

УПРОЩЕННЫЙ АКСОНОГРАФ

Б. А. МАШУКОВ, Л. С. СКРИПОВ

(Представлена научным семинаром кафедры начертательной геометрии и графики).

За период с 1940 по 1961 гг. было предложено довольно много конструкций приборов для механического построения аксонометрических изображений, так называемых «аксонографов». Все они теоретически построены правильно, но имеют довольно сложную конструкцию, которая, пожалуй, и явилась препятствием к их широкому распространению в чертежной практике. Некоторые конструкции аксонографов строят аксонометрические изображения с точным учетом коэффициентов искажения по аксонометрическим осям и, следовательно, дают изображения, по которым затруднительно определять размеры предмета в натуре. Естественно, возникает мысль создания аксонографа, который при простоте конструкции мог бы строить аксонометрические изображения в масштабах, рекомендуемых Общесоюзными Стандартами чертежей в машиностроении.

В настоящей статье предлагается конструкция упрощенного аксонографа, теория которого разработана доц. Л. С. Скриповым, а внешнее оформление и исследование выполнены ассистентом кафедры начертательной геометрии и графики Б. А. Машуковым.

Конструкция полученного прибора оказалась аналогичной конструкции, предложенной сотрудником Сибирского металлургического института Н. Д. Бирючевским в его статье «Проективная теория приборов для вычерчивания перспективных и аксонометрических изображений». Однако авторы настоящей статьи построили свой прибор на основании иных теоретических рассуждений, независимо от Н. Д. Бирючевского, и провели более глубокое исследование в применении к задачам практики, чего в статье Н. Д. Бирючевского не имеется.

Схема предлагаемого прибора и теория его работы представлена на фиг. 1 при проектировании простейшего геометрического тела—куба. В левой части чертежа изображены фронтальная и горизонтальная проекции куба 12345678. Горизонтальные линии представляют собой борты чертежной доски, по которым скользят горизонтальные линейки *I* и *II*. К линейке — движку *II* на шарнирах прикреплены наклонные линейки *IV* и *VI*, могущие передвигаться только одновременно и закрепляться на движке на разных расстояниях друг от друга. К нижней линейке — движку *I* на шарнирах прикреплены наклонные линейки *III* и *V*, которые могут передвигаться только одновременно. Углы наклона линеек $\varphi_0, \psi_0, \varphi_3, \psi_3$ могут иметь различные значения в зависимости от строящегося аксонометрического изображения.

Левые линейки *III* и *IV* ставятся на горизонтальную и фронтальную проекции какой-либо точки, а правые линейки *V* и *VI* должны пересекаться в точке, показывающей ее аксонометрическую проекцию.

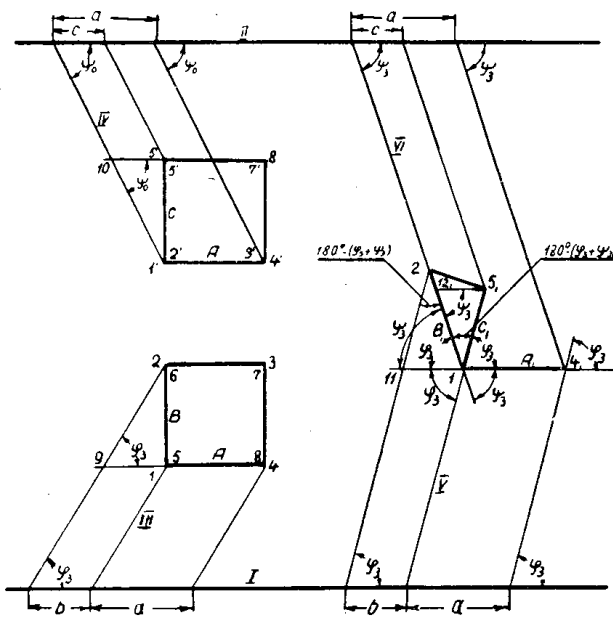
Таким образом обходятся все точки проекции данного объекта и получаются их аксонометрические изображения, которые соединяются затем соответствующими прямыми или кривыми линиями с учетом видимости их на проекциях.

На фиг. 1 ребра куба расположены параллельно координатным осям: ребро 1—4 параллельно оси OX , ребро 1—2 — параллельно оси OY и ребро 1—5 — параллельно оси OZ и обозначены буквами A, B, C .

Предположим, что эти ребра спроектируются в величины A_1, B_1, C_1 , тогда коэффициенты искажения по аксонометрическим осям будут выражаться отношениями

$$\frac{A_1}{A} = p, \quad \frac{B_1}{B} = q,$$

$$\frac{C_1}{C} = r.$$



Фиг. 1

Так как предлагаемый прибор спроектирован для построения только прямоугольной аксонометрии (изометрии и диметрии) и фронтальной косоугольной диметрии, то коэффициенты искажения должны иметь величины (по ГОСТу)

для изометрии $p = 1, q = 1, r = 1$,

для диметрии $p = 1, q = \frac{1}{2}, r = 1$,

для фронтальной диметрии $p = 1, q = \frac{1}{2}, r = 1$.

Так во всех этих случаях коэффициент $p = 1$, то ребро куба 1—4 (A) должно проектироваться в аксонометрии без искажения. Следовательно, если линейку III передвинуть на величину $a = A$, то линейка V должна передвинуться тоже на величину $a = A = A_1$ и тогда получается

$$\frac{A_1}{A} = p = 1. \quad (1)$$

При установке линеек III и IV на точки 2 и 5 — точки закрепления их на движках I и II переместятся на величины b и c . Тогда из треугольников 1—2—9 и 1—5—10 можно получить

$$b = B \cdot \text{ctg } \varphi_0 \quad \text{и} \quad c = C \cdot \text{ctg } \psi_0. \quad (2)$$

Установим зависимость между углами наклона линеек-двигков к линейкам III, IV, V, VI, т. е. углами $\varphi_0, \psi_0, \psi_3, \psi_3$ при условии, что ребра куба B и C в аксонометрии получают величины B_1 и C_1 .

Из треугольника 1—2—11 (правый чертеж) имеем

$$\frac{b}{\sin \{180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3)\}} = \frac{B}{\sin \varphi_3} = \frac{b}{\sin (\varphi_3 + \psi_3)},$$

или

$$\frac{B_1}{b} = \frac{\sin \varphi_3}{\sin (\varphi_3 + \psi_3)},$$

а так как $\frac{B_1}{B} = q$, то $\frac{q \cdot B}{b} = \frac{\sin \varphi_3}{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}$, или из выражения (2)

имеем

$$\frac{q \cdot B}{B \cdot \text{ctg } \varphi_0} = \frac{\sin \varphi_3}{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}, \text{ или } \frac{q}{\text{ctg } \varphi_0} = \frac{\sin \varphi_3}{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}. \quad (3)$$

Из треугольника 1—5—12 имеем

$$\frac{c}{\sin \{180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3)\}} = \frac{c_1}{\sin \psi_3},$$

или

$$\frac{c}{C_1} = \frac{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3}$$

или

$$\frac{c}{C \cdot r} = \frac{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3}.$$

Принимая во внимание выражение (2), имеем

$$\frac{C \cdot \text{ctg } \psi_0}{C \cdot r} = \frac{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3}, \text{ или } \frac{\text{ctg } \psi_0}{r} = \frac{\sin (\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3}, \quad (4)$$

Определяем величины углов φ_0 , ψ_0 , φ_3 , ψ_3 для получения изометрии, диметрии и фронтальной диметрии.

1. **Изометрия.** Принимаем коэффициент искажения равным

$$p = q = r = 1.$$

На основании принятого выше условия, что в изометрии ребро куба 1—4 = A должно располагаться горизонтально, изометрическое изображение куба будет повернутым по часовой стрелке на угол 30° и примет вид, представленный на фиг. 2. Тогда зависимость между углами будет следующей:

$$180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3) + \varphi_3 = 120^\circ,$$

или

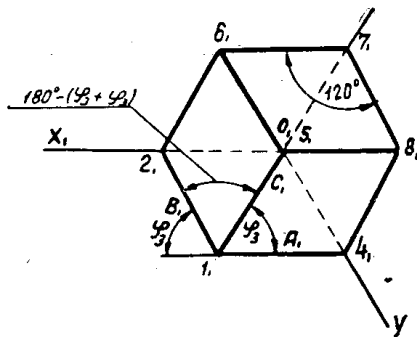
$$60^\circ - \varphi_3 - \psi_3 + \varphi_3 = 0 \text{ и } \psi_3 = 60^\circ. \quad (5)$$

Так как угол между ребрами B_1 и C_1 в изометрии равен 60° , то

$$180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3) = 60^\circ,$$

или

$$180^\circ - \varphi_3 - 60^\circ = 60^\circ \text{ и } \varphi_3 = 60^\circ. \quad (6)$$



Фиг. 2

Из равенства (3) имеем

$$\operatorname{ctg} \varphi_0 = \frac{\sin(\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \varphi_3} \cdot q,$$

или

$$\operatorname{ctg} \varphi_0 = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot 1 = 1,$$

следовательно,

$$\varphi_0 = 45^\circ. \quad (7)$$

Из выражения (4) имеем

$$\operatorname{ctg} \psi_0 = \frac{\sin(\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3} \cdot r = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot 1 = 1,$$

следовательно,

$$\psi_0 = 45^\circ. \quad (8)$$

2. Диметрия. Принимаем коэффициенты равными $p = v = 1$, $q = \frac{1}{2}$.

На основании предыдущего ребро куба 1—4 = A в диметрии располагаем также горизонтально. Тогда диметрическое изображение куба окажется повернутым по часовой стрелке на угол γ и примет вид, показанный на фиг. 3. Тогда зависимость между углами будет следующая:

$$180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3) + \varphi_3 = 131^\circ 25',$$

или

$$48^\circ 35' - (\varphi_3 + \psi_3) + \varphi_3 = 0,$$

или

$$48^\circ 35' - \varphi_3 - \psi_3 + \varphi_3 = 0$$

(9)

$$\text{и } \psi_3 = 48^\circ 35'.$$

Так как угол в диметрии равен

$$180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3) = 48^\circ 35', \text{ то}$$

$$180^\circ - \varphi_3 - \psi_3 = 48^\circ 35' \quad \text{и} \quad \varphi_3 = 180^\circ - \psi_3 - 48^\circ 35', \quad (9)$$

или

$$\varphi_3 = 180^\circ - 48^\circ 35' - 48^\circ 35' = 82^\circ 50' \quad \text{и} \quad \psi_3 = 82^\circ 50'. \quad (10)$$

На основании равенства (3) имеем

$$\operatorname{ctg} \varphi_0 = \frac{\sin(\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \varphi_3} \cdot q,$$

или

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \varphi_0 &= \frac{\sin(48^\circ 35' + 82^\circ 50')}{\sin 82^\circ 50'} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sin(180^\circ - 131^\circ 25')}{\sin 82^\circ 50' \cdot 2} = \\ &= \frac{\sin 48^\circ 35'}{2 \cdot \sin 82^\circ 50'} = \frac{0,75}{2 \cdot 0,992} = 0,378, \end{aligned}$$

откуда

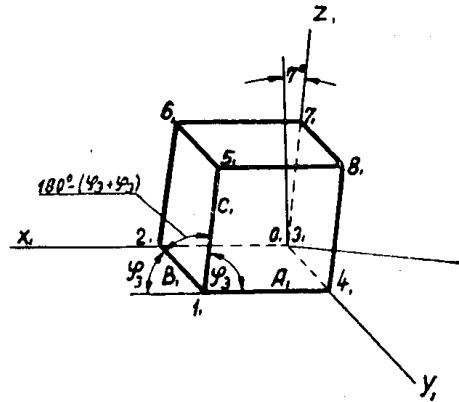
$$\varphi_0 = 69^\circ 20'. \quad (11)$$

Из выражения (4) имеем

$$\operatorname{ctg} \psi_0 = \frac{\sin(\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3} \cdot r = \frac{\sin 131^\circ 25'}{\sin 48^\circ 35'} \cdot 1 = \frac{\sin 48^\circ 35'}{\sin 48^\circ 35'} \cdot 1 = 1,$$

откуда

$$\psi_0 = 45^\circ. \quad (12)$$



Фиг. 3

3. Фронтальная диметрия. Принимаем коэффициенты искажения равными $p = r = 1$, $q = \frac{1}{2}$.

На основании прежних рассуждений ребро куба 1—4 = A будет расположено во фронтальной диметрии горизонтально согласно фиг. 4.

Тогда зависимость между углами наклона линеек будет следующая:

$$\varphi_0 = 90^\circ, \quad (13)$$

$$180^\circ - (\varphi_3 + \psi_3) + \varphi_3 = 45^\circ,$$

или

$$180^\circ - 90^\circ - \psi_3 + 90^\circ = 45^\circ,$$

откуда

$$\psi_3 = 45^\circ. \quad (14)$$

На основании выражения (3)

имеем

$$\operatorname{ctg} \varphi_0 = \frac{\sin(\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \varphi_3} \cdot q = \frac{\sin 135^\circ}{\sin 90^\circ} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2} = 0,3535,$$

откуда

$$\varphi_0 = 70^\circ 35'. \quad (15)$$

Из выражения (4) имеем

$$\operatorname{ctg} \psi_0 = \frac{\sin(\varphi_3 + \psi_3)}{\sin \psi_3} \cdot r = \frac{\sin 135^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot 1 = \frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 1,$$

откуда

$$\psi_0 = 45^\circ. \quad (16)$$

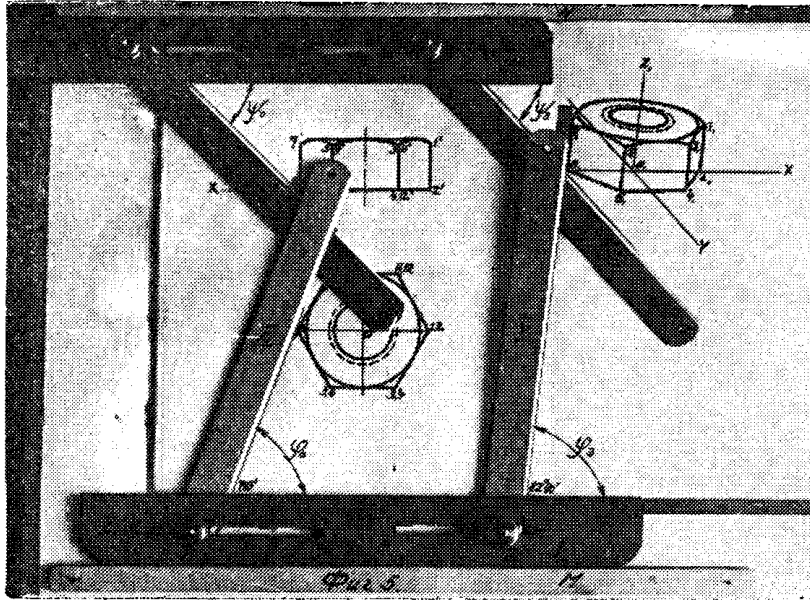
Таким образом величины углов наклона линеек к движкам можно свести в следующую таблицу:

	φ_0	ψ_0	φ_3	ψ_3
Изометрия	45°	45°	60°	60°
Диметрия	69°20'	45°	82°50'	48°35'
Фронтальная диметрия	70°30'	45°	90°	45°

На основании изложенных теоретических рассуждений создана конструкция упрощенного аксонографа, показанная на фиг. 5.

Аксонограф состоит из двух горизонтальных линеек I и II , могущих перемещаться горизонтально по направляющим линейкам M и N , устанавливаемым на чертежной доске в соответствующем месте при помощи иголок или остриев на концах их. К движкам прикрепляются на винтах 1, 2, 3, 4 линейки III , IV , V , VI , которые, вращаясь на винтах, могут устанавливаться под требуемыми углами φ_0 , ψ_0 , φ_3 , ψ_3 по отношению к движкам I и II . Винты 1, 2, 3, 4 могут, в свою очередь, перемещаться горизонтально в пазах движков M и N и тем самым допускать различные взаимные положения линеек III и V , IV и VI в зависимости от того, где будет строиться аксонометрическое изображение предмета. На фиг. 5 показана установка прибора для построения прямоугольной

диметрии гайки. Линейки *III* и *IV* установлены соответственно на горизонтальной и вертикальной проекциях точки 8 (8,8') ребра гайки 7—8, тогда в пересечении линеек *V* и *VI* отмечается диметрическая проекция этой точки 8 и даже возможно вычертить в диметрии направление всего ребра гайки 7—8 вдоль ребра линейки *V*.



Фиг. 5

При помощи прибора, показанного на фиг. 5, построена изометрия куба — фиг. 6. На горизонтальных положениях движков *I* и *II* отмечены цифрами положения линеек *III*, *IV*, *V*, *VI* для построения изометрических изображений соответствующих вершин куба. Наклонные линейки расположены по отношению к движкам под углами

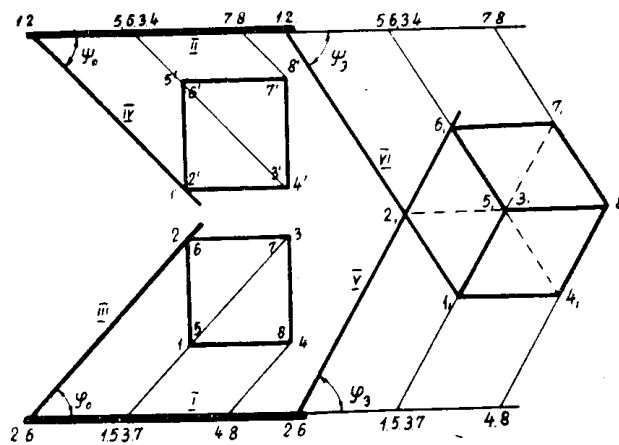
$$\begin{aligned} \varphi_0 &= 45^\circ, & \psi^0 &= 45^\circ, \\ \varphi_3 &= 60^\circ, & \psi_3 &= 60^\circ. \end{aligned}$$

На фиг. 7 показана диметрическая проекция того же куба. В этом случае углы наклона линеек *III*, *IV*, *V*, *VI* приняты равными

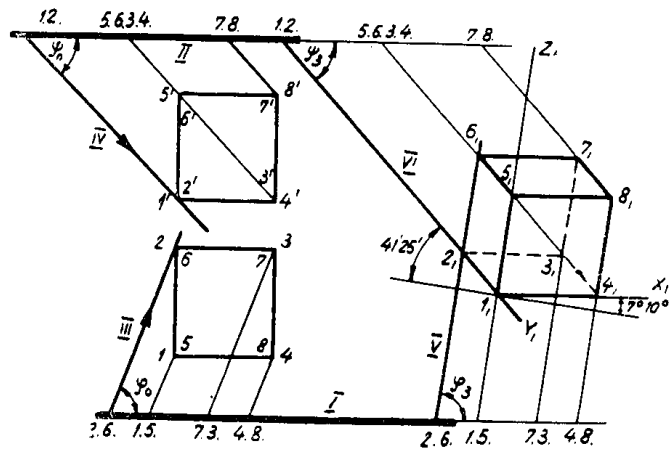
$$\varphi_0 = 69^\circ 20', \quad \psi_0 = 45^\circ, \quad \varphi_3 = 82^\circ 50', \quad \psi_3 = 48^\circ 35'.$$

На фиг. 8 показано построение фронтальной диметрии куба. Углы наклона линеек *III*, *IV*, *V*, *VI* приняты равными

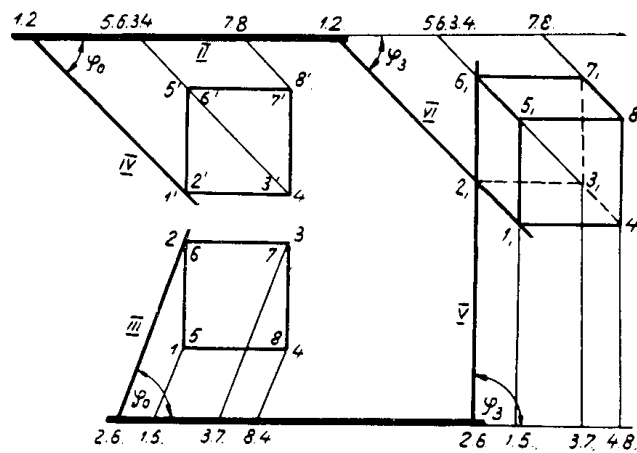
$$\varphi_0 = 70^\circ 35', \quad \psi_0 = 45^\circ, \quad \varphi_3 = 90^\circ, \quad \psi_3 = 45^\circ.$$



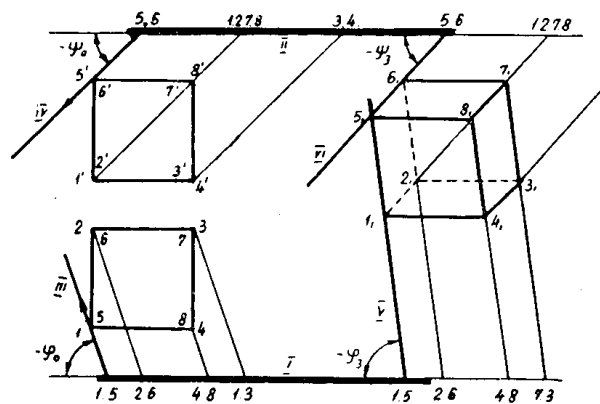
Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9

Если изменить наклон линеек *III*, *IV*, *V*, *VI* в левую сторону от вертикальной линии чертежа и принять правый наклон положительным, а в левую сторону — отрицательным, то такая перемена наклона будет равносильна перемене направления проектирования на аксонометрическую плоскость вместо правой в левую сторону. Такая перемена углов показана на фиг. 9, где построена диметрия куба.

Если сделать один из углов, например, φ_0 , отрицательным, но равным 45° , то куб является как бы перевернутым (фиг. 10). Лучи зрения будут направлены по стрелкам, показанным на линиях *III* и *IV*. Куб будет рассматриваться снизу с вершины 7.

Если изменить угол φ_0 на отрицательный, но равный по-прежнему $\varphi_0 = 69^\circ 20'$, то куб будет рассматриваться по направлению луча зрения, направленного со стороны вершины 4 снизу вверх.

Если изменить только оба наклона линеек *III* и *IV*, т. е. φ_0 и ψ_0 на отрицательные, но значение оставить $\varphi_0 = 69^\circ 20'$ и $\psi_0 = 45^\circ$, следовательно, направления лучей зрения со стороны вершины слева направо, то куб будет рассматриваться в перевернутом положении.

Если углы наклона φ_0 и ψ_0 оставить положительными и равными $\varphi_0 = 69^\circ 20'$, $\psi_0 = 45^\circ$, а углы φ_3 и ψ_3 заменить отрицательными, но по величине равными $\varphi_3 = 82^\circ 50'$ и $\psi_3 = 48^\circ 35'$, то куб будет рассматриваться со стороны вершины 3 слева направо.

Если углы $\varphi_3 = 82^\circ 50'$ и $\psi_3 = 48^\circ 35'$ оставить отрицательными, углу $\varphi_0 = 69^\circ 20'$ придать тоже отрицательное направление, а угол $\psi_0 = 45^\circ$ оставить положительным, то куб будет рассматриваться в перевернутом виде сзади слева направо.

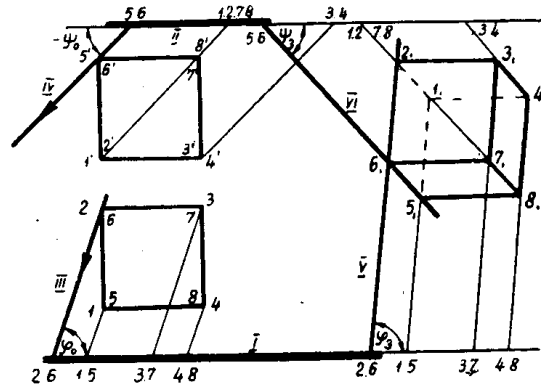
Если углы $\varphi_3 = 82^\circ 50'$ и $\psi_3 = 48^\circ 35'$ оставить отрицательными, угол $\varphi_0 = 69^\circ 20'$ оставить положительным, а угол $\psi_0 = 45^\circ$ поменять на отрицательный, то изображение куба будет представлено как вид со стороны вершины 1 снизу вверх слева направо.

Возможна еще перемена мест линеек *III* и *IV*, *V* и *VI* и вместе с ними и углов наклона φ_0 и ψ_0 , φ_3 и ψ_3 . Если переставить линейку *III* на верхний движок *II* под углом $\varphi_0 = 69^\circ 20'$, а линейку *IV* перенести на движок *I* под углом $\psi_0 = 45^\circ$, то же самое проделать и с линейками *V* и *VI*, расположив их под углами $\varphi_3 = 82^\circ 50'$ и $\psi_3 = 48^\circ 35'$ к движкам, то куб будет проектироваться со стороны вершины 5 слева направо в наклонном к зрителю положении.

К сожалению, ограниченный объем статьи не позволяет привести рисунки перечисленных вариантов изображений.

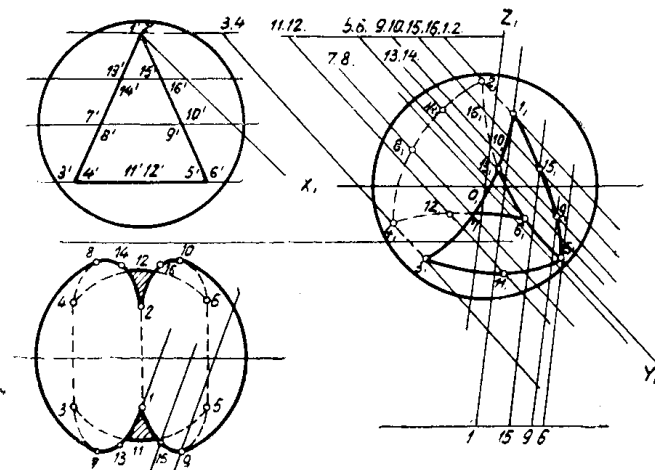
Такие же изменения в положении линеек можно произвести и при фронтальной диметрии. Однако приведенных примеров с кубом достаточно для того, чтобы отметить универсальность предложенной конструкции, позволяющей строить механическим путем аксонометрические изображения объекта с разных точек зрения и притом с коэффициентами искажения, рекомендованными ГОСТом 3453—59 для изометрии, диметрии и фронтальной диметрии: 1:1:1, 1:1/2:1, 1:1/2:1.

В качестве применения аксонографа на фиг. 11 представлено изображение шара с трехгранным вырезом. Для выполнения такого



Фиг. 10

изображения сначала намечены на горизонтальной и вертикальной проекциях точки, принадлежащие линиям выреза в количестве 15, затем установлены линейки прибора под углами $\varphi_0 = 69^\circ 20'$, $\psi_0 = 45^\circ$, $\varphi_3 = 82^\circ 50'$, $\psi_3 = 48^\circ 35'$ (фиг. 5) и найдены аксонометрические проекции всех точек с помощью прибора. На построение такого изображения было затрачено 15 минут, считая в том числе и обводку.



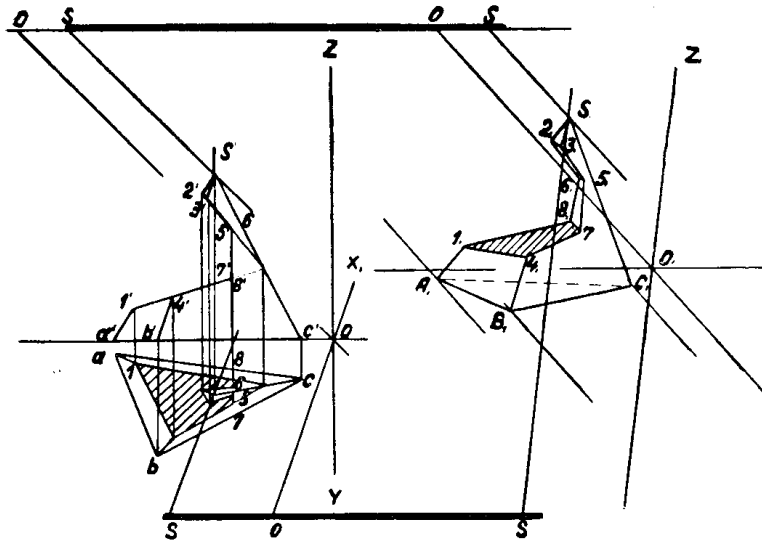
Фиг. 11

Следует заметить, что ось O_1X_1 в диметрии получается повернутой по часовой стрелке на 7° , что, конечно, не изменяет качества полученного изображения. Для сохранения обычного положения оси O_1X_1 , наклоненной к горизонтальной линии под углом 7° вниз, можно рекомендовать строить диметрию (или вообще всякую аксонометрию) на отдельном чертежном листе, приколотом на чертежной доске рядом с данными ортогональными проекциями и повернутом по часовой стрелке на 7° своей левой стороной. При таком положении листа ось O_1X_1 примет обычное положение относительно нижней его стороны.

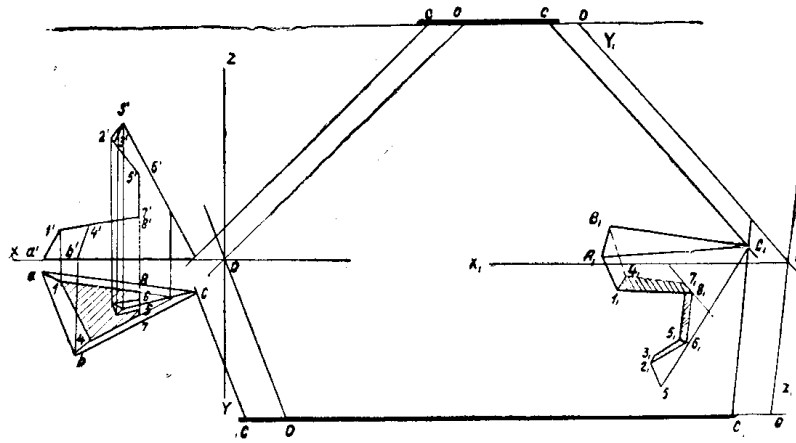
На фиг. 12 показано построение в диметрии пирамиды с вырезом, причем на фиг. 13 углы для линеек *III* и *IV* взяты отрицательными. Для построения такой фигуры потребовалось всего 10 минут при безошибочном построении изображения. На фиг. 14 выполнено построение диметрической аксонометрии технической детали по данным ее проекциям. Для выполнения фиг. 14 потребовалось 25 минут. При обычном построении такого изображения затратилось бы значительно больше времени при возможных и неизбежных ошибках в сложных фигурах, особенно в построении линий пересечения криволинейных поверхностей.

Укажем еще одну особенность предложенной конструкции, а именно возможность строить вертикальную и горизонтальную проекции объекта по его аксонометрическому изображению. Покажем на фиг. 15 это построение.

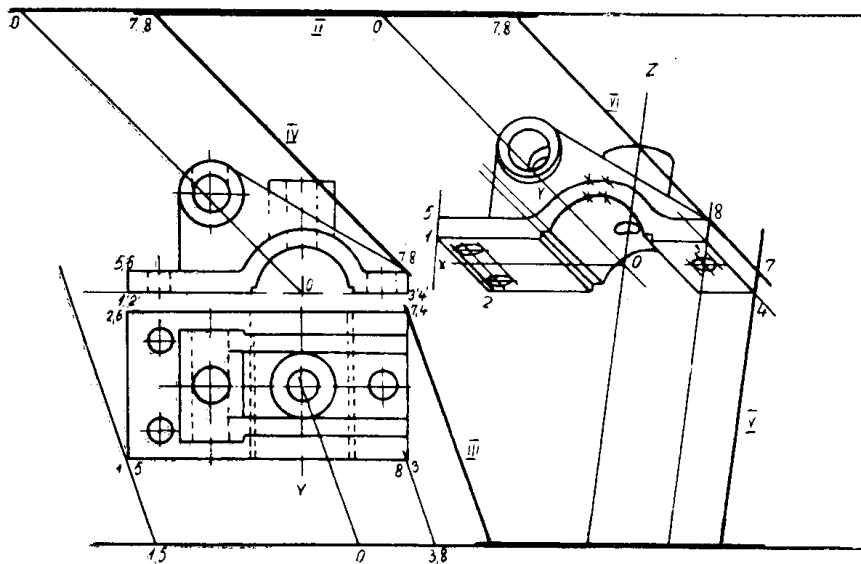
Предположим, что дано изображение куба в прямоугольной диметрии и для построения ортогональных проекций его поступаем следующим образом. Прибор устанавливаем на чертеже, как уже описывалось ранее; линейки *III*, *IV*, *V*, *VI* устанавливаем под требуемыми углами φ_0 , ψ_0 , φ_3 , ψ_3 к движкам *I* и *II*, как при построении диметрии. Затем линейки *V* и *VI* ставим на диметрическую проекцию какой-либо точки, например, *1* и около ребра линейки *III* отмечаем точку *1* в любом ее месте и по ребру линейки *IV* на вертикальной линии от *1* отмечаем вертикальную проекцию точки *1'*. Линейка *VI* передвигается затем в точ-



Фиг. 12



Фиг. 13



Фиг. 14

ИСПРАВЛЕНИЯ И ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строки		Фиг.	Напечатано	Следует читать
	сверху	снизу			
21			1 нижн. угол слева		
23		14	—	φ_3 —48°35' (9)	φ_0 —48°35'
36		1	—	$f > n$	$f > h$
36		15	—	фиг. 2	фиг. 1
42		1	—	$PACD$	$PASD$
42		2	—	GL	GT
56		19	—	ТПИ	ГПИ
58	24	—	—	не собственную точку.	несобственную точку.
58	28—29	—	—	(прямого кругового)	прямого кругового
60	8	—	—	MM и KK ,	MM_1 и KK_1
60	9	—	—	KK	KK_1
60		10	—	$\kappa' \kappa'_1$.	$\kappa' \kappa'_1$.
60		18	—	вертикальной	фронтальной
61		7	—	вертикальной	фронтальной
66		6	—	$\frac{x^2}{R^2 \kappa_1^2} =$	$\frac{x^2}{R^2 \kappa_1^2} +$
68	19	—	—	Формула	Формулы
68		6	—	$= az$	$= 4 az$
73	6	—	—	$b^\kappa(0)$	$b_\kappa(0)$
76	—	7	—	2,0	1,0