

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ СИСТЕМЫ ГЕНЕРАТОР — ДВИГАТЕЛЬ С ЭЛЕКТРОМАШИНЫМ УСИЛИТЕЛЕМ

М. И. Кутарев

(Представлено научно-методическим семинаром ЭМФ ТПИ)

Введение

В настоящее время система генератор — двигатель с электромашиным усилителем нашла широкое применение в сложных регулируемых электроприводах. Электромашинные усилители используются либо в качестве возбудителей генераторов в приводах большой мощности, таких, как главный привод тяжелых металлообрабатывающих станков, прокатных станов, либо в качестве генераторов в установках малой мощности, например в приводах легких металлообрабатывающих станков, в приводах подач и т. д. Электромашинный усилитель с поперечным полем, имея сравнительно малые постоянные времени обмоток и большой коэффициент усиления, стал неотъемлемой частью электромашинной автоматики, позволяющей регулировать скорость приводного двигателя в широком диапазоне, поддерживать ее постоянной с большой точностью, поддерживать постоянное либо заданное соотношение скоростей различных частей механизма, обеспечивая, таким образом, необходимые требования технологии, а также получать оптимальные переходные процессы электропровода в смысле сокращения времени их протекания, ограничения бросков тока, скорости и т. д., увеличивая, таким образом, производительность механизмов.

Системы автоматического регулирования с применением и развитием электромашинной автоматики становятся наиболее эффективными в смысле обеспечения необходимого технологического процесса и более гибкими в смысле получения всевозможных видов движения исполнительных механизмов.

С развитием сложных систем автоматического регулирования стали, как никогда, актуальны проблемы устойчивости и качества регулирования. В линейной теории автоматического регулирования достигнуты крупные результаты. Однако, учитывая тот факт, что в реальных системах характеристики отдельных звеньев являются в общем случае нелинейными и что нелинейные элементы стали все более широко внедряться в системах автоматического регулирования, например для улучшения динамических свойств либо для ограничения (отсечки) тока, напряжения, скорости и т. д., линейная теория становится бессильной объяснить и тем более дать удовлетворительный для практики ответ о движениях, возникающих в этих системах. Очень часто поэтому системы автоматического регулирования, рассчитанные линейными методами, при наладке ведут себя неустойчиво, генерируют колебания, а выбранные параметры приходится изменять. Поэтому особо важной стала проблема решения задач нелинейных систем автоматического регулирования и, в частности, проблема определения периодических режимов.

История вопроса и постановка задачи

В области колебаний в электрических машинах впервые были проделаны крупные исследования академиком М. В. Шулейкиным, который открыл возможность возникновения и существования колебаний в электрических цепях, не содержащих конденсаторов, и дал достаточно полное математическое исследование возникновения и существования колебаний в системах с коллекторными машинами постоянного тока. Однако, трактуя задачу линейной, он не мог дать правильной оценки физической сущности колебаний, возникающих в этих системах. Ряд исследователей, работающих в этой области [8, 9, 10, 11, 12 и 13], решали поставленную задачу либо линейными методами подобно М. В. Шулейкину, либо совсем не проводили математического анализа, ограничиваясь описанием систем, в которых колебания наблюдались.

Среди разнообразных систем с коллекторными машинами постоянного тока, рассматриваемых авторами указанной выше литературы, наиболее общей в смысле объяснения природы возникающих колебаний является система генератор — двигатель [20]. Основной особенностью этой системы является наличие последовательной обмотки возбуждения генератора (рис. 1), создающей при определенных условиях «отрицательное» сопротивление, т. е. элемента, вызывающего возбуждение колебаний, и нелинейной характеристики намагничивания электрической машины, ограничивающей амплитуду колебаний. И только рассмотрение этой системы как нелинейной автоколебательной, приведенное в [6] и подобной ей в [5], дает правильное представление о природе возникающих колебаний. Но как в [6], так и в [5] рассматривается только условие самовозбуждения и существования автоколебаний, а вопрос влияния параметров системы и нагрузки на валу двигателей на величину амплитуды, частоты и форму автоколебаний остается открытым.

Более глубокие исследования, проведенные в лаборатории электропривода Томского политехнического института и опубликованные в [20], показали, что в данной системе автоколебания могут существовать только при статическом моменте на валу двигателя, меньшем некоторого критического момента, определяемого параметрами и видом нелинейной характеристики намагничивания генератора, а при статическом моменте, большем критического момента, автоколебания исчезают, и система работает устойчиво. Эти исследования и некоторые указания в литературе [7] дают основание, изучив детально свойства данной автоколебательной системы и применив средства электромашинной автоматики, применить эти свойства для бесконтактного реверса привода в современных схемах автоматики механизмов с возвратно-поступательным движением, так как данную систему (рис. 1) не представляется возможным применить непосредственно для конкретного механизма из-за ряда присущих ей недостатков:

- 1) большие броски тока при автоколебаниях, когда $R_{\text{я}} = 0$ и $R_{\text{ш}} = 0$;
- 2) отсутствие возможности регулирования скорости двигателя в широком диапазоне в установившемся режиме при статическом моменте, большем момента критического, с сохранением автоколебаний для реверса двигателя при сбросе нагрузки;
- 3) регулирование скорости двигателя связано с большими потерями электрической энергии в активном сопротивлении $R_{\text{я}}$ или $R_{\text{ш}}$, особенно в машинах большой мощности.

Эти затруднения могут быть ликвидированы с применением средств

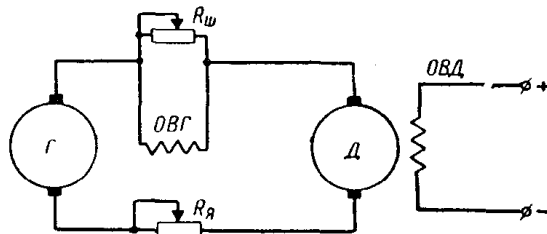


Рис. 1.

электромашиной автоматики для управления автоколебаниями и скоростью двигателя в установившемся режиме.

Рассмотрим схему, изображенную на рис. 2, которая представляет широко распространенную систему автоматического поддержания постоянства скорости двигателя, обеспечиваемого обмоткой положительной обратной связи по току OY_1 и обмоткой отрицательной обратной связи по напряжению OY_2 . Скорость двигателя регулируется обмоткой управления OY_3 . С изменением м. д. с. управляющей обмотки OY_3 изменяются напряжение ЭМУ, ток возбуждения генератора, напряжение генера-

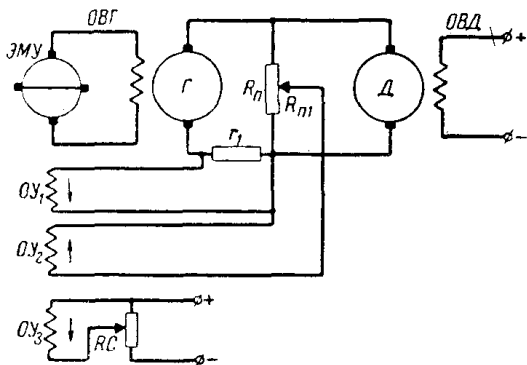


Рис. 2.

тора, а следовательно, и скорость двигателя. Если оставить в этой схеме включенной только одну положительную обратную связь по току, то мы приходим к автоколебательной системе, подобной системе, изображенной на рис. 1, с той только разницей, что вместо генератора с последовательной обмоткой возбуждения используется генератор с параллельной обмоткой, включенной через усилитель на падение напряжения от тока в силовой цепи.

С другой стороны, такая система является частным случаем работы системы, изображенной на рис. 2, когда движок потенциометра RC установлен в положении, в котором ток в обмотке управления OY_3 равен нулю, а обратные связи выбраны такими, что ампер-витки обмотки OY_1 значительно больше ампер-витков обмотки OY_2 и последними можно пренебречь. Следовательно, нахождение и исследование периодических режимов, в частности автоколебаний, в системе генератор — двигатель с ЭМУ при наличии положительной обратной связи по току являются необходимыми как с точки зрения использования автоколебаний данной системы для бесконтактного реверса двигателя, ибо в этом случае необходимо знать амплитуду и частоту автоколебаний в зависимости от параметров системы для возможности расчета времени реверса и бросков тока, так и с точки зрения правильности выбора параметров и величины обратных связей для обеспечения устойчивости системы в обычном ее построении.

Уравнение движения системы и метод исследования

Напишем уравнения электрического и механического равновесия системы, изображенной на рис. 2, при наличии только одной положительной обратной связи по току. Принимая индуктивности обмоток возбуждения, а также индуктивности и сопротивления якорей машин постоянными, не зависящими от протекающего в них тока, будем иметь следующую систему уравнений:

$$e_g = L_B \frac{di_B}{dt} + r_B i_B; \quad (1)$$

$$e_g = \varphi(i_{oy}); \quad (2)$$

$$e_r = L \frac{dI}{dt} + RI + e_d; \quad (3)$$

$$e_r = j(i_B); \quad (4)$$

$$I r_1 = L_{oy} \frac{di_{oy}}{dt} + r_{oy} i_{oy}; \quad (5)$$

$$M = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} + M_{cm}; \quad (6)$$

$$M = C_M I; \quad (7)$$

$$e_d = C_E n, \quad (8)$$

где e_g — э. д. с. ЭМУ;

i_{oy} — ток возбуждения ЭМУ, протекающий в обмотке ОУ₁;

e_G — э. д. с. генератора;

i_B — ток возбуждения генератора;

I — ток в силовой цепи;

n — скорость двигателя;

e_d — э. д. с., развиваемая двигателем при вращении в магнитном поле;

C_E, C_M — коэффициенты, определяемые конструкцией двигателя;

M — момент, развиваемый двигателем на валу;

M_{cm} — момент сил сопротивления, приложенных к валу двигателя;

GD^2 — маховой момент вращающихся масс, приведенный к валу двигателя;

$L, L_B, L_{oy}, R, r_B, r_{oy}$ — индуктивности и сопротивления контуров: силового, возбуждения и управления;

r_1 — сопротивление положительной обратной связи по току.

Как видно из приведенных уравнений, исследуемая система имеет два нелинейных элемента в виде характеристик намагничивания ЭМУ и генератора, представленных уравнениями (2) и (4).

Учитывая, что нелинейные дифференциальные уравнения не имеют общих методов решения, а уравнение, описывающее состояние исследуемой системы относительно какой-либо переменной, как видно из уравнений (1) — (8), будет иметь порядок выше второго, автоколебания наиболее просто могут быть найдены и исследованы приближенными методами, разработанными для нелинейных систем автоматического регулирования любого порядка Л. С. Гольдфарбом [16] с использованием частотного критерия устойчивости или Е. П. Поповым [17] с использованием критерия устойчивости Михайлова и основанными на методе гармонического баланса Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова [14, 15]. Применение этих методов основано на предположении, что форма автоколебаний является близкой к гармонической и остается таковой при достаточно широком изменении параметров системы. Не зная пока, какую форму имеют автоколебания в исследуемой системе, мы вынуждены отказаться от этих методов и выбрать более совершенный метод, позволяющий найти и исследовать все виды движения, возможные в этой системе.

Учитывая малость некоторых членов системы уравнений (1) — (8), можно свести уравнение движения системы к уравнению второго порядка и, используя для исследования фазовую плоскость, решить поставленную нелинейную задачу целиком, как это делал А. А. Андронов [1, 21], т. е. не только найти существование автоколебаний в системе и определить их устойчивость, но и найти в зависимости от параметров системы, нагрузки на валу двигателя и вида нелинейных характеристик условия самовозбуждения и форму автоколебаний и, наконец, исследовать устойчивость состояния равновесия и стационарного движения системы.

Остановимся на последнем методе исследования, для чего примем следующие упрощения:

1) пренебрегаем индуктивностями силового контура, к. з. контура и обмотки управления ЭМУ, так как в машинах нормального исполнения

они в десятки раз меньше индуктивности параллельной обмотки возбуждения генератора;

2) пренебрегаем гистерезисом, реакцией якорей, вихревыми токами и взаимной индуктивностью обмоток машин, решая пока задачу в первом приближении.

Работа системы при $M_{cm} = 0$

Учитывая принятые допущения и решая систему уравнений (1) — (8) относительно n , после несложных преобразований получим уравнение движения системы:

$$\frac{d^2 n}{dt^2} + \left\{ \frac{1}{B} + \frac{f'(i_B)}{f(i_B) T_B R r_B I} [R I r_B i_B - f(i_B) \varphi(i_{oy})] \right\} \frac{dn}{dt} + \frac{f'(i_B) i_B}{f(i_B) T_B B} n = 0, \quad (9)$$

где $B = \frac{GD^2 R}{C_E C_M \cdot 375}$ — электромеханическая постоянная времени двигателя, сек;

$T_B = \frac{L_B}{r_B}$ — электромагнитная постоянная времени обмотки возбуждения генератора, сек.

Полученное дифференциальное уравнение с учетом двух нелинейностей не поддается исследованию, так как в его коэффициенты входят другие переменные и их нелинейные функции, сложным образом зависящие от n . Учитывая это обстоятельство, необходимо сделать допущение, что одна из машин работает на прямолинейной части характеристики намагничивания. Единственным способом получить уравнение движения системы относительно n таким, чтобы его коэффициенты зависели только от n , $\frac{dn}{dt}$ или от их нелинейных функций, является способ линеаризации кривой намагничивания генератора, которая в этом случае выразится равенством:

$$e_{r_1} = K i_B, \quad (10)$$

где K — постоянный коэффициент.

С учетом этого уравнение (9) преобразуется в следующее:

$$\frac{d^2 n}{dt^2} + \left[\frac{1}{B} + \frac{1}{T_B} - \frac{K \varphi(i_{oy})}{T_B R r_B I} \right] \frac{dn}{dt} + \frac{1}{B T_B} n = 0. \quad (11)$$

Решая уравнения (5) — (7) относительно i_{oy} при принятых допущениях, имеем:

$$i_{oy} = \frac{r_1 G D^2}{r_{oy} C_M \cdot 375} \frac{dn}{dt}. \quad (12)$$

Для исследования системы на фазовой плоскости необходимо выбрать удачную аппроксимацию кривой намагничивания ЭМУ. В этом случае удобной формой аппроксимации является полином третьей степени, наиболее просто выражающий однозначную нечетную характеристику намагничивания машины [19] в виде:

$$\varphi(i_{oy}) = \alpha i_{oy} - \beta i_{oy}^3. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (11) и учитывая (12), получим:

$$\frac{d^2 n}{dt^2} + \left[\frac{1}{B} + \frac{1}{T_B} - \frac{\alpha K r_1}{T_B R r_B r_{oy}} + \frac{\beta K r_1^3 \left(\frac{GD^2}{C_M \cdot 375} \right)^2}{T_B R r_B r_{oy}^3} \left(\frac{dn}{dt} \right)^2 \right] \frac{dn}{dt} + \frac{1}{B T_B} n = 0.$$

Введя обозначения

$$a = \frac{1}{T_B} + \frac{1}{B}, \quad b = \frac{\alpha K r_1}{T_B R r_{B'oy}}; \quad c = \frac{\beta K r_1^3 \left(\frac{GD^2}{C_M \cdot 375} \right)^2}{T_B R r_{B'oy}^3}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{T_B B},$$

получим уравнение движения системы в более простом виде:

$$\frac{d^2 n}{dt^2} + \left[(a - b) + c \left(\frac{dn}{dt} \right)^2 \right] \frac{dn}{dt} + \omega_0^2 n = 0. \quad (15)$$

В этом уравнении коэффициенты a , b , c и ω_0 являются постоянными величинами, определяемыми параметрами системы, ω_0 имеет физический смысл собственной частоты колебаний системы.

Фазовой плоскостью системы, описываемой уравнением (15), является плоскость с осями n и $\frac{dn}{dt}$. Это наиболее удачный для данной системы выбор координат, так как при $M_{cm} = 0$ фазовой плоскостью является плоскость скорости двигателя n и в соответствующем масштабе тока главной цепи I . Диссипативный член уравнения (15) является функцией только $\frac{dn}{dt}$. В этом случае фазовый портрет может быть построен по изоклине горизонтальных касательных методом Льеонара [18].

Состояние системы, описываемой уравнением (15), изображается в любой момент времени положением представляющей точки на фазовой плоскости. При движении системы эта точка движется по фазовой плоскости, описывая на ней непрерывную кривую, называемую интегральной кривой системы. Из теории колебаний известно, что если представляющая точка описывает замкнутую траекторию, называемую предельным циклом автоколебаний, то в системе существует периодический процесс с постоянными частотой и амплитудой.

На основании методов, подробно изложенных в литературе [1, 18], выводим уравнение изоклин, т. е. геометрического места точек фазовой плоскости, в которых интегральные кривые имеют касательные с угло-

вым коэффициентом $\Theta = \frac{d \left(\frac{dn}{dt} \right)}{dn}$. Из уравнения (15) имеем:

$$n = \frac{(b - a) \frac{dn}{dt} - c \left(\frac{dn}{dt} \right)^3 - \Theta \frac{dn}{dt}}{\omega_0^2}. \quad (16)$$

При $\Theta = \infty$ получаем изоклину вертикальных касательных, в данном случае ось n .

При $\Theta = 0$ получаем изоклину горизонтальных касательных

$$n = \frac{(b - a) \frac{dn}{dt} - c \left(\frac{dn}{dt} \right)^3}{\omega_0^2}. \quad (17)$$

Для построения изоклины горизонтальных касательных на фазовой плоскости, а затем для построения по ней фазового портрета системы исследуем уравнение (17).

1. Найдем точки пересечения изоклины горизонтальных касательных с осью $\frac{dn}{dt}$, полагая $n = 0$:

$$c \left(\frac{dn}{dt} \right)^3 - (b - a) \frac{dn}{dt} = 0; \quad (18)$$

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_1 = 0; \quad (19)$$

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{b-a}{c}}. \quad (20)$$

2. Найдем экстремальные значения $n_{\max}$ на изоклине горизонтальных касательных, взяв производную $\frac{dn}{dt}$ из уравнения (17) и приравняв ее нулю. При этом получаем:

$$\frac{dn}{dt} = \pm \sqrt{\frac{b-a}{3c}} \quad (21)$$

при $n_{\max}$, а подставив (21) в (17), находим:

$$n_{\max} = \frac{2}{3\omega_0^2} (b-a) \sqrt{\frac{b-a}{3c}}. \quad (22)$$

Таким образом, фазовая плоскость разделяется на две области:

1. Область, где $\frac{dn}{dt} < \left| \sqrt{\frac{b-a}{c}} \right|$.

В этом случае коэффициент затухания (диссипативный член) уравнения (15) будет отрицательным. Движение системы носит характер на-

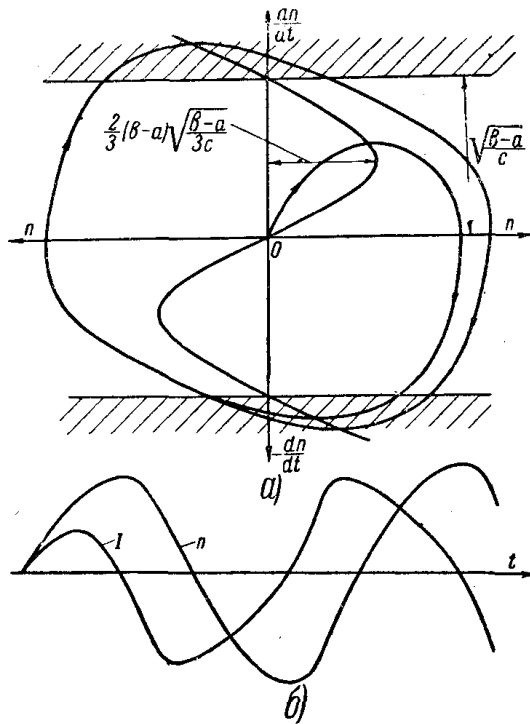


Рис. 3.

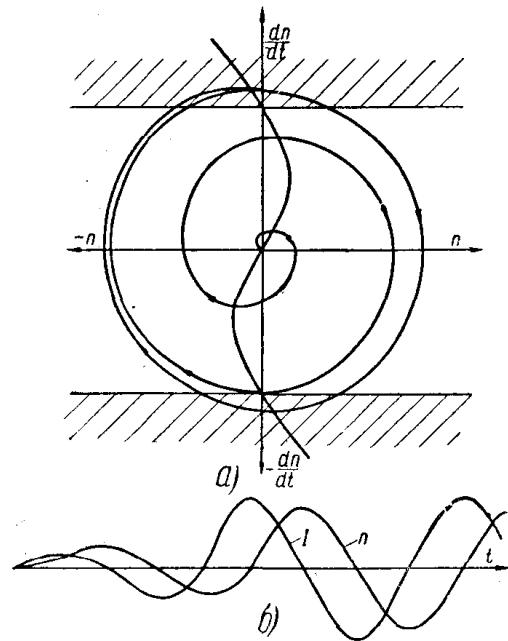


Рис. 4.

растающего движения, т. е. инкрементно, сопровождаясь накоплением энергии в системе.

2. Область, где $\frac{dn}{dt} > \left| \sqrt{\frac{b-a}{c}} \right|$.

В этом случае коэффициент затухания положителен. Движение системы, сопровождаясь рассеянием энергии, затухает, т. е. декрементно.

Значение $\frac{dn}{dt} = \left| \sqrt{\frac{b-a}{c}} \right|$ является границей, разделяющей инкрементную, не заштрихованную на рис. 3, а, и декрементную, заштрихованную на том же рисунке, области. В этом случае коэффициент зату-

хания равен нулю; система вырождается в консервативную, имеющую гармонический характер движения с частотой ω_0 и амплитудой, определяемой энергией, запасенной системой.

Рассмотрим влияние параметров системы на характер движения:

а) Пусть

$$b_1 > a_1; \quad c = c_1; \quad n_{\max} = n_{\max_1}.$$

Этому случаю соответствует фазовый портрет, изображенный на рис. 3 и представляющий собой предельный цикл автоколебаний. Развертывая фазовый портрет во времени, получим закон изменения скорости и тока, подобный рис. 3,б, где приведена осциллограмма процесса, соответствующего данному соотношению параметров.

б) Пусть

$$b_2 > a_2; \quad b_2 - a_2 < b_1 - a_1;$$

$$c_2 \leq c_1; \quad n_{\max_2} < n_{\max_1}.$$

Этому случаю соответствуют фазовый портрет на рис. 4,а и соответствующая ему осциллограмма процесса на рис. 4,б.

в) Пусть

$$b_3 = a_3; \quad b_3 - a_3 = 0;$$

$$c_3 \leq c_2; \quad n_{\max_3} = 0.$$

В этом случае инкрементная область отсутствует (рис. 5,а). Движение в системе будет затухать, как показано на рис. 5,б.

Следовательно, изменяя параметры системы так, чтобы разность $b - a$ уменьшалась, мы можем изменять форму автоколебаний от формы, похожей на релаксационные колебания (рис. 3), до формы почти гармонических колебаний (рис. 4). Сделав эту разность равной нулю, получаем колебательно затухающий вид движения (рис. 5). Из фазовых портретов видим, что состояние равновесия системы при данной аппроксимации кривой намагничивания и при принятых допущениях является неустойчивым при $b - a > 0$, определяя мягкий режим самовозбуждения колебаний, и устойчивый при $b - a \leq 0$.

Работа системы при $M_{cm} \neq 0$

Пусть к валу двигателя приложен статический момент в виде сухого трения, создаваемого тормозом, который зависит только от знака скорости и не зависит от ее величины (рис. 6), т. е.

$$M_{cm} = M_{cm_1} \operatorname{sign} n, \quad (23)$$

а при постоянном токе возбуждения двигателя с учетом уравнения (7).

$$I_{cm} = I_{cm_1} \operatorname{sign} n. \quad (24)$$

Учитывая предыдущие идеализации, разрешим систему уравнений (1)–(8) относительно n . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d^2 n}{dt^2} + \left[\frac{1}{B} + \frac{1}{T_B} - \varphi' \left(I_{cm_1} \frac{r_1}{r_{oy}} \right) \frac{K}{T_B R r_B} + I_{cm} \frac{K r_1 \beta C_E B}{T_B R^2 r_B r_{oy}} \left(\frac{dn}{dt} \right) + \right. \\ \left. + \frac{K r_1^3 \beta C_E B^2}{T_B R^3 r_B r_{oy}^3} \left(\frac{dn}{dt} \right)^2 \right] \frac{dn}{dt} + \frac{1}{T_B B} n = \frac{1}{T_B B} n_{cm}, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\varphi\left(I_{cm} \frac{r_1}{r_{oy}}\right) = \alpha \left(\frac{r_1}{r_{oy}}\right) I_{cm} - \beta \left(\frac{r_1}{r_{oy}}\right)^3 I_{cm}^3 ; \quad (26)$$

$$\varphi' \left(I_{cm} \frac{r_1}{r_{oy}}\right) = \alpha \left(\frac{r_1}{r_{oy}}\right) - 3\beta \left(\frac{r_1}{r_{oy}}\right)^3 I_{cm}^2 \quad (27)$$

есть значение нелинейной функции и ее производной при $i_{oy} = I_{cm} \frac{r_1}{r_{oy}}$ (рис. 7), а

$$n_{cm} = \frac{R}{C_E} \left(\frac{K\varphi\left(I_{cm} \frac{r_1}{r_{oy}}\right)}{Rr_B} - I_{cm} \right) \quad (28)$$

есть уравнение движения системы в установившемся состоянии.

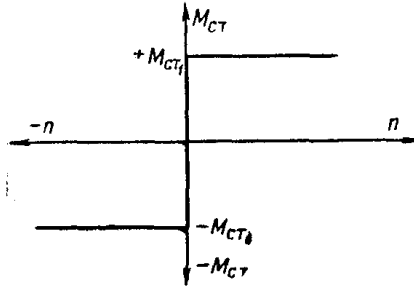


Рис. 6.

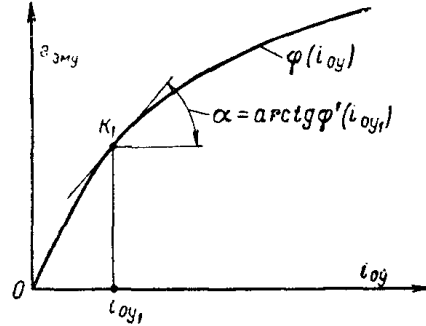


Рис. 7.

Действительно, рассмотрим установившийся процесс системы при $I = I_{cm}$ и $n = n_{cm}$. Учитывая, что в этом случае все производные в уравнениях (1) — (8) обращаются в нули, имеем:

$$Ki_B = IR + C_E n, \quad (29)$$

$$\varphi\left(I \frac{r_1}{r_{oy}}\right) = i_B r_B, \quad (30)$$

отсюда

$$n = \frac{R}{C_E} \left(\frac{K\varphi\left(I \frac{r_1}{r_{oy}}\right)}{Rr_B} - I \right) \quad (31)$$

или при подстановке $I = I_{cm}$ и $n = n_{cm}$ получаем уравнение (28), а уравнение аппроксимации и ее производной в виде (26) и (27).

Переносим начало координат на фазовой плоскости на $\pm n_{cm}$ и учитывая, что $I_{cm} > 0$ при $n > 0$ и $I_{cm} < 0$ при $n < 0$, получаем два уравнения движения системы:

$$\frac{d^2 n_1}{dt^2} + \left[(a - b) + c \frac{dn_1}{dt} + g \left(\frac{dn_1}{dt} \right)^2 \right] \frac{dn_1}{dt} + \frac{1}{T_B B} n_1 = 0 \quad (32)$$

при $n > 0$, где

$$n_1 = n - n_{cm}, \quad (33)$$

$$\frac{d^2 n_2}{dt^2} + \left[(a - b) - c \frac{dn_2}{dt} + g \left(\frac{dn_2}{dt} \right)^2 \right] \frac{dn_2}{dt} + \frac{1}{T_B B} n_2 = 0 \quad (34)$$

при $n < 0$, где

$$n_2 = -(n - n_{cm}). \quad (35)$$

Коэффициенты уравнений (32) и (34) являются величинами постоянными и равными:

$$a = \frac{1}{T_B} + \frac{1}{B}; \quad b = \frac{K\varphi' \left(I_{cm} \frac{r_1}{r_{oy}} \right)}{T_B R r_B}; \quad c = \frac{I_{cm} K r_1 C_E B}{T_B R r_B r_{oy}}; \quad g = \frac{K r_1^3 C_E^2 B^2 \beta}{T_B R^3 r_B r_{oy}^3}.$$

С учетом этого уравнения изоклин горизонтальных касательных напишутся, как:

$$n_1 = \frac{(b-a) \frac{dn_1}{dt} - c \left(\frac{dn_1}{dt} \right)^2 - g \left(\frac{dn_1}{dt} \right)^3}{\omega_0^2} \quad (36)$$

при $n > 0$,

$$n_2 = \frac{(b-a) \frac{dn_2}{dt} + c \left(\frac{dn_2}{dt} \right)^2 - g \left(\frac{dn_2}{dt} \right)^3}{\omega_0^2} \quad (37)$$

при $n < 0$.

Рассмотрим движение системы, когда параметры системы остаются постоянными, а I_{cm} меняется по величине.

а) Пусть $I_{cm} = I_{cm_1}$.

Зная значение I_{cm_1} , находим соответствующий ему по уравнению (5) i_{oy_1} . Затем по характеристике намагничивания ЭМУ (рис. 7) находим $\varphi(i_{oy_1})$ и

$\varphi'(i_{oy_1})$, а по формуле (28) n_{cm_1} . Определяя разность $(b_1 - a)$, коэффициенты c_1 , g_1 и откладывая на фазовой плоскости влево и вправо от начала координат отрезки, равные $\pm n_{cm_1}$, строим по уравнениям (36) и (37) изоклины горизонтальных касательных. Фазовый портрет (рис. 8, а)

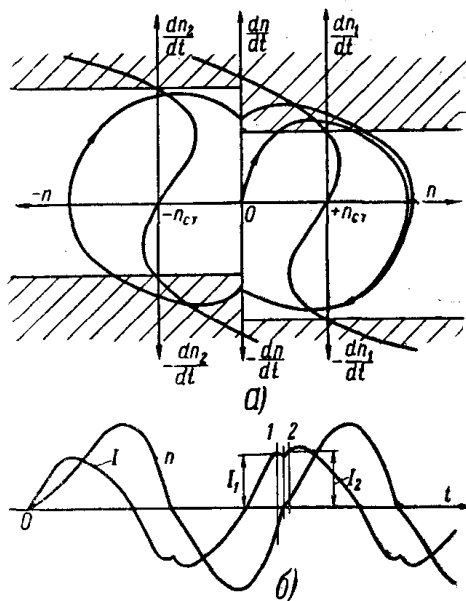


Рис. 8.

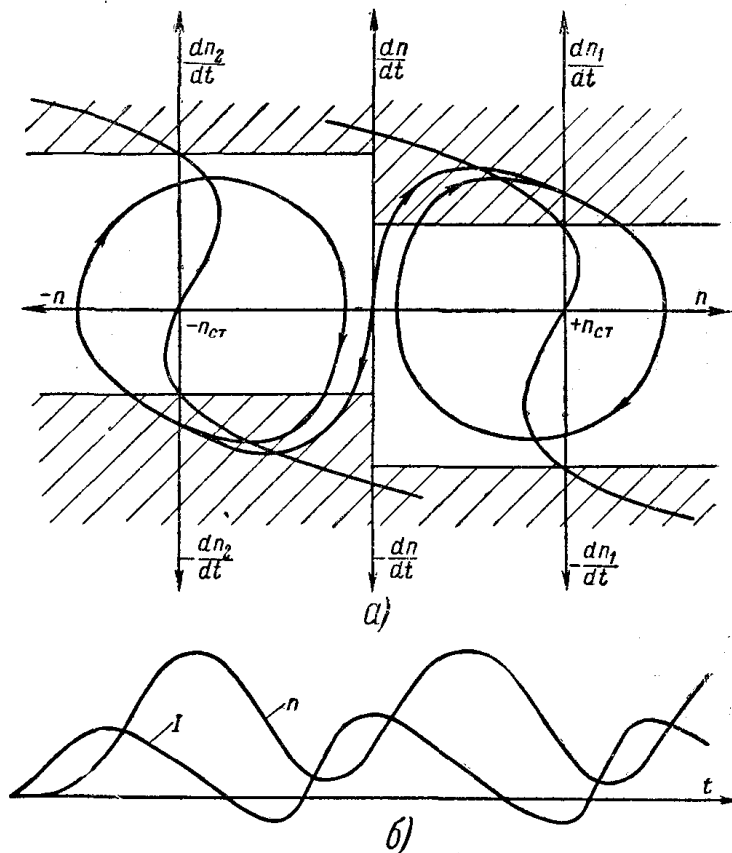


Рис. 9.

строится при $n > 0$ по изоклине горизонтальных касательных, построенной относительно оси $\frac{dn_1}{dt}$, а при $n < 0$ по изоклине, построенной относительно оси $\frac{dn_2}{dt}$. При $n = 0$ происходит припасовывание интегральных кривых. Соответствующая осциллограмма приведена на рис. 8,б.

б) Пусть $I_{cm} = I_{cm_2}$; $I_{cm_2} > I_{cm_1}$; $n_{cm_2} > n_{cm_1}$; $c_2 > c_1$; $(b_2 - a) < (b_1 - a)$.

В этом случае получаем два фазовых портрета (рис. 9,а). Изображающая систему точка движется по одному из них в зависимости от того, в какую сторону система получила начальное отклонение. Движение системы одностороннее без реверса двигателя. Осциллограмма процесса приведена на рис. 9,б.

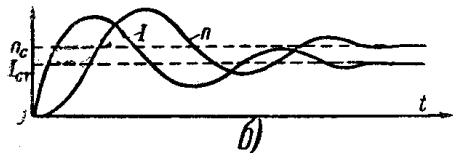
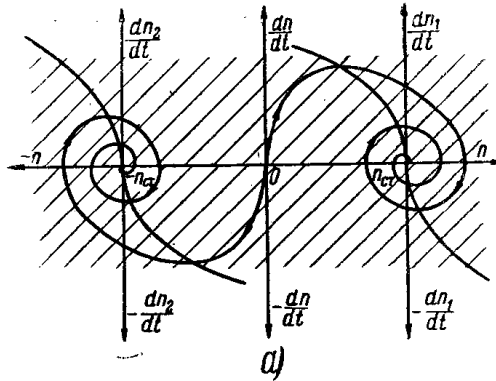


Рис. 10.

г) Пусть $I_{cm} = I_{cm_3}$; $I_{cm_3} > I_{cm_2}$; $n_{cm_3} > n_{cm_2}$; $(b_3 - a) = 0$.

В этом случае при любом отклонении автоколебания затухают, система работает устойчиво при $+I_{cm}$, $+n_{cm}$ или при $-I_{mc}$, $-n_{cm}$ в зависимости от первоначального отклонения системы. Фазовый портрет и осциллограмма приведены на рис. 10.

Из рис. 8 видно, что кривая скорости во времени изменяется плавно, а ток и производная скорости претерпевают резкое изменение при переходе скорости через нулевое значение. Такой характер движения объясняется тем, что уравнение механического равновесия системы при $n < 0$ и $I_{cm} < 0$

$$I_{(1)} = I_{\partial(1)} - I_{cm}; \quad (38)$$

при $n > 0$ и $I_{cm} > 0$

$$I_{(2)} = I_{\partial(2)} + I_{cm}, \quad (39)$$

где $I_{(1)}$ и $I_{(2)}$ — токи двигателя в моменты времени, соответствующие положениям 1 и 2 на рис. 8, достаточно близко отстоящими от положения, при котором $n = 0$;

$I_{\partial(1)}$ и $I_{\partial(2)}$ — динамические токи двигателя, пропорциональные производным скорости в точках, соответствующих тем же моментам времени, т. е.

$$I_{\partial(1)} = \frac{GD^2}{C_M \cdot 375} \cdot \frac{dn_{(1)}}{dt};$$

$$I_{\partial(2)} = \frac{GD^2}{C_M \cdot 375} \cdot \frac{dn_{(2)}}{dt}.$$

Рассмотрим два случая.

а) Пусть в контуре имеется большая индуктивность, не допускающая резких скачков тока, а маховой момент вращающихся масс, приведенных к валу двигателя, пренебрежимо мал, тогда в указанные моменты времени можно принять $I_{(1)} \approx I_{(2)}$, а из уравнений (38) и (39) определить:

$$I_{\partial(1)} \approx I_{\partial(2)} + 2I_{cm}, \quad (40)$$

т. е. кривая тока во времени изменяется плавно, а производная скорости претерпевает скачок. При обратном сочетании этих параметров можно принять $I_{\partial(1)} \approx I_{\partial(2)}$, тогда из уравнений (38) и (39) имеем:

$$I_{(1)} \approx I_{(2)} - 2I_{cm},$$

т. е. претерпевает скачок ток двигателя на величину $\sim 2I_{cm}$. В нашем случае преобладающее значение имеет маховой момент, а поэтому ток при прохождении скорости через нуль претерпевает более резкое изменение, чем производная скорости, что подтверждается осциллограммой (рис. 8,б).

Таким образом, при наличии на валу двигателя статического момента система в зависимости от его величины находится либо в автоколебательном режиме, при котором амплитуда тока и скорости уменьшается с увеличением нагрузки, либо в режиме стационарного движения при $I = I_{cm}$ и $n = n_{cm}$. Состояние покоя системы в данном случае отсутствует. Отсюда вытекает существование некоторого критического значения тока нагрузки $I_{кр}$. При $I_{cm} < I_{кр}$ автоколебания существуют, а при $I_{cm} > I_{кр}$ система приходит в режим стационарного движения.

Последнее свойство является предпосылкой использования автоколебаний этой системы для бесконтактного реверса привода механизмов с возвратно-поступательным движением, где во время рабочего хода $I_{cm} > I_{кр}$, а при сбросе нагрузки $I_{cm} < I_{кр}$. В последнем случае система входит в автоколебательный режим, двигатель реверсируется и, если в это время к валу двигателя снова приложить нагрузку, при которой $I_{cm} > I_{кр}$, или ввести какое-либо воздействие, влияющее на изменение параметров системы так, чтобы автоколебания не возбуждались, двигатель устойчиво будет вращаться в обратном направлении, приводя механизм в первоначальное положение, и т. д.

Выводы

1. Принятый метод исследования изучаемой системы на фазовой плоскости дает возможность:

а) вполне удовлетворительно объяснить природу колебаний, возникающих в системе;

б) определить влияние параметров и нагрузки на валу двигателя на вид и форму движений;

в) определить устойчивость автоколебаний по наличию устойчивого предельного цикла, условия самовозбуждения, а также устойчивость состояния покоя и стационарного движения системы;

г) определить амплитуду тока и скорости в зависимости от параметров системы, спроектировав фазовый портрет на соответствующую ось, а также частоту автоколебаний, развернув этот портрет во времени.

2. Меняя по величине статический момент, можно получить автоколебания с различной формой, тем сильнее отличающейся от гармонической, чем больше приложенный момент, а также установившееся движение системы при постоянной скорости двигателя при $M_{cm} > M_{кр}$, что является наиболее важным при использовании автоколебаний для бесконтактного реверса двигателя.

3. Изменяя параметры системы при $M_{cm} = 0$, можно менять форму автоколебаний от формы, близкой к релаксационным колебаниям, к форме, близкой к гармонической.

4. Проведенные исследования позволяют судить о движениях, возникающих в обычной системе автоматического регулирования, избоб-

раженной на рис. 2, в случае установки потенциометра РС в положение, при котором $i_{\text{оуз}} = 0$, и при отключении обмотки управления OU_2 или при пренебрежении ее ампер-витками, когда они значительно меньше ампер-витков обмотки управления OU_1 .

Литература

1. Андронов А. А. и Хайкин С. Э., Теория колебаний, ОНТИ, Машгиз, 1937.
2. Шулейкин М. В., Об электрических колебаниях, Известия С.-Петербургского политехнического института, XV, 1910.
3. Шулейкин М. В., О свободных колебаниях в цепи серийного генератора и мотора, Известия С.-Петербургского политехнического института, XI, 1909.
4. Шулейкин М. В., Самовозбуждение электрических колебаний в цепях коллекторных динамомашин, Известия С.-Петербургского политехнического института, XX, 1913.
5. Рюденберг Р., Переходные процессы в электроэнергетических системах, Издательство иностранной литературы, 1955.
6. Под редакцией К. М. Поливанова, Физические основы электротехники, Госэнергоиздат, 1950.
7. Говорков В. А., Работы академика Шулейкина по электрическим машинам, «Электричество», 1952, № 5.
8. Арнольд, Динамомашины постоянного тока, С.-Петербург, ч. I и II, 1908—1909.
9. Арнольд и Лакур, Машины постоянного тока, т. I, Энергоиздат, 1934.
10. Шенфер К. И., Динамомашины постоянного тока, Энергоиздат, 1934.
11. Рукавишников Н. Н., Сборник задач по электрическим машинам постоянного и переменного тока, Кубуч, 1933.
12. Морозов Д. П., О колебательных процессах в электроприводе, «Электричество», 1945, № 8.
13. Беляев М. В., Переходные режимы в простейшей схеме электромашиной автоматики, «Электричество», 1950, № 6.
14. Крылов Н. М. и Боголюбов Н. Н., Новые методы нелинейной механики, ОНТИ, Гостехтеоретиздат, 1934.
15. Крылов Н. М. и Боголюбов Н. Н., Введение в нелинейную механику, Издание АН УССР, 1937.
16. Гольдфарб Л. С., Метод исследований нелинейных систем регулирования, основанный на принципе гармонического баланса, Труды Второго всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, т. I, 1955.
17. Попов Е. П., Динамика систем автоматического регулирования, Гостехиздат, 1954.
18. Теодорчик К. Ф., Автоколебательные системы, Гостехиздат, 1953.
19. Ермолин Н. П., Переходные процессы в машинах постоянного тока, Госэнергоиздат, 1951.
20. Ганджа Л. И., Физика колебаний в системе «генератор (с последовательным возбуждением) — двигатель (с независимым возбуждением)», Известия ТПИ, т. 76, 1954.
21. Горелик Г. С., Работы академика А. А. Андропова по теории автоматического регулирования, Труды Второго всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, т. I, 1955.