

# ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ НА АВТОКОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

М. И. Кутарев

(Представлено научно-методическим семинаром ЭМФ ТПИ)

## Введение

В качестве исследуемой системы автоматического регулирования рассматривается широко применяемая в практике электропривода система генератор — двигатель с электромашинным усилителем в качестве возбудителя генератора (рис. 1).

Наличие в этой системе совместно с регулирующим устройством — реостатом  $RC$  и обмоткой управления ЭМУ —  $OU_3$  положительной обратной связи по току  $OU_1$  и отрицательной по напряжению  $OU_2$  позволяет автоматически поддерживать противо-э. д. с., а при постоянном потоке возбуждения и скорости постоянной при изменении нагрузки и тем самым осуществлять так называемый принцип автоматического регулирования по возмущающему воздействию [1, 2].

Можно указать три основные внутренние закономерности, присущие данной системе и определяющие не только качественную сторону процесса регулирования, но в целом характер ее движения.

Во-первых, данная система, как всякая система авторегулирования, имеющая неотъемлемым фактором отрицательные обратные связи, склонна к самовозбуждению колебаний.

Во-вторых, положительная обратная связь по току обуславливает наличие свойств компаундированных систем, заключающихся в том, что последовательная обмотка возбуждения создает при определенных условиях «отрицательное» сопротивление, делающее положение равновесия системы неустойчивым, а движение ее колебательным [3, 4].

В-третьих, рассматриваемая система имеет элементы с существенно нелинейными характеристиками. Особенностью же нелинейных систем авторегулирования является возможность существования периодических режимов, в данном случае автоколебаний [2, 5, 6].

Естественно, что возникающие автоколебания в системе, предназначенной для стабилизации режима, являются вредным нежелательным явлением, с которым необходимо бороться. С другой стороны, автоколебания систем с компаундными свойствами принципиально могут быть использованы для управления двигателем в функции тока, в частности, для бесконтактного реверса двигателя [7, 8]. Отсюда вытекает необходимость исследования нелинейной системы авторегулирования для определения параметров, условий самовозбуждения и устойчивости возникающих в ней автоколебаний.

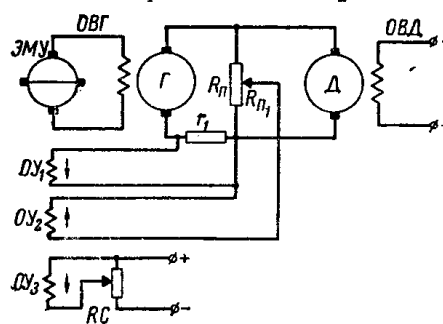


Рис. 1.

В связи с этим уместно привести выдержку из доклада доктора технических наук М. А. Айзермана на Втором всесоюзном совещании по теории автоматического регулирования: «До тех пор, пока задача состояла в том, чтобы не допустить колебаний, решающее значение имела проблема условий устойчивости как условий, при которых колебания не могут возникнуть. Но с развитием техники стало ясно, что управлять, налаживать, настраивать систему можно, только умея управлять возникающими незатухающими колебаниями, умея их по произволу возбуждать либо гасить, произвольным образом меняя их параметры».

В настоящее время при помощи специальных методов [5, 6, 9, 10, 11] решено значительное количество задач, связанных с определением и исследованием автоколебаний нелинейных систем.

Что касается систем генератор — двигатель с использованием для целей управления и регулирования различного рода усилителей, в том числе ЭМУ, то детального исследования с подобной постановкой задачи не проводилось. Как правило, система линеаризовалась и исследовалась с точки зрения качества регулирования и условий устойчивости.

В настоящей статье приводятся некоторые, на взгляд автора, наиболее важные результаты исследования влияния линейных и нелинейных параметров, коэффициентов усиления обратных связей и нагрузки на валу двигателя на параметры автоколебаний и условия их самовозбуждения и гашения.

### Уравнение движения системы

Исследуемая система в общем случае описывается нелинейным дифференциальным уравнением высшего порядка. Принимая во внимание отсутствие регулярных методов решения подобных уравнений, была принята методика исследования, позволяющая наиболее полно решить поставленную задачу. Эта методика основана на введении определенных упрощающих допущений, понижающих порядок уравнения, и использовании для его решения метода качественного интегрирования путем построения интегральных кривых на фазовой плоскости. После выявления основных закономерностей и связей, присущих системе, вводилась корректировка по некоторым, на первом этапе пренебрегаемым, параметрам.

С учетом принятых допущений было выведено уравнение вырожденной системы, имеющей следующий вид:

$$T_s B \frac{d^2 n}{dt^2} + (T_s + B) \frac{dn}{dt} + n = \frac{K}{R_s C_e} \varphi \left[ i_3 + \left( \frac{r_1}{r_{oy1}} - R_\partial K_1 \right) \left( \frac{C_e B}{R} \frac{dn}{dt} + I_c \right) - K_1 C_e n \right] - \frac{R}{C_e} I_c, \quad (1)$$

где:

$$T_s = \frac{L_s}{R_s} \text{ — постоянная времени контура возбуждения генератора (сек);}$$

$$L_s, R_s \text{ — индуктивность, принятая постоянной, и сопротивление этого контура;}$$

$$B = \frac{GD^2 R}{C_e C_m \cdot 375} \text{ — электромеханическая постоянная времени двигателя, сек;}$$

$$R \text{ — полное сопротивление силового контура;}$$

$$GD^2 \text{ — маховый момент вращающихся масс, приведенный к валу двигателя;}$$

$$C_e, C_m \text{ — постоянные коэффициенты, определяемые конструкцией двигателя;}$$

$$n \text{ — скорость двигателя, об/мин;}$$

$$i_3 \text{ — постоянный ток в задающей обмотке } OY_3;$$

$K$  — коэффициент, характеризующий угол наклона характеристики намагничивания генератора;

$r_1$  — сопротивление силового контура, с которого снимается падение напряжения для осуществления положительной обратной связи по току;

$r_{oy_1}$  — сопротивление обмотки  $OY_1$ ;

$R_0$  — сопротивление якоря двигателя;

$K_1 = \frac{R_{n_1}}{R_n r_{oy_2} + R_{n_1} (R_n - R_{n_1})}$  — коэффициент, характеризующий отрицательную связь по напряжению;

$R_n$  и  $R_{n_1}$  — сопротивление потенциометра и части его, с которой подается напряжение на обмотку  $OY_2$ ;

$r_{oy_2}$  — сопротивление обмотки управления  $OY_2$ ;

$I_c$  — статический ток двигателя, характеризующий нагрузку.

В дальнейшем будем считать нагрузку постоянной, не зависящей от скорости (рис. 2), но зависящей от ее знака. Согласно уравнению нагрузки:

$$I_c = I_{c_1} \operatorname{sign} n \quad (2)$$

имеем  $I_c = I_{c_1}$  при  $n > 0$  и  $I_c = -I_{c_1}$  при  $n < 0$ .

Нелинейная функция, стоящая в правой части уравнения, представляет зависимость э. д. с. ЭМУ от результирующего тока обмоток управления при одинаковом их числе витков и характеризуется графиком на рис. 3.

Исследование движений системы по уравнению (1) удобно проводить по двум этапам: рассмотреть сначала свойства системы при отсутствии отрицательной обратной связи по напряжению, а затем учесть ее влияние на каждый из частичных случаев, разбираемых на первом этапе.

Автоколебания системы при  $K_1 = 0$  и  $i_3 = 0$ . Этот частный случай достаточно подробно рассмотрен в помещенной в данном томе сборника «Известия ТПИ» статье автора «О периодических режимах системы генератор — двигатель с электромашинным усилителем». Так как нелинейный член уравнения (1) зависит в этом случае только от  $\frac{dn}{dt}$ , то интегральные кривые на фазовой плоскости могут быть построены

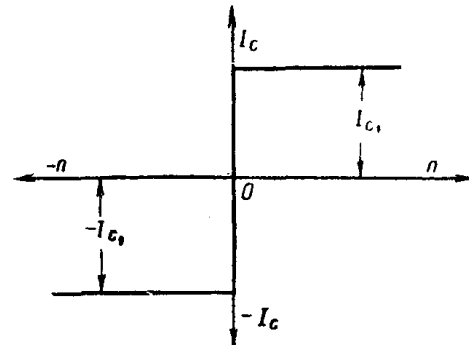


Рис. 2.

способом Лъенара [6] по изоклине горизонтальных касательных. В указанной работе путем аппроксимаций кривой намагничивания ЭМУ согласно [12] полиномом третьей степени были получены аналитическое выражение для изоклины горизонтальных касательных и вместе с этим возможность исследования влияния параметров.

Учитывая, что полином третьей степени имеет значительную погрешность в аппроксимации, покажем в данной работе точный графический способ построения изоклины горизонтальных касательных, дающий возможность более глубоко вскрыть физику самовозбуждения автоколебаний и учесть влияние гистерезиса. С другой стороны, согласно уравнению механического равновесия системы

$$I - I_c = \frac{C_e B}{K} \frac{dn}{dt} \quad (3)$$

фазовую плоскость можно рассматривать непосредственно в осях переменных  $I$  и  $n$ , полностью характеризующих двигатель как объект автоматического регулирования.

Для пояснения способа графического построения изоклины горизонтальных касательных на фазовой плоскости с осями  $n$ ,  $I$  рассмотрим сначала уравнение (1) при  $I_c = 0$ . Подставляя из уравнения (3)

$$\frac{dn}{dt} = \frac{R}{C_e B} I$$

в уравнение (1) и освобождаясь от времени, получим при

$$\frac{dI}{dt} = 0$$

уравнение изоклины горизонтальных касательных:

$$n = a [\varphi(bI) - cI], \quad (4)$$

где  $a = \frac{K}{R_e C_e}$ ;  $b = \frac{r_1}{r_{oy1}}$ ;  $c = \frac{RR_e}{K} \left(1 + \frac{T_e}{B}\right)$ .

Из уравнения (4) видно, что изоклина горизонтальных касательных может быть построена при графическом задании  $\varphi(bI)$ .

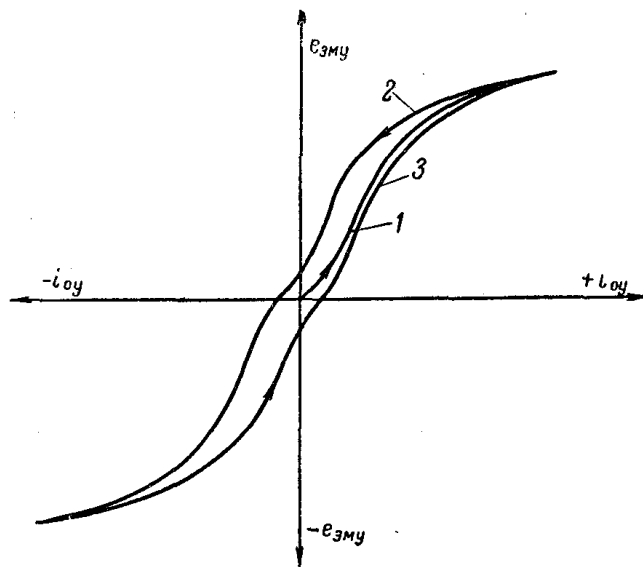


Рис. 3.

Во втором квадранте (рис. 4) без учета гистерезиса нелинейная функция  $\varphi(bI)$  построена в осях  $e_{ЭМУ}$  и  $i_{oy}$ , а в первом — в осях  $e_{ЭМУ}$  и  $I$ , причем значению  $b = b_1$  соответствует кривая  $\varphi_1(I)$ ,  $b = b_2$  соответствует  $\varphi_2(I)$  и т. д. Проводя теперь прямую  $c_1 I$  и умножая согласно уравнению (4) разность ординат, заключенную между этой прямой и, например, функцией  $\varphi_1(I)$  на рис. 4, находим соответствующую данным параметрам изоклину 8 как  $n = f(a_1, b_1, c_1, I)$ .

Нетрудно видеть, что данный метод при точном

выражении нелинейной характеристики позволяет достаточно просто и наглядно исследовать влияние параметров на форму изоклины горизонтальных касательных, а значит и фазового портрета, характеризующего движение исследуемой системы. Исходя из способа построения Льенара [6], можно сразу сказать, что изоклине 9 при  $a = a_1$ ,  $b = b_1$  и  $c = c_1$  соответствует фазовый портрет, характеризующий автоколебательный характер движения с меньшим значением амплитуды тока и скорости, чем изоклине 8 при значении коэффициентов  $a = a_1$ ,  $b = b_1$  и  $c = c_1$ .

Изоклине 10 в противоположность двум первым соответствуют устойчивое положение равновесия и затухающий характер движения в системе. Оставляя, например, коэффициенты  $b$  и  $c$  постоянными и меняя только  $a$ , можно тем самым в значительной степени изменять форму изоклины, а следовательно, и форму автоколебаний. Ясно, что чем меньше коэффициент  $a$ , тем автоколебания ближе по форме к гармоническим, и, наоборот, чем больше  $a$ , тем форма колебания ближе к релаксационным. Фазовые портреты и осциллограммы процессов, соответствующих различному сочетанию параметров при  $I_c = 0$ , были приведены в указанной выше работе автора, поэтому нет необходимости повторяться, тем более, что физика процесса и вид фазовых портретов, соответствующих данному частному случаю, остаются прежними.

Однако при наличии на валу двигателя нагрузки и рассмотрении фазовой плоскости в осях переменных  $n$  и  $I$  представляется возможность получить несколько отличные портреты, позволяющие более глубоко вскрыть физику автоколебаний.

Из уравнения (1) с учетом равенств (2) и (3) находим уравнения изоклины горизонтальных касательных:

$$n = \frac{K}{R_e C_e} \left[ \varphi \left( \frac{r_1}{r_{oy_1}} I \right) - \left( \frac{T_e}{B} + 1 \right) \frac{R R_e}{K} I \right] + \frac{T_e R}{B C_e} I_c; \quad (5)$$

$$n = \frac{K}{R_e C_e} \left[ \varphi \left( \frac{r_1}{r_{oy_1}} I \right) - \left( \frac{T_e}{B} + 1 \right) \frac{R R_e}{K} I \right] - \frac{T_e R}{B C_e} I_c. \quad (6)$$

Из этих уравнений следует, что при  $I_c \neq 0$  существует две изоклины горизонтальных касательных, имеющих форму изоклины при  $I_c = 0$  и сдвинутых относительно нее на величину  $\pm \frac{T_e R}{B C_e} I_c$ .

Отметим, что при  $I_c = 0$  согласно уравнению (1) в положении равновесия системы  $n = 0$ , а с учетом уравнения (3)  $I = 0$ .

Следовательно, все изоклины (5), в том числе и изоклины горизонтальных касательных, сходятся на фазовой плоскости „в особой точке“, лежащей в начале координат.

В случае  $I_c \neq 0$  в положении равновесия согласно уравнению (3)  $I = I_c$ , а из уравнения (1) получаем:

$$n = n_c = \frac{K}{R_e C_e} \varphi \left( \frac{r_1}{r_{oy_1}} I_c \right) - \frac{R}{C_e} I_c. \quad (7)$$

Последнее равенство представляет собой уравнение статической механической характеристики системы.

При подстановке  $I = I_c$  в уравнение (5) и  $I = -I_c$  в уравнение (6) получаем  $n = n_c$  и  $n = -n_c$ . Это значит, что „особая точка“ находится на пересечении механической статической характеристики (кривая 3 на рис. 5) и соответствующей данному значению параметров изоклины горизонтальных касательных. Отсюда ясно, что построение фазового портрета способом Льенара должно проводиться в плоскости  $n > 0$  относительно „особой точки“  $O_1$  при  $I = I_c$  и  $n = n_c$ , а в плоскости  $n < 0$  относительно  $O_1'$  при  $I = -I_c$  и  $n = -n_c$  по соответствующим этим точкам изоклинам горизонтальных касательных, в данном случае кривым  $I$  и  $I'$  на рис. 5. Этот фазовый портрет характеризуется кривой  $a$ . На этом же рисунке приведены фазовые портреты, соответствующие наиболее характерным видам движения системы при неизменном значении параметров и различной величине нагрузки.

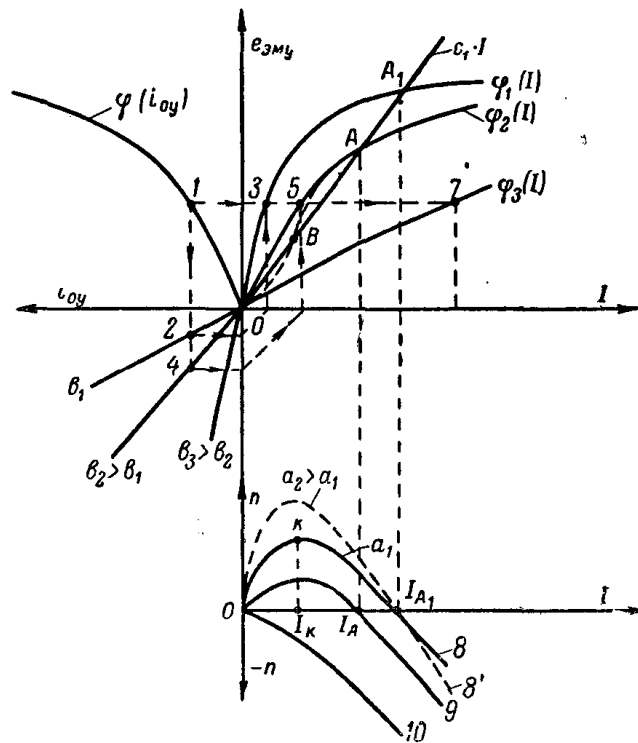


Рис. 4.

Для того чтобы не затемнять чертежа, изоклины, соответствующие другому значению  $I_c$ , опущены, и приведено только расположение „особых точек“ и соответствующих им фазовых портретов. Сравнивая кривую  $a$  с кривой  $d$ , построенной по изоклине 2 при  $I_c=0$ , видим, что при наличии нагрузки на валу двигателя максимальное отклонение тока при автоколебаниях меньше, а скорости — больше. При смене знака скорости кривая  $a$  претерпевает резкое изменение, характеризуя резкое увеличение тока и, следовательно, производной скорости.

При  $I_{c2} > I_{c1}$  получаем „особые точки“  $O_2$  и  $O_2'$  и фазовый портрет  $b$ , характеризующий автоколебательный режим системы с еще более

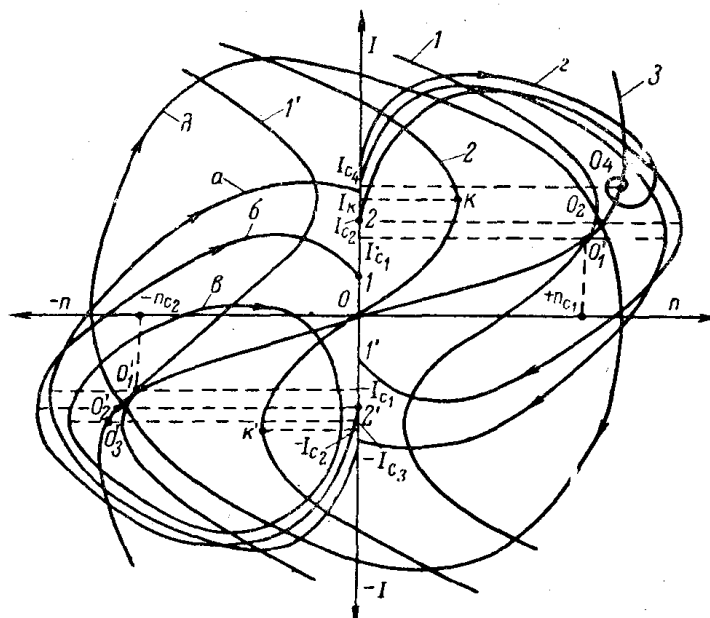


Рис. 5.

резким скачком тока при смене знака скорости. Кроме того, этот режим характерен тем, что при изменении тока от точки 1 до точки 2, т. е. до тех пор, пока ток  $I$  не достигает величины  $I_{c2}$ , двигатель неподвижен. При дальнейшем увеличении тока автоколебания могут стать односторонними, без изменения знака скорости двигателя. Этот режим характеризуется кривой  $b$ , построенной относительно  $O_3$ . Необходимо указать, что при определенном значении параметров в системе существует некоторый критический ток нагрузки  $I_k$ , при котором изоклина горизонтальных касательных имеет максимум (точка  $K$ ). При  $I_c < I_k$  положение равновесия („особая точка“) неустойчиво, и режим системы автоколебательный. При  $I_c > I_k$  „особая точка“, например  $O_4$ , находится целиком в декрементной области, обуславливая устойчивое положение равновесия и, следовательно, установившееся движение при  $I=I_c$  и  $n=n_c$ . Последние два режима могут происходить как в первом, так и в третьем квадранте фазовой плоскости в зависимости от знака приложенного к системе возмущения. В лаборатории электропривода ТПИ подтверждены экспериментально не только полученные режимы, но и влияние нагрузки на параметры автоколебаний. Здесь мы ограничимся указанием окончательных результатов, состоящих в том, что постоянная нагрузка, обуславливая сложную форму автоколебаний, уменьшает амплитуду тока и увеличивает амплитуду скорости и период автоколебаний.

Характерными являются двусторонние автоколебания с остановкой двигателя и односторонние автоколебания относительно  $n$  с изменением и без изменения знака тока.



баний. Однако, учитывая, что при действительной ширине петли гистерезиса эти изменения оказываются в пределах ошибок, допускаемых как при измерении параметров, так и при построении фазового портрета, ими можно пренебречь.

### Автоколебание системы при $K_1=0$ , $i_3 \neq 0$ и $I_c=0$

С учетом обозначений равенства (4) из уравнения (1) находим уравнение изоклины

$$n = a \{ \varphi [b(I + I_3)] \} - cI, \quad (8)$$

где  $I_3 = i_3 \frac{1}{b}$  — некоторый ток главной цепи, эквивалентный постоянному току управления в  $OY_3$  при одинаковом числе витков  $OY_1$  и  $OY_3$ .

На рис. 7,а приведены графики нелинейной функции при  $I_3=0$ ,  $I_3=I'_3$  и  $I_3=I''_3 > I'_3$ . Проводя согласно уравнению (8) графические построения, аналогичные построениям на рис. 4, получаем изоклину 4

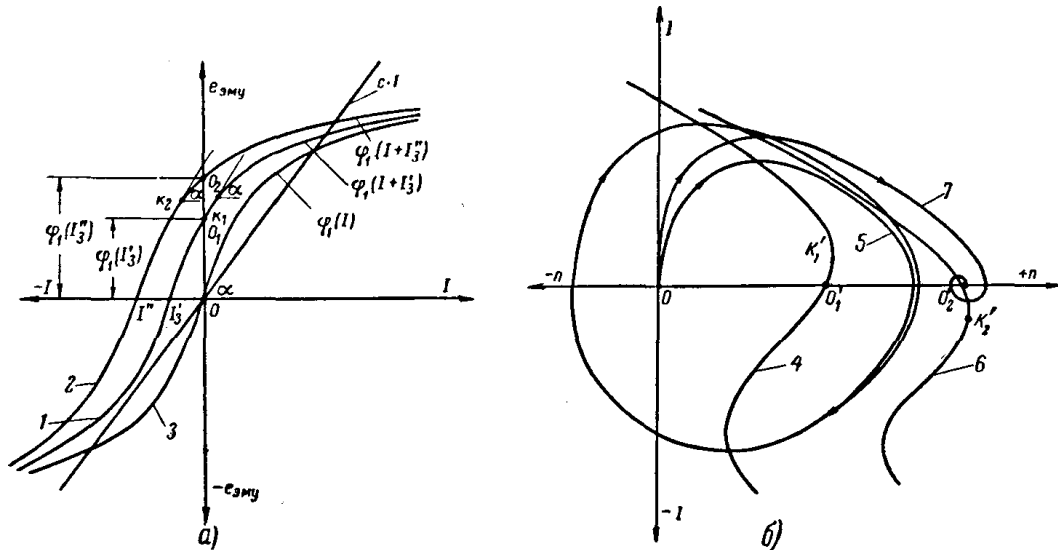


Рис. 7.

(рис. 7,б), соответствующую кривой 1 (рис. 7,а) и изоклину 6, соответствующую кривой 2. В положении равновесия имеем:  $I=0$  и  $n = n'_3 = a\varphi(i_3) = a\varphi_1(I_3)$ . Это значит, что „особыми точками“ на фазовой плоскости для  $I_3=I'_3$  является точка  $O'_1$ , а для  $I_3=I''_3$  — точка  $O'_2$ .

Нетрудно видеть, что если точка  $k_1$  (на рис. 7,а), определяющая согласно уравнению (8) максимальное значение разности ординат кривой  $\varphi_1(I + I_3)$  и прямой  $cI$ , лежит в плоскости  $I > 0$ , то соответствующая ей точка  $K'_1$  на фазовой плоскости лежит также при  $I > 0$ . При этом точка  $O'_1$  [9] является точкой неустойчивого положения равновесия, определяя существование в системе автоколебаний (кривая 5 рис. 7,б). Если  $I''_3 > I'_3$ , а точка  $k_2$  и соответствующая ей  $k'_2$  лежат в плоскости  $I < 0$ , то точка  $O'_2$  становится точкой устойчивого положения равновесия, определяя движение системы при  $I=0$  и  $n = n''_3 = a\varphi(I''_3)$ . Фазовый портрет при этом имеет вид кривой 7 на рис. 7,б. При некотором значении  $I'_3 < I''_3 < I'''_3$  автоколебания могут



превратиться из двусторонних с изменением знака скорости и тока (кривая 5 рис. 7,б) в односторонние относительно скорости, но, как и на кривой 5, с равными амплитудами тока в положительном и отрицательном полупериодах.

### Автоколебание системы при $K_1=0$ , $i_3 \neq 0$ , $I_c \neq 0$

Для этого случая уравнение изоклин имеют вид:

$$n = a \{ \varphi [b(I + I_3)] - cI \} + c_1 I_c, \quad (9)$$

$$n = a \{ \varphi [b(I + I_3)] - cI \} - c_1 I_c, \quad (10)$$

где  $c_1 = \frac{T_0 R}{BC_e}$ .

Метод построения данных изоклин остается аналогичным случаю  $I_c \neq 0$  и  $i_3 = 0$  с тем только различием, что вместо исходной изоклины, описываемой уравнением (4), берется одна из изоклин согласно уравнению (8).

Условие равновесия системы по-прежнему находится из уравнений (3) и (1) и характеризуется:  $I = I_c$  и

$$n = n_c = \frac{K}{R_0 C_e} \varphi \left[ \frac{r_1}{r_{0y1}} (I_c + I_3) \right] - \frac{R}{C_e} I_c. \quad (11)$$

При подстановке  $I = I_c$  уравнение (9) превращается в уравнение статической механической характеристики (11). Это значит, что „особые точки“ лежат на пересечении статической механической характеристики (кривая 2 на рис. 8,а), построенной по уравнению (11) и соответствующей данному значению  $I_3$  и  $I_c$  изоклины горизонтальных касательных.

Пусть изоклина 4 на рис. 7,б является исходной для уравнений (9) и (10). Построив ее без изменений на рис. 8,а (кривая 1), видим, что при  $I_3 = I'_3$  и  $I_c = 0$  „особая точка“ находится на пересече-

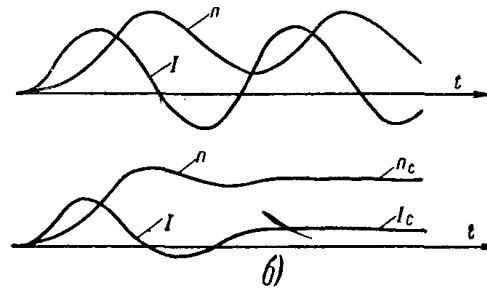
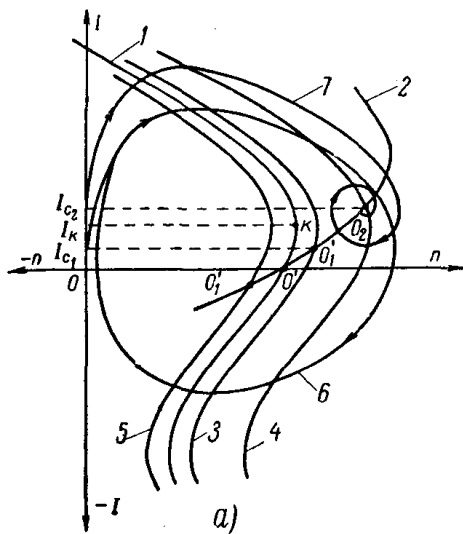


Рис. 8.

нии изоклины с кривой 2 и лежит на оси  $n$  при  $I = 0$ . Если к валу двигателя приложена нагрузка, обуславливающая  $I_c = I_{c1}$ , то при  $n > 0$  фазовая траектория уже строится относительно точки  $O_1$  по изоклине 3, сдвинутой относительно исходной на величину  $+c_1 I_{c1}$ , а при  $n < 0$  относительно  $O_1'$  по изоклине 5, сдвинутой относительно исходной влево на ту же величину. Сравнивая фазовые портреты кривую 5 на рис. 7,б при  $I_3 = I'_3$  и  $I_c = 0$  и кривую 6 на рис. 8,а при  $I_3 = I'_3$  и  $I_c = I_{c1}$ , видим, что в последнем случае автоколебания стали односторонними

относительно скорости с амплитудой тока в положительном полупериоде, большей, чем в отрицательном. При увеличении нагрузки, когда  $I_{c_2} > I_k$ , „особая точка“  $O_2$  становится точкой устойчивого положения равновесия. При этом фазовая траектория имеет вид скручивающейся спирали (кривая 7 на рис. 8,а), характеризуя колебательно затухающий переходный режим и после его окончания установившееся движение системы при  $I_{c_2} = \text{const}$  и  $n_{c_2} = \text{const}$ . На рис. 8,б приведены осциллограммы, подтверждающие полученные результаты.

### Автоколебание системы при наличии отрицательной обратной связи по напряжению

В связи с тем, что нелинейный член уравнения (1) зависит в этом случае от независимой переменной  $n$  (при  $K_1 \neq 0$ ) и ее производной  $\frac{dn}{dt}$ , способ Ляпуна для построения фазового портрета системы становится непригодным. Это обстоятельство приводит к необходимости заполнить всю фазовую плоскость изоклинами [5]. Например, для изоклины с угловым коэффициентом касательных к интегральным кривым, равным  $\theta$ , из уравнения (1) с учетом уравнения (3) для фазовой плоскости в осях переменных  $n$  и  $I$  имеем:

$$\theta = \frac{dI}{dn} = \frac{\frac{K}{K_0 C_e} \left[ i_3 + \left( \frac{r_1}{r_{o1}} - R_0 K_1 \right) I - C_e K_1 n \right] - \left( \frac{T_s}{B} + 1 \right) \frac{R}{C_e} I + \frac{T_s R}{B C_e} I_c - n}{\frac{T_s}{B} \left( \frac{R}{C_e} \right)^2 (I - I_c)}. \quad (12)$$

Для получения уравнения изоклины необходимо при  $\theta = \text{const}$  выразить уравнение (12) относительно  $I$  или  $n$ . Учитывая, что порядок уравнения изоклин как относительно  $I$ , так и  $n$  определяется порядком уравнения аппроксимации кривой намагничивания и что для упрощения вычислительных операций он должен быть как можно ниже, выберем в качестве аналитического выражения нелинейной функции одно из равенств, приведенных в [13] и имеющее для нашего случая следующую форму записи:

$$e_{\text{ЭМУ}} = \frac{i_p}{A_1 + B_1 i_p}, \quad (13)$$

где  $A_1$  и  $B_1$  — постоянные коэффициенты, определяемые из графика нелинейной функции, а  $i_p = i_1 + i_3 - i_2$  — результирующий ток обмоток управления при равном числе их витков.

Это выражение, достаточно точно аппроксимируя кривую намагничивания и определяя уравнение изоклин второго порядка, обладает лишь тем недостатком, что не имеет точки перегиба, т. е. не является симметричным относительно начала координат (как полном третьей степени) при изменении  $i_p$  от  $i_{p \text{ макс}}$  до  $-i_{p \text{ макс}}$ . Однако этим равенством можно с успехом пользоваться, если при построении изоклин строго соблюдать условие положительности аргумента нелинейной функции, которое на фазовой плоскости (рис. 9,а) выражается некоторой разделяющей прямой  $I$ :

$$n = \frac{i_3 + \left( \frac{r_1}{r_{o1}} - R_0 K_1 \right) I}{C_e K_1} I, \quad (14)$$

проходящей через первый и третий квадранты. Заполняя изоклинами область фазовой плоскости, расположенную выше этой прямой в на-

правлении обхода фазовой плоскости против часовой стрелки, и учитывая, что изоклины при равных  $\theta$  относительно „особых точек“ симметричны, можно, не прибегая к повторным расчетам при  $-i_p$ , заполнить ими и оставшуюся часть фазовой плоскости.

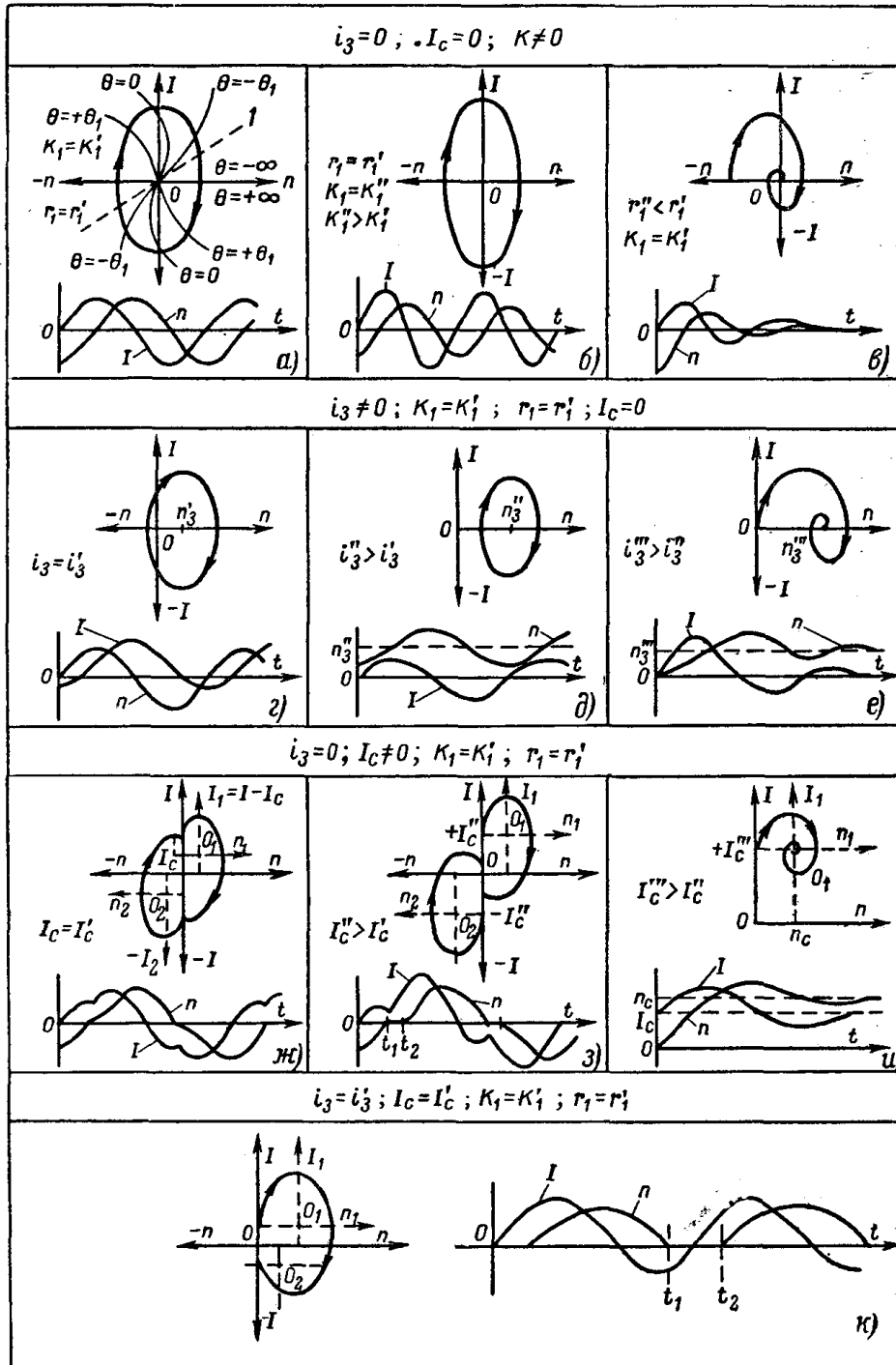


Рис. 9.

На рис. 9 при помощи этого метода приведено построение фазовых портретов, представляющих наиболее характерные виды движения системы при различном сочетании параметров и нагрузки на валу двигателя. Под каждым фазовым портретом приводится осциллограмма, подтверждающая наличие в системе полученной формы движения.

Если учесть, что при выбранных масштабах  $n$  и  $I$  гармоническим колебаниям соответствует на фазовой плоскости предельный цикл в форме окружности, а масштабы для всех случаев на рис. 9 выбраны

одинаковыми, то по деформации формы фазового портрета можно судить о влиянии того или иного фактора на форму автоколебаний во времени, а по размерам предельных циклов — на амплитуду. Так как по оси ординат фазовой плоскости откладываются величины, пропорциональные ускорению, а по оси абсцисс сама скорость, то по деформации фазового портрета можно судить об изменении периода автоколебаний. Сравнивая, например, фазовые портреты (рис. 9,а и б), построенные при различном значении  $K_1$ , видим, что некоторое увеличение амплитуды тока и более значительное уменьшение амплитуды скорости значительно деформируют фазовый портрет, растягивая его по оси  $I$  и тем самым обуславливая увеличение частоты автоколебаний. Форма автоколебаний остается близкой и гармонической. При уменьшении сопротивления  $r_1$  положение равновесия может оказаться устойчивым (рис. 9,в), характеризуя колебательно затухающий характер движения. При наличии задающей обмотки точки положения равновесия сдвигаются вправо по оси  $n$ , определяя двусторонние, несимметричные относительно  $n$ , автоколебания (рис. 9,г) либо односторонние относительно  $n$  (рис. 9,д) при равном значении амплитуды тока в положительном и отрицательном полупериодах. При дальнейшем увеличении  $i_3$  положение равновесия (рис. 9,е) становится устойчивым, а характер движения системы колебательно затухающим. При наличии на валу двигателя нагрузки, например  $I'_c$  и  $i_3=0$ , автоколебания становятся снова симметричными относительно  $n$  и  $I$  (рис. 9,ж), но с характерным резким изменением тока при смене знака скорости, определяющим сложную форму автоколебаний. В случае  $I''_c > I'_c$  (рис. 9,з) фазовый портрет характеризует двусторонние автоколебания с остановкой двигателя. При дальнейшем увеличении нагрузки (рис. 9,и) положение равновесия системы становится устойчивым, определяя движение ее при  $I=I_c$  и  $n=n_c$ . И, наконец, при наличии тока в задающей обмотке и нагрузки на валу двигателя (рис. 9,к) автоколебания системы становятся несимметричными как относительно  $n$ , так и  $I$ , обуславливая в общем случае амплитуды тока и скорости в положительном полупериоде большие, чем в отрицательном. На рис. 9,к приведен фазовый портрет, характеризующий наиболее интересный автоколебательный режим системы, при котором двигатель совершает односторонние толчкообразные движения.

В заключение отметим, что при всех возможных условиях существования автоколебаний частота их увеличивается при увеличении коэффициента усиления отрицательной обратной связи по напряжению и уменьшается при увеличении на валу двигателя нагрузки.

### Заключение

Учитывая, что все теоретические рассуждения, приведенные в работе, достаточно хорошо подтверждаются с качественной стороны экспериментальными данными, можно сделать общее заключение о том, что принятая методика исследования движений системы на фазовой плоскости является правильной и достаточно эффективной.

Для количественного определения параметров автоколебаний в настоящее время существуют лишь приближенные методы [2, 11], дающие удовлетворительный результат в случае автоколебаний, близких к гармоническим. Погрешность же, вносимая в расчеты за счет пренебрежения малыми параметрами для систем с машинами нормального исполнения, невелика и находится в пределах точности измерения «основных» параметров и графических построений [9].

Отсюда следует вывод, что выбранная методика является пригодной и для приближенной количественной оценки параметров автоколебаний в случае их сложной формы, обусловленной, например, наличием на валу двигателя постоянной нагрузки.

Таким образом, подход к анализу поведения нелинейной системы авторегулирования при различном сочетании ее параметров и обратных связей с позиций теории нелинейных колебаний дает возможность не только объяснить физику полученного в результате эксперимента характера движения, в том числе и автоколебаний, но и предсказать возможность их существования без предварительного эксперимента. Так, в результате исследования найдены и объяснены автоколебания, близкие по форме к гармоническим и релаксационным, несимметричные относительно скорости или несимметричные относительно обеих независимых переменных при различном сочетании тока в задающей обмотке ЭМУ и нагрузки на валу двигателя и, наконец, автоколебания с остановкой двигателя.

Наиболее интересным и ценным в работе является исследование влияния постоянной нагрузки на валу двигателя на характер движения системы, в результате которого определено свойство системы совершать автоколебания при нагрузке, меньшей некоторой критической, и работать с постоянной скоростью двигателя при большей нагрузке, а также осуществлять толчковые режимы двигателя.

В связи с этим результаты исследования представляют несомненный интерес как для теории автоматизированного электропривода, так и для его практики, например для обеспечения управления двигателем непосредственно в функции нагрузки без применения релейно-контакторной аппаратуры.

#### Литература

1. Мееров М. В., Введение в динамику автоматического регулирования электрических машин, АН СССР, 1956.
  2. Попов Е. П., Динамика систем автоматического регулирования, Гостехиздат, 1954.
  3. Морозов Д. П., О колебательных процессах в электроприводах, «Электричество», 1945, № 8.
  4. Беляев М. В., Переходные режимы в простейшей схеме электромашинной автоматики, «Электричество», 1950, № 6.
  5. Андронов А. А., Хайкин С. Э., Теория колебаний, Машгиз, 1937.
  6. Теодорчик К. Ф., Автоколебательные системы, издание 3, Гостехиздат, 1952.
  7. Говорков В. А., Работы академика М. В. Шулейкина по электрическим машинам, «Электричество», 1952, № 5.
  8. Ганджа Л. И., Саморevers как элемент электромашинной автоматики, Диссертация, ТПИ, 1948.
  9. Айзерман М. А., Проблема определения периодических режимов, Труды Второго всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, т. 1, 1955.
  10. Гольдфарб Л. С., Метод исследования нелинейных систем регулирования, основанный на принципе гармонического баланса, Труды Второго всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, 1955.
  11. Крылов А. М. и Боголюбов А. Н., Введение в нелинейную механику, Изд. АН УССР, 1937.
  12. Ермолин Н. П., Переходные процессы в машинах постоянного тока, Госэнергоиздат, 1951.
  13. Архангельский, Аналитическое выражение кривой намагничивания электрических машин, «Электричество», 1950, № 3.
-