ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА
Том 86 1958 г.

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ПРИЕМНИКА

Е. И. ФИАЛКО

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

Предварительные замечания. Постановка задачи

При проектировании радиоприемных устройств импульсных сигналов часто необходимо обеспечить наивысшую реальную чувствительность или, точнее, минимальный пороговый сигнал.

Для этого, в частности, нужно правильно выбрать полосу пропускания линейной части приемника.

Вопрос об оптимальной полосе пропускания рассмотрен в ряде работ [**1**, **2** и др.].

Однако, хотя в этих работах оптимальная полоса пропускания находится из условия получения максимального отношения амплитуды выходного сигнала к эффективному значению шума, на практике обычно полагают, что такая полоса пропускания обеспечивает также минимальный пороговый сигнал.

В действительности же наблюдаемость сигнала определяется не только отношением уровней сигнала и шума, но и отношением длительностей импульсов сигнала и шума, которое также зависит от полосы пропускания приемника.

Нахождение оптимальной полосы пропускания, соответствующей минимуму порогового сигнала, в общем случае представляет серьезные трудности и связано со значительными аналитическими и экспериментальными исследованиями.

В настоящей работе рассматривается один из возможных методов решения задачи и некоторые частные случаи; целью рассмотрения является получение приближенных количественных соотношений.

Введем следующие обозначения:

H — наблюдаемость сигнала, которая численно оценивается вероятностью правильного опознавания сигнала на фоне шумов;
U_c — уровень (амплитуда) сигнала;
$U_ш$ — уровень (эффективное значение) шума;
$U_{сш}$ — уровень (эффективное значение) напряжения, равного сумме сигнала и шума;
τ_c — длительность огибающей импульса сигнала;

$\tau_ш$ — длительность огибающей шумового импульса;

$\tau_{сш}$ — длительность огибающей суммарного напряжения—сигнала и шума;

ΔF — полоса пропускания линейной части приемника;

$\Delta F_{опт}$ — оптимальная полоса пропускания, то есть полоса, соответствующая наивысшей наблюдаемости сигнала при заданной амплитуде сигнала на входе приемника;

$F'_{опт}$ — полоса пропускания, соответствующая максимуму отношения $\frac{U_c}{U_ш}$ на выходе линейной части приемника при заданной амплитуде сигнала на входе приемника.

U_c, $U_ш$, $U_{сш}$, τ_c, $\tau_ш$ и $\tau_{сш}$ — параметры сигнала и шумов на выходе линейной части приемника.

$$H = H\left(\frac{U_{сш}}{U_ш};\quad \frac{\tau_{сш}}{\tau_ш}\right) \tag{1}$$

и так как

$$\frac{U_{сш}}{U_ш} = \frac{U_{сш}}{U_ш}\left(\Delta F\right),$$

$$\frac{\tau_{сш}}{\tau_ш} = \frac{\tau_{сш}}{\tau_ш}\left(\Delta F\right),$$

то

$$H = H(\Delta F).$$

Упрощенно основное уравнение (1) может быть представлено в виде

$$H = H\left(\frac{U_c}{U_ш};\quad \frac{\tau_c}{\tau_ш}\right). \tag{2}$$

Такое упрощение может оказаться вынужденным в связи со значительными трудностями определения функции $\tau_{сш}(\Delta F)$. Следует иметь в виду, что при использовании формулы (2) выводы для случая малых $\frac{U_c}{U_ш}$ могут нуждаться в коррективах.

Возникает ряд вопросов: существует ли в общем случае $\Delta F_{опт}$? насколько отличается $\Delta F_{опт}$ от $\Delta F'_{опт}$? и т. д.

Основные соотношения

Оптимальная полоса пропускания может быть найдена из условия:

$$\frac{dH}{d(\Delta F)} = 0. \tag{3}$$

Так как

$$\frac{dH}{d(\Delta F)} = \frac{\partial H}{\partial\left(\frac{U_{сш}}{U_ш}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{U_{сш}}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} + \frac{\partial H}{\partial\left(\frac{\tau_{сш}}{\tau_ш}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{\tau_{сш}}{\tau_ш}\right)}{d(\Delta F)},$$

то условие (3) принимает вид:

$$\frac{d\left(\frac{U_{cш}}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} = -\frac{d\left(\frac{\tau_{cш}}{\tau_ш}\right)}{d(\Delta F)} \cdot \frac{\dfrac{\partial H}{\partial\left(\frac{\tau_{cш}}{\tau_ш}\right)}}{\dfrac{\partial H}{\partial\left(\frac{U_{cш}}{U_ш}\right)}}, \tag{4}$$

а в случае использования упрощенного уравнения (2):

$$\frac{d\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} = -\frac{d\left(\frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)}{d(\Delta F)} \cdot \frac{\dfrac{\partial H}{\partial\left(\frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)}}{\dfrac{\partial H}{\partial\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)}}. \tag{5}$$

Решая уравнение (5) или (4) относительно ΔF, находим $\Delta F_{опт}$ (в случае, если она существует).

Следует, однако, заметить, что отыскание функции $H\left(\frac{U_c}{U_ш};\ \frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)$ может оказаться более громоздким, чем непосредственное снятие зависимости $H(\Delta F)$.

Рассмотрим некоторые частные случаи:

1. Наблюдаемость сигнала зависит от амплитудных соотношений сигнала и шума в значительно большей степени, чем от соотношений длительностей сигнального и шумового импульсов:

$$\frac{\partial H}{\partial\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)} \gg \frac{\partial H}{\partial\left(\frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)}.$$

(Этот случай соответствует, например, наблюдаемости сигнала при амплитудной отметке).

Условие (5) примет вид:

$$\frac{d\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} = 0. \tag{6}$$

Как известно, решение этого уравнения будет [1, 2 и др.]

$$\Delta F = \Delta F_{опт}' = \frac{a}{\tau_{co}},$$

где $a = 0{,}75 \div 1{,}37$ в зависимости от аппроксимации огибающей сигнала и резонансной характеристики линейной части приемника, τ_{co} — длительность сигнала на входе приемника. Обычно полагают $a \approx 1$.

2. Амплитудные и временные соотношения сигнального и шумового импульсов неравноценны с точки зрения наблюдаемости сигнала, но могут быть представлены в виде:

$$\frac{\partial H}{\partial\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)} = \frac{\partial H}{\partial\left(\frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)}\alpha,$$

где $\alpha = \mathrm{const}$ в некотором интервале значений $\frac{U_c}{U_ш}$ и $\frac{\tau_c}{\tau_ш}$. (Случай $\alpha \approx 1$, по-видимому, имеет место при яркостной отметке сигнала и фотографировании экрана электронно-лучевой трубки).

Условие (5) принимает вид:

$$\frac{d\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} = -\frac{d\left(\frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)}{d(\Delta F)} \cdot \frac{1}{\alpha}. \qquad (7)$$

Для решения уравнения (7) относительно ΔF необходимо конкретизировать форму огибающей сигнала и форму резонансной характеристики приемника.

Рассмотрим один из часто встречающихся способов аппроксимации формы импульса и резонансной характеристики—случай вероятностной аппроксимации.

Случай вероятностной аппроксимации формы импульса и резонансной характеристики приемника

На вход приемника с резонансной характеристикой

$$y = \frac{K}{K_0} = e^{-4\left(\frac{\omega-\omega_0}{\Delta\omega}\right)^2}$$

(где K — коэффициент усиления линейной части приемника на частоте ω; K_0 — резонансный коэффициент усиления; $\Delta\omega$ — полоса пропускания на уровне $\frac{K_0}{e}$) подается сигнал

$$U = U_0 \cdot e^{-4\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^2} \cdot \cos\omega_0 t,$$

где U_0 — амплитуда сигнала,

τ_0 — длительность сигнала на уровне $\frac{U_0}{e}$. Амплитуда напряжения сигнала на выходе линейной части будет [2]

$$U_c = \frac{U_0 \cdot K_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{8}{\Delta\omega\tau_0}\right)^2}} . \qquad (8)$$

Эффективное напряжение шума на выходе линейной системы приемника, как нетрудно показать (в случае согласования антенны со входом приемника):

$$U_ш = \sqrt{k \cdot T \cdot R_A \cdot \Delta F_ш \cdot N}\ K_0 , \qquad (9)$$

где

k — постоянная Больцмана;
T — комнатная температура;
R_A — сопротивление излучения антенны;
$\Delta F_ш$ — эффективная полоса шумов приемника;
N — коэффициент шумов приемника.

Обозначив

$$\Delta\omega_ш = 2\pi\Delta F_ш$$

и

$$Q = \frac{U_c}{U_ш} , \qquad (10)$$

из (8), (9) и (10) получим

$$Q = \frac{\sqrt{2\pi} \cdot U_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{8}{\Delta\omega \cdot \tau_0}\right)^2} \cdot \sqrt{\Delta\omega_ш} \cdot \sqrt{k \cdot T \cdot R_A \cdot N}} . \qquad (11)$$

Как известно [2],

$$Q = Q_{max} \text{ при } \Delta\omega = \Delta\omega'_{опт} = \frac{8}{\tau_0} ,$$

при этом (11) примет вид:

$$Q_{max} = \frac{\sqrt{2\pi} \cdot U_0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\Delta\omega'_{ш_{опт}}} \cdot \sqrt{k \cdot T \cdot R_A \cdot N}} . \qquad (12$$

Деля (11) на (12), получим

$$\frac{Q}{Q_{max}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{8}{\Delta\omega \cdot \tau_0}\right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta\omega'_{ш_{опт}}}{\Delta\omega_ш}} .$$

Так как [2]

$$\Delta\omega_ш = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \Delta\omega, \qquad (13$$

то

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta\omega'_{опт}}{\Delta\omega}} \cdot Q_{max}, \tag{14}$$

или

$$Q = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\Delta\omega'_{опт}}}{\sqrt{\Delta\omega + \frac{1}{\Delta\omega}\left(\frac{8}{\tau_0}\right)^2}} \cdot Q_{max}.$$

Дифференцируя Q по ΔF и производя элементарные преобразования, получим

$$\frac{d\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} = \sqrt{2}\cdot\pi\cdot\sqrt{\Delta\omega'_{опт}}\cdot\frac{\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2-1}{\sqrt{\left\{\Delta\omega\left[1+\left(\frac{8}{\Delta\omega\,\tau_0}\right)^2\right]\right\}^3}}\cdot Q_{max},$$

или, так как $\Delta\omega'_{опт} = \frac{8}{\tau_0}$,

$$\frac{d\left(\frac{U_c}{U_ш}\right)}{d(\Delta F)} = 4\pi\cdot\frac{\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2-1}{\sqrt{\tau_0\left\{\Delta\omega\left[1+\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2\right]\right\}^3}}\cdot Q_{max}. \tag{15}$$

Перейдем к рассмотрению правой части уравнения (7). Длительность выходного сигнала на уровне $\frac{U_{c\max}}{e}$ равна [2]

$$\tau_c = \tau_0\sqrt{1+\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2}. \tag{16}$$

Средняя длительность выброса огибающей шума $\tau_ш$ на уровне U равна [3]

$$\tau_ш = \frac{1}{\Delta F_ш\cdot x}, \tag{17}$$

где

$$x = \frac{U}{U_ш}, \tag{18}$$

$U_ш$ — эффективное напряжение шума на выходе линейной системы приемника.

С учетом (13) и (18) формула (17) примет вид

$$\tau_ш = \frac{\sqrt{2\pi}\cdot 4}{\Delta\omega\cdot x}.$$

Сравнивая длительность сигнала и шумовых импульсов на одном и том же уровне, например, на уровне $U = \frac{U_c}{e}$, имеем:

$$x = \frac{U}{U_ш} = \frac{U_c}{U_ш}\cdot\frac{1}{e} = Q\cdot\frac{1}{e}. \qquad (20)$$

Подставляя (20) в (19), получим

$$\tau_ш = \frac{4\sqrt{2\pi}\cdot e}{\Delta\omega\cdot Q}. \qquad (21)$$

Примечание. Вопрос о том, на каких уровнях следует сравнивать длительности сигнального и шумовых импульсов, подлежит отдельному рассмотрению.

Из (16) и (21)

$$\frac{\tau_c}{\tau_ш} = \frac{\Delta\omega\cdot\tau_0\cdot\sqrt{1+\left(\frac{8}{\Delta\omega\tau_0}\right)^2}}{4\cdot\sqrt{2\pi}\cdot e}\cdot Q$$

и с учетом (14)

$$\frac{\tau_c}{\tau_ш} = \frac{\tau_0\cdot\sqrt{\Delta\omega'_{опт}}\cdot\sqrt{\Delta\omega}}{4\cdot\sqrt{\pi}\cdot e}\cdot Q_{max}.$$

Так как

$$\Delta\omega'_{опт} = \frac{8}{\tau_0},$$

то

$$\frac{\tau_c}{\tau_ш} = \frac{\sqrt{\tau_0\cdot\Delta\omega}}{\sqrt{2\pi}\cdot e}\cdot Q_{max}$$

и

$$\frac{d\left(\frac{\tau_c}{\tau_ш}\right)}{d(\Delta F)} = \sqrt{\frac{\pi\cdot\tau_0}{2\cdot\Delta\omega}}\cdot\frac{Q_{max}}{e}. \qquad (22)$$

Подставляя (15) и (22) в (7), получим

$$4\pi\cdot\frac{\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2-1}{\sqrt{\tau_0\left\{\Delta\omega\left[1+\left(\frac{8}{\Delta\omega\cdot\tau_0}\right)^2\right]\right\}^3}}\cdot Q_{max} =$$

$$= \sqrt{\frac{\pi \cdot \tau_0}{2 \cdot \Delta\omega}} \cdot \frac{Q_{max}}{e} \cdot \frac{1}{\alpha}.$$

Итак, уравнение (7) для случая вероятностной аппроксимации имеет вид:

$$\frac{1 - \left(\frac{8}{\Delta\omega\,\tau_0}\right)^2}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{8}{\Delta\omega \cdot \tau_0}\right)^2\right]^3}} = \frac{\Delta\omega \cdot \tau_0}{4\sqrt{2\pi} \cdot e} \cdot \frac{1}{\alpha}. \tag{23}$$

Обозначив $\Delta\omega \cdot \tau_0 = y$, представим (23) в виде

$$\frac{1 - \left(\frac{8}{y}\right)^2}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{8}{y}\right)^2\right]^3}} = \frac{y}{8 \cdot e \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cdot \frac{1}{\alpha}. \tag{24}$$

Решая уравнение (24) графическим способом, находим, что при $\alpha < 1{,}07$ вещественный корень отсутствует; при $\alpha \geqslant 1{,}07$

$$8 < y_{опт} < 18.$$

Таким образом, в случае вероятностной аппроксимации

$$1 < \frac{\Delta\omega_{опт}}{\Delta\omega'_{опт}} < 2{,}25$$

при

$$1{,}07 < \alpha < \infty.$$

Случай $\alpha < 1{,}07$ требует дополнительного рассмотрения.

Однако, очевидно, что в интересующем нас случае, когда наблюдаемость сигнала почти в равной степени зависит от амплитудных и временных соотношений сигнала и шумов, оптимальная полоса пропускания в два — три раза больше полосы, обеспечивающей максимальное отношение уровней сигнала и шума.

Распространяя полученный вывод на другие виды аппроксимации, заключаем, что в интересующем нас случае

$$\Delta F_{опт} \approx \frac{2 \div 3}{\tau_0},$$

поскольку обычно принимают

$$\Delta F'_{опт} \approx \frac{1}{\tau_0}$$

(здесь τ_0 — длительность сигнала на входе приемника).

Выводы

1. В случае, когда наблюдаемость сигнала определяется не только соотношением амплитуд (уровней), но и соотношением длительностей импульсов сигнала и шумов, оптимальная полоса пропускания $\Delta F_{опт}$ больше, чем полоса пропускания $\Delta F'_{опт}$, обеспечивающая максимальное отношение $\frac{\text{сигнал}}{\text{шум}}$.

2. В частном случае, когда величина порогового сигнала почти в равной мере зависит от амплитудных и временных соотношений сигнала и шумов, оптимальную полосу пропускания можно выбирать из условия $\Delta F_{опт} \approx \frac{2 \div 3}{\tau_0}$, где τ_0 — длительность сигнала на входе приемника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сифоров В. И. О влиянии помех на прием импульсных радиосигналов Радиотехника № 1, 1946.

2. Белоусов А. П. О наивысшей реальной чувствительности импульсного приемника. Радиотехника № 5, 1946.

3. Бунимович В. И. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. Советское радио, 1951.