

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЛАЖНОСТИ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАСТИНЕ БЕЗ ИСПАРЕНИЯ ВЛАГИ

С. П. КУЗНЕЦОВ

В основе математической теории теплопроводности лежит закон Фурье, устанавливающий зависимость между плотностью теплового потока q и температурным градиентом ∇t , т. е.

$$q = -\lambda \nabla t.$$

В такой формулировке закон Фурье справедлив для изотропных тел, в которых перемещение тепла обусловлено молекулярным переносом.

В случае твёрдых тел закон Фурье выполняется для изотропных материалов, которые не поглощают влаги или мало поглощают её. Многие тепловые изоляторы, большинство строительных материалов, а также материалы пищевой промышленности поглощают влагу из окружающей среды и, таким образом, являются влажными материалами. Во влажных материалах перемещение тепла усложняется явлением перемещения влаги, благодаря чему основной закон Фурье видоизменяется: плотность потока тепла зависит не только от градиента температуры, но и от плотности потока влаги, т. е.

$$q = -\lambda \nabla t + Ji,$$

где J —энтальпия влаги в ккал/кг.

Следовательно, во влажных материалах перемещение тепла неотделимо от перемещения влаги и наоборот.

Нагревание влажных материалов в первых работах приравнялось к нагреванию тел с отрицательным источником тепла. Одними из первых работ в этой области были работы проф. А. В. Лыкова [1]. Так, например, им было дано решение задачи на прогрев неограниченной пластины, когда между одной поверхностью пластины и окружающей средой с постоянной температурой происходит теплообмен по закону Ньютона при некотором дополнительном источнике тепла, а на другой поверхности поддерживается постоянная температура t_n . Им же дано решение и более усложнённой задачи, когда испарение происходит на противоположных поверхностях её, при различных интенсивностях.

Исследованием прогрева влажных грунтов занимались А. В. Лыков и А. А. Померанцев [3]. Они изучали передвижение фронта сушки во влажном грунте и распределение температур в нём при нагревании. Вопрос о перемещении влаги в грунте в работе не затрагивался: была использована простейшая схема распределения влаги в грунте—концентрация влаги в высушенной части грунта принималась равной нулю, во влажной части—начальной. Существующие решения на прогрев влажных материалов имеют существенные недостатки:

1) предполагается, что испарение влаги внутри материала отсутствует, т. е. испарение происходит только на поверхности материала;

2) не учитывается влияние перемещения влаги на перемещение тепла, т. е. теплообмен внутри влажного материала рассматривается отдельно от влагообмена.

Такое положение в теории прогрева влажных материалов объясняется тем, что до последнего времени не были хорошо изучены законы перемещения влаги внутри материала.

Основными законами перемещения влаги как в жидком, так и газообразном состоянии являются: закон диффузии (молекулярное перемещение) и закон капиллярного движения (молярное перемещение). Оба эти закона при изотермических условиях объединяются в один закон — закон влагопроводности: плотность потока влаги (i) прямо пропорциональна градиенту концентрации ($\nabla \omega$) или градиенту влажности (∇u) в направлении нормали к изоконцентрической поверхности, т. е.

$$i = -k \nabla \omega = -k \gamma_0 \nabla u,$$

где: k — коэффициент влагопроводности в $\text{м}^2/\text{час}$,

i — плотность потока влаги в $\text{кг}/\text{м}^2\text{час}$.

Механизм перемещения влаги зависит от формы связи влаги с материалом. Согласно классификации акад. П. А. Ребиндера, различают:

- 1) химическую связь,
- 2) физико-химическую,
- 3) механическую.

Коэффициент влагопроводности k зависит не только от влажности материала, но и от температуры. С увеличением температуры коэффициент влагопроводности увеличивается.

Если внутри влажного тела имеется перепад температуры, то под влиянием температурного градиента влага перемещается по направлению потока тепла. Она может перемещаться как в виде жидкости, так и пара.

Одной из причин такой миграции влаги является молекулярное движение жидкости и пара — явление термодиффузии.

Второй причиной является уменьшение капиллярного потенциала с увеличением температуры. В местах с более высокой температурой капиллярный потенциал меньше, поэтому влага перемещается в сторону низких температур.

Третьей причиной может быть действие „защемленного“ воздуха.

Совокупность этих факторов, вызывающих перемещение влаги в капиллярно-пористом теле, называется термовлагопроводностью. Явление термовлагопроводности играет большую роль в почвоведении, строительной механике, в теории сушки и т. д.

Таким образом, если внутри влажного материала имеется не только градиент влажности, но и градиент температуры, то закон перемещения влаги будет иметь вид:

$$i = -k \gamma_0 (\nabla u + \delta \nabla t),$$

где γ_0 — удельный вес сухого вещества в $\text{кг}/\text{м}^3$,

δ — коэффициент термовлагопроводности в $\%/^\circ\text{град}$.

До сих пор при исследовании поля влажности эффектом термовлагопроводности пренебрегали. При таком допущении дифференциальное уравнение влагопроводности переходит в дифференциальное уравнение теплопроводности, в котором t и λ заменяются соответственно через u и k , т. е.

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = k \nabla^2 u.$$

Используя готовые решения для уравнения теплопроводности при соответствующих краевых условиях, получали решения разнообразных задач по определению поля влажности. Такое решение вопроса может быть допустимо, когда температурное поле мало влияет на поле влажности материала.

В связи с интенсификацией гигротермических процессов посредством температурных полей с большими градиентами, существующие решения для поля влажности и поля температур становятся непригодными, так как при больших интенсивностях температурное поле значительно влияет на поле влажности и наоборот. Разработка новой теории, учитывающей взаимосвязь полей влажности и температуры, сделалась настоятельной необходимостью.

Исследование нестационарных термогигротермических полей связано с решением системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \tau} &= \kappa (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 t) \\ -\frac{\partial t}{\partial \tau} &= a \nabla^2 t + \frac{\varepsilon r}{C} \frac{\partial u}{\partial \tau},\end{aligned}\quad (1)$$

где a — коэффициент температуропроводности,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ оператор Лапласа,}$$

r — теплота испарения в ккал/кг ,

C — приведенная удельная теплоемкость тела в ккал/кг град ,

ε — критерий испарения, который характеризует соотношение между количеством влаги, перемещающейся в виде пара и в виде жидкости ($0 < \varepsilon < 1$).

Если $\varepsilon = 0$, то вся влага перемещается в виде жидкости (испарение внутри отсутствует), если же $\varepsilon = 1$, то вся влага перемещается в виде пара, и изменение влажности внутри тела происходит только за счет испарения.

Для однозначности решений этой системы в любых конкретных случаях к ним должны быть присоединены краевые условия. При заданных краевых условиях температура и влажность определяются однозначно системой (1).

Нестационарные поля влажности и температуры без испарения влаги (граничное условие первого рода)

При сравнительно низких температурах ($t \leq 50^\circ$) испарения влаги внутри влажного тела почти не происходит, следовательно, критерий внутреннего испарения $\varepsilon \rightarrow 0$. В этом случае система дифференциальных уравнений принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial t}{\partial \tau} &= a \nabla^2 t \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \kappa \nabla^2 u + \kappa \delta \nabla^2 t.\end{aligned}\quad (2)$$

Температурное поле влажного тела будет описываться тем же дифференциальным уравнением, что и для сухого тела, так как внутренние отрицательные источники тепла (испарение влаги) отсутствуют. Такое положение будет существовать при перемещении влаги в виде жидкости. Последнее

и имеет место, об этом свидетельствуют экспериментальные исследования при низких температурах.

Для простейших краевых условий задача может быть сформулирована так.

Имеем влажное тело простой геометрической формы при температуре t_0 и влажности u_0 . В начальный момент времени поверхность тела мгновенно принимает температуру, равную t_c (в частном случае $t_c = 0$), которая и поддерживается постоянной на протяжении всего процесса охлаждения ($Bi \rightarrow \infty$). Тело на поверхности имеет влагоизоляцию, хорошо проводящую тепло (металлическую оболочку), в результате чего средняя влажность тела остается неизменной и равной начальной влажности на протяжении всего процесса охлаждения. Требуется найти поле влажности и поле температуры для любого момента времени.

Автором дано решение этой задачи для тех классических форм, которые в теории теплопроводности называются основными телами (неограниченной пластины, шара и неограниченного цилиндра). Для тел сложной конфигурации решение данной задачи можно получить из решений для основных тел при помощи метода А. И. Вейника [2]. Сущность этого метода основана на некоторых особенностях нестационарных температурных полей. Если исключить из рассмотрения области вблизи поверхности тела, то температурное поле тела сложной конфигурации можно заменить температурным полем тела основной формы, при введении критерия приближенного подобия E в качестве сомножителя коэффициента теплопроводности (первый вариант метода Вейника) или коэффициента теплообмена (второй вариант). Критерий приближенного подобия E равен отношению поверхности (S) тела сложной конфигурации к поверхности ($S_{осн.}$) равновеликого по объему основного тела, т. е.

$$E = \frac{S}{S_{осн.}}$$

Таким образом, решения задач для тел основной формы приобретают еще большее практическое значение, поскольку они могут быть использованы для расчета нестационарных полей тел сложной конфигурации.

Решение для неограниченной пластины

Задача математически формулируется системой:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial u(x, \tau)}{\partial \tau} &= \kappa \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} + \kappa \delta \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (3)$$

при краевых условиях:

$$\begin{aligned} t(x, 0) &= t_0 = \text{const} \\ u(x, 0) &= u_0 = \text{const} \\ \frac{\partial u(0, \tau)}{\partial x} &= 0. \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} &= 0. \\ t(R, \tau) &= 0, \end{aligned}$$

$$u_0 = \frac{1}{R} \int_0^R u(x, \tau) dx,$$

где R — половина толщины пластины, остальные обозначения прежние.

Интегрирование системы (3) при указанных краевых условиях производим методом преобразования Лапласа. Из первого уравнения системы (3) вытекает:

$$T''(x, s) - \frac{s}{a} T(x, s) + \frac{t_0}{a} = 0, \quad (4)$$

где

$$T(x, s) = \int_0^\infty t(x, \tau) e^{-s\tau} d\tau = L[t(x, \tau)].$$

Общим решением дифференциального уравнения (4) будет:

$$T(x, s) - \frac{t_0}{s} = A \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x + B \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} x, \quad (5)$$

где A и B — постоянные, не зависящие от x , но содержащие (s) , они могут быть найдены посредством граничных условий, которые для изображения принимают вид:

$$\begin{aligned} T'(0, s) &= 0, \\ T(R, s) &= 0, \end{aligned}$$

из которых вытекает, что коэффициент $B = 0$,

$$A = - \frac{t_0}{s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R}.$$

Таким образом, решение для изображения (5) может быть представлено в виде:

$$T(x, s) = \frac{t_0}{s} - \frac{t_0 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R}.$$

Применяя к последнему равенству обратное преобразование Лапласа, найдем оригинал — функцию распределения температуры в пластине.

Обратное преобразование определяется интегральным соотношением:

$$t(x, \tau) = L^{-1}[T(x, s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - \infty i}^{\sigma + \infty i} e^{s\tau} \cdot T(x, s) ds,$$

которое для данной задачи принимает вид:

$$t(x, \tau) - t_0 = - \frac{t_0}{2\pi i} \int_{\sigma - \infty i}^{\sigma + \infty i} \frac{e^{s\tau} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R} ds. \quad (6)$$

Подинтегральная функция является однозначной функцией относительно (s), особыми точками которой будут простые полюсы: $s = 0$ и числа s_n , определяемые равенством:

$$i \sqrt{\frac{s_n}{a}} R = (2n - 1) \frac{\pi}{2} = \mu_n,$$

т. е.

$$s_n = -\mu_n^2 \cdot \frac{a}{R^2} \quad \text{при } n = 1, 2, 3 \dots$$

Легко видеть, что один полюс находится в начале координат, а все остальные располагаются на отрицательном направлении вещественной оси.

К вычислению интеграла (6) применим теорему Коши о вычетах.

Рассмотрим замкнутый контур $MNPM$, где MN параллельна мнимой оси и находится на расстоянии σ от нее.

Если радиус окружности R_1 обозначить через $an^2 \frac{\pi^2}{R^2}$, то окружность не будет проходить ни через один из полюсов подинтегральной функции. В математическом анализе доказывается, что в этом случае интеграл по дуге MPN стремится к 0 при $n \rightarrow \infty$. Следовательно, интеграл:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - \infty i}^{\sigma + \infty i} \frac{e^{s\tau} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R} ds$$

можно заменить пределом интеграла по замкнутому контуру $MNPM$ при $n \rightarrow \infty$.

На основании теоремы Коши он равен произведению суммы вычетов относительно подинтегральной функции на $2\pi i$, т. е.

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_0} = - \left\{ \text{выч.} \left[\frac{e^{s\tau} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \text{выч.} \left[\frac{e^{s\tau} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R} \right] \right\}.$$

Первый вычет для полюса $s = 0$, равен 1. Сумма вычетов для остальных полюсов, расположенных на отрицательном направлении оси абсцисс, равна:

$$- \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2 \cos \mu_n \frac{x}{R}}{\mu_n} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}.$$

Таким образом, окончательно

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_0} = -1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\cos \mu_n \frac{x}{R}}{\mu_n} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}},$$

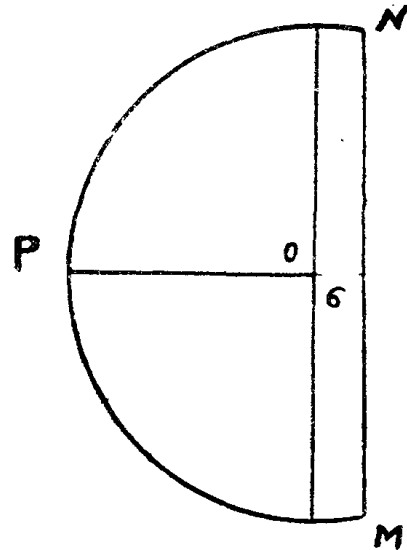


Рис. 1

или

$$\Theta(x, \tau) = \frac{t(x, \tau)}{t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\cos \mu_n \frac{x}{R}}{\mu_n} \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}, \quad (7)$$

где $\mu_n = (2n-1) \frac{\pi}{2}$,

$F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$ — термический критерий Фурье,

$\frac{x}{R}$ — безразмерная координата,

$\Theta(x, \tau)$ — относительная температура пластины в любой ее точке.

Для определения функции распределения влажности в пластине применим преобразование Лапласа к уравнению второму системы (3). Получим

$$\kappa F''(x, s) - s F(x, s) + \kappa \delta T''(x, s) + u_0 = 0,$$

где

$$F(x, s) = \int_0^{\infty} u(x, \tau) e^{-s\tau} d\tau,$$

которое может быть представлено так:

$$F''(x, s) - \frac{s}{\kappa} \left[F(x, s) - \frac{u_0}{s} \right] - \frac{\delta t_0}{a} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R} = 0.$$

Применяя еще раз преобразование Лапласа относительно x , после некоторых операций получим

$$F(x, s) - \frac{u_0}{s} = A \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} x + B \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} x + \\ + \frac{\delta t_0 \left[\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x - \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} x \right]}{s \left(1 - \frac{a}{\kappa} \right) \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R}.$$

Коэффициенты A и B определяем из граничных условий:

$$F'(0, s) = 0$$

$$\frac{1}{R} \int_0^R F(x, s) dx = \frac{u_0}{s},$$

получаем

$$A = - \frac{\delta t_0 \left[\sqrt{\frac{a}{\kappa}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R - \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R \right]}{\left(1 - \frac{a}{\kappa} \right) \cdot s \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R}$$

и $B = 0$.

Следовательно, изображение функции распределения влажности имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F(x, s) - \frac{u_0}{s} &= \\
 &= \frac{\delta t_0 \left[\sqrt{\frac{a}{\kappa}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} x - \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R \right]}{\left(\frac{a}{\kappa} - 1 \right) s \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R} = \\
 &= \frac{\delta t_0}{\left(\frac{a}{\kappa} - 1 \right)} \cdot \frac{\Phi(s)}{\psi(s)}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Отношение $\frac{\Phi(s)}{\psi(s)}$ может быть представлено в виде отношения двух обобщенных полиномов относительно s , причем полином, находящийся в знаменателе, будет иметь степень на единицу выше, чем степень числителя, что позволяет для перехода к оригиналу использовать теорему разложения.

Применяя теорему разложения, получим

$$\begin{aligned}
 u(x, \tau) - u_0 &= \frac{\delta t_0}{\left(\frac{a}{\kappa} - 1 \right)} \cdot \left[\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Phi(s)}{\psi'(s)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{\psi'(s_n)} e^{s_n \tau} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi(s_m)}{\psi'(s_m)} e^{s_m \tau} \right], \quad (9)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \psi'(s) &= \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{a}} R \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R, \\
 s &= 0, \quad s_n = -\mu_n^2 \frac{a}{R^2}, \quad s_m = -\mu_m^2 \frac{\kappa}{R^2}
 \end{aligned}$$

и

$$\mu_n = i \sqrt{\frac{s}{a}} R = (2n-1) \frac{\pi}{2}, \quad \mu_m = i \sqrt{\frac{s}{\kappa}} R = m \pi.$$

После вычисления каждого слагаемого равенства (9) функция распределения влажности в пластине примет вид

$$\begin{aligned}
 \vartheta(x, \tau) &= \frac{u(x, \tau) - u_0}{u_0} = \\
 &= \frac{\delta t_0}{u_0 \left(\frac{a}{\kappa} - 1 \right)} \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1) \frac{\pi x}{2R} \cdot \sin \sqrt{\frac{a}{\kappa}} (2n-1) \frac{\pi}{2}}{(-1)^{n+1} (2n-1) \frac{\pi}{2} \cdot \sin \sqrt{\frac{a}{\kappa}} (2n-1) \frac{\pi}{2}} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{\frac{a}{\kappa}} \cos \sqrt{\frac{a}{\kappa}} (2n-1) \frac{\pi x}{2R}}{(-1)^{n+1} (2n-1) \frac{\pi}{2} \cdot \sin \sqrt{\frac{a}{\kappa}} (2n-1) \frac{\pi}{2}} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} + \\
& + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\frac{a}{\kappa}} \sin \sqrt{\frac{\kappa}{a}} m\pi \cdot \cos m\pi \frac{x}{R}}{(-1)^m m\pi \cos \sqrt{\frac{\kappa}{a}} m\pi} e^{-\mu_m^2 \frac{\kappa\tau}{R^2}} \quad (10)
\end{aligned}$$

где $\vartheta(x, \tau)$ — относительная влажность,

$F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$ — термический критерий Фурье,

$F'_0 = \frac{\kappa\tau}{R^2}$ — гигрометрический критерий Фурье,

$i_n = \frac{\delta t_0}{u_0}$ — критерий Поснова.

Анализ полученных решений.

Из решения (7) видно, что относительная температура представляет собой функцию критерия Фурье $\frac{a\tau}{R^2}$ и безразмерной координаты.

Равенством (7) выгодно пользоваться при больших критериях Фурье ($F_0 > 0,1$), так как ряд (7) сходится быстро с увеличением критерия Фурье и μ_n . Для малых критериев Фурье ($F_0 < 0,1$) решение (7) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned}
\vartheta(x, \tau) = \Phi\left(\frac{x}{R}, F_0\right) = 1 - \\
- \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{erfc} \frac{(2n-1) - \frac{x}{R}}{2\sqrt{F_0}} + \right. \\
\left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{erfc} \frac{(2n-1) + \frac{x}{R}}{2\sqrt{F_0}} \right],
\end{aligned}$$

где

$$\operatorname{erfc} z = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-z^2} dz.$$

Решение (10) удобно для расчетов при больших значениях критерия Фурье, когда можно ограничиться одним первым членом из всей суммы. Для малых значений F_0 решению (10) можно придать более удобную форму, если сначала равенство (8) представить в следующем виде:

$$F(x, s) - \frac{u_0}{s} = \frac{\delta t_0 \sqrt{\frac{a}{\kappa}}}{\left(\frac{a}{\kappa} - 1\right)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{2n} \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\frac{(2n-1)R \mp x}{\sqrt{\kappa}} \sqrt{s}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left[e^{-\frac{(2n-3)R}{\sqrt{a}} \sqrt{s}} - \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\frac{(2n+1)R}{\sqrt{a}} \sqrt{s}} \right] -$$

$$- \frac{\partial t_0}{\left(\frac{a}{\kappa} - 1\right)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\frac{(2n-1) \mp x}{\sqrt{a}} \sqrt{s}},$$

а затем перейти от изображения к оригиналу посредством соотношений

$$L^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\lambda \sqrt{s}} \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi \tau}} e^{-\frac{\lambda^2}{4\tau}}$$

$$L^{-1} \left[\frac{1}{s} e^{-\lambda \sqrt{s}} \right] = \operatorname{erfc} \left(\frac{\lambda}{2\sqrt{\tau}} \right).$$

Температурное поле влажного тела аналогично температурному полю сухого тела, поскольку дифференциальное уравнение теплопроводности для условий нашей задачи одно и то же.

В стадии регулярного режима ($F_0 > F'_0$), когда всеми членами ряда можно пренебречь за исключением первого, так как имеют место неравенства

$$\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n,$$

соотношение между θ и F можно написать так:

$$\theta = A_1 \Phi \left(\mu_1 \frac{x}{R} \right) e^{-\mu_1^2 F_0} \quad \text{при } F_0 > F'_0, \quad (11)$$

где A_1 — начальная тепловая амплитуда, равная $\frac{4}{\pi}$,

$\Phi \left(\mu_1 \frac{x}{R} \right)$ — функция, описывающая распределение температуры по характерной координате x ,

$\mu_1 = \frac{\pi}{2}$ — первый корень характеристического уравнения

$$\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R = 0,$$

$F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$ — термический критерий Фурье.

Из соотношения (11), опираясь на теорию регулярного режима, разработанную проф. Кондратьевым, можно определить коэффициент теплопроводности a .

В самом деле, если построить график

$$\ln \theta = f(\tau),$$

то в стадии регулярного режима он будет иметь вид прямой линии с угловым коэффициентом

$$\operatorname{tg} \psi = \mu_1^2 \frac{a}{\tau}$$

и расчетная формула для коэффициента температуропроводности будет иметь вид

$$\alpha = \frac{R^2}{\mu_1^2} \operatorname{tg} \psi = \frac{R^2}{\mu_1^2} 2,3 \frac{\lg \theta_1 - \lg \theta_2}{\tau_2 - \tau_1}. \quad (12)$$

Поле влажности описывается не только критериями F_0 и $\frac{x}{R}$, но и новыми критериями κ_1 и P_n , специально введенными в теорию тепло- и влагообмена

$$\vartheta = f \left(\frac{x}{R}, F_0, \kappa_1, P_n \right),$$

где ϑ — относительная влажность тела,

$\kappa_1 = \frac{\kappa}{\alpha}$ — критерий, равный отношению коэффициента влагопроводности к коэффициенту температуропроводности, характеризующий относительную инерцию поля влажности по сравнению с температурным полем,

$P_n = \frac{\delta t_0}{u_0}$ — критерий Поснова, характеризующий неравномерность поля влажности, вызванную термовлагопроводностью.

Кривая изменения влажности от времени для любой точки тела имеет экстремум. Это заключение непосредственно вытекает из физической сущности задачи. Распределение влажности до охлаждения и после охлаждения равномерное, т. е. влажность в любой точке тела одинакова и равна u_0 .

В процессе охлаждения поле влажности возмущено нестационарным температурным полем и влажность в любой точке тела или увеличивается, достигая максимума, затем уменьшается и вновь становится равной u_0 , или же влажность сначала уменьшается, достигая минимума, а потом увеличивается и становится равной начальной.

Такое же экстремальное значение имеет и кривая распределения влажности по координате $\frac{x}{R}$ для малых значений F_0 . При больших же значениях F_0 кривая распределения влажности не имеет экстремума, но пересекает прямую (начальное распределение влажности) в некоторой точке $\left(\frac{x}{R} \right)_m$. Такой характер распределения влажности позволяет нам предложить новый метод определения коэффициента влагопроводности κ и коэффициента термовлагопроводности δ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. — Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1952.
2. Вейник А. И. — ЖТФ 20, 11, 1950.
3. Лыков А. В. и Померанцев А. А. — Расчёт температурного поля в условиях подземной газификации углей — Подземная газификация углей, 9, 1935.