ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА
Том 85 1957 г.

ИЗГИБ ПЛИТЫ, ОПИРАЮЩЕЙСЯ НА УПРУГИЕ ДВУТАВРОВЫЕ БАЛКИ ПРИ НАГРЕВЕ

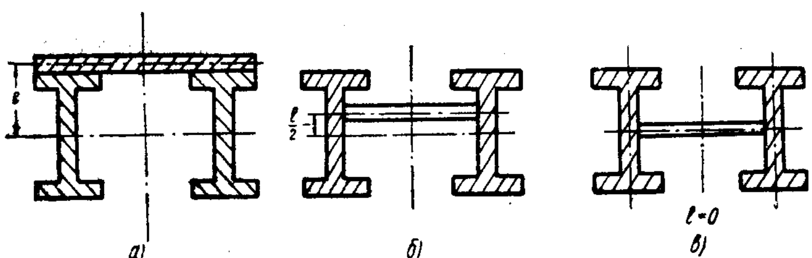
М. Г. ПИНСКИЙ

(Представлено научным семинаром кафедры сопротивления материалов).

Рассмотрим плиту, укрепленную на противоположных сторонах двутавровыми балками одинаковой жесткости; две другие стороны свободно оперты.

Задачей об изгибе квадратной плиты, опертой по краям на упругие балки занимались К. К. Чалышев [1], С. П. Тимошенко [2], Б. Г. Галеркин]3], Е. Мюллер [4], А. С. Калманок [9]. В 1953 Фукс [5] и [8] исследовали изгиб прямоугольной плиты на упругих опорах.

Во всех этих работах исследовался случай сочленения плиты с балкой, при котором плита лежит на балках (фиг. 1*а*).



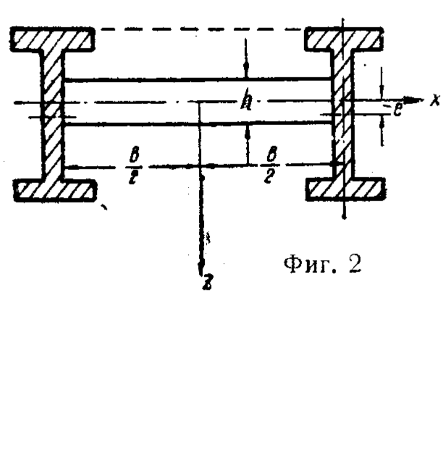
Фиг. 1

Мы рассмотрим случай произвольного по высоте балки сочленения с плитой (фиг. 2).

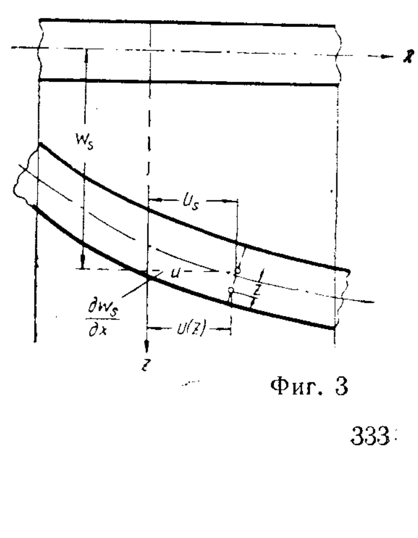
Под действием нагрузки плита деформируется (фиг. 3). Обозначая перемещения в направлении осей *x*, *y*, соответственно через u, v, w из фиг. 3 можно записать следующие соотношения:

$$u(z) = u_s - z\frac{\partial w_s}{\partial x}, \qquad v(z) = v_s - z\frac{\partial w_s}{\partial y}, \tag{1}$$

где u_s, v_s и w_s перемещения в срединной плоскости плиты.



Фиг. 2



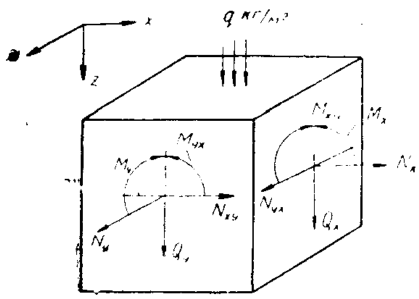
Фиг. 3

Из уравнений Коши следует:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = (\varepsilon_{xx})_s - z\frac{\partial^2 w_S}{\partial x^2},$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = (\varepsilon_{yy})_s - z\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2}, \tag{2}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (\varepsilon_{xy})_S - 2z\frac{\partial^2 w_S}{\partial x \partial y}.$$


Фиг. 4

Рассматривая равновесие бесконечного малого элемента плиты, введем в рассмотрение силы N_x, N_y и N_{xy} [2, стр. 90], отнесенные к единице длины (фиг. 4). Уравнение изгиба плиты имеет вид [2]:

$$\Delta\Delta w = \frac{q}{D}, \tag{3}$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$ оператор Лапласа.

Проектируя силы, лежащие в срединной плоскости на оси x и y, и, полагая, что объемные силы в этих направлениях отсутствуют, получим следующее уравнение равновесия

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0. \tag{4}$$

Уравнения (4) аналогичны дифференциальным уравнениям равновесия в плоской задаче теории упругости [6], следовательно, уравнения (4) тождественно удовлетворяются, если положить

$$N_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2},$$

$$N_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \tag{5}$$

$$N_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y},$$

где φ — функция напряжения, определяемая бигармоническим уравнением

$$\Delta\Delta\varphi = 0. \tag{6}$$

Таким образом, напряженное состояние в плите характеризуется уравнениями (3) и (6), из которых можно определить w и φ. Расстояние оси балки от срединной плоскости плиты — e (фиг. 2). Предполагаем, что балки сопротивляются изгибу в вертикальной плоскости, не сопротивляясь кручению и изгибу в горизонтальной плоскости. В этом отношении решение является приближенным. Строго говоря, следовало бы учесть изгибно-крутильную деформацию балки, что привело бы к весьма сложным выкладкам.

На каждом краю $x = \pm \frac{b}{2}$ можно записать следующие граничные условия, исходя из наших допущений (фиг. 5):

$$1.\ M_x = 0, \qquad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \tag{7}$$

$$2.\ N_x = 0, \qquad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\Big/_{x=\pm\frac{b}{2}} = 0. \tag{8}$$

3. Давление в направлении оси Z является вертикальной нагрузкой на балку [2, стр. 96]

$$-V_x = D \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2-\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] \tag{9}$$

и дифференциальное уравнение изогнутой оси балки принимает вид:

$$EJ_z \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = D \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2-\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right]. \tag{10}$$

В центре тяжести балок приложены силы $N_б$, которые можно найти из уравнения $\Sigma Y = 0$

$$2N_б + \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} N_y\, dx = 0. \tag{11}$$

Откуда, учитывая (5)

$$2N_б + \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\, dx = 0, \tag{12}$$

$$N_б = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Изгибающий момент в балке представляем в виде двух слагаемых;

$$M_б = M(q) + M(N_б), \tag{13}$$

где $M(q)$ — изгибающий момент от нагрузки q и $M(N_б) = -N_б e$ — изгибающий момент от силы $N_б$.

Известно, что для упругой оси балки можно записать:

$$EJ_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -M_б. \tag{14}$$

Продифференцировав (14) дважды по y, учитывая (13) и

$$\frac{d^2 M(q)}{dx^2} = - V_x$$

можно записать уравнение (14) в виде:

$$EJ_z \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = - \frac{\partial^2 M_б}{\partial y^2} = - \frac{\partial^2 M(q)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 M(N_б)}{\partial y^2}. \tag{15}$$

$$EJ_z w^{IV} = - V_x + e \frac{\partial^2 N_б}{\partial y^2},$$

так как для Q_x принято положительное направление вниз, а реакция V_x от нагрузки на балку направлена вверх, то её следует считать отрицательной.

Имея ввиду (9), уравнению (15) можно придать следующий вид:

$$EJ_z \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \pm D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \, \partial y^2} \right] \mp e \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \, \partial y^2} \right). \tag{16}$$

4. Это граничное условие мы найдем из следующих соображений. Относительная деформация плиты и балки в направлении Y в месте стыка должна быть одинаковой. Деформация срединной плоскости в направлении оси Y-ов равна:

$$(\varepsilon_{yy})_s = \frac{N_y}{Eh} = \frac{1}{Eh} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}. \tag{17}$$

Деформация $(\varepsilon_{yy})_s$ волокна балки на расстоянии e от оси, очевидно может быть определена из (2):

$$(\varepsilon_{yy})_e = (e_{yy}) + e \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \tag{18}$$

где ε_{yy} — относительное удлинение упругой оси балки или

$$(\varepsilon_{yy})_e = \frac{N_б}{EF} + e \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{19}$$

из равенства деформаций следует:

$$(\varepsilon_{yy})_s = (\varepsilon_{yy})_e.$$

Учитывая (17) и (19), последнее условие запишем в следующем виде:

$$\frac{1}{Eh} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{N_б}{EF} + e \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \tag{20}$$

Для упрощения четвертого граничного условия, выражаемого уравнением (20), продифференцируем последнее дважды по y. Учитывая, что

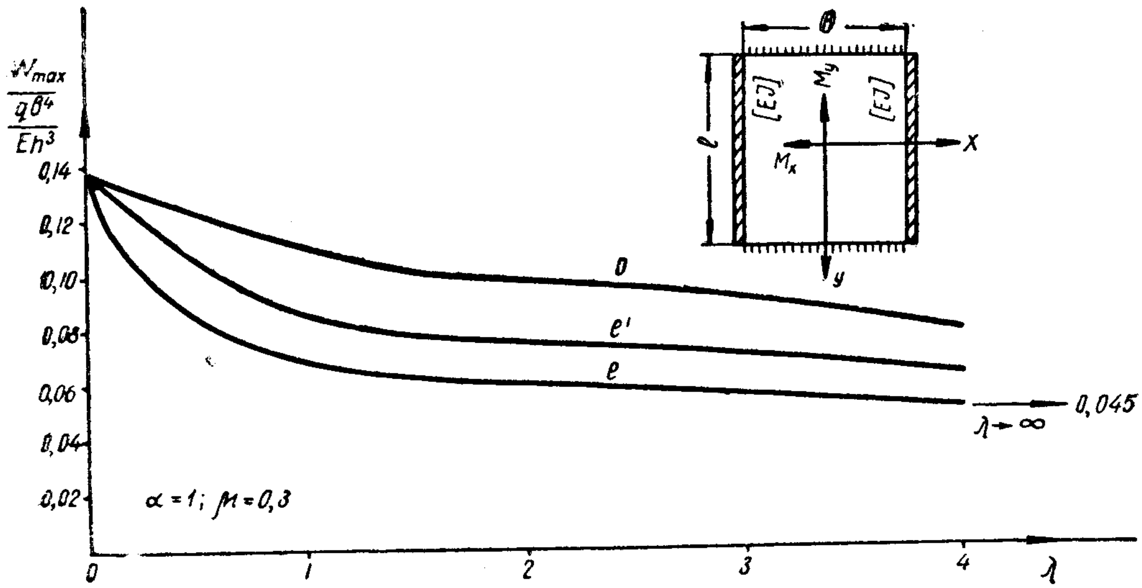
при $x = \pm \frac{b}{2}$ $- N_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$ и уравнение (12),

запишем 4-е граничное условие (20) в таком виде:

$$\frac{1}{Eh} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \, \partial y^2} = \pm \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \, \partial y^2} \right) \frac{1}{Eh} + e \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}. \tag{21}$$

Мы рассматриваем плиту (фиг. 5) длиной l, по краям $\left(x = \pm \frac{b}{2} \right)$, которой должны выполняться следующие условия:

$$а)\ w = 0, \quad б)\ M_y = 0, \quad в)\ N_y = 0, \quad г)\ N_x = 0.$$



Фиг. 5

Решение поставленной задачи сводится, таким образом, к нахождению функций w и φ, удовлетворяющих соответственно уравнениям (3) и (6) и четырем вышеуказанным граничным условиям.

Решение уравнений (3) и (6) будем искать в виде [6];

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m \cos \lambda_m x + B_m \lambda_m x \sin \lambda_m x + C_m) \sin \lambda_m y \tag{22}$$

$$\text{и } \varphi = \sum_{1}^{\infty} (D_m \cos \lambda_m x + K_m \lambda_m x \sin \lambda_m x) \sin \lambda_m y, \tag{23}$$

где

$$\lambda_m = \frac{m\pi}{l}.$$

Подставляя (22) и (23) в граничные условия (7), (8), (16) и (21), получим четыре уравнения для нахождения постоянных

$$A_m (1 - \mu) \cos \frac{\lambda_m b}{2} + B_m \left[\frac{\lambda_m b}{2} (1 - \mu) \sin \frac{\lambda_m b}{2} + 2 \cos \frac{\lambda_m b}{2} \right] = \mu C_m . \tag{24}$$

$$D_m \cos \frac{\lambda_m b}{2} + K_m \frac{\lambda_m b}{2} \sin \frac{\lambda_m b}{2} = 0 . \tag{25}$$

$$A_m\left[EJ_z\lambda_m\cos\frac{\lambda_m b}{2}+(1-\mu)\sin\frac{\lambda_m b}{2}\right]+$$
$$+B_m\left[EJ_z\lambda^2{}_m\frac{b}{2}\sin\frac{\lambda_m b}{2}-(1-\mu)D\frac{\lambda_m b}{2}\cos\frac{\lambda_m b}{2}+\right.$$
$$\left.+(1+\mu)\sin\frac{\lambda_m b}{2}\right]-eD_m\sin\frac{\lambda_m b}{2}-eK_m\left(\frac{\lambda_m b}{2}\cos\frac{\lambda_m b}{2}+\right.$$
$$\left.+\sin\frac{\lambda_m b}{2}\right)=-EJ_z\lambda_m C_m. \qquad (26)$$

$$A_m\cos\frac{\lambda_m b}{2}+B_m\left(\frac{\lambda_m b}{2}\sin\frac{\lambda_m b}{2}+2\cos\frac{\lambda_m b}{2}\right)+$$
$$+D_m\left[\frac{\mu}{EFe}\cos\frac{\lambda_m b}{2}+\mu\frac{\sin\frac{\lambda_m b}{2}}{EF\lambda_m e}\right]+$$
$$+K_m\left[\frac{\mu}{Ehe}\left(\frac{\lambda_m b}{2}\sin\frac{\lambda_m b}{2}+2\cos\frac{\lambda_m b}{2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\mu}{EFe\lambda_m}\left(\frac{\lambda_m b}{2}\cos\frac{\lambda_m b}{2}+\sin\frac{\lambda_m b}{2}\right)\right]=0. \qquad (27)$$

Подставляя (22) в (3), получим

$$\sum\lambda_m^4 C_m\sin\lambda_m y=\frac{q}{D}. \qquad (28)$$

Для определения C_m умножим (28) на $\sin\frac{\kappa\pi y}{l}dy$ и проинтегрируем правую и левую части:

$$\int_{-l/2}^{+l/2}\sum\left(\frac{m\pi}{l}\right)^4 C_m\sin\frac{m\pi y}{l}\sin\frac{\kappa\pi y}{l}dy=\int_{-l/2}^{+l/2}\frac{q}{D}\sin\frac{\kappa\pi y}{l}dy.$$

Отсюда

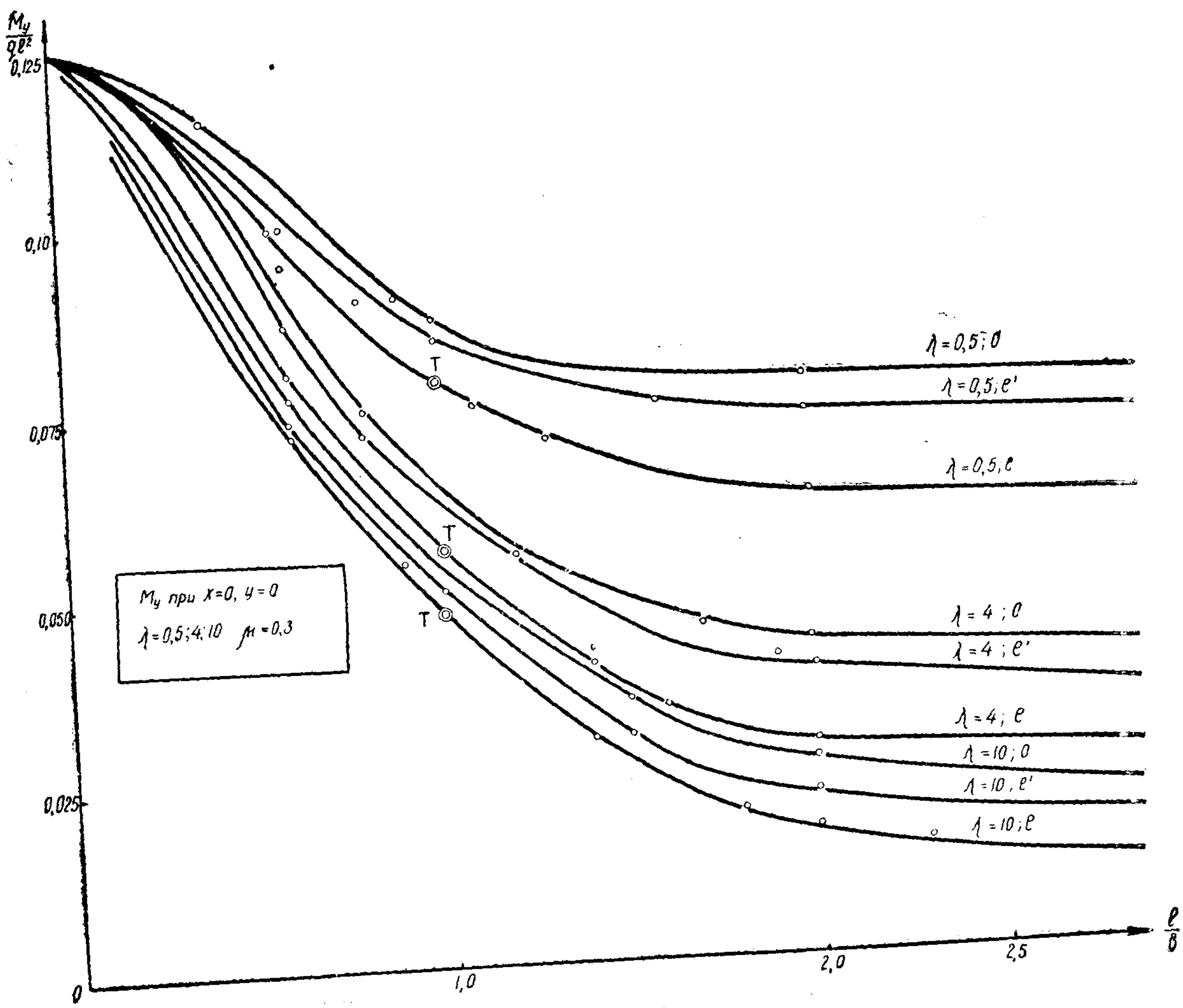
$$C_m=\frac{4ql^4}{m^5\pi^5 D}=\frac{ql^4}{78{,}5\,m^5 D}. \qquad (29)$$

Решая уравнения (24), (25), (26) и (27), определим постоянные A_m, B_m, D_m, и K_m, которые ввиду громоздких выражений не приводим.

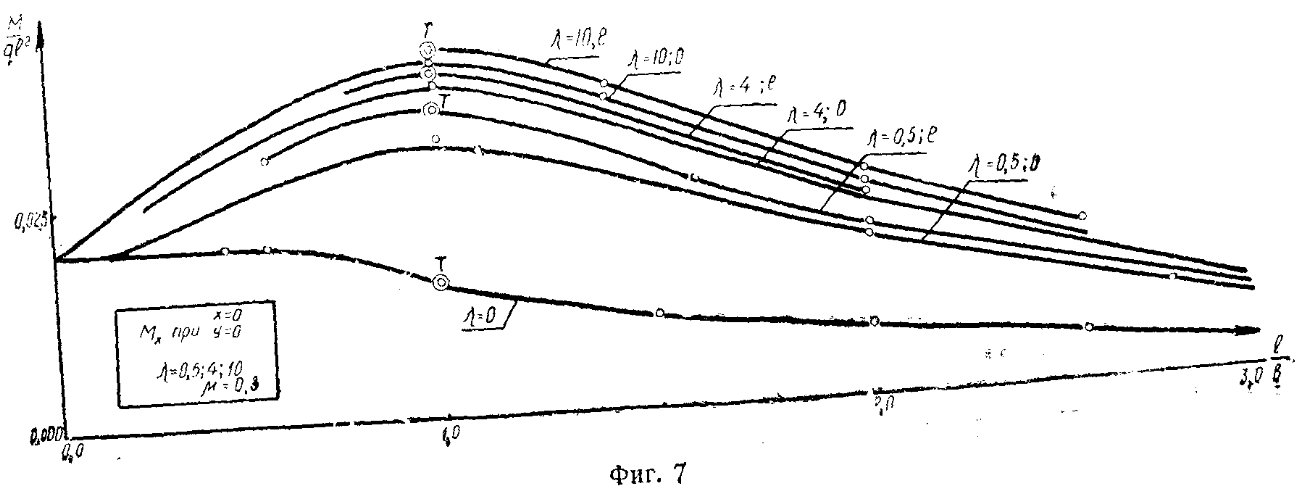
Запишем выражения для изгибающих моментов M_x и M_y [2]:

$$M_x=D\sum_{1,2,3\ldots}^{\infty}\lambda^2{}_m\left[(1+\mu)A_m\cos\lambda_m x+(1+\mu)B_m\lambda_m x\sin\lambda_m x-\right.$$
$$\left.-2B_m\cos\lambda_m x+\mu C_m\right]\cdot\sin\lambda_m y. \qquad (30)$$

$$M_y=D\sum_{1,2,3\ldots}^{\infty}\lambda^2{}_m\,[(1+\mu)A_m\cos\lambda_m x+(1+\mu)B_m\lambda_m\sin\lambda_m x-$$
$$-2\mu B_m\cos\lambda_m x+C_m]\cdot\sin\lambda_m y \qquad (31)$$


$\frac{M_y}{ql^2}$
0,125
0,10
0,075
0,050
0,025
0
1,0
2,0
2,5
$\frac{l}{b}$
$\lambda = 0,5; 0$
$\lambda = 0,5; e'$
$\lambda = 0,5; e$
$\lambda = 4; 0$
$\lambda = 4; e'$
$\lambda = 4; e$
$\lambda = 10; 0$
$\lambda = 10; e'$
$\lambda = 10; e$
T
M_y при $x=0$, $y=0$
$\lambda = 0,5; 4; 10$ $\mu = 0,3$

Фиг. 6


$\frac{M}{ql^2}$
0,025
0,000
0,0
1,0
2,0
3,0
$\frac{l}{b}$
$\lambda = 10, e$
$\lambda = 10; 0$
$\lambda = 4; e$
$\lambda = 4; 0$
$\lambda = 0,5; e$
$\lambda = 0,5; 0$
$\lambda = 0$
T
M_x при $x=0$, $y=0$
$\lambda = 0,5; 4; 10$
$\mu = 0,3$

Фиг. 7

и для продольных сил [2]

$$N_x = -\sum_{1}^{\infty} \lambda^2{}_m (D_m \cos \lambda_m x + K_m \lambda_m x \sin \lambda_m x) \sin \lambda_m y. \tag{32}$$

$$N_y = -\sum_{1}^{\infty} \lambda^2{}_m \cos \lambda_m x (D_m - K_m \lambda_m x \operatorname{tg} \lambda_m x) \sin \lambda_m y. \tag{33}$$

$$N_б = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) = \sum_{1}^{\infty} \left(-\lambda_m D_m \sin \frac{\lambda_m b}{2} + K_m \lambda_m \sin \frac{\lambda_m b}{2} - \right.$$

$$\left. - K_m \lambda^2{}_m \frac{b}{2} \cos \frac{\lambda_m b}{2} \right) . \sin \lambda_m y. \tag{34}$$

Вследствие весьма громоздких окончательных выражений для изгибающих моментов и продольных сил они в таком виде не могут быть использованы для практических расчетов.

Мы довели решение до численного результата. Наибольшие напряжения возникают вдоль оси X-ов.

Графики зависимостей W_{max}, M_x, M_y в зависимости от $\alpha = \frac{l}{b}$, $\lambda = \frac{EJ_z}{bD}$ и эксцентриситета e приведены на фиг. 5, 6, 7, 8 и 9.

Графики построены для стали ($\mu = 0{,}3$). Имея M_y, условие прочности можно записать в виде:

$$\sigma_{max} = \frac{6 M_y}{h^2} \leqslant (\sigma).$$

Следует отметить, что сравнение наших результатов с результатами работы акад. Б. Г. Галеркина [3, стр. 19, табл. 3], где был исследован частный случай квадратной плиты $\left(\frac{l}{b} = 1\right)$ на упругих опорах, что соответствует случаю, показанному на фиг. 1а, дает точное совпадение для значений M_y и M_x в центре плиты (см. кружочки с „Т“ фиг. 6, 7).

Сравнение результатов с результатами работы С. П. Тимошенко [2 стр. 215] и [9] также дает совпадение в частном случае квадратной плиты для w_{max}, M_y и M_x. Это совпадение результатов указывает на правильность полученных результатов рассмотренного более общего случая изгиба прямоугольной плиты, опирающейся на противоположных краях на упругие двутавровые балки.

Следует отметить, что при $\frac{l}{b} \to 0$ и $\frac{l}{b} \to \infty$, $n = 0$ (балки) изгибающий момент в центре $M_y = \frac{ql^2}{8}$, что совпадает с результатом, получаемым в сопротивлении материалов.

Сравнивая схемы расположения плиты относительно балок, видим, что наиболее неблагоприятным является расположение, приведенное на фиг. 1*в* ($e = 0$) и наивыгоднейшим—на фиг. 1*а* (e).

Заметим, что Такомский мост (США), потерпевший крушение в 1940 г., имел расположение плиты, относительно балки, как показано на фиг. 1*в*, т. е. наиболее неблагоприятное [7].

Анализ кривых (фиг. 5, 6, 7) показывает, что при соотношениях $\frac{EJ}{bD} = 4 \div 5$, обычно встречающихся на практике, влияние изгиба балок на деформацию и напряжения плиты невелико ($10 \div 15\%$) и может не учитываться в практических расчетах. При меньших соотношениях это влияние оказывается весьма существенным ($80 \div 90\%$).

Следовательно, для увеличения жесткости и прочности плиты, опирающейся на упругие двутавровые балки, достаточно взять $\frac{EJ}{Db} = 4$; дальнейшее увеличение этого отношения не даст заметного эффекта.

Теперь к внешней нагрузке q добавим температурный фактор.

Пусть температура нижней $\left(z = +\frac{h}{2}\right)$ и верхней $\left(z = -\frac{h}{2}\right)$ плоскостей пластинки соответственно t_1 и t_2, а разность $t_1 - t_2 = t$.

Так как пластинка, по условию, тонка, можно считать температуру меняющейся по толщине пластинки по линейному закону.

Как было отмечено, при $\frac{EJ}{Db} = 4 \div 5$ плита, опертая на упругие балки, практически может рассматриваться как шарнирно опертая по всему контуру.

Учитывая это важное положение, определение температурного прогиба проведем, следуя В. М. Майзелю.

В случае линейного температурного поля оказывается удобным для опертой пластинки использовать зависимости

$$M_t = \frac{E\alpha}{1-\mu}\frac{h^2}{12}t, \qquad (a)$$

$$w_t = W_{M_t}, \qquad (b)$$

согласно которым температурное перемещение в опертой плите совпадает с прогибом в ненагретой плите, вызванным изгибающим моментом M_t, равномерно распределенным вдоль контура.

Согласно замечанию С. П. Тимошенко [6], для ненагретой опертой по контуру прямоугольной в плане плиты прогиб $w_{M_t}(x, y)$ под действием равномерного распределенного вдоль контура изгибающего момента M_t совпадает с функцией напряжения кручения.

$$(\Delta\varphi = -2G\omega_0) \quad \text{при} \; -2G\omega_0 = -\frac{M_t}{D}.$$

Поэтому при использовании соответствующего решения теории кручения получается значение прогиба W_{M_t} для ненагретой пластинки в виде:

$$W_{M_t} = \frac{8}{\pi^3}\frac{M_t b^2}{D}\sum_{n=1,3,5.}^{\infty}\frac{1}{n^3}(-1)^{\frac{n-1}{2}}\left(1 - \frac{ch\frac{n\pi y}{b}}{ch\frac{n\pi l}{2b}}\right)\cos\frac{n\pi x}{b}.$$

Воспользовавшись теперь соотношениями (a) и (b), получаем искомый температурный прогиб для прямоугольной плиты, находящейся в линейном температурном поле

$$W_t(x,\ y) =$$

$$= \frac{8(1+\mu)}{\pi^3 h} b^2 \alpha t \sum_{n=1,\,3,\,5\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^3} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \left(1 - \frac{ch\,\dfrac{n\pi y}{b}}{ch\,\dfrac{n\pi l}{2b}}\right) \cos\frac{n\pi x}{b}\ . \qquad (35)$$

Известно, однако, что

$$\sum_{n=1,3,\,5\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \cos\frac{n\pi x}{b} = \frac{\pi^3}{32}\left[1 - 4\left(\frac{x}{b}\right)^2\right] \qquad (c)$$

в чём можно убедиться, разложив правую часть в ряд Фурье.

Подставляя (с) в (35), получим

$$W_t(x,\ y) = \frac{(1+\mu)\alpha t}{h}\left[\left(\frac{b}{2}\right)^2 - x^2\right] \sum_{n=1,\,3,\,5\ldots}^{\infty} \left(1 - \frac{ch\,\dfrac{n\pi y}{b}}{ch\,\dfrac{n\pi l}{2b}}\right). \qquad (36)$$

В центре плиты температурный прогиб

$$W_t = \frac{(1+\mu)\alpha t b^2}{4h} \sum_{n=1,\,3,\,5\ldots}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{ch\,\dfrac{n\pi l}{2b}}\right). \qquad (37)$$

Если $\frac{l}{b}$ велико, то

$$W_t = \frac{(1+\mu)\alpha t b^2}{4h}. \qquad (38)$$

Определив температурный прогиб, вычислим изгибающие и крутящие моменты

$$M_{yt} = -D\left[\left(\frac{\partial^2 w_t}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 wt}{\partial y^2}\right) + \alpha t\,\frac{1+\mu}{h}\right].$$

$$M_{xt} = -D\left[\left(\frac{\partial^2 w_t}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w_t}{\partial x^2}\right) + \alpha t\,\frac{(1+\mu)}{h}\right].$$

$$M_{(xy)t} = -M_{(yx)t} = -D(1-\mu)\frac{\partial^2 w_t}{\partial x\,\partial y}\ .$$

Суммируя температурные прогибы, изгибающие и крутящие моменты с соответствующими значениями этих величин от нагрузки q, получаем суммарные значения прогиба плиты, изгибающих и крутящих моментов, по которым и ведём расчет плиты. Работа выполнена по заданию завода „Манометр".

ЛИТЕРАТУРА

1. Чалышев К. К. — К вопросу о расчете пластинок, лежащих на упругом контуре. Сборник института инженеров путей сообщения, вып. 87, 1914.
2. Тимошенко С. П.—Пластинки и оболочки, Гостехиздат, 1948.
3. Галеркин Б. Г.—Собрание сочинений, том II АН СССР, 1953.
4. Müller E. Jngenieur—Archiv, Bd. 2, 1932.
5. Fuchs S. J.— Plates with boundary conditions of elastic support Proceedings ASME Vol. 79, № 199, 1953.
6. Тимошенко С. П.—Теория упругости. Гостехиздат, 1934.
7. Дмитриев Ф. Д. — Крушения инженерных сооружений. Москва, 1953.
8. Gilg B.—Schweizeriche Bauzeitung № 48, 1953.
9. Калманок А. С. — Строительная механика пластинок. Машстройиздат, стр. 171—173, 1950.