ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
Том 93 ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА 1958 г.

ПЕРЕХОД ОТ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ К ПРЯМОУГОЛЬНЫМ И ОБРАТНО С ПОМОЩЬЮ СПЕЦИАЛЬНЫХ ТАБЛИЦ

Б. И. БОЛЬШАНИН

(Представлено научным семинаром кафедр маркшейдерского дела и геодезии)

Вычислительные работы, связанные с переходом от геодезических координат точек к прямоугольным и обратно, отнимают много времени и требуют высокой квалификации вычислителей, а также наличия специальных таблиц и применения счетных машин. Решение прямой и обратной геодезических задач в практике топографо-геодезических работ приходится выполнять довольно часто и даже в полевых условиях, поэтому оно должно выполняться просто и доступно специалистам средней квалификации. Решение этих задач может быть значительно упрощено и облегчено, если для этой цели применить специальные таблицы прямоугольных координат, составленные с необходимой точностью и дополненные номограммой или небольшой табличкой для получения поправок.

В геодезической литературе [1], [2], [3], [4], [5] рассматривается подобный вопрос, но только для решения прямой задачи с точностью не более 0,1 *м* и в сугубо узких целях — для определения прямоугольных координат углов съемочных трапеций, имеющих вполне определенные геодезические координаты. Рассматриваемый нами вопрос точного определения координат произвольных точек новый и в известной нам советской и иностранной литературе не поднимался.

В настоящей работе рассматривается теория вопроса, практическая возможность и целесообразность данного способа перехода от геодезических координат к прямоугольным и обратно с точностью до 0, 001 *м*.

Решение прямой задачи

Известно, что криволинейная трапеция земного эллипсоида, ограниченная меридианами и параллелями, на плоскости в конформной проекции Гаусса изобразится также криволинейной фигурой, близкой к трапеции. Если при решении поставленной задачи воспользоваться трапецией небольших размеров, то стороны этой фигуры будут близки к прямым. Поэтому координаты точек, лежащих внутри трапеции или на рамках ее, могут быть получены линейным интерполированием с введением небольших поправок за кривизну изображения меридианов и параллелей на плоскости. Найдем значения этих поправок при интерполировании по меридианам и параллелям отдельно.

Пусть даны прямоугольные координаты точек в проекции Гаусса $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ (рис. 1), лежащих на одной параллели с широтою B, и долготами соответственно L_1 и L_2. Кривая AMB — изображение на плоскости параллели; прямая $AM'B$ — хорда. Координаты точки M, долгота которой L, могут быть получены так:

$$x = x' - \Delta^l_x, \quad y = y' + \Delta^l_y, \tag{1}$$

где x' и y' — координаты, полученные посредством линейного интерполирования

$$x' = x_1 + (x_2 - x_1)\frac{l - l_1}{l_2 - l_1},$$
$$y' = y_1 + (y_2 - y_1)\frac{l - l_1}{l_2 - l_1}; \tag{2}$$

Δ^l_x и Δ^l_y — поправки в интерполированные координаты за кривизну изображения параллели.

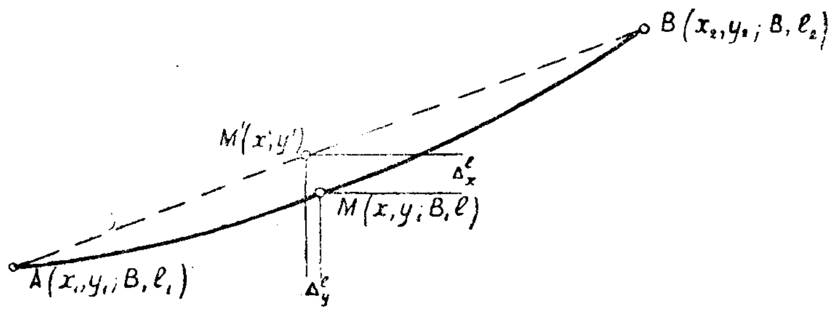

Рис. 1

В формулах (2) l_1, l_2 и l — удаления от осевого меридиана координатной зоны, равные:

$$l_1 = L_1 - L_0,$$
$$l_2 = L_2 - L_0,$$
$$l = L - L_0,$$

где L_0 — долгота осевого меридиана зоны.

Прямоугольные координаты вычисляются по следующим формулам высшей геодезии [1].

$$x = X_B + \frac{N}{2\rho''^2} \sin B \cos^3 B \cdot l''^2 +$$

$$+ \frac{N}{24\rho''^4} \sin B \cdot \cos^3 B \; (5 - t + 9\eta^2 + 4\eta^4)\, l''^4 +$$

$$+ \frac{N}{720\rho''^6} \sin B \cos^5 B\,(61 - 58 t^2 + t^4)\, l''^6 + \ldots, \tag{3}$$

$$y = \frac{N}{\rho''} \cos B \cdot l'' + \frac{N}{6\rho''^3} \cos^3 B \; (1 - t^2 + \eta^2)\, l''^3 +$$

$$+ \frac{N}{120\rho''^5} \cos^5 B\,(5 - 18 t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58 t^2 \eta^2)\, l''^5 + \ldots$$

Введем обозначения:

$$\alpha' = \frac{N}{2\rho''^2} \sin B \cos B;$$

$$\alpha'' = \frac{N}{24\rho''^4} \sin B \cos^3 B\,(5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4);$$

$$\beta' = \frac{N}{\rho''} \cos B; \tag{4}$$

$$\beta'' = \frac{N}{6\rho''^3} \cos^3 B\,(1 - t^2 + \eta^2).$$

Тогда без учета членов с l^5 и l^6:

$$x = X_B + \alpha' l^2 + \alpha'' l^4, \qquad y = \beta' l + \beta'' l^3, \tag{5}$$

$$x_1 = X_B + \alpha' l_1^2 + \alpha'' l_1^4, \qquad y_1 = \beta' l_1 + \beta'' l_1^3,$$

$$x_2 = X_B + \alpha' l_2^2 + \alpha'' l_2^4, \qquad y_2 = \beta' l_2 + \beta'' l_2^3.$$

Пользуясь формулами (1) и (2), напишем выражение для поправки Δ_x^l:

$$\Delta_x^l = (x_1 - x) + (x_2 - x_1)\,\frac{\delta l}{\Delta l}, \tag{6}$$

где

$$\delta l = l - l_1, \; \Delta l = l_2 - l_1.$$

Подставляя значения x из (5), получим:

$$\Delta^l_x = \alpha' \left[(l_1^2 - l^2) + (l_2^2 - l_1^2) \frac{\delta l}{\Delta l} \right] +$$

$$+ \alpha'' \left[(l^4 - l^4) + (l_2^4 - l_1^4) \frac{\delta l}{\Delta l} \right], \tag{6a}$$

или сокращенно

$$\Delta^l_x = I^l_x + II^l_x .$$

После преобразования выражений в квадратных скобках и учитывая (4), получим:

$$I^l_x = \frac{N}{2\rho^2} \sin B \cos B (\Delta l \delta l - \delta l^2), \tag{7}$$

$$II^l_x = \frac{N}{4\rho^4} \sin B \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)(\Delta l \delta l - \delta l^2)\, l_1^2 . \tag{8}$$

Множитель $\Delta l \delta l - \delta l^2$ симметричен и не зависит от l. Поэтому первый поправочный член I^l_x для всех точек на широте B в равных по величине трапециях будет одинаковым и может быть представлен в виде небольшой таблички. Максимальное значение этого поправочного члена будет при $\delta l = \frac{1}{2} \Delta l$, то есть на середине рамки трапеции.

Второй поправочный член II^l_x зависит как от размеров трапеции, так и от удаления ее от осевого меридиана координатной зоны. Его максимальные значения для соответствующих l будут также при $\delta l = \frac{1}{2} \Delta l$

Численные значения поправочных членов $(I^l_x)_{max}$ и $(II^l_x)_{max}$ приведены в таблицах 1 и 2 для трапеции масштаба 1 : 10000, имеющей $\Delta l = 3' 45'' = 225''$.

Таблица 1

B	$(I^l_x)_{max}$	B	$(I^l_x)_{max}$
	м		*м*
30°	+0,411	55°	+0,447
35	0,446	60	0,412
40	0,468	65	1,364
45	0,475	70	0,306
50	0,468	75	0,238

Таблица 2

$(II_x^l)_{max}$

B \ l	2° 00′	2° 30′	3° 00′	3° 30′
	мм	*мм*	*мм*	*мм*
30°	+1	+1	+2	+3
35	1	1	2	3
40	1	1	2	2
45	1	1	1	2
50	0	1	1	1
55	0	0	1	1

Подобно (6), напишем выражение для поправки Δ_y^l:

$$\Delta_y^l = (y - y_1) - (y_2 - y_1)\frac{\delta l}{\Delta l} \tag{9}$$

и учитывая (5), получим:

$$\Delta_y^l = \beta'\left[(l - l_1) - (l_2 - l_1)\frac{\delta l}{\Delta l}\right] + $$
$$+ \beta''\left[(l^3 - l_1^3) - (l_2^3 - l_1^3)\frac{\delta l}{\Delta l}\right] \tag{9a}$$

или

$$\Delta_y^l = I_y^l + II_y^l .$$

$$I_y^l = \beta'\left[(l - l_1) - (l_2 - l_1)\frac{\delta l}{\Delta l}\right] = 0. \tag{10}$$

$$II_y^l = -\frac{N}{6\rho^3}\cos^3 B(1 - t^2 + \eta^2)(l_1 + l + l_2)(\Delta l\,\delta l - \delta l^2). \tag{11}$$

Значения $(II_y^l)_{max}$ приведены в табл. 3.

Найдем теперь поправки в координаты при интерполировании по широте. Пусть точки A и B, координаты которых x_1, y_1 и x_2, y_2, лежат на одном меридиане с долготою l (рис. 2). Кривая AMB — изображение меридиана на плоскости; прямая $AM'B$ — хорда. Согласно чертежу:

$$x = x' + \Delta_x^B, \quad y = y' + \Delta_y^B, \tag{12}$$

где

$$x' = x_1 + (x_2 - x_1)\frac{B - B_1}{B_2 - B_1}, \qquad y' = y_1 + (y_2 - y_1)\frac{B - B_1}{B_2 - B_1}; \tag{13}$$

Δ_x^B и Δ_y^B — поправки за кривизну изображения меридиана на плоскости.

Таблица 3

l / B	0° 30′	1° 00′	1° 30′	2° 00′	2° 30′	3° 00′	3° 30′
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм
30°	−4	−7	−11	−14	−18	−22	−25
35	2	5	7	9	12	14	16
40	1	2	3	4	6	7	8
45	0	0	0	0	0	0	0
50	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+6
55	2	3	5	6	8	10	11
60	2	4	6	8	10	12	15
65	2	5	7	9	11	14	16
70	2	4	7	9	11	13	15
75	2	4	6	7	9	11	13

Введя обозначения

$$B - B_1 = \delta B, \qquad B_2 - B_1 = \Delta B;$$

из формул (12) и (13) составим выражения поправок Δ_x^B и Δ_y^B:

$$\Delta_x^B = (x - x_1) - (x_2 - x_1)\,\frac{\delta B}{\Delta B}\,;$$

$$\Delta_y^B = (y - y_1) - (y_2 - y_1)\,\frac{\delta B}{\Delta B}\,. \qquad (14)$$

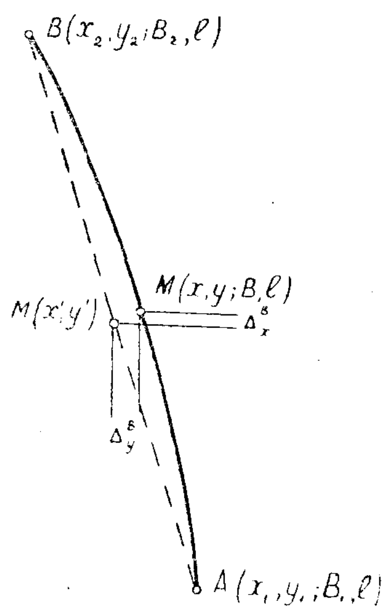

Рис. 2

Согласно введенным обозначениям (4), напишем:

$$x = X_B + \alpha' l^2 + \alpha'' l^4,$$
$$x_1 = X_{B1} + \alpha' l^2 + \alpha''_1 l^4,$$
$$x_2 = X_{B2} + \alpha'_2 l^2 + \alpha'' l^4; \qquad (15)$$
$$y = \beta' l + \beta'' l^3,$$
$$y_1 = \beta'_1 l + \beta''_1 l^3,$$
$$y_2 = \beta'_2 l + \beta''_2 l^3.$$

После подстановки значений x в (14), получим выражение для Δ_x^B

$$\Delta_x^B = \left[(X_B - X_{B_1}) - (X_{B_2} - X_{B_1}) \frac{\delta B}{\Delta B} \right] +$$

$$+ \left[(\alpha' - \alpha'_1) - (\alpha'_2 - \alpha'_1) \frac{\delta B}{\Delta B} \right] l^2 + \left[(\alpha'' - \alpha''_1) - (\alpha''_2 - \alpha''_1) \frac{\delta B}{\Delta B} \right] l^4 \quad (16)$$

или

$$\Delta_x^B = I_x^B + II_x^B + III_x^B. \quad (16a)$$

В первом слагаемом разности $X_B - X_{B_1}$ и $X_{B_2} - X_{B_1}$ определятся как длины дуг меридианов:

$$X_{B_2} - X_{B_1} = M_m \,.\, \Delta B,$$

$$X_B - X_{B_1} = M'_m \,.\, \delta B,$$

где M_m и M'_m — средние радиусы кривизны меридианного эллипса, соответствующие средним широтам этих дуг: $\frac{1}{2}(B_1 + B_2)$ и $\frac{1}{2}(B_1 + B)$.

$$I_x^B = (X_B - X_{B_1}) - (X_{B_2} - X_{B_1}) \frac{\delta B}{\Delta B} = (M'_m - M_m)\, \delta B.$$

Разность $M'_m - M_m$ представляет собою изменение радиуса кривизны меридиана M при изменении широты на

$$\frac{1}{2}(B + B_1) - \frac{1}{2}(B_1 + B_2) = \frac{1}{2}(\delta B - \Delta B).$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{3/2}}, \; dM = \frac{3}{2} a e^2 \sin 2B \,.\, dB.$$

Приняв $dM = M'_m - M_m$ и $dB = \frac{1}{2}(\delta B - \Delta B)$,

получим

$$I_x^B = -\frac{3}{4\rho^2} a e^2 \sin 2B\, (\Delta B\, \delta B - \delta B^2). \quad (17)$$

В таблице 4 приведены значения I_x^B — первого слагаемого формулы (16). ΔB для трапеции масштаба 1:10000 равно 2′ 30″ или 150″.

Рассмотрим второй член формулы (16).

$$\alpha' = \frac{N}{2\rho^2} \sin B \cos B = \frac{N}{4\rho^2} \sin 2B.$$

$$\Pi_x^B = \frac{l^2}{4\rho^2}\left[(N\sin 2B - N_1 \sin 2B_1) - (N_2 \sin 2B_2 - N_1 \sin 2B_1)\ \frac{\delta B}{\Delta B}\right].$$

Таблица 4

B \ δB	75″	60″	45″	30″	15″
	мм	*мм*	*мм*	*мм*	*мм*
35°	−4	−4	−3	−3	−1
45	4	4	4	3	2
55	4	4	3	3	1
65	3	3	3	2	1
75	2	2	2	1	1

Заменим N и N_2 через $N_1 + \delta N$ и $N_1 + \Delta N$.

$$\Pi_x^B = \frac{l^2}{4\rho^2}\left\{N_1\left[(\sin 2B - \sin 2B_1) - (\sin 2B_2 - \sin 2B_1)\ \frac{\delta B}{\Delta B}\right] + \right.$$

$$\left. + \left[\delta N \sin 2B - \Delta N \sin 2B_2\ \frac{\delta B}{\Delta B}\right]\right\}. \qquad \text{(A)}$$

$$(\sin 2B - \sin 2B_1) - (\sin 2B_2 - \sin 2B_1)\ \frac{\delta B}{\Delta B} =$$

$$= 2 \sin 2B_m (\Delta B\, \delta B - \delta B^2),$$

где

$$2B_m \cong \frac{1}{2}\ (B + 2B_1 + B_2).$$

Радиус кривизны первого вертикала равен

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}}, \qquad dN = \frac{1}{2}\ ae^2 \sin 2B\ .\ dB\ .$$

Для нашего случая примем

$$\delta N = \frac{1}{2}\ ae^2 \sin 2B\ .\ \delta B,$$

$$\Delta N = \frac{1}{2}\ ae^2 \sin 2B . \Delta B$$

и подставим во второе слагаемое фигурных скобок выражения (А).

$$\frac{1}{2} ae^2 \sin 2B \left(\sin 2B \, \delta B - \sin 2B_2 \, \Delta B \, \frac{\delta B}{\Delta B} \right) =$$

$$= -\frac{1}{2} ae^2 \sin 4B \, (\Delta B \, \delta B - \delta B^2) \, .$$

$$II_x^B = \frac{N_1}{2\rho^4} \sin 2B \, (\Delta B \, \delta B - \delta B^2) \, l^2 -$$

$$- \frac{ae^2}{8\rho^4} \sin 4B (\Delta B \, \delta B - \delta B^2) \, l^2 \, . \qquad (18)$$

Максимальное значение первого слагаемого в II_x^B будет при

$$B = 45^\circ \text{ и } \delta B = \frac{1}{2} \Delta B:$$

при $l = 3^\circ 30'$	оно равно $+0{,}0016$ *м*,
при $l = 3^\circ 00'$	оно равно $+0{,}0012$ *м*,
при $l = 2^\circ 30'$	оно равно $+0{,}0008$ *м*.

Второе слагаемое в (18), образовавшееся вследствие замены N и N_2 через N_1, будет меньше первого в $\frac{4}{e^2} \cong 600$ раз — им можно пренебречь. Тогда

$$II_x^B = \frac{N}{2\rho^4} \sin 2B \, (\Delta B \, \delta B - \delta B^2) \, l^2. \qquad (18\text{a})$$

Третий поправочный член — III_x^B в (16) будет значительно меньше, чем второй, поэтому отбросим его не рассматривая.

Найдем теперь поправку Δ_y^B. Для этой цели подставим значения y из (15) в (14):

$$\Delta_y^B = \left[(\beta' - \beta'_1) - (\beta'_2 - \beta'_1) \frac{\delta B}{\Delta B} \right] l +$$

$$+ \left[(\beta'' - \beta''_1) - (\beta''_2 - \beta''_1) \frac{\delta B}{\Delta B} \right] l^3 \qquad (19)$$

или

$$\Delta_y^B = I_y^B + II_y^B.$$

Зная, что $\beta' = \frac{N}{\rho} \cos B$, получим выражение первого слагаемого в Δ_y^B

$$I_y^B = \frac{1}{\rho} \left[(N \cos B - N_1 \cos B_1) - (N_2 \cos B_2 - N_1 \cos B_1) \frac{\partial B}{\Delta B} \right] l .$$

На основании сделанного выше вывода заменим N_1 и N_2 через N и после некоторых преобразований получим

$$I_y^B = \frac{N}{2 \rho^3} \left[\cos B_m (\Delta B \partial B - \partial B^2) \right] l . \qquad (20)$$

Максимальные значения I_y^B для различных B и l приведены в табл. 5

Таблица 5

B \ l	0° 30′	1° 00′	1° 30′	2° 00′	2° 30′	3° 00′	3° 30′
	мм	*мм*	*мм*	*мм*	*мм*	*мм*	*мм*
30°	+3	+6	+10	+13	+16	+19	+22
40	3	6	8	11	14	17	20
50	2	5	7	9	12	14	17
60	2	4	6	7	9	11	13
70	1	3	4	5	6	8	9

Рассмотрим второй поправочный член в (19).

$$II_y^B = \left[(\beta'' - \beta''_1) - (\beta''_2 - \beta''_1) \frac{\partial B}{\Delta B} \right] l^3 . \qquad (Б)$$

$$\beta'' = \frac{N}{6 \rho^3} \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2);$$

$$t^2 = \mathrm{tg}^2 B; \qquad \eta^2 = e'^2 \cos^2 B .$$

η^2 по абсолютной величине составляет не более 1:200, им можно пренебречь

$$\cos^3 B (1 - \mathrm{tg}^2 B) = \frac{1}{2} (\cos 3B + \cos B);$$

$$\beta'' = \frac{N}{12\rho^3} (\cos 3B + \cos B) .$$

Подставив полученное для β'' выражение в (Б), после некоторых преобразований будем иметь:

$$II_y^B = \frac{N}{24\rho^3} (9\cos 3B - \cos B)(\Delta B \delta B - \delta B^2) . \qquad (21)$$

Максимальное значение II_y^B меньше 0,0001, его можно отбросить.

Итак, для интерполирования по параллели имеем формулы:

$$x = x' - \Delta_x^l ; \; y = y' + \Delta_y^l$$

и для интерполирования по меридиану:

$$x = x' + \Delta_x^B , \quad y = y' + \Delta_y^B;$$

в которых:

$$\Delta_x^l = I_x^l + II_x^l, \qquad \Delta_y^l = II_y^l,$$

$$\Delta_x^B = I_x^B + II_x^B, \qquad \Delta_y^B = I_y^B .$$

Ниже приводится сводная таблица максимальных значений поправочных членов в интерполированные координаты точек для трапеции масштаба 1:10000, имеющей размеры по широте 3′45″ и по долготе 2′30″.

Таблица 6

Поправка	Поправочный член	Максимальные значения поправочных членов	Условия: а) для середины трапеции, б) в средних широтах
		м	
Δ_x^l	I_x^l	0,350–0,475	в) при любых значениях l
	II_x^l	0,001–0,003	при l от 2° до 3° 30′
Δ_x^B	I_x^B	0,003–0,004	при любых значениях l
	II_x^B	0,001–0,0016	при l от 2° до 3° 30′
Δ_x^l	II_y^l	0,002–0,015	при l от 30′ до 3° 30′
Δ_y^B	I_y^B	0,003–0,020	при l от 30′ до 3° 30′

Если вычисления вести по координатам углов трапеций больших или меньших размеров, то поправочные члены соответственно увеличатся или уменьшатся: I_x^l и I_x^B — пропорционально квадрату, II_y^l и II_y^B — пропорционально кубу и II_x^l и II_x^B — пропорционально четвертой степени увеличения или уменьшения трапеции.

Таким образом, если иметь таблицы прямоугольных координат с одноминутным интервалом по широте и по долготе, то даже при вычислении координат с точностью до 0,001 *м* учету будет подлежать только один поправочный член I_x^l, значение которого будет меньше приведенного в таблице 6 в 14 раз. Имея в виду, что во многих случаях практики координаты точек достаточно знать с точностью до 1—2 *см*, их можно будет получать путем линейного интерполирования без введения поправок.

Практически вычисление прямоугольных координат точек по геодезическим координатам при наличии таблицы координат углов трапеций может быть выполнено таким путем.

Пусть x_1, x_2, x'_1 и x'_2 абсциссы углов трапеции, соответствующие широтам B_1 и B_2 и долготам l_1 и l_2; B и l — геодезические координаты определяемой точки. Для наглядности расположим эти данные в схему.

	l_1	l	l_2
B_2	x_2		x'_2
B	x_0	x'	x'_0
B_1	x_1		x'_1

Формулы для вычисления x:

$$x_0 = x_1 + (x_2 - x_1)\frac{\delta B}{\Delta B};$$

$$x'_0 = x'_1 + (x'_2 - x'_1)\frac{\delta B}{\Delta B};$$

$$x' = x_0 + (x'_0 - x_0)\frac{\delta l}{\Delta l};$$

$$x = x' + \Delta x,$$

где

$$\Delta_x = -\Delta_x^l + \Delta_x^B.$$

Для вычисления ординаты в схеме вместо значений x следует подставить значения y и в интерполированное значение ввести поправку Δ_y.

Формулы для вычисления y:

$$y_0 = y_1 + (y_2 - y_1)\ \frac{\delta B}{\Delta B}\ ,$$

$$y'_0 = y'_1 + (y'_2 - y'_1)\frac{\delta B}{\Delta B}\ ,$$

$$y' = y_0 + (y'_0 - y_0)\ \frac{\delta l}{\Delta l}\ ,$$

$$y = y' + \Delta y,\ \Delta_y = \Delta_y^l + \Delta_y^B\ .$$

Решение обратной задачи

Решение обратной задачи, то есть определение геодезических координат по прямоугольным, будет заключаться в нахождении величин δB и δl способом последовательных приближений. Величину δB следует определять по абсциссам, а δl—по ординатам. Все вычисления выполняются в двух схемах одновременно в следующем порядке.

	l_1	l	l_2
B_2	x_2	$x_{0,2}$	x_2'
B		x, x'	
B_1	x_1	$x_{0,1}$	x_1'

	l_1	l	l_2
B_2	y_2		y_2'
B	y_0	y, y'	y_0'
B_1	y_1		y'

Первое приближение:

$$(\delta B)' = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\ \Delta B',$$

$$(y_0)' = y_1 + (y_2 - y_1)\ \frac{(\delta B)'}{\Delta B}\ ,$$

$$(y_0')' = y_1' + (y_2' - y_1')\ \frac{(\delta B)'}{\Delta B}\ ,$$

$$(\delta l)' = \frac{y - (y_0)'}{(y_0')' - (y_0)'}\ \Delta l.$$

По полученным в первом приближении δB и δl можно выбрать из таблиц все поправочные члены и, следовательно, получить величины x' и y'.

Второе приближение:

$$(x_{01})' = x_1 + (x_1' - x_1)\,\frac{(\delta\, l)'}{\Delta\, l},$$

$$(x_{02})' = x_2 + (x_2' - x_2)\,\frac{(\delta\, l)'}{\Delta\, l},$$

$$(\delta\, B)'' = \frac{x' - (x_{01})'}{(x_{02})' - (x_{01})'}\,\Delta\, B,$$

$$(y_0)'' = y_1 + (y_2 - y_1)\,\frac{(\delta\, B)''}{\Delta\, B},$$

$$(y_0')'' = y_1' + (y_2' - y_1')\,\frac{(\delta\, B)''}{\Delta\, B},$$

$$(\delta\, l)'' = \frac{y' - (y_0)''}{(y_0')'' - (y_0)''}\,\Delta\, l = \delta\, l\,.$$

И, наконец,

$$(x_{01})'' = x_1 + (x_1' - x_1)\,\frac{\delta\, l}{\Delta\, l},$$

$$(x_{02})'' = x_2 + (x_2' - x_2)\,\frac{\delta\, l}{\Delta\, l},$$

$$(\delta\, B)''' = \frac{x' - (x_{01})''}{(x_{02})'' - (x_{01})''}\,\Delta\, B = \delta\, B.$$

При вычислении геодезических координат с точностью до 0,"001, пользуясь таблицей прямоугольных координат углов трапеции масштаба 1:10000, за окончательные можно принимать $\delta\, l$ во втором приближении, а $\delta\, B$—в третьем.

Ниже приводятся примеры решения прямой и обратной задач.

В заключение следует отметить, что решение задачи перехода от геодезических координат к прямоугольным в проекции Гаусса и обратно по предлагаемому методу в сравнении с классическим является весьма простым, наглядным, экономичным и может обеспечить достаточную точность. Вычисления можно выполнять как с помощью арифмометра, так и по таблицам логарифмов, что особенно важно, если вычисления ведутся в полевых условиях. Ввиду простоты и наглядности решения задачи по этому методу, вычисления могут выполняться лицами, не имеющими специального образования.

Этот метод может быть применен как для самостоятельного решения задачи перечисления одних координат в другие, в особен-

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

Переход от геодезических координат к прямоугольным по координатам углов рамок трапеций масштаба 1 : 10000

Схема X

B \ l	$l_1 = 2°\,48'\,45''$	$l = 2°\,50'\,21'',533$	$l_2 = 2°\,52'\,30''$	Поправочные члены
	$\delta l = 96'',533$; $\delta l : \Delta l = 0,429\,0536$			
$B_2 = 55°\,35'\,00''$	$x_2 = 6\,165\,871,987$		$x_2' = 6\,166\,033,429$	$I^l_x = +0,434$
$B = 55\ 33\ 54,375$	$x_0 = 6\,163\,843,310$	$x' = 6\,163\,912,592$ $\Delta x = \quad -0,437$ $x = 6\,163\,912,155$	$x'_0 = 6\,164\,004,792$	$II^l_x = \quad 0,000$ $\Delta^l_x = +0,434$
$B_1 = 55\ 32\ 30$	$x_1 = 6\,161\,235,012$		$x_1' = 6\,161\,396,545$	$I^B_x = -0,004$ $II^B_x = +0,001$
$\delta B = 84'',375$ $\frac{\delta B}{\Delta B} = 0,5625$	$(x_2 - x_1) = 4\,636,975$ $(x_2 - x_1)\frac{\delta B}{\Delta B} = 2608,298$	$x_0' - x_0 = 161,482$ $(x_0' - x_0)\frac{\delta l}{\Delta l} = 69,282$	$x_2' - x_1' = 4\,636,884$ $(x_2' - x_1')\frac{\delta B}{\Delta B} = 2,608,247$	$\Delta^B_x = -0,003$ $\Delta_x = -0,437$

Схема Y

B_2	$y_2 = 177\,340,160$		$y_2' = 181\,269,869$	
B	$y_0 = 177\,422,357$	$y' = 179\,113,417$ $\Delta y = \quad +0,021$ $y = 179\,113,438$	$y_0' = 181\,363,894$	$II^l_y = +0,009$ $I^B_y = +0,012$ $\Delta_y = +0,021$
B_1	$y_1 = 177\,528,038$		$y_2' = 181\,471,926$	
	$y_2 - y_1 = -187,878$ $(y_2 - y_1)\frac{\delta B}{\Delta B} = -105,681$	$y_0' - y_0 = +3\,941,537$ $(y_0' - y_0)\frac{\delta l}{\Delta l} = +1\,691\,060$	$y_2' - y_1 = -192,057$ $(y_2' - y_1')\frac{\delta B}{\Delta B} = -108,032$	

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Переход от прямоугольных координат к геодезическим по координатам углов рамок трапеций масштаба 1 : 10000

Схема δB

l / B	$l_1 = 2°\,48'\,45''$	$l = ?$	$l_2 = 2°\,52'30''$	δB δl / Δ_x Δ_y
$B_2 = 55°\,35'\,00''$	$\boldsymbol{x_2 = 6\ 165\ 871,987}$	$(x_{02})' = 6\ 165\ 941,36$ $(x_{02})'' = 6\ 165\ 941,251$	$\boldsymbol{x_2' = 6\ 166\ 033,429}$	$(\delta B)' = 86,6$ $(\delta B)'' = 84,371$ $(\delta B)''' = \mathbf{84\ 375}$
$B = ?$	$(x_0)' - (x_{01})' = 4\ 636,93$ $x' - (x_{01})' = 2\ 608,16$	$x = 6\ 163\ 912,155$ $-\Delta_x = \quad + 0,437$ $x' = 6\ 163\ 912,592$	$(x_{02})'' - (x_{01})'' = 4\ 636,936$ $x' - (x_{01})'' = 2\ 608,277$	$I^l_x = + 0,434$ $II^l_x = \quad 0,000$ $\Delta^l_x = + 0,434$
$B_1 = 55\ 32\ 30$	$\boldsymbol{x_1 = 6\ 161\ 235,012}$	$(x_{01})' = 6\ 161\ 304,43$ $(x_{01})'' = 6\ 161\ 304,315$	$\boldsymbol{x_1' = 6\ 161\ 396,545}$	$I^B_x = - 0,004$ $II^B_x = - 0,001$
	$x_2 - x_1 = 4\ 636,975$ $x - x_1 = 2\ 677,1$	$x_1' - x_1 = 161,533$ $x_2' - x_2 = 161,442$		$\Delta^B_x = - 0,003$ $\Delta_x = - 0,437$

$B = \mathbf{55°\,33'\,54'',375}$

Схема δl

B_2	$\boldsymbol{y_2 = 177\ 340,160}$		$\boldsymbol{y_2' = 181\ 279,863}$	$(\delta l)' = 96'',69$
B	$(y_0)' = 177\ 419,6$ $(y_0)'' = 177\ 422,362$	$y = 179\ 113,438$ $-\Delta_y = \quad - 0,021$ $y' = \quad 179\ 113,417$	$(y_0') = 181\ 361,1$ $(y_0') = 181\ 363,899$	$(\delta l)'' = \mathbf{96533}$
B_1	$\boldsymbol{y_1 = 177\ 528,038}$		$\boldsymbol{y_1' = 181\ 471,926}$	$\Delta^l_y = + 0,009$ $\Delta^B_y = + 0,012$
	$y_2 - y_1 = - 187,878$	$(y_0')' - (y_0)' = 3\ 941,5$ $y - (y_0)' = 1\ 693,8$ $(y_0')'' - (y_0)'' = 3\ 941,537$ $y' - (y_0)'' = 1\ 697,055$	$y_2' - y_1' = - 192,057$	$\Delta_y = + 0,021$

$l = \mathbf{2°50'21'',533}$

Схемы δB и δl решаются совместно.

ности, когда исходными точками для обоснования топографической съемки являются астрономические пункты, так и для контроля вычисления по формулам (3). Кроме того, этот метод перечисления координат может быть применен и для перехода из одной координатной зоны в другую. Переход из зоны в зону можно осуществлять в любой комбинации: из шестиградусной в шестиградусную, из шестиградусной в трехградусную и обратно и из трехградусной в трехградусную.

При решении этих задач y и l следует считать всегда положительными; в случае, если y или l отрицательны, знак результата также будет отрицательным.

Для практического применения этого метода необходимо составить таблицы прямоугольных координат определенных точек градусной сетки, полученных с точностью до 0,001 *м*. Таковыми могут быть таблицы координат углов трапеций масштаба 1:10000, то есть через 2′30″ по широте и через 3′45″ по долготе. Целесообразно иметь таблицы, составленные через одноминутный интервал как по широте, так и по долготе. При наличии последних несомненно отпадает надобность в других таблицах, связанных с перечислением и преобразованием координат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Ф. Н. Руководство по высшей геодезии, ч. II, Геодезиздат, 1942
2. Кавpайский В. В. Таблицы прямоугольных координат Гаусса - Крюгера для нанесения километровых сеток на топографические карты, ОНТИ, 1936.
3. Таблицы для вычисления координат Гаусса-Крюгера, Геодезиздат, 1946.
4. Таблицы координат Гаусса - Крюгера, Геодезиздат, 1947.
5. Таблицы прямоугольных координат углов рамок, размеров рамок и площадей трапеций топографических съемок масштаба 1 : 5000, Геодезиздат, 1953.