

Радиальная составляющая фокусирующей силы с точностью до 1% выражается уравнением [2]:

$$F_r = - \frac{e^2}{m} (Hz_0 \cdot r_0) \left(Hz - Hz_0 \frac{r_0}{r} \right). \quad (2)$$

Подставив это выражение в уравнение (1), получим выражение сечения потенциальной функции в плоскости $z = \text{const}$ в таком виде:

$$V_m(r, z = \text{const}) = \frac{e^2}{m} (Hz_0 \cdot r_0) \int_{r_0}^r \left[Hz - Hz_0 \frac{r_0}{r} \right] dr. \quad (3)$$

Этот интеграл решается графически. Значения H_z , H_{z_0} и r берутся из экспериментальных данных, по ним строятся в одном масштабе кривые $H_z = f(r)$ и $H_{z_0} \frac{r_0}{r} = f(r)$ (рис. 1а'), затем подсчитываются площади, заключенные между этими кривыми для различных значений r , и откладываются на отдельном графике. Это и есть сечение потенциальной ямы в плоскости $z = \text{const}$ в относительных единицах (рис. 1б').

Для построения полной потенциальной поверхности и эквипотенциальных линий потенциальной функции необходимо построить разрезы потенциальных ям в нескольких плоскостях $z = \text{const}$, описанным выше способом и построить разрез потенциальной ямы в плоскости $r = \text{const}$ (или $r = r_0$), или построить одно сечение в плоскости $z = 0$ и несколько сечений в плоскости $r = \text{const}$ [2].

Разрез потенциальной ямы в плоскости $r = \text{const}$ рассчитывается и строится так же, посредством графического интегрирования выражения потенциальной функции через аксиальную составляющую фокусирующей силы:

$$V_m(z, r = \text{const}) = \int_0^z F_z \cdot dz = - \frac{e^2}{m} (Hz_0 \cdot r_0) \int_0^z H_r(z, r = c) \cdot dz. \quad (4)$$

Величина радиальной составляющей напряженности магнитного поля находится с помощью графического интегрирования выражения:

$$H_r = - \frac{1}{r} \int_0^z n \cdot H_z \cdot dz. \quad (5)$$

Зная пространственное распределение магнитного поля в рабочей зоне $H_z = f(r, z)$ и $n = f(r, z)$, можно легко и с достаточной точностью построить эквипотенциальные линии потенциальной функции фокусирующих сил управляющего магнитного поля [3].

Данную методику можно применять для расчета и построения потенциальных функций фокусирующих полей любой формы, независимо от того, как изменяется показатель спадания поля в зависимости от r и z , причем при расчетах и построении не требуется никаких дополнительных инструментов.

Расчеты и построение эквипотенциальных линий удобнее производить в следующем порядке:

1. Снять зависимости напряженности магнитного поля от радиуса в различных плоскостях $H_z = f(r)$.

2. Вычислить или измерить значения показателя спадания поля „ n “ и построить кривую зависимости показателя n от z , $n=f(z)$ для радиуса равновесной орбиты (рис. 1а).

3. Посредством графического интегрирования построить зависимость $H_r=f(z)$ (рис. 1б).

4. По кривой $H_r=f(z)$ с помощью графического интегрирования построить сечение потенциальной ямы в плоскости $r=r_0$ (рис. 1в).

5. Графическим интегрированием вычислить и построить сечение потенциальной ямы в плоскостях $z=0$, $z=1$, $z=2$ и т. д. в пределах рабочей зоны ускорителя с одной стороны от центральной плоскости, так как поле симметричное и строить сечения по всему объему нет необходимости.

Расчетная кривая $H_{z0} \frac{r_0}{r} = f(r)$ остается неизменной для всех сечений, так как H_{z0} с изменением z меняется незначительно.

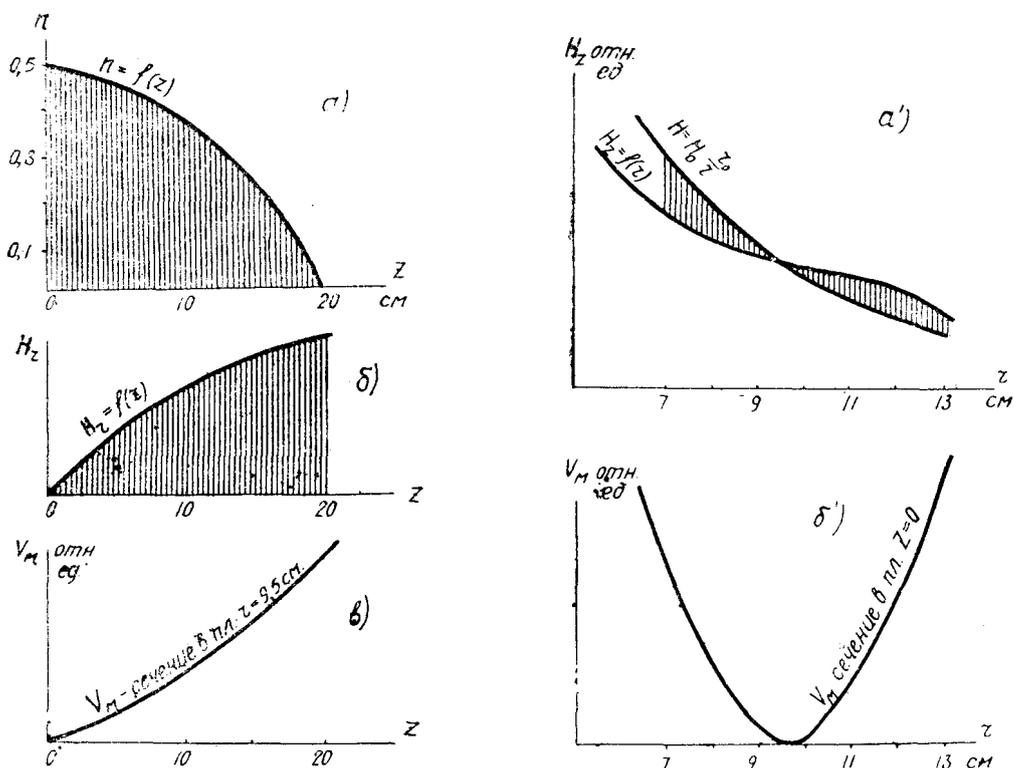


Рис. 1

Построение сечений потенциальных ям можно производить в относительных единицах, тогда минимум сечения ямы в плоскости $z=0$ принимаем за начало отсчета значения функции, а минимумы сечений в других плоскостях окажутся сдвинутыми вверх на величину, соответствующую значению потенциальной функции в сечении в плоскости $r=r_0$.

6. Построить эквипотенциальные линии потенциальной функции фокусирующих сил поля по известным значениям потенциальной функции в различных точках поля (рис. 1 а', б').

На рис. 1 а, б, в изображены различные этапы вычисления и построения эквипотенциальных линий фокусирующих сил поля бетатрона.

Применение потенциальной функции при настройке бетатрона

По форме и величине потенциальной ямы можно с достаточной точностью судить о фокусирующих свойствах магнитного поля, о величине

заряда, который может ускоряться, а следовательно, и об интенсивности излучения ускорителя.

Например, если у нас имеются несколько бетатронов с различной формой поля, то, построив потенциальные функции этих полей, можно сказать какой из этих ускорителей будет давать излучение большей интенсивности.

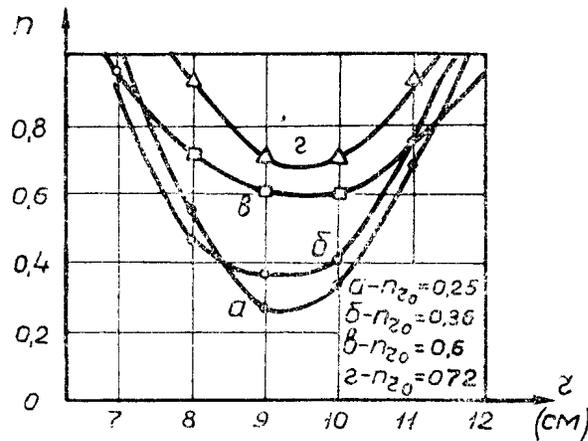


Рис. 2

С помощью потенциальной функции можно предварительно установить оптимальный радиус равновесной орбиты. По форме потенциальной функции можно определить оптимальное положение электронной пушки. Например, при исследовании бетатрона без железного ядра и полюсов возникла необходимость сравнить фокусирующие свойства управляющих полей различной конфигурации.

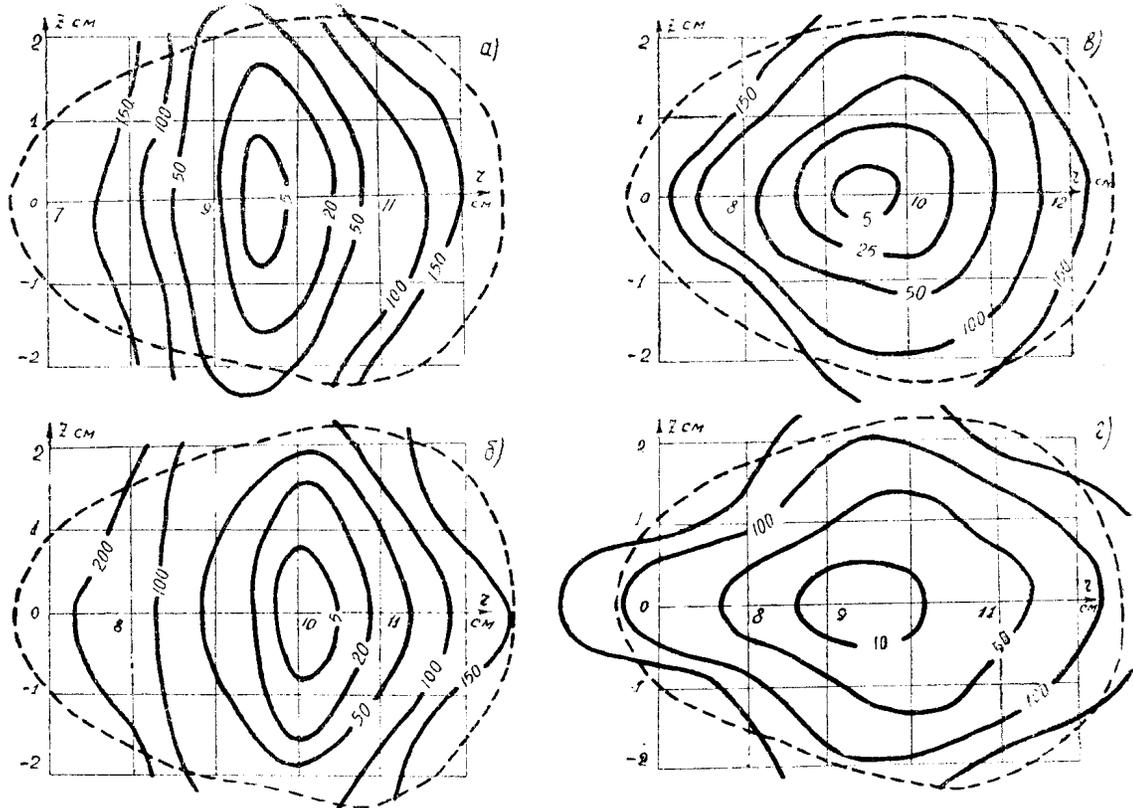


Рис. 3

По кривым $n = f(r)$ (рис. 2) трудно что-либо сказать о фокусирующих свойствах того или иного поля. Построив потенциальные функции в виде эквипотенциальных линий (рис. 3 а, б, в, г, д), можно уверенно сказать, что лучшими фокусирующими свойствами обладают поля с n на орбите равными 0,62 и 0,72. Фокусирующие свойства с $n = 0,25$ и 0,36 гораздо хуже первых. Исследования зависимости интенсивности излучения от формы управляющего поля подтверждают это заключение. Из рис. 4 видно, что излучение при полях с $n = 0,25$ почти отсутствует, максимальное при $n = 0,6$ и 0,72 и при $n = 0,36$ — мало.

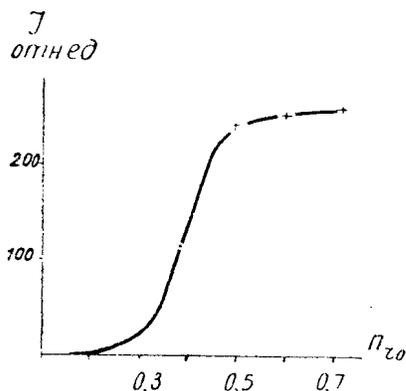


Рис. 4

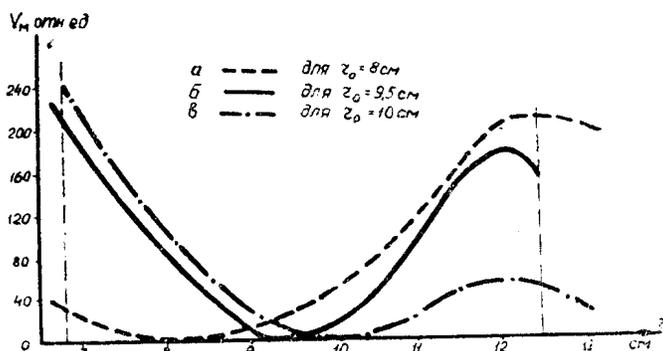


Рис. 5

Предварительное определение оптимального положения радиуса равновесной орбиты в границах рабочей зоны с помощью потенциальной функции также проверено на опыте. Установлено, что оптимальным является такое положение равновесной орбиты, для которого потенциальная функция имеет одинаковые значения на внутренней и внешней границах ускорительной камеры.

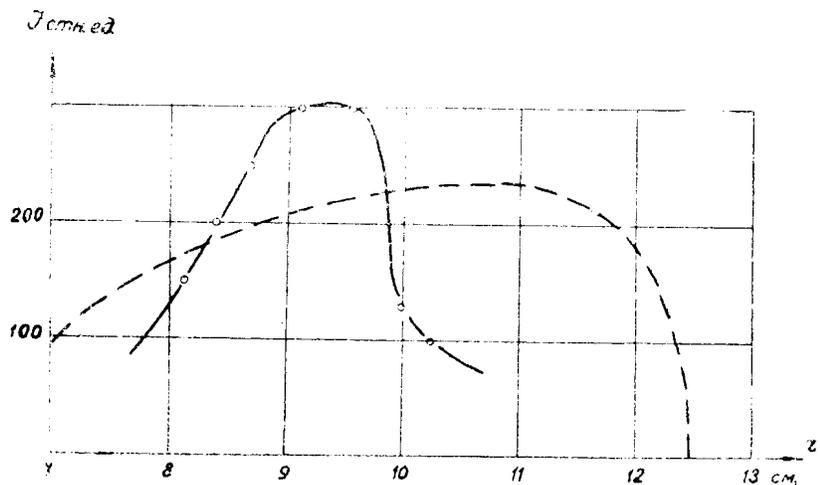


Рис. 6

Таким образом, построив потенциальные ямы для нескольких орбит, можно найти оптимальное положение равновесной орбиты. Например, для бетатрона без железного ядра и полюсов по потенциальной функции установили, что оптимальная равновесная орбита на радиусе 9,5 см (рис. 5).

Экспериментальная зависимость интенсивности излучения от положения равновесной орбиты (рис. 6) показывает, что изменение радиуса равновесной орбиты от 9 до 9,7 см незначительно влияет на излучение. Следовательно, орбита с радиусом 9,5 см находится очень близко от оптимальной. Потенциальные функции для радиуса 9,5 и 9,3 очень мало отличаются друг от друга.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. A. Rajchman and W. H. Cherry. The electron mechanics of induction accelerator. J. Franklin Inst. 243. 1947.
 2. Родимов Б. Н. О механизме захвата электронов в ускорение в бетатроне Известия ТПИ, т. 87, 1957.
 3. Димов Г. И. Кандидатская диссертация. ТПИ, 1954.
 4. Носков Д. А. Исследование особенностей и работы бетатрона без железного ядра Кандидатская диссертация. ТПИ, 1954.
-