

## К ВОПРОСУ ОБ УРАВНОВЕШИВАНИИ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ПРИЦЕПНЫМИ ШАТУНАМИ

Л. В. НЕЧАЕВ

(Представлено научным семинаром кафедры „Двигатели внутреннего сгорания“)

При конструировании новых двигателей внутреннего сгорания для автомобилей, тракторов и т. д. одним из серьезных моментов, обеспечивающих минимальные габариты и лучшую компоновку двигателя, является рациональный выбор числа и расположения цилиндров. Как правило, при этом выборе производится анализ уравновешенности двигателя от сил инерции вращающихся и поступательно движущихся масс.

Обычно применяемый в практике аналитический метод анализа уравновешенности в применении к многоцилиндровым многорядным двигателям часто оказывается очень громоздким и трудоемким, а графические методы, более наглядные и менее трудоемкие, в удобной для практики форме разработаны только для однорядных многоцилиндровых и одинарных звездообразных двигателей.

В данной статье предлагается графоаналитический метод анализа уравновешенности одновальных многоцилиндровых многорядных двигателей. Этот метод применим как к двигателям с обычными (центральными) шатунами, так и к двигателям с прицепными шатунами, при условии, что

$$\gamma_{II} = \gamma.$$

Здесь:

$\gamma_{II}$ —угол между осью главного шатуна и линией, соединяющей центры нижних головок центрального и прицепного шатунов,

$\gamma$ —угол между осями цилиндров.

В основу описываемого ниже метода положен принцип графического изображения сил инерции первого порядка  $P_I$  и второго порядка  $P_{II}$  поступательно движущихся масс шатунно-кривошипного механизма каждого цилиндра в виде проекций на ось цилиндра векторов, имеющих величину, соответственно равную  $P_{I \max}$  или  $P_{II \max}$ , и вращающихся с угловой скоростью  $\omega$  (для  $P_{I \max}$ ) и  $2\omega$  (для  $P_{II \max}$ ). Здесь  $\omega$ —угловая скорость вращения коленчатого вала.

В общем случае для одноцилиндрового двигателя величины сил  $P_I$  и  $P_{II}$  определяются по известным выражениям:

а) для главного и любого бокового цилиндра с центральным шатуном

$$P_{I \text{ гл}} = P_{I \text{ гл. max}} \cdot \cos \alpha;$$

$$P_{II \text{ гл}} = P_{II \text{ гл. макс}} \cdot \cos 2\alpha,$$

где

$$P_{I \text{ гл макс}} = m_{2 \text{ гл}} \cdot R \cdot \omega^2;$$

$$P_{II \text{ гл. макс}} = \mu \cdot m_{2 \text{ гл}} \cdot R \cdot \omega^2,$$

б) для бокового цилиндра с прицепным шатуном при условии  $\gamma_I = \gamma$

$$P_{I \text{ пр}} = P_{I \text{ пр макс}} \cdot \cos \alpha;$$

$$P_{II \text{ пр}} = P_{II \text{ пр макс}} \cdot \cos (2\alpha_I - \Theta),$$

где

$$P_{I \text{ пр}} = m_{2 \text{ пр}} \cdot R \omega^2;$$

$$P_{II \text{ пр}} = F \cdot m_{2 \text{ пр}} \cdot R \omega^2.$$

В этих выражениях

$m_{2 \text{ гл}}$  и  $m_{2 \text{ пр}}$ —приведенные к оси поршневого пальца поступательно движущиеся массы шатунно-кривошипных механизмов соответственно главного и бокового цилиндров.

$R$ —радиус кривошипа,

$L$ —длина главного шатуна,

$$\mu = \frac{R}{L},$$

$\alpha$  и  $\alpha_I$ —углы поворота кривошипа, измеряемые соответственно от осей главного и бокового цилиндров,

$F$  и  $\Theta$ —безразмерный коэффициент и угол, зависящие от геометрических параметров главного и прицепного шатунов и определяемые по формулам, приведенным, например, в [1].

Предлагаемые ниже формулы и положения будут справедливы в любом случае, если а) нумерация цилиндров, работающих на одно колено, осуществляется по направлению вращения коленчатого вала, б) угол между осями цилиндров  $\gamma_{i1}$  ( $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{13}$  и т. д.) отсчитывается от главного цилиндра по направлению вращения коленчатого вала, в) шатунно-кривошипный механизм не имеет дезаксажа.

При несоблюдении двух первых условий предлагаемые формулы необходимо соответствующим образом перестроить.

### 1. Силы инерции первого порядка в многоцилиндровых двигателях с одноколенным валом

Конец вектора неуравновешенной силы инерции первого порядка (как, впрочем и любого другого порядка) для многоцилиндрового двигателя с одноколенным валом описывает эллипс. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев для простоты двухцилиндровый двигатель с одноколенным валом. Действительно, суммарная неуравновешенная сила инерции первого порядка равна (фиг. 1):

$$P_I = \sqrt{x^2 + y^2},$$

где  $x$ —сумма проекций сил инерции первого порядка обоих цилиндров на ось  $X$ ,

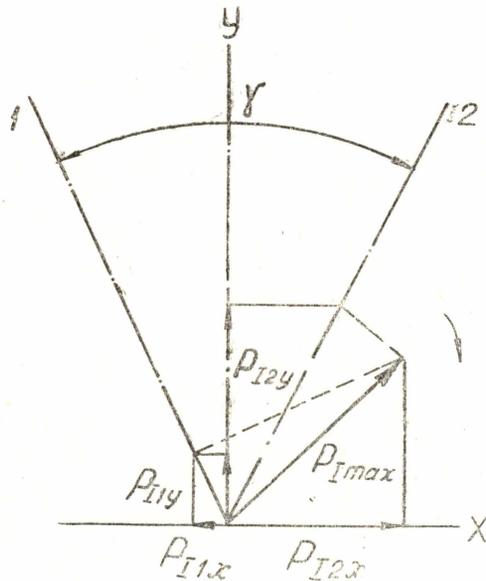
$y$ —то же на ось  $Y$ .

$$y = P_{I1y} + P_{I2y} = P_{I \text{ макс}} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \frac{\gamma}{2} + P_{I \text{ макс}} \cdot \cos (\alpha - \gamma) \cdot \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$x = P_{1x} + P_{1x} = -P_{1\max} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \frac{\gamma}{2} + P_{1\max} \cdot \cos(\alpha - \gamma) \cdot \sin \frac{\gamma}{2}.$$

Здесь  $P_{11y}$ ,  $P_{11x}$ ,  $P_{12y}$ ,  $P_{12x}$  — проекции мгновенных значений сил инерции поступательно движущихся масс обоих цилиндров на координатные оси.

После несложных тригонометрических преобразований  $x$  и  $y$  можно привести к виду



Фиг. 1

$$y = a \cdot \cos \left( \alpha - \frac{\gamma}{2} \right), \quad (1)$$

$$x = b \cdot \sin \left( \alpha - \frac{\gamma}{2} \right). \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) представляют собой уравнение эллипса в параметрической форме. Полуоси эллипса равны

$$a = 2 P_{1\max} \cdot \cos^2 \frac{\gamma}{2}, \quad (3)$$

$$b = 2 P_{1\max} \cdot \sin^2 \frac{\gamma}{2}. \quad (4)$$

В этих выводах, как и в последующих, принято как обычно [2]

$$m_{2\text{гл}} = m_{2\text{пр}} = m_2.$$

### V - образные двигатели

Величина неуравновешенной силы инерции первого порядка определяется по уравнениям (1, 2, 3, 4). Заменяя в этих выражениях

$$\cos^2 \frac{\gamma}{2} \text{ и } \sin^2 \frac{\gamma}{2}$$

через

$$\frac{1 + \cos \alpha}{2} \text{ и } \frac{1 - \cos \alpha}{2},$$

можно записать

$$a = P_{I \max} + P_{I \max} \cdot \cos \gamma; \quad b = P_{I \max} - P_{I \max} \cdot \cos \gamma,$$

т. е.

$$a = A + B; \quad b = A - B,$$

где

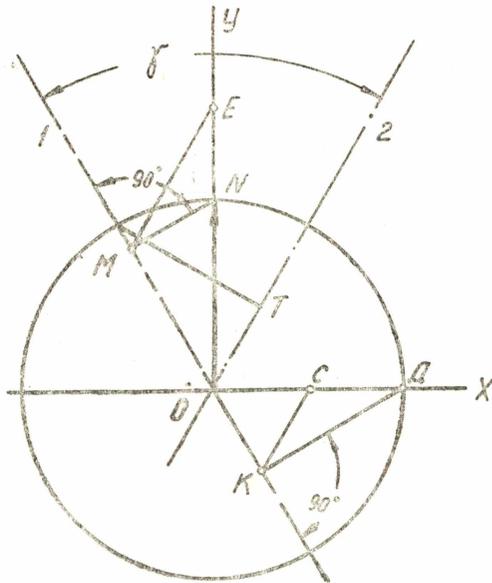
$$A = P_{I \max}; \quad B = P_{I \max} \cdot \cos \gamma.$$

Можно графически определить величины  $A$ ,  $B$ ,  $a$  и  $b$ . Для этого нужно отрезок  $ON = P_{I \max}$  (или  $OD = ON = P_{I \max}$ ), направленный по оси координат, спроектировать на ось любого цилиндра и из точки пересечения  $M$  (или  $K$ ) провести прямую, параллельную оси второго цилиндра до пересечения с данной координатной осью в точке  $E$  (или  $C$ ). Тогда (фиг. 2)

$$ON = A, \quad OK = B, \quad OE = a, \quad OC = b.$$

Таким образом, равнодействующую силу инерции в  $V$ -образном двигателе можно определить следующим образом:

Необходимо построить эллипс неуравновешенной силы по известным полуосям  $a$  и  $b$ , определенным аналитически или графически. Из



Фиг. 2.

точки  $N$  на окружности с радиусом  $r = P_{I \max} \cdot q$  ( $q$  — масштаб), соответствующей положению кривошипа, опустить перпендикуляр на ось любого цилиндра и из точки  $T$  их пересечения провести прямую, параллельную оси другого до пересечения с эллипсом в точке  $D$ . Вектор  $OD$  и будет вектором суммарной неуравновешенной силы инерции первого порядка в данный момент (рис. 3). Обратным порядком для любой точки эллипса может быть найдено соответствующее положение кривошипа.

Анализируя выражения (5) и (6), можно прийти к следующему выводу. Неуравновешенная сила инерции, изменяющаяся по закону эллипса, может быть представлена в виде геометрической

суммы двух сил  $P_{I \max}$  и  $P_{I \max} \cdot \cos \gamma$ , вектора которых  $A$  и  $B$  вращаются в противоположные стороны с угловой скоростью  $\omega$ , причем вектор  $A = P_{I \max}$  направлен по оси колена и вращается вместе с ним. В начальный момент ( $\alpha = 0$ ) вектор  $A$  совпадает с осью главного, а вектор  $B$  с осью бокового цилиндра. За положительное направление векторов принято направление от коленчатого вала к головке двигателя.

В самом деле (фиг. 4)

$$ON = P_{I \max} = A,$$

причем линия  $NN'$  параллельна оси  $X$ , из треугольника  $ONC$

$$NC = P_{I \max} \cdot \sin(\gamma - \alpha),$$

из треугольника  $OBV$

$$OB = DC = P_{I \max} \cdot \cos \alpha.$$

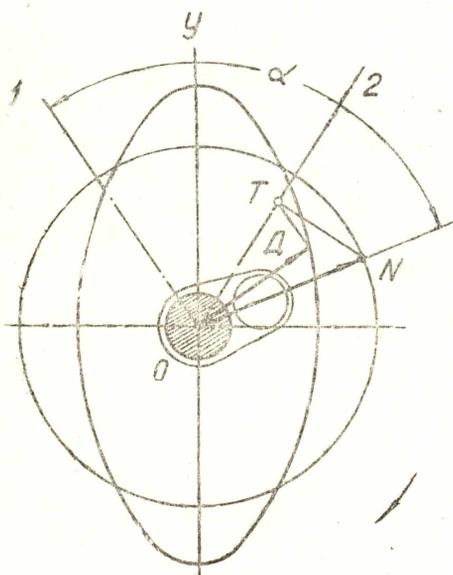
Далее нетрудно доказать, что

$$\varphi = 180 - \varphi_2 - \varphi_3.$$

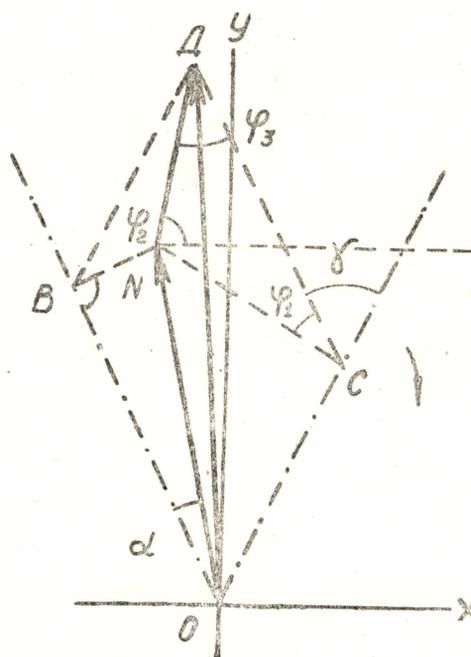
$$ND = \sqrt{NC^2 + DC^2 - 2NC \cdot DC \cdot \cos \varphi_1} = P_{I \max} \cdot \cos \gamma,$$

где  $\varphi_1 = 180 - \gamma - 90 = 90 - \gamma.$

Угол  $\varphi_2$  определяется по теореме синусов



Фиг. 3.



Фиг. 4.

$$\sin \varphi_2 = \frac{NC}{ND} \cdot \sin \varphi_1,$$

откуда после подстановки значений  $ND$  и  $NC$

$$\varphi_2 = \gamma - \alpha,$$

т. е:

$$\varphi = 180 - \gamma + \alpha - 90 + \frac{\gamma}{2} = 90 - \frac{\gamma}{2} + \alpha$$

или при  $\alpha = 0$

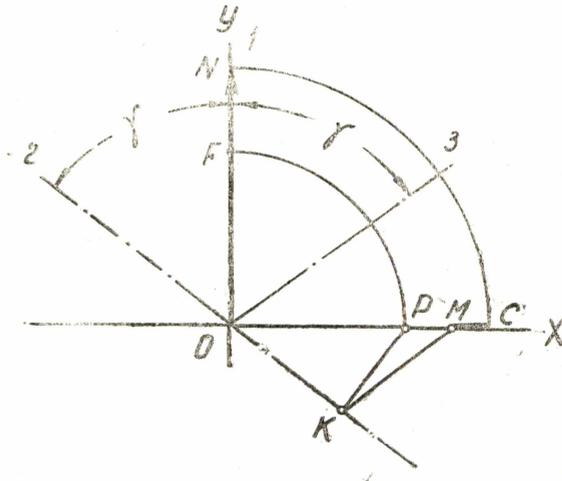
$$\varphi = 90 - \frac{\gamma}{2},$$

т. е. вектор  $ND = B$  направлен параллельно оси бокового цилиндра. При увеличении угла  $\alpha$  вектор  $B$  должен вращаться против часовой

стрелки с той же скоростью  $\omega$ , с какой вектор  $A$  вращается по часовой стрелке.

### W-образные двигатели

W-образный двигатель можно рассматривать как комбинацию V-образного с углом развала  $2\gamma$  и рядного двигателей (фиг. 5). В этом случае средний цилиндр обычно является главным. Угол  $\alpha$  отсчитывается от его оси, являющейся осью симметрии. Вектор суммарной неуравновешенной силы инерции первого порядка  $P_I$  представляет собой геометрическую сумму векторов сил инерции всех цилиндров. В этом случае вектор неуравновешенной силы может быть также представлен в виде геометрической суммы двух векторов, вращающихся в разные стороны с угловой скоростью  $\omega$ .



Фиг. 5.

Действительно, неуравновешенную равнодействующую  $P_I$  сил инерции 1-го порядка можно определить суммированием сил инерции  $P_{I_{III}}$  в главном цилиндре и  $P_{I_{IV}}$  — суммарной силы для пары цилиндров, образующих V-схему с углом развала  $2\gamma$ , т. е.

$$P_I = \sqrt{x^2 + y^2},$$

где

$$y = y_V + y_1$$

$$x = x_V,$$

$y_V$  — проекция равнодействующей сил первого порядка пары цилиндров, образующих V-схему на ось Y,

$y_1 = P_{I_{\max}} \cdot \cos \alpha$  — сила инерции главного цилиндра,

$x_V$  — проекция равнодействующей сил первого порядка пары цилиндров, образующих V-схему на ось X.

На основании уравнений (1) и (2) при отсчете угла  $\alpha$  от оси, совпадающей с осью главного цилиндра

$$y_V = 2 P_{I_{\max}} \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos \alpha,$$

$$x_V = 2 P_{I_{\max}} \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \alpha,$$

тогда

$$y = 2 P_{I_{\max}} \cdot \cos \alpha + P_{I_{\max}} \cdot \cos 2\gamma \cdot \cos \alpha.$$

Выражения для  $x$  и  $y$  могут быть представлены в виде

$$x = b \cdot \sin \alpha; \quad y = a \cdot \cos \alpha;$$

здесь

$$b = 2 P_{I_{\max}} \cdot \sin^2 \gamma; \quad a = 2 P_{I_{\max}} + P_{I_{\max}} \cos 2\gamma.$$

Приняв, как и ранее

$$a = A + B \quad \text{и} \quad b = A - B,$$

получим

$$a = A + B = 2 P_{1 \max} + P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma,$$

$$b = A - B = 2 P_{1 \max} \cdot \sin^2 \gamma = P_{1 \max} - P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma,$$

откуда

$$A = 1,5 P_{1 \max}; \quad (5)$$

$$B = 0,5 P_{1 \max} + P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma. \quad (6)$$

Следовательно, суммарная неуравновешенная сила инерции для  $W$ -образного двигателя может быть представлена в виде геометрической суммы двух сил:  $1,5 P_{1 \max}$  и  $0,5 P_{1 \max} + P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma$ , вектора которых  $A$  и  $B$  вращаются в противоположные стороны с угловой скоростью  $\omega$ . В начальный момент ( $\alpha=0$ ) оба вектора направлены по оси главного цилиндра. При любом угле поворота вектор  $A$  направлен по кривошипу.

Графическое определение величины векторов  $A$  и  $B$  показано на фиг. 5. По координатным осям отложены отрезки

$$OF = OP = P_{1 \max};$$

$$ON = OC = 1,5 P_{1 \max}.$$

Из точки  $P$  опускается перпендикуляр на ось любого бокового цилиндра и из точки пересечения  $K$  проводится линия, параллельная оси второго бокового цилиндра до пересечения с осью  $X$  в точке  $M$ . Тогда отрезок  $MC$  равен

$$MC = 0,5 P_{1 \max} + P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma = B.$$

Действительно

$$OK = P_{1 \max} \cdot \sin \gamma;$$

$$OM = 2 \cdot OK \cdot \cos (90 - \gamma) = 2 P_{1 \max} \cdot \sin^2 \gamma;$$

$$PM = OM - OP = 2 P_{1 \max} \cdot \sin^2 \gamma - P_{1 \max} = -P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma;$$

$$MC = PC - PM = 0,5 P_{1 \max} + P_{1 \max} \cdot \cos 2 \gamma = B.$$

Представление неуравновешенной силы инерции в многоцилиндровом двигателе в виде геометрической суммы двух сил, вектора которых вращаются в разные стороны, позволяет решить сложные задачи по уравновешенности сведением сложной схемы двигателя к комбинации нескольких  $V$  или  $V$  и  $W$ -схем.

### Звездообразные двигатели

При анализе уравновешенности звездообразного двигателя следует помнить, что в зависимости от того, четное или нечетное число цилиндров в звезде, исходные предпосылки должны быть различными.

Двигатель с нечетным числом цилиндров можно представить как серию  $V$ -образных и один  $W$ -образный двигателей. При этом каждую пару  $V$  образуют цилиндры, расположенные симметрично относительно оси главного цилиндра, являющейся осью симметрии двигателя. В этом случае для каждой пары  $V$  и для цилиндров, образующих  $W$ -схему, следует определить аналитически или графически вектора  $A$  и  $B$ . Ясно, что все вектора  $A_1, A_2$  и т. д. направлены по колену вала в одну сторону, а вектора  $B_1, B_2$  и т. д. также по одной пря-

мой, но в разные стороны (направление определяется знаком перед  $B$  каждой пары  $V$  и  $W$ -схемы).

В случае нечетного числа цилиндров в звезде неуравновешенная сила инерции первого порядка постоянна по величине и равна [1,2]

$$P_1 = \frac{i}{2} P_{1 \max}.$$

Геометрически сила  $P_1$  может быть представлена в виде вектора  $A$ , направленного по колену и вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  в сторону вращения коленчатого вала.

В случае четного числа цилиндров в звезде для анализа удобно одну из координатных осей совместить с осью главного цилиндра. Такой звездообразный двигатель можно представить как серию  $V$ -образных и одного оппозитного двигателей. Каждая пара  $V$  образуется цилиндрами, симметрично расположенными относительно оси главного цилиндра. В этом случае вектора  $A_1, A_2$  и т. д. также направлены по колену в одну сторону, а вектора  $B_1, B_2$  и т. д. по одной прямой, но в разные стороны, в зависимости от знака перед  $B$ . Можно показать, что

$$A = 2P_{1 \max} + \frac{i-2}{2} P_{1 \max} = \left(1 + \frac{i}{2}\right) P_{1 \max}, \quad (7)$$

$$B = -P_{1 \max}. \quad (8)$$

Здесь  $i$  — число цилиндров.

Следовательно, для звездообразного двигателя с четным числом цилиндров результирующая неуравновешенная сила инерции может быть представлена геометрической суммой двух сил  $\left(1 + \frac{i}{2}\right) P_{1 \max}$  и  $-P_{1 \max}$ , вектора которых  $A$  и  $B$  вращаются в разные стороны с угловой скоростью  $\omega$ . В начальный момент ( $\alpha=0$ ) вектора направлены противоположно, причем вектор  $A$  совпадает с направлением колена.

Координаты конца вектора могут быть найдены по уравнениям

$$x = b \cdot \sin \alpha,$$

$$y = a \cdot \cos \alpha,$$

где

$$b = A - B; \quad a = A + B.$$

$A$  и  $B$  определяются по выражениям (7) и (8).

## 2. Сила инерции первого порядка в многорядных двигателях с многоколенным валом

В связи с тем, что неуравновешенная сила инерции для группы цилиндров, работающих на одно колено, может быть найдена геометрическим суммированием двух сил, векторы которых равны  $A$  и  $B$ , неуравновешенная сила в двигателе с многоколенным валом может быть представлена в виде геометрической суммы сил  $R_A$  и  $R_B$ , т. е.

$$R_1 = R_A + R_B,$$

где  $R_A$  — геометрическая сумма векторов  $A$  всех колен,  
 $R_B$  — геометрическая сумма векторов  $B$  всех колен.

Векторы  $R_A$  и  $R_B$  вращаются в разные стороны с угловой скоростью  $\omega$ . Неуравновешенная сила инерции в многорядном многоцилиндровом двигателе изменяется также по закону эллипса, полуоси которого равны:

$$a = R_A + R_B, \quad b = R_A - R_B.$$

Нетрудно убедиться, что если  $R_A = 0$ , то и  $R_B = 0$ , т. е. двигатель уравновешен от сил инерции первого порядка.

При  $R_A = \Sigma A_n \neq 0$  очевидно и  $R_B \Sigma B_n \neq 0$  и, следовательно, для анализа уравновешенности необходимо определить величины и направление векторов  $R_A$  и  $R_B$  при  $\alpha = 0$ . При этом векторы  $R_A$  и  $R_B$  повернуты относительно оси  $Y$  на угол  $\beta = \Sigma 2^{k-n-1} \cdot \gamma_k$ .

Здесь:  $k$ —порядковый номер колена,

$n$ —число колен,

$\gamma_k$ —угол между первым и данным коленом.

Например, для четырехколенчатого вала

$$\beta = \frac{\gamma_1}{16} + \frac{\gamma_2}{8} + \frac{\gamma_3}{4} + \frac{\gamma_4}{2}.$$

Для вектора  $R_A$  угол  $\beta$  отсчитывается от первого колена по вращению и для вектора  $R_B$ —против вращения коленчатого вала. Методика определения суммарной силы  $R_A$  или  $R_B$  совершенно аналогична определению суммарной центробежной силы в однорядном многоцилиндровом двигателе и сколь-нибудь серьезных трудностей не представляет.

### 3. Силы инерции второго порядка в многорядных двигателях с одноколенным валом

Сначала рассмотрим уравновешенность двигателей с одноколенным валом. Сила инерции второго порядка для главного цилиндра равна

$$P_{II \text{ гл}} = \rho m_{2 \text{ гл}} \cdot R \omega^2 \cos 2\alpha,$$

для прицепного цилиндра

$$P_{II \text{ пр}} = F \cdot m_{2 \text{ пр}} \cdot R \omega^2 \cos (2\alpha_l - \theta),$$

где

$$\alpha_l = \alpha - \gamma.$$

Обозначив

$$\rho m_{2 \text{ гл}} \cdot R \omega^2 = P_{II \text{ гл макс}}$$

и

$$F m_{2 \text{ пр}} \cdot R \omega^2 = P_{II \text{ пр макс}},$$

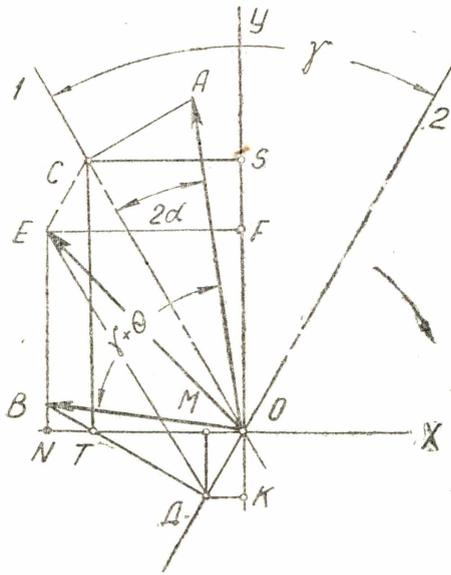
имеем

$$P_{II \text{ гл}} = P_{II \text{ гл макс}} \cdot \cos 2\alpha; \quad P_{II \text{ пр}} = P_{II \text{ пр макс}} \cdot \cos [2\alpha - (2\gamma + \theta)].$$

На фиг. 6 вектор  $OA$  представляет собой силу  $P_{II \text{ гл макс}}$ , вектор  $OB$ —силу  $P_{II \text{ пр макс}}$ ; последний расположен под углом

$$2\alpha_l - \theta = 2\alpha - (2\gamma + \theta)$$

к оси прицепного цилиндра. Оба вектора вращаются в сторону вращения коленчатого вала с удвоенной угловой скоростью  $2\omega$ . Следовательно, силу инерции второго порядка в прицепном цилиндре можно графически представить проекцией вектора  $OB = P_{II \text{ пр макс}}$  на ось прицепного цилиндра. Вектор  $OB$  для  $i$ -го цилиндра вращается с удвоенной угловой скоростью  $2\omega$  в сторону вращения коленчатого вала и отстает от вектора  $P_{II \text{ гл макс}}$  на угол  $\gamma_i + \theta_i$ . В начальный момент вектор  $OB$  расположен под углом  $2\gamma_i + \theta_i$  и оси прицепного цилиндра, отсчитанным против вращения коленчатого вала. Суммарная сила инерции может быть найдена геометрическим суммированием сил инерции в главном и прицепных цилиндрах (фиг. 6).



Фиг. 6.

Можно представить суммарную силу второго порядка  $R_{II}$  в виде

$$R_{II} = \sqrt{x^2 + y^2},$$

здесь  $x$ —сумма проекций всех сил инерции на ось  $X$ ,  
 $y$ —сумма проекций всех сил инерции на ось  $Y$ .

Для двухцилиндрового двигателя

$$x = OT + OM; \quad y = OS + OK$$

$$OT = P_{II \text{ гл макс}} \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$$

$$OS = P_{II \text{ пр макс}} \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

Обозначим:

$$P_{II \text{ гл макс}} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} = A_1; \quad P_{II \text{ пр макс}} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} = B_1.$$

Тогда

$$OT = A_1 \cdot \cos 2\alpha,$$

$$OS = B_1 \cdot \cos 2\alpha.$$

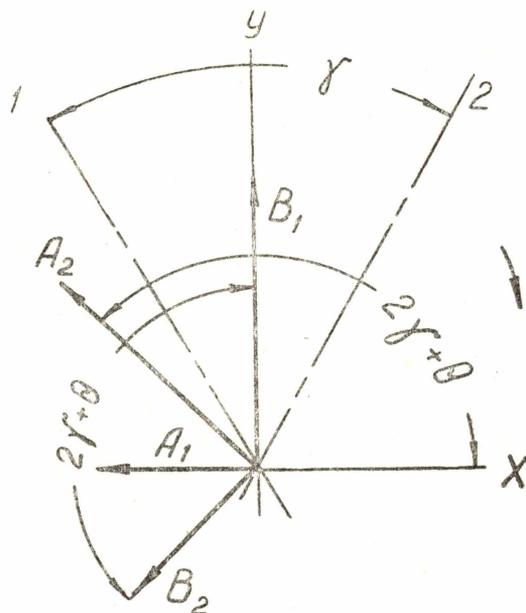
Аналогично для прицепного цилиндра

$$OM = P_{II \text{ пр макс}} \cdot \cos(2\gamma + \theta - 2\alpha) \cdot \sin \frac{\gamma}{2} = A_2 \cos(2\gamma + \theta - 2\alpha).$$

$$OK = P_{II \text{ пр макс}} \cdot \cos(2\gamma + \theta - 2\alpha) \cdot \cos \frac{\gamma}{2} = \frac{\gamma}{2} B_2 \cdot \cos(2\gamma + \theta - 2\alpha).$$

т. е. силу инерции второго порядка в любом цилиндре двигателя можно представить в виде геометрической суммы проекций вектора  $B_i$

на ось  $Y$  и вектора  $A_i$  на ось  $X$ . Для главного цилиндра вектор  $A_1$  в начальный момент направлен по оси  $X$ , вектор  $B_1$ —по оси  $Y$ . Для любого прицепного цилиндра вектор  $A_i$  повернут на угол  $2\gamma_i + \theta_i$  от оси  $X$ , а  $B_i$ —на тот же угол от оси  $Y$  против вращения коленчатого вала—т. е. угол между векторами  $A_i$  и  $B_i$  составляет  $90^\circ$ . Для главного цилиндра вектор  $A_1$  отстает от вектора  $B_1$ , для всех прицепных цилиндров—наоборот, вектор  $A_i$  обгоняет вектор  $B_i$  (фиг. 7).



Фиг. 7.

При вращении коленчатого вала взаимное расположение векторов  $A_i$  и  $B_i$  не меняется и вся система векторов сил вращается с угловой скоростью  $2\omega$  в сторону вращения коленчатого вала.

При этом

$$A_i = F_i m_2 R \omega^2 \sin\left(\gamma_i - \frac{\gamma_1}{2}\right);$$

$$B_i = F_i m_2 R \cdot \omega^2 \cos\left(\gamma_i - \frac{\gamma_1}{2}\right).$$

В случае четного числа цилиндров, когда ось главного цилиндра совпадает с осью  $Y$

$$A_1 = \mu m_2 \cdot R \omega^2,$$

$$B_1 = 0,$$

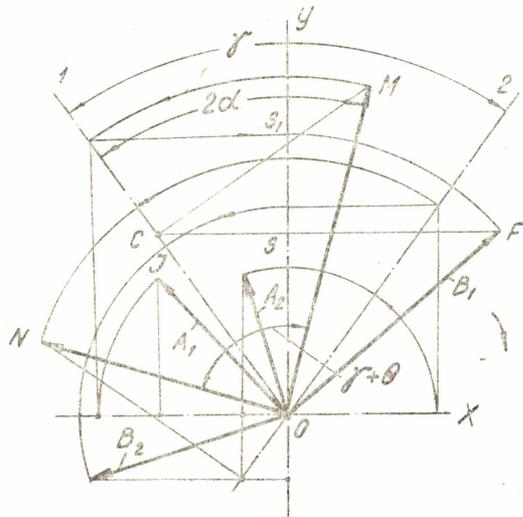
$$A_i = F_i m_2 R \omega^2 \cdot \sin \gamma_i,$$

$$B_i = F_i \cdot m_2 \cdot R \omega^2 \cdot \cos \gamma_i.$$

Обозначив равнодействующие всех векторов  $A_i$  через  $A$ , а  $B_i$ —через  $B$ , для всех цилиндров, работающих на одно колено, можем определить неуравновешенную силу инерции как геометрическую сумму проекций векторов  $A$  на ось  $X$  и  $B$  на ось  $Y$ . Оба вектора вращаются в сторону вращения коленчатого вала. На рис. 8 показан

графический способ определения величин векторов  $A_i$  и  $B_i$  по известным  $P_{\text{II гл штах}}$  и  $P_{\text{II пр штах}}$ , при этом вектор  $P_{\text{II пр штах}} = ON$  отстает от  $P_{\text{II гл штах}} = OM$  на угол  $\gamma_i + \theta_i$ .

Для определения величины и направления векторов  $A_1, A_2, B_1, B_2$  и т. д. при любом положении коленчатого вала необходимо предварительно определить величины  $P_{\text{II гл штах}}$  и  $P_{\text{II пр штах}}$  всех цилиндров.



Фиг. 8.

Затем под углом  $2\alpha$  (откладывая его по вращению коленчатого вала) к оси главного цилиндра направить вектор  $P_{\text{II гл штах}}$  и под углами  $\gamma_i + \theta_i$  (откладывая их против вращения коленчатого вала) отложить в том же масштабе вектора  $P_{\text{II пр штах}}$  всех прицепных цилиндров. Совместив вектор  $P_{\text{II гл штах}}$  с осью главного цилиндра и спроектировав его после этого на оси  $X$  и  $Y$ , провести две дуги, одну радиусом  $OS$ , другую —  $OT$  до пересечения с линиями  $CS$  или  $CE$  (или их продолжениями). Точки  $F$  и  $J$  будут являться концами векторов  $B$  и  $A$  соответственно, т. е.  $OF = B_1, OJ = A_1$ .

Аналогично можно определить величину и направление векторов  $A_i$  и  $B_i$  любого прицепного цилиндра. При этом не следует упускать из вида, что угол между векторами  $A_i$  и  $B_i$  равен  $90^\circ$ . Для главного цилиндра вектор  $A_1$  отстает от вектора  $B_1$ , для всех прицепных — обгоняет. Для любого прицепного шатуна вектор  $A_i$  обгоняет вектор  $B_i$  на угол  $180 - 2\gamma_i - \theta_i$ .

Суммарная сила инерции, как известно, изменяется по закону эллипса, оси которого наклонены к осям координат под углом  $\theta_0$  (фиг. 10), причем

$$\operatorname{tg} 2\theta_0 = \frac{2AB \sin \epsilon}{B^2 - A^2} \quad (9)$$

Здесь  $\epsilon$  — угол между векторами  $A$  и  $B$  (фиг. 9).

Если правая часть выражения (9) имеет знак  $+$ , то угол  $\theta'$  отсчитывается по вращению коленчатого вала.

Полуоси эллипса определяются по выражениям:

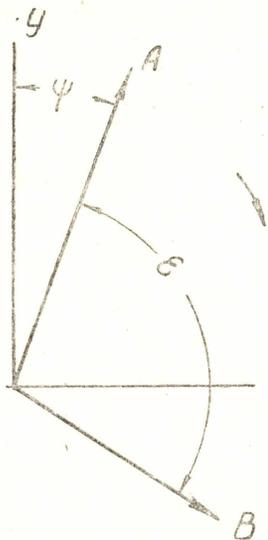
$$a = \frac{\sqrt{2} AB \cos \epsilon}{\sqrt{A^2 + B^2 + \sqrt{(A^2 + B^2)^2 - 4A^2 B^2 \cos \epsilon}}}$$

$$b = \frac{\sqrt{2} AB \cos \epsilon}{\sqrt{A^2 + B^2 - \sqrt{(A^2 + B^2)^2 - 4A^2 B^2 \cos \epsilon}}}$$

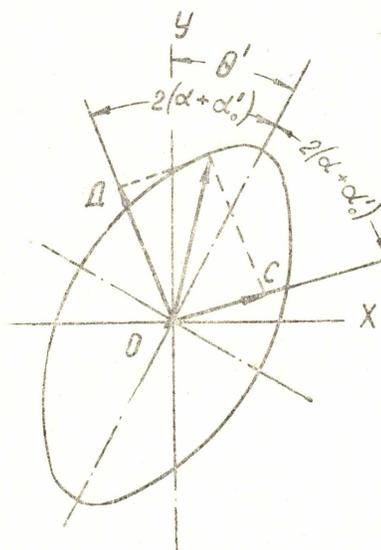
Аналогично тому, как суммарную силу первого порядка мы представили геометрической суммой двух сил, векторы которых равны  $A$  и  $B$ , так и в этом случае неуравновешенная сила инерции второго порядка может быть представлена в виде геометрической суммы двух сил.

векторы которых  $C$  и  $D$  вращаются в противоположные стороны с угловой скоростью  $2\omega$ , причем вектор  $C$  вращается в ту же сторону, что и коленчатый вал.

Векторы  $C$  и  $D$  определяются по выражениям:



Фиг. 9.



Фиг. 10.

$$C = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 + 2AB \cos \varepsilon}{4}}$$

$$D = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 - 2AB \cos \varepsilon}{4}}$$

При некотором угле поворота коленчатого вала  $\alpha_1$ , который определяется выражением (10), оба вектора  $C$  и  $D$  направлены по полуоси эллипса  $\nu$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{z - \operatorname{tg} \psi}{P \operatorname{tg} \psi + 1} \quad (10)$$

где  $\psi$ —начальное положение вектора  $A$  (см. фиг. 9)

$$z = \frac{B}{A} \left( \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta \cdot \cos \varepsilon} \right) - \operatorname{tg} \varepsilon,$$

$$\cos 2\theta = \frac{B^2 - A^2}{\sqrt{(B^2 - A^2) - 4A^2 B^2 \sin^2 \varepsilon}}$$

$$\sin 2\theta = \frac{2AB \cdot \sin \varepsilon}{\sqrt{(B^2 - A^2) - 4A^2 B^2 \cdot \sin^2 \varepsilon}}$$

При угле поворота коленчатого вала  $\alpha = 0$  векторы  $C$  и  $D$  расположены к полуоси  $\nu$  под некоторым углом  $2\alpha'_0$ , который определяется выражением:

$$\sin 2\alpha'_0 = \frac{A \cdot \sin(\psi + \varepsilon) \cdot \cos \theta - B \cos \psi \cdot \sin \theta}{a}$$

#### 4. Силы инерции второго порядка в многорядном двигателе с многоколенным валом

Для определения уравновешенности двигателя от сил инерции второго порядка необходимо определить величину и направление равнодействующего вектора  $R_C$  всех векторов  $C$  и равнодействующего вектора  $R_D$  всех векторов  $D$ .

При  $R_C \neq 0$ , очевидно, и  $R_D \neq 0$ ; при  $R_C = 0$  также и  $R_D = 0$ . Оба вектора повернуты относительно полуоси  $v$  эллипса сил на одинаковый угол, который определяется геометрическим построением. Суммарная неуравновешенная сила будет изменяться по закону эллипса, полуоси которого равны

$$a = R_C - R_D, \quad b = R_C + R_D,$$

полуось  $v$  наклонена к оси  $Y$  под углом  $\Theta_0'$ , определенным по уравнению (9).

#### 5. Моменты сил инерции первого и второго порядков в многорядном двигателе

Представление неуравновешенной силы инерции первого или второго порядка в виде геометрической суммы двух, вращающихся в разные стороны векторов, позволяет вести анализ уравновешенности двигателя от моментов сил инерции поступательнодвижущихся масс аналогично анализу уравновешенности двигателя от моментов центробежных сил. При этом следует определять величину и направление вектора суммарного момента от сил  $A_I$  и  $B_{II}$  (для первого порядка) или  $C_I$  и  $D_{II}$  (для второго порядка) отдельно. Неуравновешенный момент будет представлять геометрическую сумму моментов от сил

$$A_I \text{ и } B_{II} \text{ (или } C_m \text{ и } D_m)$$

$$M_I = M_A + M_B, \quad M_{II} = M_C + M_D.$$

Здесь  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M_C$ ,  $M_D$  — геометрические суммы моментов соответственно от сил  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  каждого колена.

Векторы суммарных моментов  $M_A$  и  $M_C$  вращаются в сторону вращения коленчатого вала с угловой скоростью  $\omega$  и  $2\omega$  соответственно, а векторы моментов  $M_B$  и  $M_D$  — в противоположную, с теми же скоростями.

Все моменты удобно определять относительно середины коленчатого вала (средняя коренная шейка), принимаемой за центр тяжести двигателя, а направление всех векторов — по общему правилу определения направления вектора момента от силы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин М. А. и Сенечкин Г. В. (ред.). Авиационные двигатели, Машгиз, 1951.
2. Авиационные поршневые двигатели. Справочник по расчету, под редакцией Нейман И. Ш., Оборонгиз, 1950.
3. И. И. Холмаков. Динамика авиационных двигателей. Оборонгиз, 1938.