо отметить, что точность полученных результатов определения коэффициентов  $k$ ,  $a$  и  $q$  изложенным выше способом будет в значительной мере зависеть как от точности измерения резонансных амплитуд и точности вычислений, так и от степени справедливости для данной установки принятых нами выше основных предпосылок. Эти основные предпосылки заключались в допущении, что в моторной установке имеется только вязкое (линейное) демпфирование в механизме двигателя и гистерезисные потери в валу установки.

На несправедливость такого допущения для данной конкретной моторной установки укажет, например, значительная разница в числовых значениях коэффициента  $k$ , найденных по каждой из формул (2), большая той естественной разницы, которая обуславливается неизбежными погрешностями измерений резонансных амплитуд, вычислений частот  $\omega$ , определения амплитуд моментов  $M_n$  и т. п. При обнаружении такой большой разницы окажется необходимым особое исследование с целью выяснения величин и характера неучтенных в уравнениях (1) потерь энергии.

В некоторых случаях несправедливость отмеченного выше допущения является очевидной уже заранее, например, в случае судовой моторной установки, работающей на винт. Здесь гребной винт может быть источником значительного дополнительного демпфирования колебаний вала. В данном случае в правую часть каждого из уравнений (1) необходимо добавить работу, поглощаемую демпфированием винта, определяемую известными выражениями вида

$$A_{\text{винта}} = \pi k_v \omega \varphi_v^2 \Phi_{1\text{абс}}^2,$$

где  $k_v$  — коэффициент демпфирования винта,

$\varphi_v$  — относительная амплитуда колебаний винта (при  $\varphi_1 = 1$ ).

Но при заранее известной (например из других опытов или на основании опубликованных экспериментальных зависимостей) величине  $k_v$  эти дополнительные слагаемые в правых частях уравнений (1) окажутся полностью известными по своим численным значениям. Теперь методика совместного решения уравнений (1) будет мало отличаться от описанной выше.

В заключение отметим, что предлагаемая методика отдельного определения коэффициентов  $k$ ,  $a$  и  $q$  по данным торсиографирования может быть заметно упрощена, если в данной моторной установке (с одним и тем же маховиком) окажется возможным наблюдать и торсиографировать три достаточно сильных резонансных пика. Теперь

$$v' = v'' = v''',$$

если только все эти три пика соответствуют одной и той же кривой формы свободных колебаний вала (например, с одним узлом). Здесь уравнение (8) упрощается и приобретает вид

$$C(1 - \beta_{13} \delta_{31}^{q-2}) = 1 - \beta_{12} \delta_{21}^{q-2}.$$

Графическое решение этого уравнения уже не представляет существенных затруднений и дает искомое значение показателя  $q$ . Два других коэффициента  $a$  и  $k$  определяются по предыдущему. Таким образом, необходимость в сменных маховиках здесь отпадает.

Наконец, не исключена возможность определения коэффициентов  $k$ ,  $a$  и  $q$  по результатам трехкратного торсиографирования на одном и том же критическом числе оборотов, с одним и тем же маховиком, но при трех различных нагрузках двигателя. Здесь методика вычислений еще более упрощается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нечаев В. К. К вопросу о характеристиках демпфирующих сил в моторных установках с поршневыми ДВС. Известия Томского политехнического института, т. 85, 1957.
-