

УДК 681.51: 622.73

МЕТОД СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ФОРМАЛИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ СО МНОГИМИ СОСТОЯНИЯМИ

Баласанян Сейран Шамирович,

доктор технических наук, доцент, заместитель директора
по научной работе Капанского филиала Национального политехнического
университета Армении, Армения, 3307, г. Капан, ул. Багаберд, 28.
E-mail: seyran@sunicom.net

Актуальность работы обусловлена необходимостью разработки проблемно ориентированного метода иерархической многоуровневой (стратифицированной) формализации, позволяющего преодолеть трудности моделирования сложных технологических систем со многими состояниями при исследовании эффективности их функционирования с учетом влияния надежности элементов.

Цель работы: разработка проблемно ориентированного метода стратифицированной формализации сложных технологических систем определенного класса с пространством состояний большой размерности и его практическое применение при разработке стратифицированной модели технологической системы измельчения руды, учитывающей влияние надежности оборудования на эффективность ее функционирования.

Методы исследования: концепция иерархического многоуровневого описания сложных систем, общая теория систем, теория надежности, метод имитационного моделирования, алгебра логики, методы прикладной статистики.

Результаты. Предложен проблемно ориентированный метод стратифицированной формализации, позволяющий преодолеть трудности формализации сложных технологических систем определенного класса при исследовании эффективности их функционирования, с учетом надежности элементов, методом имитационного моделирования. С применением предложенного метода разработана компьютерная стратифицированная модель технологической системы измельчения руды Зангезурского медно-молибденового комбината (Армения), описывающая процесс ее функционирования под воздействием случайного процесса возникновения отказов и восстановления отказавшего оборудования на трех уровнях: на уровне измельчительных агрегатов, измельчительных комплексов и на системном уровне. Применение предложенного метода формализации позволило свести описание технологической системы измельчения руды к описанию ее частей и их сопряжения, предоставляя возможность аналитического описания системы на первом и третьем уровнях. Благодаря этому построение компьютерной модели системы в целом существенно упростилось, объем натурных экспериментов резко сократился, что, в свою очередь, привело к значительному уменьшению сроков и трудоемкости построения компьютерной модели системы в целом.

Ключевые слова:

Надежность, эффективность, страта, модель, граф, измельчение руды.

Введение

Традиционная теория и бинарные модели надежности предполагают, что система и ее элементы могут иметь лишь два возможных состояния – состояние полной работоспособности и состояние полного отказа. Однако в большинстве случаев для современных сложных технических, в частности технологических, систем (СТС) практически невозможно определить общепринятое понятие отказа [1–11], поскольку отказы отдельных элементов могут привести не к полному отказу системы, а лишь к ухудшению качества ее функционирования. Это обусловлено наличием в сложных системах функциональной и структурной избыточности, благодаря чему система обладает свойством реконфигурации (перестроения) структуры и способностью функционировать при отказах элементов с различными уровнями эффективности. Причем определяющим признаком сложной системы, независимо от числа ее элементов и связей между ними, является то, что она и, возможно, ее элементы могут находиться в двух и более работоспособных состояниях, характеризующихся различными уровнями функционирования [1–4]. В современной теории надежности такие системы известны как сложные технические системы, или системы со многими со-

стояниями (СМС) (multistate systems) [1–7]. Примерами СМС могут служить телекоммуникационные [8, 9], энергетические [10, 11], транспортные системы [12, 13], нефтегазодобывающие [14, 15], горнодобывающие и перерабатывающие [16–18] производства.

Для сложных технологических СМС традиционное понятие надежности не является полноценной и исчерпывающей характеристикой, так как существующие показатели надежности учитывают лишь сам факт появления или отсутствия отказов и не дают никакого представления об их влиянии на качество и конечный (выходной) эффект функционирования системы. Поэтому для СМС вместо общепринятого понятия надежности рассматривается эффективность функционирования, оценка и исследование которого производится с помощью показателя, учитывающего влияние надежности элементов системы на качество ее функционирования.

Таким образом, для СМС проблема исследования надежности сводится к исследованию эффективности функционирования с учетом надежности их элементов, а более конкретно – к исследованию влияния показателей надежности элементов системы на показатели эффективности ее функционирования.

Постановка задачи

Проблемы исследования надежности и эффективности сложных систем привлекают все большее внимание специалистов во всем мире. В настоящее время продолжает наблюдаться стремительный рост числа публикаций в этой области.

При инженерном анализе надежности СМС важное значение имеет адекватность математических моделей. Как справедливо отмечает И.А. Ушаков [19], адекватность математической модели надежности реальному техническому объекту гораздо важнее ее математической «строгости». С этой точки зрения имитационные (компьютерные) модели, реалистически отражающие действительность, несомненно, обладают большей степенью адекватности, чем аналитические модели [1–4, 20–22]. Однако построение имитационных моделей для исследования эффективности функционирования СТС с учетом надежности их элементов является довольно сложной и трудоемкой задачей. Иногда разработка таких моделей, как отмечается в [3, 4, 18, 20–23], оказывается более сложной задачей, чем создание самих систем. Именно большая трудоемкость и время разработки модели считаются основными недостатками метода ИМ [3, 4, 18, 20].

Имитационные модели, ориентированные на решение задач исследования эффективности функционирования сложных систем длительного действия с учетом надежности, как правило, представляют собой композицию из трех моделей (рис. 1).

Первая из них предназначена для имитации процесса изменения работоспособности элементов системы $Y^0(t)$, вторая – для имитации процесса функционирования системы $Y^h(t)$ под влиянием процесса $Y^0(t)$, а третья модель служит для формирования значений условного показателя эффективности для реализованных траекторий системы. Наиболее актуальной и чрезвычайно трудной из проблем, встречающихся при построении имитационной модели функционирования исследуемой системы, реализующей отображение $Y^0(t) \rightarrow Y^h(t)$, является преодоление ее сложности, связанной с большой размерностью пространства состояний системы. Действительно, в простом случае, когда элементы моделируемой системы обладают лишь двумя возможными состояниями, уже при количестве элементов, равном 20, число возможных состояний системы превышает 10^6 (предполагается, что состояния системы не поддаются аналитическому описанию). А если иметь в виду случайный характер процесса функционирования исследуемой системы, то для получения статистически устойчивых оценок ее выходных параметров для всевозможных состояний потребуется чрезмерно большой объем натурных экспериментов, проведение которых практически невозможно.

Применение известных методов и способов упрощения имитационных моделей в данном случае либо недопустимо снижает точность моделей и резко ограничивает их возможности, либо не дает

ощутимого эффекта. В связи с этим возникает необходимость применения качественно новых и более эффективных подходов, позволяющих при исследовании эффективности функционирования современных СТС методом имитационного моделирования успешно преодолеть их большую размерность, а также сократить сроки и уменьшить трудоемкость построения имитационных моделей.



Рис. 1. Общий вид компьютерной модели, ориентированной на исследование эффективности функционирования СТС

Fig. 1. General view of a computer model, oriented to study of the functioning efficiency of CTS

Одним из возможных путей решения указанных выше проблем является применение концепции иерархического многоуровневого (стратифицированного) описания систем [24]. Ее сущность состоит в том, что исследуемая сложная система с произвольной структурой описывается не одной моделью типа «вход-выход» большой размерности, а иерархией относительно несложных моделей S^μ , $\mu \in I = \{1, 2, \dots, k\}$, каждая из которых описывает поведение одной и той же системы с точки зрения определенного уровня абстрагирования (детализации). Стратифицированное описание объекта предусматривает его вертикальную (на уровне) и горизонтальную декомпозиции на подсистемы различных уровней, построение моделей отдельных подсистем с учетом их взаимосвязей и последующий синтез из них модели объекта в виде иерархической многоуровневой системы.

Однако современный уровень развития теории иерархических многоуровневых систем пока не

предоставляет возможность ее широкого практического применения при исследовании эффективности функционирования СТС с учетом надежности их элементов из-за чрезмерно высокого уровня общности и формализации изложенных принципов и теоретических положений. В связи с этим возникает практическая необходимость в разработке конкретного метода стратифицированной формализации, ориентированной на анализ эффективности функционирования СТС с учетом надежности их элементов.

Проблемно ориентированный метод стратифицированной формализации

В настоящей работе предлагается проблемно ориентированный метод стратифицированной формализации, позволяющий преодолеть трудности формализации СТС определенного класса, для которых приемлемы следующие предположения:

1. На каждом μ -м уровне описания (страте) рассматриваемая система, представленная в виде совокупности взаимосвязанных подсистем ($\mu-1$ -го уровня или элементов (на первой страте), может быть разбита на конечное число подсистем μ -го уровня.
2. Состояние каждой подсистемы любого уровня и самой системы, рассматриваемой как одно целое, характеризуется упорядоченной совокупностью выходных характеристик, определяющих качество их функционирования. Состояние системы на каждом уровне описания рассматривается как упорядоченная совокупность состояний ее подсистем соответствующего уровня.
3. Воздействие внешних по отношению к рассматриваемой системе факторов непосредственно воспринимается элементами системы и может привести к изменению их работоспособности.
4. На любом μ -м уровне описания (кроме первого) состояние каждой подсистемы μ -го уровня в данный момент времени непосредственно зависит от состояний определенных, в том числе входящих в ее состав подсистем ($\mu-1$ -го уровня). Следовательно, на каждой μ -й страте подсистемы μ -го уровня взаимодействуют между собой только через входящие в их состав подсистемы ($\mu-1$ -го уровня).
5. Состояние каждой подсистемы первого уровня в данный момент времени однозначно определяется работоспособностью входящих в ее состав элементов и элементов других подсистем, влияющих на ее работоспособность в этот момент времени.

Заметим, что сформулированные предположения, лежащие в основе многих широко применяемых моделей, ориентированных на исследование надежности и эффективности функционирования сложных систем, могут быть приемлемы для достаточно широкого класса СТС со многими состояниями.

Суть предлагаемого метода формализации заключается в следующем.

1. Исходя из характера решаемых на модели задач, удобства описания и сложности рассматриваемой системы, предварительно выбираются уровни описания (страты). При этом, с целью обеспечения простоты описания и гибкости модели, в обязательном порядке предусматриваются страты, на которых происходит реконфигурация структуры системы. Если условия поставленных задач позволяют, то желательно выбрать такие страты, на которых функционирование отдельных подсистем моделируемой системы поддается аналитическому описанию.
2. Составляется словесное качественное описание последствий изменения выходных характеристик элементов системы примерно в такой форме: изменение характеристик элемента E_i^0 вызывает изменение выходных характеристик элемента E_j^0 (или состояния элемента E_j^0) зависит от состояния элемента E_i^0). На основании этого описания строится формализованная структурная схема системы в виде орграфа $G^0(E^0, V^0)$, отражающего взаимное влияние элементов $E_i^0, i \in I^0 = \{1, 2, \dots, p_0\}$ в системе. Вершины графа G^0 соответствуют элементам системы, а дуги – связям между ними.

Система, заданная графом G^0 , разбивается на подсистемы первого уровня $E_i^1, i \in I^1 = \{1, 2, \dots, p_1\}$. При этом соблюдаются следующие условия:

$$E_i^1 = \{E_k^0 : k \in I_i^0 \subset I^0\}, \bigcup_{i \in I^1} E_i^1 = E^0,$$

$$E_i^1 \cap E_j^1 = \emptyset, i \in I^1, j \in I^1, i \neq j.$$

Далее в качестве компонентов моделируемой системы рассматриваются подсистемы первого уровня, т. е. производится укрупнение элементов системы в соответствии с проведенной декомпозицией. Затем вышеизложенным способом составляется словесное качественное описание взаимного влияния подсистем $E_i^1, i \in I^1$ в системе, на основании чего строится формализованная структурная схема системы в виде орграфа $G^1(E^1, V^1)$ с множеством вершин $E^1 = \{E_i^1, i \in I^1\}$. Далее система, заданная орграфом G^1 , разбивается на более крупные подсистемы второго уровня $E_i^2, i \in I^2 = \{1, 2, \dots, p_2\}$ с соблюдением следующих условий:

$$E_i^2 = \{E_k^1 : k \in I_i^1 \subset I^1\}, \bigcup_{i \in I^2} E_i^2 = E^1,$$

$$E_i^2 \cap E_j^2 = \emptyset, i \in I^2, j \in I^2, i \neq j.$$

Процедура многократного разбиения системы на подсистемы различных уровней продолжается до последнего k -го уровня описания, на котором система рассматривается как одно целое – крупная подсистема. Заметим, что на каждой μ -й страте разбиение системы, представленной в виде совокупности взаимосвязанных подсистем ($\mu-1$ -го уровня, на подсистемы μ -го уровня эквивалентно

разбиению оргграфа $G^{\mu-1}$ на подграфы G_i^{μ} , $i \in I^{\mu} = \{1, 2, \dots, p_{\mu}\}$ со множеством вершин E_i^{μ} , $i \in I^{\mu}$. На каждой μ -й страте на основании разбиения оргграфа $G^{\mu-1}$ на подграфы строится двухуровневый оргграф (двудольный граф или биграф) $G^{\mu}(E^{\mu}, V^{\mu})$, отражающий взаимное влияние подсистем μ -го уровня, осуществляемое через входящие в их состав подсистемы $(\mu-1)$ -го уровня.

Каждый ориентированный биграф $\hat{G}^{\mu}$ строится следующим образом. Пусть система на μ -й страте задана оргграфом $G^{\mu-1}$ (рис. 2) со множеством вершин $E^{\mu-1} = \{E_i^{\mu-1} : i \in I^{\mu-1}\}$ и множеством дуг $V^{\mu-1}$. Фиксируем некоторое разбиение $E^{\mu} = \{E_i^{\mu} : i \in I^{\mu}\}$ множества вершин $E^{\mu-1}$. Множество дуг $V^{\mu-1}$ графа $G^{\mu-1}$ также распадается на $(p_{\mu}+1)$ попарно непересекающихся подмножеств: а) подмножество внутренних дуг, соединяющих вершины из одной и той же E_i^{μ} ; б) подмножество внешних дуг, соединяющих вершины из разных E_i^{μ} .

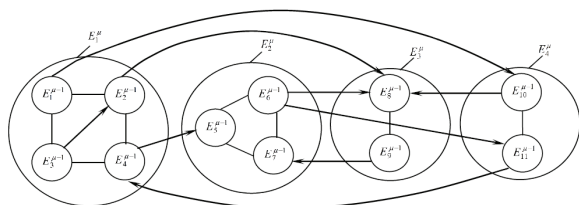


Рис. 2. Разбиение системы на подсистемы μ -го уровня

Fig. 2. Splitting of system into first level subsystems

Данному фиксированному разбиению E^{μ} ставится в соответствие двухуровневый оргграф $G^{\mu}(E^{\mu}, V^{\mu})$ (рис. 3) с множеством вершин:

$$\hat{E}^{\mu} = E^{\mu-1} \cup E^{\mu} = \{E_i^{\mu-1} : i = \overline{1, p_{\mu-1}}\} \cup \{E_j^{\mu} : j = \overline{1, p_{\mu}}\}.$$

Причем вершины $E_i^{\mu-1}$, $i \in I^{\mu-1}$ располагаются на первом уровне, а вершины E_j^{μ} , $j \in I^{\mu}$ – на втором. Вершины одного и того же уровня друг с другом не связаны. Дуги, соединяющие вершины первого и второго уровней, определяются следующим образом: из вершины $E_i^{\mu-1}$ в вершину E_j^{μ} идет дуга, когда $E_i^{\mu-1} \in E_j^{\mu}$ или когда в графе имеется дуга, направленная от вершины $E_i^{\mu-1}$ в некоторую вершину из E_j^{μ} . Однонаправленные параллельные дуги сливаются. Путем последовательной композиции построенных биграфов G^{μ} , $\mu \in I$, отождествляя вер-

шины второго уровня каждого биграфа $\hat{G}^{\mu-1}$ и соответствующие вершины первого уровня биграфа G^{μ} , снизу вверх строится иерархический k -уровневый оргграф $G(E, V)$ (рис. 4), где вершина E_1^k соответствует системе, рассмотренной как одно целое. Множества вершин и дуг оргграфа G определяются следующими соотношениями:

$$E = \bigcup_{i=1}^k \hat{E}^i, V = \bigcup_{i=1}^k \hat{V}^i.$$

3. На каждой μ -й страте на основании содержательного описания выделенных подсистем μ -го уровня проводится формализация их функционирования, в результате чего для каждой подсистемы E_i^{μ} строится ее математическая модель S_i^{μ} . При этом, согласно принятым предположениям, в качестве выходного сигнала каждой подсистемы μ -го уровня рассматривается совокупность ее выходных характеристик, а в качестве входного сигнала – совокупность соответствующих выходных характеристик тех подсистем $(\mu-1)$ -го уровня, которые в графе $G(E, V)$ или в биграфе G^{μ} соединены с данной подсистемой дугами.

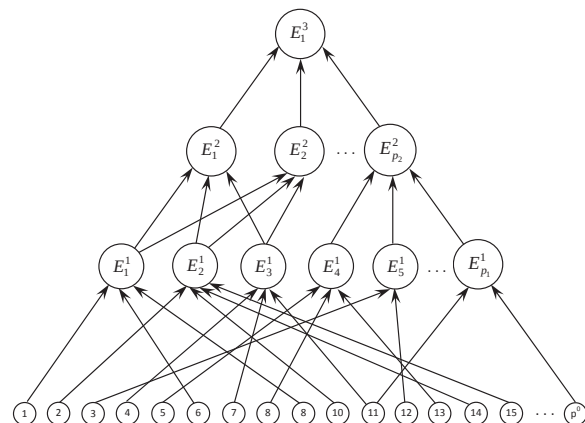


Рис. 4. Граф $G(E, V)$

Fig. 4. Graph $G(E, V)$

Принципиальной особенностью предложенного метода формализации, выгодно отличающегося от общей концепции стратифицированного описа-

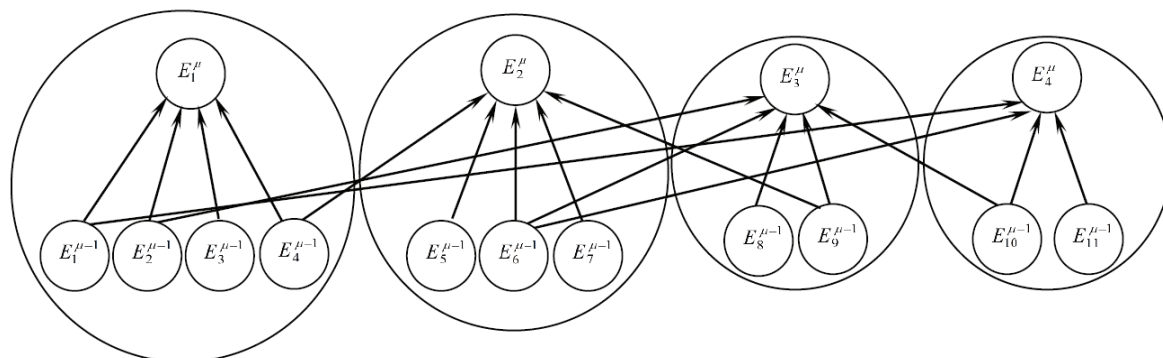


Рис. 3. Двухуровневый оргграф (биграф) $\hat{G}^{\mu}$

Fig. 3. Split level digraph $\hat{G}^{\mu}$

ния, является то, что на каждом μ -м уровне описания взаимодействие между подсистемами μ -го уровня рассматривается как взаимодействие входящих в их состав подсистем $(\mu-1)$ -го уровня, которое осуществляется в иерархической многоуровневой модели посредством передачи сигналов элементов $(\mu-1)$ -й страты соответствующим элементам μ -й страты. Таким образом, на каждой μ -й страте описывается поведение подсистем μ -го уровня с точки зрения их внутреннего механизма, откладывая описание их взаимодействия, как компонентов системы, для $(\mu+1)$ -й страты. Благодаря проведению такой формализации, несмотря на вполне адекватное отражение структуры связей между элементами и подсистемами реальной системы (рис. 3, 5), элементы каждой страты иерархической модели оказываются несвязанными между собой.

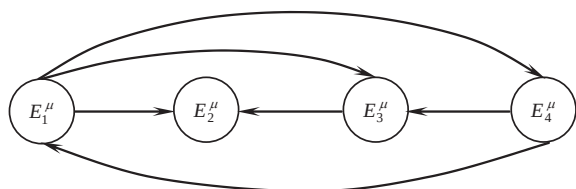


Рис. 5. Взаимосвязи подсистем μ -го уровня, реализованные посредством подсистем $(\mu-1)$ -го уровня

Fig. 5. Links between μ -th level subsystems, implemented through subsystems $(\mu-1)$ -th level

Таким образом, в результате проведенной формализации исследуемая система с произвольной структурой представлена в виде иерархической многоуровневой модели. Придерживаясь терминологии, примененной в [24], данная модель названа строго иерархической стратифицированной системой (СИСС) [25], а уровни детализации, включающие стратифицированное описание, – стратами. Каждая страта S^μ СИСС представляет собой упорядоченную совокупность несвязанных между собой элементов S_i^μ , $i \in I^\mu$, $\mu \in I$, каждый из которых представляет собой временную статическую систему без памяти [26].

Как математический объект каждый элемент S_i^μ характеризуется множествами моментов времени T_i^μ , входных сигналов X_i^μ , выходных сигналов Y_i^μ и оператором H_i^μ , реализующим отображение $X_i^\mu \rightarrow Y_i^\mu$. Входные и выходные сигналы являются функциями времени; их значения в момент времени $t \in T_i^\mu$ обозначаются $x_i^\mu(t)$ и $y_i^\mu(t)$ соответственно. Функционирование каждого элемента S_i^μ при заданных множествах T_i^μ , X_i^μ и Y_i^μ полностью детерминировано и описывается однозначным оператором $y_i^\mu(t) = H_i^\mu(x_i^\mu(t))$.

Взаимодействие между элементами СИСС, а также между ней и внешней средой осуществляется путем обмена сигналами. В соответствии с графом $G(E, V)$ структуру связей между элементами СИСС качественно, без указания содержания сигналов, можно представить в виде ориентированного графа (рис. 6).

Разработана математическая модель сопряжения элементов в СИСС [25, 27], позволяющая свести имитацию сопряжения элементов смежных страт к стандартной операции умножения матриц, что предоставляет возможность легко переходить к различным модификациям компьютерной модели системы в процессе имитационного эксперимента, требуя при этом небольшого объема перепрограммирования.

СИСС свойственны следующие характерные особенности, с помощью которых ее можно выделить из общего класса стратифицированных систем: взаимодействие между СИСС и внешней средой осуществляется исключительно через первую и последнюю страты, число элементов страт уменьшается по мере продвижения вверх по иерархии, наивысшая страта состоит из одного элемента, элементы любой страты не связаны между собой и могут принимать только сигналы, выдаваемые элементами непосредственно нижерасположенной страты, чем и обусловлена строго иерархическая конфигурация структуры СИСС.

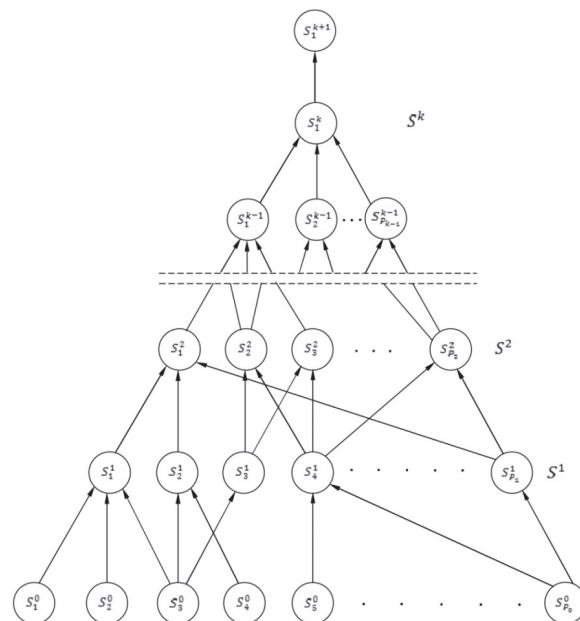


Рис. 6. Структура СИСС

Fig. 6. Structure of a stratified model

В соответствии с предложенной стратифицированной формализацией каждый элемент S_i^μ описывает зависимость состояния подсистемы μ -го уровня E_i^μ от состояний входящих в ее состав или влияющих на ее функционирование подсистем $(\mu-1)$ -го уровня. Другими словами, каждый элемент S_i^μ описывает поведение соответствующей подсистемы μ -го уровня в зависимости от поведения определенных подсистем $(\mu-1)$ -го уровня. В целом каждая страта S^μ описывает поведение моделируемой системы, состоящей из подсистем μ -го уровня, в зависимости от поведения подсистем $(\mu-1)$ -го уровня. Наивысшая страта S^k описывает зависимость состояния системы от состояний ее подсистем E_i^{k-1} , $i=1, k-1$.

Таким образом, на каждой μ -й страте описывается поведение подсистем μ -го уровня с точки зрения их внутреннего механизма.

В отличие от стратифицированной системы общего класса, которая является универсальной, многоцелевой моделью сложных систем, СИСС, являясь проблемно ориентированной моделью, отображает только те аспекты функционирования моделируемой системы, которые связаны с изменением работоспособности ее элементов и подсистем. Это дает СИСС ряд очевидных преимуществ по сравнению со стратифицированной системой общего класса, в частности позволяет разработать довольно удобную, легко реализуемую на компьютерах математическую модель сопряжения ее элементов и распараллеливать процесс имитации каждой стратегии. СИСС обладает основными достоинствами, присущими стратифицированным системам. В то же время, благодаря проблемной ориентации и применению предложенного метода формализации, она достаточно проста и удобна для практического пользования.

СИСС, как обобщенная математическая модель, обладает достаточной универсальностью относительно определенного класса реальных систем, для которых приемлемы сформулированные ранее предположения. Ее использование в качестве математической схемы формализации позволяет свести описание исследуемой сложной системы к описанию ее частей и их сопряжению, нередко предоставляя возможность применения при этом аналитических методов. Благодаря этому удается преодолеть трудности формального описания СТС с пространством состояний большой размерности.

Практическое применение предложенного метода формализации

Предложенный метод формализации был использован при разработке стратифицированной компьютерной модели технологической системы измельчения руды (ТСИР) Зангезурского медно-молибденового комбината (Армения), укрупненная структурная схема которой приведена на рис. 7. ТСИР состоит из 10 измельчительных комплексов (ИК), включающих измельчительные агрегаты (А, АС), работающие по одностадийной или двухстадийной схеме измельчения с соотношением мельниц 2:1, 1:1, и грунтовые насосы (ГН). Каждый измельчительный агрегат состоит из шаровой мельницы или мельницы самоизмельчения (АС), работающей со спиральным классификатором или с батареей гидроциклонов. При отказах оборудования происходит реконфигурация структуры ТСИР с использованием резервных связей (показаны пунктиром).

Учитывая характер поставленных задач, удобство описания, а также конструктивные и функциональные особенности ТСИР, ее функционирование описано на трех следующих стратегиях (уровнях описания): страте измельчительных агрегатов

(ИА), страте измельчительных комплексов и системной стратегии.

В результате применения предложенной формализации построен трехуровневый граф $G(E, V)$, на основе которого построены модели S_i^μ , $i \in I^\mu$, $\mu \in I = \{1, 2, 3\}$ подсистем различных уровней: S_i^μ , $i \in I^\mu$, $\mu \in I$, и модель их сопряжения.

Страта измельчительных агрегатов

На данной страте ТСИР представлена совокупностью измельчительных агрегатов – подсистем первого уровня E_i^1 , $i \in I^1 = \{1, 2, \dots, 32\}$, полученных в результате декомпозиции системы, состоящей из элементов E_i^0 , $i \in I^0 = \{1, 2, \dots, 86\}$.

Каждая подсистема E_i^1 первого уровня рассмотрена как объект с двумя возможными состояниями и формализована в виде временной статической системы без памяти S_i^1 , описываемой множествами X_i^1 , Y_i^1 , T_i^1 и оператором H_i^1 . Множество X_i^1 входных сигналов определяется из графа $G(E, V)$ как декартово произведение множеств $\{0; 1\}$ выходных сигналов входящих в состав элементов E_j^0 , $j \in I^0$, элементов других подсистем, влияющих на работоспособность подсистемы E_i^1 . Множество Y_i^1 выходных сигналов включают два элемента (0 – состояние отказа, 1 – работоспособное состояние). Оператор H_i^1 представляет собой логическую функцию работоспособности подсистемы E_i^1 , описывающую условие работоспособности данной подсистемы в зависимости от работоспособности входящих в ее состав элементов.

Ниже приведены аналитические выражения операторов H_i^1 , $i = \{1, 2, \dots, 5\}$ (t упущено) для первых 5 подсистем E_i^1 :

$$y_1^1 = H_1^1(x_1^1) = x_{1,1}^1 \wedge x_{2,1}^1 \wedge x_{3,1}^1;$$

$$y_2^1 = H_2^1(x_2^1) = x_{2,1}^1 \wedge x_{2,2}^1;$$

$$y_3^1 = H_3^1(x_3^1) = x_{3,1}^1 \wedge x_{3,2}^1;$$

$$y_4^1 = H_4^1(x_4^1) = x_{4,1}^1 \wedge x_{4,2}^1 \wedge x_{4,3}^1;$$

$$y_5^1 = H_5^1(x_5^1) = x_{5,1}^1 \wedge x_{5,2}^1 \wedge x_{5,3}^1.$$

Случайный процесс $Y_i^1(t)$ изменения состояний каждой подсистемы E_i^1 , вследствие изменения работоспособности элементов E_j^0 , $j \in I^0$, рассматривается как формализованный процесс ее функционирования на первой страте.

Страта измельчительных комплексов

На этой страте ТСИР представлена в виде совокупности $p_2=10$ измельчительных комплексов – подсистем второго уровня E_i^2 , $i \in I^2 = \{1, 2, \dots, p_2\}$. Каждый ИК, в зависимости от работоспособности входящих в его состав или влияющих на его работу ИА, может работать в одном из технологически возможных режимов по определенной схеме измельчения. Каждый режим работы ИК E_i^2 характеризуется конкретным набором значений его выходных характеристик $y_i^2 = (y_{i,1}^2, y_{i,2}^2, y_{i,3}^2)$, где $y_{i,1}^2$ – производительность комплекса, $y_{i,2}^2$ – процентное

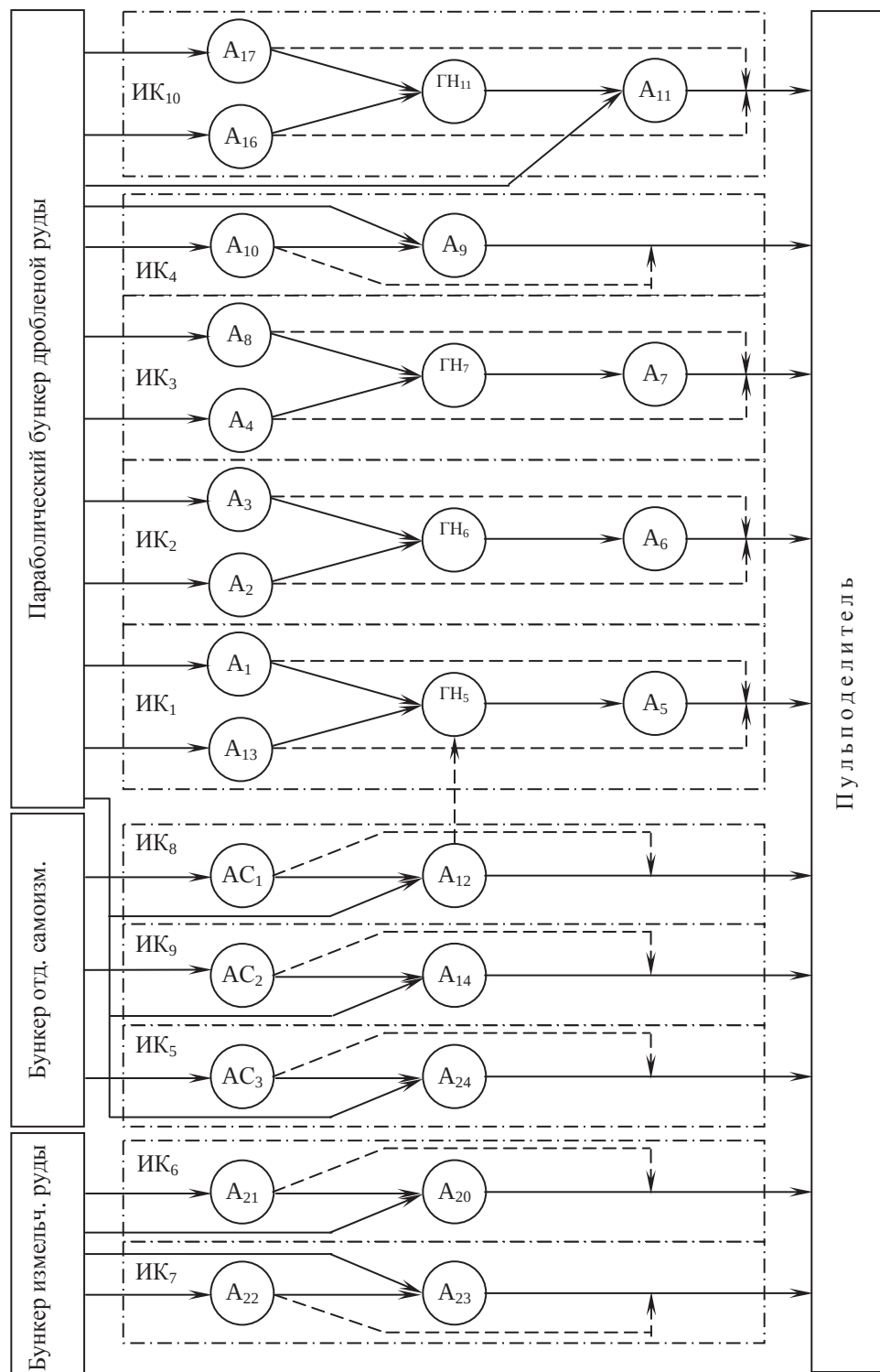


Рис. 7. Укрупненная структурная схема ТСИР

Fig. 7. Enlarged structural diagram of OGTS

содержание класса ≤ 80 мкм в измельченном продукте (пульпе), $y_{i,3}^2$ – плотность выходной пульпы.

Обозначим через $x_i^2(t) = (x_{i,1}^2(t), x_{i,2}^2(t), \dots, x_{i,n_i}^2(t))$ совокупность выходных характеристик состояний в момент t тех ИА, от работоспособности которых зависит выбор структуры и режима работы ИК E_i^2 .

В каждый момент $t \in T^1$, когда происходит изменение работоспособности ИА, в соответствии со значением вектора $x_i^2(t)$ происходит перестроение структуры комплекса E_i^2 и переход в новый режим работы, характеризуемый новым значением вектора $y_i^2(t)$.

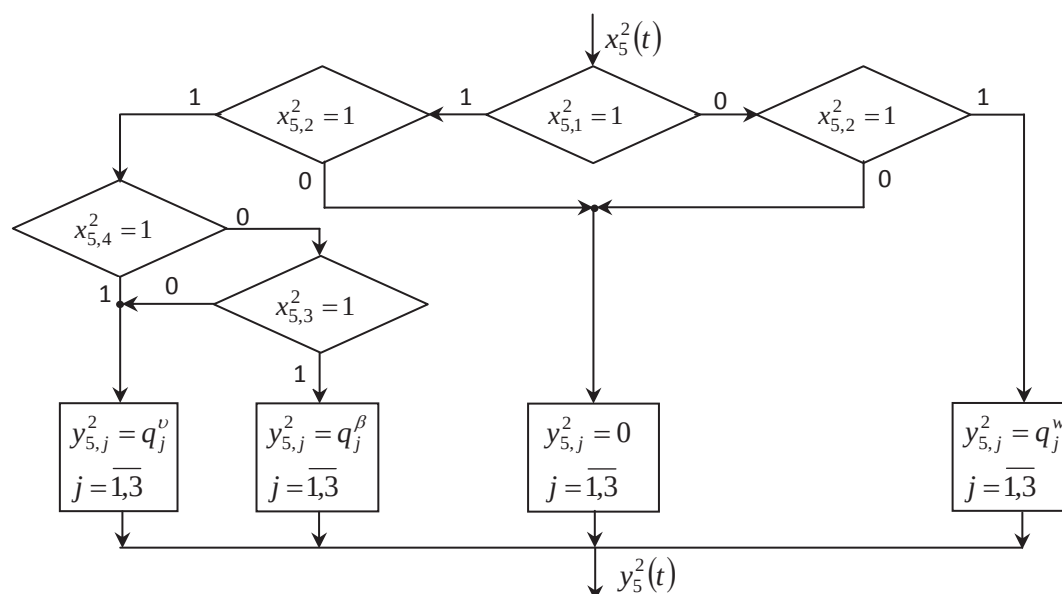


Рис. 8. Структура оператора H_5^2

Fig. 8. Structure of the operator H_5^2

Каждый ИК E_i^2 формализован в виде временной статической системы без памяти S_i^2 , характеризующейся множествами T_i^2 , X_i^2 , Y_i^2 и оператором H_i^2 . В соответствии с формальным описанием СИСС каждое множество T_i^2 , $i \in I^2$ совпадает с множеством $T^1 = T^0$ (множество моментов изменения состояний элементов E_i^0 , $i \in I^0 = \{1, 2, \dots, p_0\}$). Входной сигнал $x_i^2(t)$ каждой E_i^2 представляет собой упорядоченную совокупность выходных сигналов соответствующих подсистем первого уровня. В качестве выходного сигнала любого элемента E_i^2 рассматривается вектор выходных характеристик $y_i^2(t) = (y_{i,1}^2(t), y_{i,2}^2(t), y_{i,3}^2(t))$ соответствующей подсистемы (ИК) E_i^2 . Множество Y_i^2 элемента S_i^2 представляет собой совокупность значений вектора выходных характеристик подсистемы E_i^2 , соответствующих всевозможным режимам ее работы. Каждый оператор H_i^2 , реализующий отображение $X_i^2 \rightarrow Y_i^2$, представляет собой бинарную поисковую признаковую структуру – алгоритм, который по заданному входному сигналу $x_i^2(t) \in X_i^2$, описывающему работоспособность входящих в состав подсистемы

стемы E_i^2 и влияющих на ее функционирование подсистем первого уровня, осуществляет поиск и выдачу соответствующего выходного сигнала $y_i^2(t) \in Y_i^2$. На рис. 8 приведена структура одного из десяти операторов H_i^2 .

Среднестатистические значения выходных характеристик $y_i^2(t) = (y_{i,1}^2(t), y_{i,2}^2(t), y_{i,3}^2(t))$ измельчительных комплексов для всевозможных режимов работы подсистемы E_5^2 приведены в таблице.

Системная страта

На данной страте ТСИР рассматривается как одна крупная подсистема E_1^3 третьего уровня, представляющая собой смеситель (пульподелитель), входом которого является совокупность выходных продуктов всех измельчительных комплексов, а выходом – объединенная выходная пульпа, поступающая на флотацию.

Обозначим через $y_{1,1}^3(t)$, $y_{1,2}^3(t)$, $y_{1,3}^3(t)$ значения выходных характеристик подсистемы E_1^3 в момент времени t : ее производительность, процентное содержание класса ≤ 80 мкм и плотность объединен-

Таблица. Схемы измельчения и режимы работы подсистемы E_5^2

Table. Schemes and grinding modes of the subsystem E_5^2

Режимы работы Operation modes	Технологически возможные схемы измельчения Technologically possible grinding schemes		Среднестатистические значения выходных характеристик Average values of the output characteristics		
	Схема измельчения Scheme of grinding	Сопряжение мельниц Conjugation of mills	Производ. по исх. руде (т/ч) Original ore productivity (t/h)	Содержание класса ≤ 80 мкм в вых. пульпе Content of class ≤ 80 μm in output pulp	Плотность выходной пульпы (г/л) Density of the output pulp (g/l)
v	2-стадийный 2-stage	(1:1), $A_{24} \rightarrow AC_3$	$q_1^v = 126,7$	$q_2^v = 56,3$	$q_3^v = 1344,7$
w	1-стадийный 1-stage	(1:0), AC_3	$q_1^w = 80$	$q_2^w = 56,3$	$q_3^w = 1273,3$
β	2-стадийный 2-stage	(2:1), $A_{14} \rightarrow AC_3 \leftarrow A_{24}$	$q_1^\beta = 130$	$q_2^\beta = 56,3$	$q_3^\beta = 1344$

ной пульпы. Соответствующие характеристики входных потоков, представляющие собой выходные характеристики ИК, обозначим через $x_{i,1}^3(t)=y_{i,1}^2(t)$, $x_{i,2}^3(t)=y_{i,2}^2(t)$, $x_{i,3}^3(t)=y_{i,3}^2(t)$, $i \in I^2$.

Показано [25], что общая производительность ТСИР $y_{1,1}^3(t)$, процент содержания класса ≤ 80 мкм $y_{1,2}^3(t)$ в объединенной пульпе и ее плотность $y_{1,3}^3(t)$ связаны с характеристиками отдельных комплексов следующими соотношениями:

$$y_{1,1}^3(t) = H_{1,1}^3(x_{1,1}^3(t), x_{1,2}^3(t), \dots, x_{1,10}^3(t)) = \sum_{i=1}^{10} x_{1,i}^3(t); \quad (1)$$

$$y_{1,2}^3(t) = H_{1,2}^3(x_{1,1}^3(t), \dots, x_{1,20}^3(t)) = \left[\sum_{i=1}^{10} x_{1,i}^3(t) \cdot x_{1,(i+10)}^3(t) \right] / \sum_{i=1}^{10} x_{1,i}^3(t), \quad (2)$$

$$y_{1,3}^3(t) = H_{1,3}^3(x_{1,1}^3(t), x_{1,2}^3(t), \dots, x_{1,10}^3(t), x_{1,20}^3(t), \dots, x_{1,30}^3(t)) = \left[\sum_{i=1}^{10} \frac{x_{1,i}^3(t) \cdot x_{1,(i+20)}^3(t)}{x_{1,(i+20)}^3(t) - 1000} \right] / \sum_{i=1}^{10} \frac{x_{1,i}^3(t)}{x_{1,(i+20)}^3(t) - 1000}. \quad (3)$$

Соотношения (1), (2) и (3) соответственно описывают операторы $H_{1,1}^3$, $H_{1,2}^3$, $H_{1,3}^3$, составляющие оператор H_1^3 , который реализует отображение $X_1^3 \rightarrow Y_1^3$.

На основании графа $G(E, V)$ и формальных описаний элементов S_i^μ , $i \in I^\mu$, $\mu \in I$ составлена блок-схема модели ТСИР (рис. 9) с выделением входов, выходов элементов и с указанием элементарных каналов связи между ними. На основании блок-схемы модели ТСИР построена математическая модель сопряжения ее элементов, описывающая структуру связей между элементами, и компьютерная модель системы в целом с использованием языка C++.

Таким образом, в результате проведенной формализации ТСИР представляется в виде трехуровневой строго иерархической стратифицированной системы. По мере продвижения вверх по иерархии происходит фазовое укрупнение и агрегирование характеристик состояний системы. Чем выше расположена страта, тем более обобщенными переменными описывается функционирование системы. Чем ниже спускаемся по иерархии, тем более детальным становится описание системы. Компоненты системы, являющиеся ее подсистемами на данной страте, более подробно раскрываются на нижних стратах. Обращаясь к нижним стратам, можно детально объяснить поведение отдельных подсистем при отказах элементов системы. С другой стороны, чем выше поднимаемся, тем яснее становится последствие влияния отказов элементов системы на качество ее функционирования. На каждой страте выявляются новые свойства системы и связи между ее подсистемами, которые не существуют на других стратах.

Разработанная модель ТСИР в составе общей модели системы (рис. 1) использована для решения ряда прикладных задач, связанных с оценкой и исследованием эффективности функционирования ТСИР ЗММК [25] с учетом надежности ее оборудования. Эта модель используется также в составе компьютерной модели для стохастического управления технологическим процессом флотации медно-молибденовой руды ЗММК [28].

Применение предложенного метода стратифицированной формализации при разработке модели ТСИР позволяет существенно упростить построение ее компьютерной модели по сравнению с традиционно используемой моделью типа «вход-выход», значительно уменьшить трудоемкость и сроки разработки модели, свести имитацию сопряжения элементов смежных страт к стандартной операции умножения матриц, что предоставляет возможность легко переходить к различным модификациям компьютерной модели системы в процессе имитационного эксперимента, требуя при этом небольшого объема перепрограммирования.

Выводы

С применением стратифицированного подхода разработан проблемно ориентированный метод формализации, позволяющий: преодолеть сложность формализации определенного класса СТС с пространством состояний большой размерности при исследовании эффективности их функционирования с учетом надежности элементов; распараллеливать процесс имитации функционирования элементов каждой страты при реализации модели на многопроцессорных компьютерах; разработать удобную модель сопряжения их элементов, реализующую имитацию сопряжения элементов смежных страт посредством стандартной операции умножения матриц, что предоставляет возможность легко переходить к различным модификациям компьютерной модели системы в процессе имитационного эксперимента.

Практическое применение предложенного метода формализации позволило свести описание ТСИР к описанию ее частей и их сопряжения, предоставляя возможность аналитического описания системы на первой и третьей стратах. Благодаря этому построение компьютерной модели системы в целом существенно упростилось, объем натурных экспериментов, необходимых для построения модели ТСИР, резко сократился, что, в свою очередь, привело к значительному уменьшению сроков и трудоемкости построения компьютерной модели системы в целом.

Применение построенной стратифицированной модели ТСИР позволяет решить широкий круг прикладных задач оценки и анализа эффективности ее функционирования на различных уровнях детализации с учетом влияния надежности оборудования.

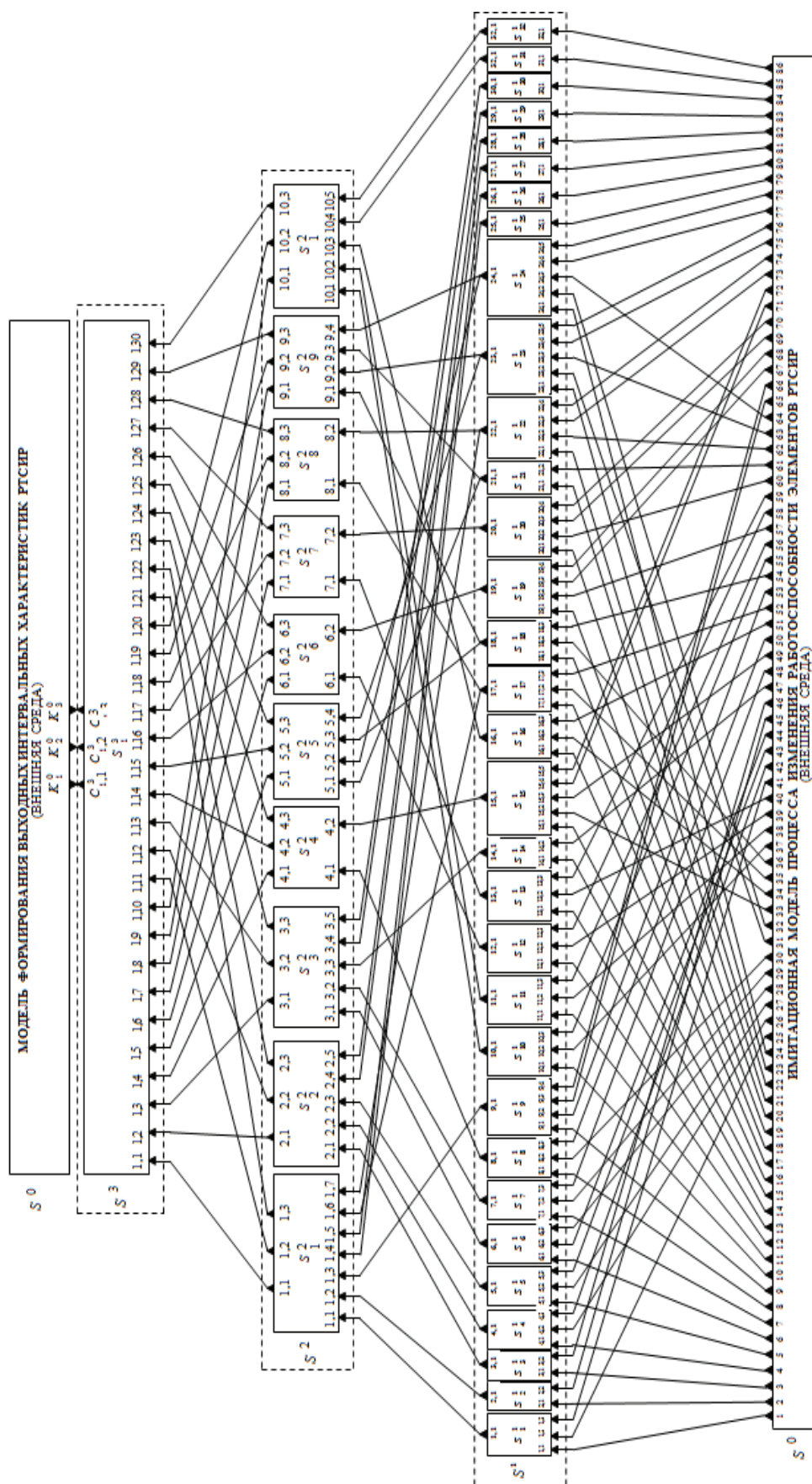


Рис. 9. Блок-схема стратифицированной модели ТСИР

Fig. 9. Block diagram of a stratified model of TSOG

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Levitin G., Frenkel I., Dong Y. Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers. – London: Springer-Verlag, 2010. – 393 p.
2. Ushakov I. Probabilistic reliability models. – Hoboken (New Jersey): Wiley, 2012. – 248 p.
3. Lisnianski A., Levitin G. Multi-state system reliability: assessment, optimization and application. – Singapore: World Scientific, 2003. – 358 p.
4. Kołowrocki K., Soszyńska-Budny J. Reliability and safety of complex technical systems and processes. Modeling – Identification – Prediction – Optimization. – London: Springer Series in Reliability Engineering, 2011. – 405 p.
5. Bayesian modeling of multi-state hierarchical systems with multi-level information aggregation / Mingyang Li, Jian Liu, Jing Li, Byoung Uk Kim // Reliability Engineering & System Safety. – 2014. – V. 124. – P. 158–164.
6. Yu H., Yang J., Mo H. Reliability analysis of repairable multi-state system with common bus performance sharing // Reliability Engineering & System Safety. – 2015. – V. 132. – P. 90–96.
7. Yong L., Anxin L., Xiaonan Z. Complex multi-state system reliability modeling and assessment // International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST). – 2012. – V. 4. – № 9. – P. 4260–4267.
8. Optimal structure of multi-state systems with multi-fault coverage / R. Peng, H. Mo, M. Xie, G. Levitin // Reliability Engineering & System Safety. – 2014. – V. 119. – P. 18–25.
9. Yeh W.-C., Bae C., Huang C.-L. A new cut-based algorithm for the multi-state flow network reliability problem // Reliability Engineering & System Safety. – 2015. – V. 136. – P. 1–7.
10. Eryilmaz S. Dynamic assessment of multi-state systems using phase-type modeling // Reliability Engineering & System Safety. – 2015. – V. 140. – P. 71–77.
11. A multi-state Markov model for a short-term reliability analysis of a power generating unit / A. Lisnianski, D. Elmakias, D. Laredo, H. Ben-Haim // Reliability Engineering & System Safety. – 2012. – V. 98. – P. 1–6.
12. Component state-based integrated importance measure for multi-state systems / S. Shubin, G. Levitin, D. Hongyan, S. Shudong // Reliability Engineering & System Safety. – 2013. – V. 116. – P. 75–83.
13. Levitin G., Yeh W.-C., Dai Y. Minimizing bypass transportation expenses in linear multistate consecutively-connected systems // IEEE Transactions on Reliability. – 2014. – V. 63 (1). – P. 230–238.
14. Praks P., Kopustinskas V., Masera M. Probabilistic modeling of security of supply in gas networks and evaluation of new infrastructure // Reliability Engineering & System Safety. – 2015. – V. 144. – P. 254–264.
15. Li Y.F., Peng R. Availability modeling and optimization of dynamic multi-state series – parallel systems with random reconfiguration // Reliability Engineering & System Safety. – 2014. – V. 127. – P. 47–57.
16. Abou C. Performance assessment of multi-state systems with critical failure modes: application to the flotation metallic arsenic circuit // Reliability Engineering & System Safety. – 2010. – V. 95. – Iss. 6. – P. 614–622.
17. Ahmadi-Javid A., Malhame R.P. Optimal control of a multistate failure-prone manufacturing system under a conditional value-at-risk cost criterion // J. Optimization Theory and Applications. – 2015. – № 167 (2). – P. 716–732.
18. Malinowski J. A Monte Carlo method for estimating reliability parameters of a complex repairable technical system with inter-component dependencies // IEEE Transactions on Reliability. – 2013. – V. 62. – Iss. 1. – P. 256–266.
19. Ушаков И. О важности адекватных математических моделей при инженерном анализе надежности // Надежность. – 2011. – № 3 (38). – С. 3–15.
20. Ushakov I. Optimal redundancy allocation. With practical statistical applications and theory. – Hoboken (New Jersey): Wiley, 2013. – 256 p.
21. Law M.A., Kelton W.D. Simulation modeling and analysis. – 4th ed. – Boston: McGraw-Hill, 2007. – 768 p.
22. Byoung Kyu Choi, Dong Hun Kang. Modeling and simulation of discrete event systems. – Hoboken (New Jersey): Wiley, 2013. – 432 p.
23. Kaizer J.S., Heller A.K., Oberkampf W.L. Scientific computer simulation review // Reliability Engineering & System Safety. – 2015. – V. 138. – P. 210–218.
24. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973. – 344 с.
25. Баласанян С.Ш. Стратифицированная модель для оценки и анализа эффективности функционирования сложных технологических систем со многими состояниями // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 5. – С. 25–30.
26. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. – М.: 1978. – 311 с.
27. Баласанян С.Ш. Компьютерная модель сопряжения элементов в строго иерархической стратифицированной системе // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321. – № 5. – С. 14–19.
28. Баласанян С.Ш., Симонян С.О., Геворгян Э.М. Компьютерная модель для стохастического управления технологическим процессом флотации руды с учетом надежности измельчительного оборудования // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323. – № 5. – С. 50–57.

Поступила 11.11.2015 г.

UDC 681.51: 622.73

A STRATIFIED METHOD OF FORMALIZATION OF MULTISTATE COMPLEX TECHNOLOGICAL SYSTEMS

Seyran Sh. Balasanyan,

Kapan branch of National Polytechnic University of Armenia,
28, Baghaberd Street, Kapan, 3307, Armenia. E-mail: seyran@sunicom.net

The relevance of the discussed issue is caused by the need to develop a problem-oriented method of hierarchical multilevel (stratified) formalization which allows to overcome the difficulties of modeling multistate complex technological systems in studying the efficiency of their functioning, taking into account the impact of elements reliability.

The main aim of the study: development of a problem-oriented stratified method of formalization of complex technological systems of a certain class with a large dimension of state space and its practical application in the development of a stratified model of technological system of ore grinding, with due consideration of the impact of equipment reliability on its functioning efficiency.

The methods used in the study: concept of multilevel hierarchical description of complex systems, general theory of systems, theory of reliability, simulation method, algebra of logic, methods of applied statistics.

The results. The authors proposed a problem-oriented method of stratified formalization which allows to overcome the difficulties of formalizing CTS of a certain class in the study of efficiency of their functioning taking into account the reliability of components by simulation modeling. By using the proposed method the authors developed a stratified computer model of ore grinding of Zangezur Copper Molybdenum Combine (Armenia), describing the process of its functioning under the influence of the random process of failures and recovery of failed equipment at three levels: at the level of grinding aggregates, at the level of grinding complexes and at the system level. Application of the proposed method of formalizing allowed to reduce the description of ore grinding technological system to the description of its parts and their conjugation, giving the possibility of analytical description of the system at the first and third levels. Thanks to this the construction of a simulation model of the overall system can be substantially simplified, the number of full-scale experiments is drastically reduced, which, in turn, has led to a significant reduction in time and complexity of building a computer model of the whole system.

Key words:

Reliability, efficiency, strata, model, graph, ore grinding.

REFERENCES

- Levitin G., Frenkel I., Dong Y. *Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers*. London, Springer-Verlag, 2010. 393 p.
- Ushakov I. *Probabilistic reliability models*. Hoboken (New Jersey), Wiley, 2012. 248 p.
- Lisnianski A., Levitin G. *Multi-state system reliability: assessment, optimization and application*. Singapore, World Scientific, 2003. 358 p.
- Kołowrocki K., Soszyńska-Budny J. *Reliability and safety of complex technical systems and processes. Modeling – Identification – Prediction – Optimization*. London, Springer Series in Reliability Engineering, 2011. 405 p.
- Mingyang Li, Jian Liu, Jing Li, Byoung Uk Kim. Bayesian modeling of multi-state hierarchical systems with multi-level information aggregation. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, vol. 124, pp. 158–164.
- Yu H., Yang J., Mo H. Reliability analysis of repairable multi-state system with common bus performance sharing. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 132, pp. 90–96.
- Yong L., Anxin L., Xiaonan Z. Complex multi-state system reliability modeling and assessment. *International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST)*, 2012, vol. 4, no. 9, pp. 4260–4267.
- Peng R., Mo H., Xie M., Levitin G. Optimal structure of multi-state systems with multi-fault coverage. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, vol. 119, pp. 18–25.
- Yeh W.-C., Bae C., Huang C.-L. A new cut-based algorithm for the multi-state flow network reliability problem. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 136, pp. 1–7.
- Eryilmaz S. Dynamic assessment of multi-state systems using phase-type modeling. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 140, pp. 71–77.
- Lisnianski A., Elmakias D., Laredo D., Ben-Haim H. A multi-state Markov model for a short-term reliability analysis of a power generating unit. *Reliability Engineering & System Safety*, 2012, vol. 98, pp. 1–6.
- Shubin S., Levitin G., Hongyan D., Shudong S. Component state-based integrated importance measure for multi-state systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 2013, vol. 116, pp. 75–83.
- Levitin G., Yeh W.-C., Dai Y. Minimizing bypass transportation expenses in linear multistate consecutively-connected systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 2014, vol. 63 (1), pp. 230–238.
- Praks P., Kopustinskas V., Masera M. Probabilistic modeling of security of supply in gas networks and evaluation of new infrastructure. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 144, pp. 254–264.
- Li Y.F., Peng R. Availability modeling and optimization of dynamic multi-state series – parallel systems with random reconfiguration. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, vol. 127, pp. 47–57.
- Abou C. Performance assessment of multi-state systems with critical failure modes: application to the flotation metallic arsenic circuit. *Reliability Engineering & System Safety*, 2010, vol. 95, iss. 6, pp. 614–622.
- Ahmadi-Javid A., Malhame R.P. Optimal control of a multistate failure-prone manufacturing system under a conditional value-at-risk cost criterion. *J. Optimization Theory and Applications*, 2015, no. 167 (2), pp. 716–732.
- Malinowski J. A Monte Carlo method for estimating reliability parameters of a complex repairable technical system with inter-component dependencies. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, vol. 62, iss. 1, pp. 256–266.
- Ushakov I. O vazhnosti adekvatnykh matematicheskikh modeley pri inzhenernom analize nadezhnosti [About importance of adequate mathematical models in engineering reliability analysis] *J. Reliability*, 2011, no. 3 (38), pp. 3–15.
- Ushakov I. *Optimal redundancy allocation. With practical statistical applications and theory*. Hoboken (New Jersey), Wiley, 2013. 256 p.

21. Law M.A., Kelton W.D. *Simulation modeling and analysis*. 4th edition. Boston, McGraw-Hill, 2007. 768 p.
22. Byoung Kyu Choi, Dong Hun Kang. *Modeling and simulation of discrete event systems*. Hoboken (New Jersey), Wiley, 2013. 432 p.
23. Kaizer J.S., Heller A.K., Oberkampf W.L. Scientific computer simulation review. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 138, pp. 210–218.
24. Mesarovich M., Mako D., Takakhara I. *Teoriya ierarhicheskikh mnogourovnevnykh sistem* [Theory of hierarchic multilevel systems]. Moscow, Mir Publ., 1973. 344 p.
25. Balasanyan S.Sh. Stratifitsirovannaya model dlya otsenki i analiza effektivnosti funktsionirovaniya slozhnykh tekhnologicheskikh sistem so mnogimi sostoyaniyami [A stratified model for the evaluation and analysis of the functioning effectiveness of multistate complex technological systems]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2011, vol. 318, no. 5, pp. 25–30.
26. Mesarovich M., Takakhara I. *Obshchaya teoriya sistem: matematicheskie osnovy* [General systems theory: mathematical foundations]. Moscow, Mir Publ., 1978. 311 p.
27. Balasanyan S.Sh. Kompyuternaya model sopryazheniya elementov v strogo ierarhicheskoy sisteme [A computer model of conjugation of elements in a strictly hierarchical stratified system]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2012, vol. 321, no. 5, pp. 14–19.
28. Balasanyan S.Sh., Simonyan S.O., Gevorgyan E.M. Kompyuternaya model dlya stokhasticheskogo upravleniya tekhnologicheskimi protsessom flotatsii rudy s uchetom nadezhnosti izmelchitel'nogo oborudovaniya [Computer model for stochastic control of the ore flotation process considering grinding equipment reliability]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 323, no. 5, pp. 50–57.

Received: 11 November 2015.