

**К ИССЛЕДОВАНИЮ ТОКОВ, НАМАГНИЧИВАЮЩИХ СИЛ  
И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В АСИНХРОННЫХ МАШИНАХ  
С НЕСИММЕТРИЧНЫМ РОТОРОМ**

Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлено научно-методическим семинаром электромеханического факультета)

В машинах, работающих в асинхронном режиме, возможны три случая несимметрии ротора.

1. Ротор имеет как магнитную, так и электрическую несимметрию. Это общий случай несимметрии. К нему можно отнести синхронные явнополюсные машины и синхронно-реактивные двигатели с пусковой обмоткой на роторе.

2. Ротор имеет только электрическую несимметрию. К этому случаю относятся асинхронные машины с несимметричной обмоткой на роторе.

3. Ротор имеет только магнитную несимметрию. К этому случаю относятся синхронные явнополюсные машины без пусковой обмотки и с разомкнутой обмоткой возбуждения.

Существующая до последнего времени методика исследования асинхронных двигателей с несимметричным ротором основана на методе симметричных составляющих, согласно которому несимметричная система токов ротора разлагается на симметричные составляющие. Составляются эквивалентные схемы замещения, из которых определяются составляющие токов прямой и обратной последовательностей [1, 2, 5, 7, 9].

Методика исследования асинхронных режимов работы синхронных явнополюсных машин основана на методе симметричных составляющих с использованием теории двух реакций [2, 5].

Основным недостатком этих методик является то, что они недостаточно и ненаглядно отражают физические явления, происходящие в машине.

В последние годы советскими учеными разработаны новые методы исследования переходных и установившихся режимов работы электрических машин, основанные на применении операционного исчисления и векторного анализа. Заслуженным авторитетом в этой области пользуются работы М. П. Костенко, Р. А. Лютера, Л. Н. Грузова, А. А. Горева, А. Д. Городского, Е. Я. Казовского, М. Н. Алябьева и многих других.

Наиболее общим из разработанных методов является метод вращающихся магнитных полей. Применительно к теории машин переменного тока основы этого метода впервые были разработаны выдающим-

ся русским учёным М. О. Доливо-Добровольским. Однако метод вращающихся магнитных полей получил распространение, как метод математического исследования электрических машин, только с выходом в свет работ Л. Н. Грузова и Е. Я. Казовского [3, 6].

Необходимо отметить, что даже в современных работах возможности метода вращающихся магнитных полей не использованы полностью.

Настоящая работа посвящена исследованию асинхронных режимов трехфазных машин с несимметричным ротором.

При исследовании в основу положен метод вращающихся магнитных полей. В работе делается попытка более полно использовать возможности этого метода для выяснения физических процессов, происходящих в машинах с несимметричным ротором.

В работе приняты следующие допущения.

1. Машина со стороны статора питается системой напряжений прямой последовательности от источника бесконечно большой мощности.

2. На статоре имеется одна симметричная система обмоток.

3. Учитываются только основные гармонические составляющие намагничивающих сил (н. с.) и магнитных полей, созданных обмотками.

4. Влияние насыщения стали учитывается только выбором соответствующих параметров. В пределах рассматриваемого процесса параметры машин принимаются неизменными.

5. Влияние механических потерь и потерь в стали при выводе уравнений не учитывается.

6. Токи нулевой последовательности считаются равными нулю, так как они не влияют на результирующее магнитное поле и на момент вращения машины.

При исследовании применяется система относительных единиц.

Согласно методу вращающихся магнитных полей напряжения, токи и потокосцепления представляются векторами, которые характеризуют соответствующие пространственные волны.

Такое изображение всех токов, напряжений и потокосцеплений пространственными векторами позволяет просто и наглядно исследовать физические процессы, происходящие в машине при помощи векторного анализа.

Операторные уравнения для векторов тока  $i_s$  и результирующих потокосцеплений  $\Psi_s$  статора при наличии магнитной и электрической несимметрии машины в осях ротора ( $d, q$ ) могут быть представлены в виде [3, 6]

$$i_s = \frac{[r + (p - j\omega) x_c(p)] U_s - (p + j\omega) x_u(p) U_s^*}{r^2 + rp [x_d(p) + x_q(p)] + (p^2 + \omega^2) x_d(p) x_q(p)} ; \quad (1)$$

$$\Psi_s = \frac{[rx_c(p) + (p - j\omega) x_d(p) x_q(p)] U_s + rx_u(p) U_s^*}{r^2 + rp [x_d(p) + x_q(p)] + (p^2 + \omega^2) x_d(p) x_q(p)} , \quad (2)$$

где  $r$  — активное сопротивление обмотки статора,

$\omega$  — угловая скорость вращения ротора,

$x_d(p), x_q(p)$  — операторные реактивные сопротивления по продольной и поперечной осям ротора,

$U_s$  — вектор напряжений, подведенных к статору,

$$x_c(p) = \frac{x_d(p) + x_q(p)}{2} ; \quad x_u(p) = \frac{x_d(p) - x_q(p)}{2}$$

Здесь звездочкой обозначаются сопряженные вектора.

Уравнения (1), (2) — основные уравнения, при помощи которых можно исследовать как переходные, так и установившиеся режимы работы асинхронных машин с несимметричным ротором.

Переходные режимы асинхронных машин с учетом несимметрии ротора довольно подробно исследованы Е. Я. Казовским [6].

В данной работе рассмотрены лишь установившиеся режимы работы.

Принимая во внимание, что вследствие механической инерции вращающихся масс электромагнитные процессы протекают значительно быстрее, чем происходит изменение скорости вращения. Допускается, что скорость вращения в любой момент времени остается постоянной.

Если напряжение фазы  $a$  статора изменяется по закону  $U_a = U_m \cos(t + \alpha_0)$ , то пространственный вектор напряжений в осях ротора ( $d, q$ ) будет иметь вид

$$U_s = U_m \varepsilon^{j[(1-\omega)t + \delta_0]} \quad (3)$$

где  $\delta_0$  — угол, образованный вектором напряжения  $U_s$  с осью  $d$  в момент времени  $t = 0$ .

Угловая скорость вектора  $U_s$  относительно ротора равна  $(1 - \omega)$ . Так как вектор  $U_s$  вращается в пространстве с синхронной скоростью, то скорость ротора относительно синхронной будем определять „синхронным скольжением“, равным  $s_c = 1 - \omega$ .

Под скольжением же (как обычно считают в литературе) будем понимать скорость вращения ротора относительно вращающегося магнитного поля статора.

Тогда уравнение (3) примет вид

$$U_s = U_m \varepsilon^{j(s_c t + \delta_0)} \quad (4)$$

Учитывая это, векторы тока  $i_s$  и потокосцеплений  $\Psi_s$  статора (1), (2) можно представить состоящими из двух слагаемых:

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} = \frac{[r + (p - j\omega)x_c(p)] U_m \varepsilon^{j(s_c t + \delta_0)}}{A} + \frac{-(p + j\omega)x_u(p) U_m \varepsilon^{-j(s_c t + \delta_0)}}{A}; \quad (5)$$

$$\Psi_s = \Psi_{s1} + \Psi_{s2} = \frac{[rx_c(p) + (p - j\omega)x_d(p)x_q(p)] U_m \varepsilon^{j(s_c t + \delta_0)}}{A} + \frac{rx_u(p) U_m \varepsilon^{-j(s_c t + \delta_0)}}{A}, \quad (6)$$

где

$$A = r^2 + rp[x_d(p) + x_q(p)] + (p^2 + \omega^2)x_d(p)x_q(p).$$

Уравнения установившегося режима работы при принятых допущениях могут быть получены из операторных уравнений (5), (6) путем простой замены  $p$  на  $\pm js_c$  [3, 6].

Произведя указанную замену и подставляя в уравнения (5), (6) установившиеся значения операторных реактивных сопротивлений для известного числа короткозамкнутых обмоток на роторе, уравнения установившего режима работы после преобразований можно представить в виде:

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} = I_1 \varepsilon^{j(s_c t + \delta_0 - \varphi)} + I_2 \varepsilon^{-j(s_c t + \delta_0 - \varphi_2)}; \quad (7)$$

$$\Psi_s = \Psi_{s1} + \Psi_{s2} = \Psi_1 \varepsilon^{j(s_c t + \delta_0 - \varphi_1)} + \Psi_2 \varepsilon^{-j(s_c t + \delta_0 - \varphi_2)}. \quad (8)$$

где  $I_1$ ;  $I_2$ ;  $\Psi_1$ ;  $\Psi_2$  — модули соответствующих векторов, зависящие только от параметров и скорости вращения ротора. При постоянной скорости вращения ротора представляют собой постоянные величины;

$\varphi_1, \psi_1$  — фазовые углы между векторами  $i_{s1}, \Psi_{s1}$  и  $U_s$ ;

$\varphi_2, \psi_2$  — фазовые углы между векторами  $i_{s2}, \Psi_{s2}$  и  $U_s^*$ .

Как видно из уравнений (7) и (8), составляющие тока и потоко-сцеплений статора при постоянной скорости вращения ротора имеют постоянные модули и вращаются относительно ротора в противоположные стороны с угловой скоростью  $s_c$ .

Условимся считать вектора  $i_{s1}, \Psi_{s1}$ , вращающиеся относительно ротора в положительном направлении, векторами прямой последовательности, а вектора  $i_{s2}, \Psi_{s2}$ , вращающиеся в отрицательном направлении, векторами обратной последовательности.

Результирующий вектор тока статора  $i_s$  (7) после несложных преобразований можно привести к виду:

$$i_s = I_s(t) \varepsilon^{j\beta}, \quad (9)$$

где

$$I_s(t) = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos 2 \left( s_c t + \delta_0 - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right)}$$

амплитуда результирующего вектора тока;

$$\beta = \arctg \left[ \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \operatorname{tg} \left( s_c t + \delta_0 - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \right] - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$$

угол, образованный вектором  $i_s$  с осью ротора  $d$ .

Из уравнения (9) следует, что амплитуда вектора тока  $I_s(t)$  не остается постоянной во времени, а пульсирует с частотой удвоенного синхронного скольжения  $s_c$  в пределах от максимального значения, равного

$$I_{s\max} = I_1 + I_2,$$

до минимального, равного

$$I_{s\min} = I_1 - I_2.$$

Угловая скорость вращения вектора  $i_s$  относительно ротора может быть определена уравнением

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{(I_1^2 - I_2^2) s_c}{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos 2 \left( s_c t + \delta_0 - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right)}. \quad (10)$$

Исследование этого уравнения показывает, что результирующий вектор тока вращается относительно ротора с переменной угловой скоростью.

Так как в системе относительных единиц токи и намагничивающие силы выражаются одними и теми же векторами, то уравнения (9), (10) представляют также закон изменения н. с., создаваемой обмоткой статора.

Следовательно, н. с. обмотки статора при несимметричном роторе будет вращаться относительно ротора с переменной угловой скоростью, одновременно изменяясь по величине.

Вектор результирующих потокосцеплений  $\Psi_s$  (8) после несложных преобразований можно привести к виду

$$\Psi_s = \Psi_s(t) \varepsilon^{j\psi}, \quad (11)$$

где

$$\Psi_s(t) = \sqrt{\Psi_1^2 + \Psi_2^2 + 2\Psi_1\Psi_2 \cos 2\left(s_c t + \delta_0 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right)}$$

амплитуда результирующей волны потокосцеплений;

$$\psi = \arctg \left[ \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{\Psi_1 + \Psi_2} \operatorname{tg} \left( s_c t + \delta_0 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \right) \right] - \frac{\psi_1 - \psi_2}{2}$$

угол, образованный вектором  $\Psi_s$  с осью ротора  $d$ .

Так как в системе относительных единиц потокосцепления и магнитные поля определяются одними и теми же векторами, то уравнение (11) представляет также закон изменения магнитного поля статора. Угловая скорость вращения магнитного поля статора относительно ротора может быть определена как производная  $\frac{d\psi}{dt}$ . Эту скорость, выраженную в относительных единицах, в литературе называют скольжением.

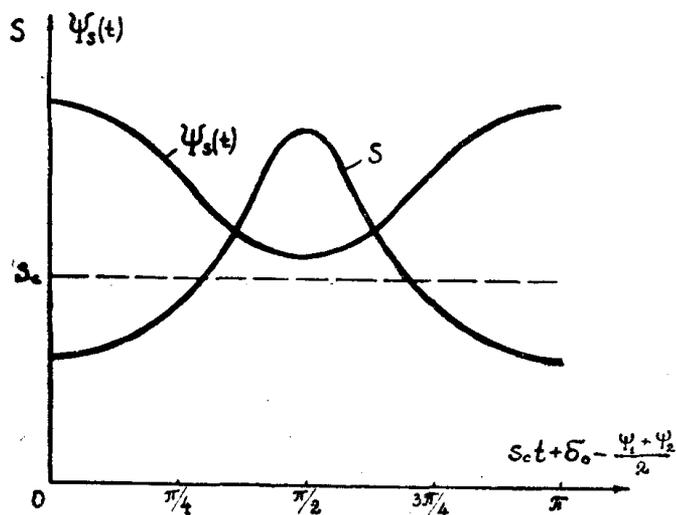
Следовательно, скольжение равно

$$s = \frac{d\psi}{dt} = \frac{(\Psi_1^2 - \Psi_2^2)s_c}{\Psi_1^2 + \Psi_2^2 + 2\Psi_1\Psi_2 \cos 2\left(s_c t + \delta_0 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right)}. \quad (12)$$

Из уравнений (11), (12) следует, что магнитное поле статора имеет переменную амплитуду и вращается относительно ротора с переменной угловой скоростью. На фиг. 1 представлены кривые изменения амплитуды магнитного поля  $\Psi_s(t)$  и скольжения  $s$  в зависимости от времени. Амплитуда магнитного поля изменяется от максимального значения, равного  $\Psi_{s\max} = \Psi_1 + \Psi_2$ , до минимального, равного  $\Psi_{s\min} = \Psi_1 - \Psi_2$  с частотой удвоенного синхронного скольжения.

Скольжение  $s$  в это же время изменяется от минимальной величины, равной  $s_{\min} = \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{\Psi_1 + \Psi_2} s_c$ , до максимальной, равной  $s_{\max} = \frac{\Psi_1 + \Psi_2}{\Psi_1 - \Psi_2} s_c$ , причем максимум магнитного поля совпадает во времени с минимумом скольжения и наоборот.

Скольжение есть функция периодическая. Нетрудно доказать, что ее среднее значение равно синхронному скольжению  $s_{cp} = s_c$ .



Фиг. 1.

Исследования показывают, что пределы изменения амплитуды магнитного поля и скольжения зависят от степени и вида несимметрии, а также от величины активного сопротивления обмотки статора. Наибольшие пределы изменения имеют место в предельном случае электрической несимметрии, когда на роторе имеется лишь одноосная обмотка.

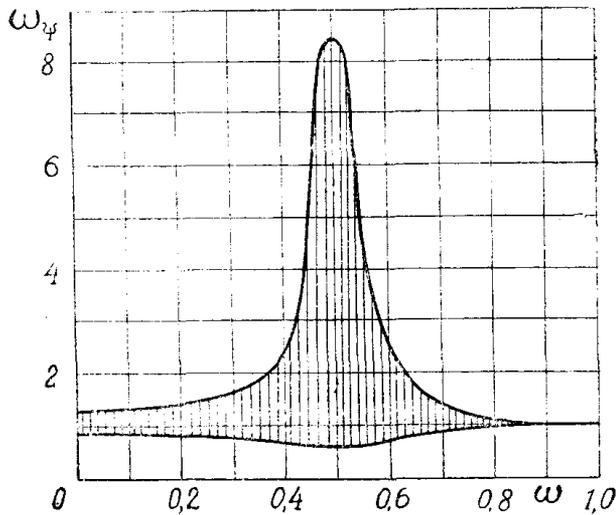
Характер изменения угловой скорости магнитного поля относительно статора определяется уравнением

$$\omega_{\psi} = \omega + s, \quad (13)$$

где  $s$  — скольжение, определяемое по уравнению (12).

Из уравнений (12), (13) следует, что скорость вращения магнитного поля в пространстве не остается постоянной во времени, а изменяется с частотой удвоенного синхронного скольжения в пределах от  $\omega_{\psi \max} = \omega + s_{\max}$  до  $\omega_{\psi \min} = \omega + s_{\min}$ .

На фиг. 2 представлены пределы изменения скорости вращения магнитного поля в зависимости от скорости вращения ротора, рассчитанные по уравнению (13) для асинхронного двигателя с однофазным ротором, имеющего следующие параметры:  $r = 0,042$ ;  $x_d = 2,6$ ;  $T_d = 82$ ;  $T_d^1 = 4,22$ . Как видно из приведенного графика, пределы изменения скорости вращения магнитного поля увеличиваются при изменении скорости вращения ротора  $\omega$  от 0 до 0,5 и уменьшаются при изменении  $\omega$  от 0,5 до 1,0.



Фиг. 2.

При  $\omega = 0,5$  имеем наибольшие пределы изменения скорости. Объясняется это следующим. Пределы изменения скорости зависят от амплитуд магнитных полей прямой  $\Psi_1$  и обратной  $\Psi_2$  последовательностей. При  $\omega = 0,5$  поле обратной последовательности неподвижно относительно статора, поэтому статорная обмотка не оказывает демпфирующего влияния на  $\Psi_2$ , которое в этом случае достигает наибольшей величины.

Таким образом, при работе машин переменного тока с несимметричным ротором н. с. и магнитное поле статора вращаются в пространстве с переменной угловой скоростью, одновременно изменяясь по величине.

Для определения фазовых величин тока и потокосцеплений результирующие векторы  $i_s, \Psi_s$  проектируются на оси фаз [3, 6].

Следовательно, мгновенные значения тока в фазах статора можно определить как:

$$\begin{aligned} i_a &= R_e [i_s \varepsilon^{j(\omega t + \gamma_0)}]; & i_b &= R_e [i_s \varepsilon^{j(\omega t + \gamma_0 - 120^\circ)}]; \\ i_c &= R_e [i_s \varepsilon^{j(\omega t + \gamma_0 - 240^\circ)}], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\gamma_0$  — угол, образованный осью ротора  $d$  с осью фазы  $a$  в момент времени  $t = 0$ .

Ток в фазе  $a$ , учитывая уравнение (9), можно представить в виде

$$i_a = I_s(t) \cos [t + \alpha_0 - \varphi(t)], \quad (15)$$

где  $\varphi(t)$  — переменный фазовый угол,

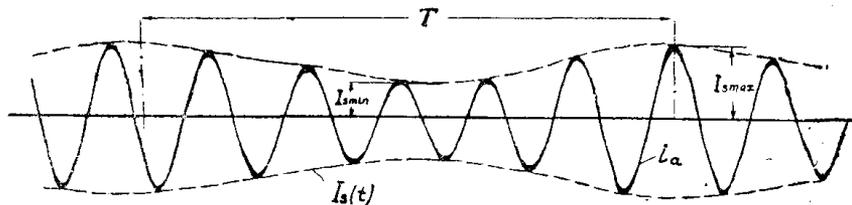
$I_s(t)$  — амплитуда тока.

Из уравнения (15) следует, что ток в фазах статора в общем случае несинусоидален.

Учитывая уравнение (7), ток  $i_a$  можно представить как сумму двух синусоидальных составляющих различных частот

$$i_a = I_1 \cos (t + \alpha_0 - \varphi_1) + I_2 \cos [(1 - 2s_c)t + \alpha_0 - 2\gamma_0 - \varphi_2]. \quad (16)$$

При исследовании токов в фазах статора удобно пользоваться как уравнением (15), так и (16).

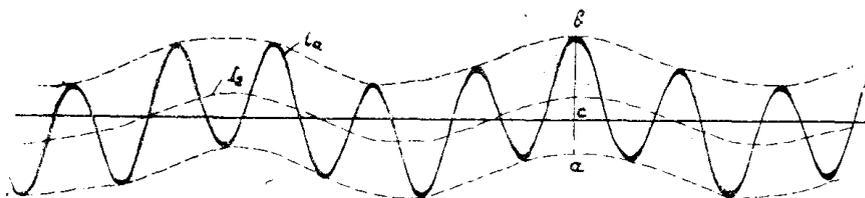


Фиг. 3.

При скорости вращения ротора, близкой к синхронной, оциллограмма тока в фазе статора приведена на фиг. 3. Огибающая тока представляет собой изменение амплитуды  $I_s(t)$ , которая пульсирует с частотой удвоенного синхронного скольжения от своего максимального значения, равного  $I_{smax} = I_1 + I_2$ , до минимального, равного  $I_{smin} = I_1 - I_2$ . Учитывая это, из оциллограммы можно определить амплитуды токов прямой  $I_1$  и обратной  $I_2$  последовательностей

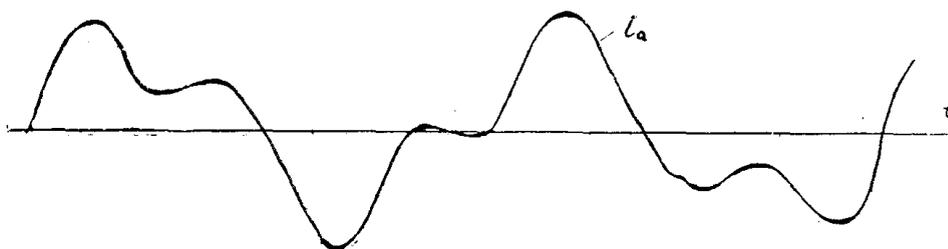
$$I_1 = \frac{I_{smax} + I_{smin}}{2}; \quad I_2 = \frac{I_{smax} - I_{smin}}{2}.$$

При уменьшении скорости вращения ротора можно получить другую характерную форму кривой тока (фиг. 4). Огибающая тока  $i_a$  является током обратной последовательности; вписанная между огибающими — током прямой последовательности.



Фиг. 4.

На фиг. 3 и 4 приведены две характерные формы кривых тока  $i_a$ . Промежуточной является более сложная кривая, определить из которой составляющие  $I_1$  и  $I_2$  не представляется возможным. Одна из таких кривых представлена на фиг. 5.



Фиг. 5.

При изменении скорости вращения ротора форма кривой тока  $i_a$  изменяется и будет иметь один из описанных выше видов кривых.

### Выводы

1. При работе в асинхронном режиме машин с любой несимметрией ротора, при симметричной системе подведенных напряжений и симметричном статоре н. с. обмотки статора и результирующее магнитное поле вращаются в пространстве с переменной угловой скоростью, одновременно изменяясь по величине.

2. Если определять скольжение как скорость вращения результирующего магнитного поля статора относительно ротора, то при постоянной скорости вращения ротора скольжение не остается постоянным, а изменяется по закону, определяемому уравнением (12).

При исследовании асинхронных режимов работы скорость вращения ротора удобно выражать как скорость по отношению к синхронной. Для этого вводится понятие о синхронном или среднем скольжении.

3. Пределы изменения скольжения также как и скорости вращения магнитного поля зависят от степени несимметрии ротора, а также от величины активного сопротивления статорной обмотки. Наибольшие пределы изменения скольжения имеют место в предельном

случае электрической несимметрии, когда на роторе имеется одноосная обмотка при полусинхронной скорости вращения ротора.

4. Магнитное поле, вращаясь относительно обмотки статора с переменной угловой скоростью, наводит в ней в общем случае несинусоидальную э. д. с., что приводит к искажению формы кривой тока в фазах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бергер А. Я. и др. Асинхронный двигатель в аномальных режимах, М, 1939.
2. Вешеневский С. Н. Расчет характеристик и сопротивлений для электродвигателей, ГЭИ, 1953.
3. Грузов Л. Н. Методы математического исследования электрических машин. ГЭИ, 1953.
4. Костенко М. П., Лютер Р. А. Казовский Е. А. Вопросы развития современной теории синхронной машины. ВЭП, № 2, 1952.
5. Костенко М. П. Электрические машины. Спец. часть. ГЭИ, 1949.
6. Казовский Е. Я. Переходные процессы в асинхронных машинах с учетом асимметрии ротора. Эл-во, № 4, 1950.
7. Меркин Г. Б., Незговорова Е. Д. Работа асинхронного двигателя при несимметрии в роторе. Труды ЛПИ, № 2, вып. 1. 1938.
8. Сыромятников И. А. Режимы работы асинхронных двигателей. ГЭИ, 1950.
9. Штурман Г. И. Несимметрия вторичных цепей в асинхронных машинах. М, 1935.