

## О РАЗБРОСЕ ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

О. П. МУРАВЛЕВ, Э. К. СТРЕЛЬБИЦКИЙ

(Рекомендовано научным семинаром кафедр электрических машин  
и общей электротехники.)

В настоящее время значение проблемы точности производства для дальнейшего развития народного хозяйства широко признано [1]. Однако внедрение точностных расчетов в практику конструкторских и технологических бюро все еще крайне незначительно. В частности, при проектировании электрических машин не производится точностного расчета выходных параметров.

Установление допусков производится либо директивно, либо экспериментально. Существующие нормы на допустимые отклонения выход-

ных параметров асинхронных двигателей назначены почти одинаковыми для всего диапазона кратностей моментов, скоростей и т. п. В результате у части двигателей имеются неоправданно большие запасы точности, а у других типов двигателей большие колебания параметров даже в пределах допуска значительно ухудшают эксплуатационные характеристики, в частности надежность.

Вредное влияние большого разброса параметров не ограничивается повышенной вероятностью брака. Большой разброс величины пускового момента приводит к большому разбросу срока службы изоляции обмотки статора, особенно в режиме частых пусков под нагрузкой. Допустим, что пусковой момент уменьшился на 20% относительно номинального пускового. Для этого случая уменьшение срока службы изоляции в зависимости от нагрузки на валу двигателя А61-2 представлено на рис. 1.

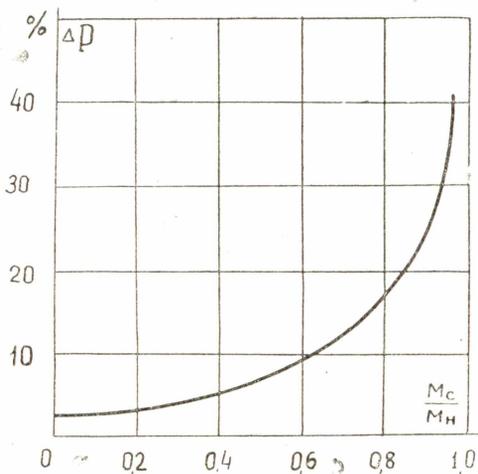


Рис. 1. Уменьшение срока службы изоляции в функции от нагрузки на валу для двигателя А61-2 ( $M_n=0,8 M_{пн}=-0,96 M_n$ , маховой момент агрегата равен двойному маховому моменту двигателя).  $\Delta p$ —уменьшение срока службы по отношению и случаю  $M_n=M_{пн}=1,2 M_n$ .  $M_c$ —статический момент на валу;  $M_{пн}$ —каталожный пусковой момент.

Как показали расчеты, проведенные по методике И. А. Сыромятникова [2], для асинхронных электродвигателей серии А, при перегре-

вах обмотки статора порядка 30—50°C в повторно-кратковременном режиме износ изоляции в основном происходит во время пусков.

Увеличение износа изоляции при уменьшении пускового момента в сильной степени зависит от скорости вращения, постоянной времени нагрева обмотки, механической постоянной времени, величины пускового тока, пускового и максимального моментов.

На рис. 2 представлена зависимость уменьшения срока службы изоляции  $\Delta p$  от механической постоянной времени агрегата двигатель — механизм  $T_j$ . Данные для расчета: постоянная времени нагрева обмотки  $T = 140 \text{ сек}$ , перегрев обмотки статора в номинальном режиме  $\tau_n = 40^\circ\text{C}$ , температура окружающей среды  $\Theta_{\text{окр}} = 35^\circ\text{C}$ , кратность пускового тока  $\frac{I_n}{I_n} = 5$ , кратность пускового момента  $\frac{M_n}{M_n} = 1,2$ ,

кратность максимального момента  $\frac{M_m}{M_n} = 2,5$ . Уменьшение срока службы изоляции подсчитывалось при уменьшении пускового момента на 20 % относительно каталожного.

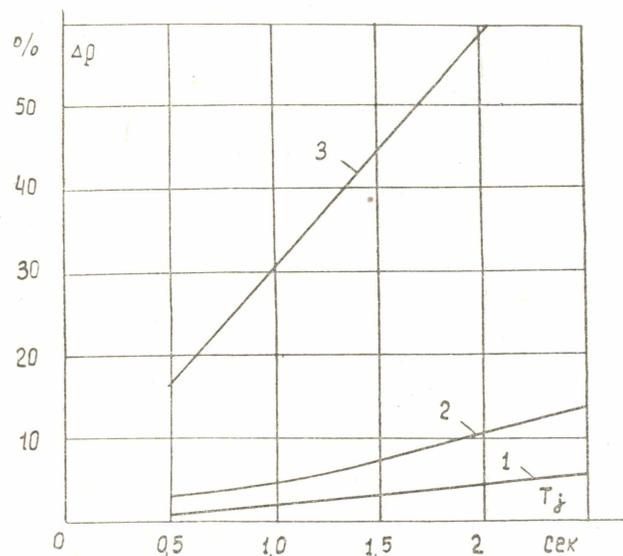


Рис. 2. Уменьшение срока службы изоляции в зависимости от механической постоянной времени для разной нагрузки

$$1 - \frac{M_c}{M_n} = 0$$

$$2 - \frac{M_c}{M_n} = 0,5$$

$$3 - \frac{M_c}{M_n} = 0,9$$

Можно показать, что разброс потерь также приводит к резкому сокращению срока службы изоляции обмоток у некоторых машин и, следовательно, к уменьшению надежности.

Таким образом, точность изготовления является решающим фактором повышения качества и надежности электрических машин.

В настоящей работе предлагается методика расчета влияния на точность и надежность асинхронных двигателей различных конструктивных решений. Для определенности условимся называть выходными

параметрами данные, характеризующие работу машины (пусковой момент, ток короткого замыкания, к. п. д. и т. п.), параметрами схемы замещения — электрические параметры машины, входными параметрами — основные и локальные размеры, а также характеристики применяемых материалов (величина воздушного зазора, диаметр провода, удельное сопротивление алюминия и т. п.).

Выходные и входные параметры электрической машины в самом общем виде могут быть связаны следующим выражением:

$$y_i = f_i(x_1, \dots, x_j, \dots, x_m), \quad (1)$$

где  $y_i$  — выходной параметр;

$x_j$  — входной параметр.

Уравнение для относительных погрешностей имеет вид

$$\frac{\Delta y_i}{y_{i0}} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i(x_1, \dots, x_j, \dots)}{\partial x_j} \cdot \frac{x_{j0}}{f_i(x_1, \dots, x_j, \dots)} \frac{\Delta x_j}{x_{j0}}, \quad (2)$$

где  $y_{i0}$  и  $x_{j0}$  — номинальные значения параметров;

$\Delta y_i$  и  $\Delta x_j$  — отклонения параметров от номинального значения.

Коэффициенты уравнения (2), стоящие перед погрешностями входных параметров и определяющие степень влияния их на погрешности выходных параметров, называются коэффициентами влияния.

В реальном случае точность выходных параметров машины будет описываться системой  $l$  уравнений погрешностей, где  $l$  — число рассматриваемых выходных параметров. Эти уравнения являются исходными для расчета допусков.

Пользуясь уравнениями погрешностей, можно произвести расчет отклонений выходного параметра по заданным допускам на входные параметры и расчет допустимых отклонений входных параметров по заданному допуску на выходной.

Из выражения (2) следует, что уменьшение разброса выходного параметра может быть достигнуто двумя путями:

- 1) вариацией коэффициентов влияния,
- 2) уменьшением разброса входных параметров.

Наилучшее решение получается при использовании обоих способов. Мы рассмотрим лишь первый, т. е. исследуем влияние конструктивных данных машины на чувствительность выходных параметров различных машин к одинаковым технологическим погрешностям.

Коэффициенты влияния могут быть определены различными методами. Если имеются несложные уравнения (1), коэффициент влияния  $j$ -го входного параметра на  $i$ -ый выходной параметр может быть определен аналитическим методом:

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial f_i(x_1, \dots, x_j, \dots)}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j}{f_i(x_1, \dots, x_j, \dots)}. \quad (3)$$

Подставив в выражение (3) расчетные номинальные значения параметров, получим численное значение данного коэффициента.

При сложных функциях (1) этот метод трудоемок. Кроме того, не всегда имеется аналитическая функция (1), например, для перегрева обмотки.

Для любого выходного параметра нетрудно написать уравнение погрешности с неизвестными коэффициентами влияния, которые можно рассчитать численным методом.

В ряде случаев коэффициенты влияния могут быть найдены экспериментальным путем, если имеется возможность поддерживать неизменными все входные параметры за исключением одного.



Коэффициенты влияния  $\beta_{jk}$  определяются по аналогии с  $\alpha_{ij}$ . Очевидно, что

$$\overline{\Delta y} = C \overline{\Delta z}, \quad (12)$$

где

$$C = A \cdot B. \quad (13)$$

Использование уравнения (12) позволяет установить долевое влияние конструкции и технологии на точность и надежность машины, что облегчает разработку мероприятий по повышению надежности [3].

Матрицу  $C$  можно вычислить непосредственно, имея аналитические зависимости между  $y$  и  $z$ , но удобнее воспользоваться выражением (13), так как в этом случае удается избежать громоздких преобразований.

Выражение (12) нас будет интересовать в первую очередь, так как погрешности  $\overline{\Delta y}$  в конечном счете определяются погрешностями  $\overline{\Delta z}$ .

### Пути решения вопросов точности

Из уравнений (3) и (12) можно заключить, что практическое решение вопросов точности в зависимости от важности задачи, стадии проектирования и изготовления, а также от возможности изменения принятого конструкторского, технологического и технико-экономического решения можно проводить по следующим направлениям:

1. Задано  $C$  и  $\overline{\Delta z}$ , требуется определить  $\overline{\Delta y}$ . Иначе говоря, для заданного конструктивного решения и точностных показателей технологии провести проверочный расчет на точность выходных параметров.

2. Задано  $\overline{\Delta y}$  и  $C$ . Требуется определить  $\overline{\Delta z}$ . Решение будет единственным, если  $l = n$  и неопределенным математически, если  $l < m$ . В последнем случае из множества решений требуется выбрать такой вектор  $\overline{\Delta z}$ , который обеспечивал бы минимальную стоимость обеспечения допусков  $\overline{\Delta z}$ . Эта задача может быть решена методами математического программирования, если известны зависимости между величиной допуска и стоимостью его обеспечения. Такой путь целесообразен в условиях установившегося производства отработанной конструкции.

3. Задано  $\overline{\Delta z}$ . Требуется определить  $C$  при условии минимизации вектора  $\overline{\Delta y}$  или отдельных его составляющих, не выходя за пределы некоторых ограничений на составляющие матрицы  $C$ , налагаемых конструктивным решением. Иначе говоря, требуется изменить конструктивное решение в пределах экономической соразмерности таким образом, чтобы получить конструкцию, имеющую минимальную чувствительность выходных параметров к фактическим колебаниям входных параметров. Этот путь приемлем на начальной стадии проектирования, когда мы еще мало связаны конструктивными решениями.

4. Определить  $\overline{\Delta y}$ ,  $C$ , и  $\overline{\Delta z}$  из условия минимальной действительной стоимости машины. Такой путь предлагает одновременный учет технических условий, требований минимизации расхода материалов, стоимости производства, стоимости эксплуатации и желаемых точностных условий. Решение в этом случае более сложно, но и наиболее эффективно, поскольку, хотя в начале разработки произведены большие расходы, конструкция получается наиболее совершенной при минимально низкой ее стоимости.

## Анализ матриц коэффициентов влияния для асинхронных короткозамкнутых электродвигателей серии А 3... 6 габаритов

Аналитическим и численным методами были рассчитаны коэффициенты для ряда машин. Одноименные коэффициенты изменяются от машины к машине, и для удобства анализа ниже представлены статистические характеристики этих коэффициентов: среднее  $C_m$ , стандартное отклонение  $C_\sigma$  и коэффициент изменчивости  $C_v = \frac{C_\sigma}{C_m}$ , рассчитанные обычными методами [4].

Матрица средних значений коэффициентов матрицы

$$C_m = \begin{vmatrix} -1,732 & 0,536 & -0,759 & 0,761 & 0,490 & -0,242 & -0,103 & -0,150 \\ -1,870 & 0,268 & -0,380 & -0,121 & 0,247 & -0,171 & -0,400 & 0,581 \\ 0,924 & -0,969 & 0,486 & 0,220 & 0,000 & 0,000 & 0,154 & 0,286 \\ 1,188 & -0,0436 & -0,0323 & 0,0191 & -0,420 & 0,712 & -0,0769 & 0,1020 \end{vmatrix}$$

Матрица стандартных отклонений

$$C_\sigma = \begin{vmatrix} 0,1595 & 0,292 & 0,297 & 0,121 & 0,1305 & 0,1365 & 0,0312 & 0,112 \\ 0,0802 & 0,146 & 0,167 & 0,0606 & 0,0653 & 0,0703 & 0,0725 & 0,0484 \\ 0,067 & 0,101 & 0,052 & 0,034 & 0,000 & 0,000 & 0,0185 & 0,0466 \\ 0,345 & 0,0168 & 0,088 & 0,0553 & 0,0847 & 0,0885 & 0,026 & 0,0455 \end{vmatrix}$$

Матрица коэффициентов исследования

$$C_v = \begin{vmatrix} 0,092 & 0,544 & 0,392 & 0,159 & 0,266 & 0,339 & 0,303 & 0,746 \\ 0,0428 & 0,544 & 0,488 & 0,501 & 0,267 & 0,411 & 0,181 & 0,0831 \\ 0,0725 & 0,104 & 0,107 & 0,154 & 0,000 & 0,000 & 0,317 & 0,164 \\ 0,291 & 0,385 & 2,730 & 2,900 & 0,202 & 0,124 & 0,338 & 0,446 \end{vmatrix}$$

В общем случае нас интересуют не сами коэффициенты влияния, а их произведения на соответствующие отклонения входных параметров, так как именно эти произведения определяют структуру погрешностей выходных параметров. Без знания  $\Delta z$  и  $\Delta x$  мы не можем приступить к разработке экономически обоснованных рекомендаций по повышению точности. Тем не менее учитывая, что для геометрически подобных машин в условиях сходных технологических процессов одного завода  $\Delta z$  и  $\Delta x$  для различных машин близки, мы можем оценить чувствительность отдельных машин и отдельных выходных параметров к отклонениям составляющих  $\Delta z$  и  $\Delta x$ .

Анализируя матрицы  $C_m$  и  $C_v$  можно сделать следующие выводы:

1. Отдельные составляющие  $\Delta z$  по-разному влияют на  $\Delta y$ . Следовательно, для анализа фактического разброса и разработки рекомендаций по повышению точности даже для отрезка серии в целом необходимо, кроме коэффициентов влияния, знать вектор  $\Delta z$ .

2. При изменении всех составляющих  $\Delta z$  на 1% колебания пускового момента составляет 4,38%, гока короткого замыкания — 4,04%, активных потерь — 3,04%, реактивной мощности — 2,59%. Наиболее чувствительным при прочих равных условиях к отклонениям является пусковой момент, что качественно согласуется с имеющимися статистическими данными [5].

3. Из структуры матрицы  $C_v$  следует, что в общем случае более эффективным является разработка рекомендаций по повышению точно-

сти не в целом для отрезка серии, а для конкретной машины из-за наличия вариаций коэффициентов влияния.

4. В изменении одноименных коэффициентов влияния не обнаружено жесткой функциональной связи от мощности, скорости и отношения главных размеров. Это изменение носит случайный характер и вызвано отступлениями от идеальной соразмерности при проектировании из-за желаний удовлетворить заданным техническим условиям.

Поскольку коэффициенты влияния определяют чувствительность выходных параметров от колебаний входных параметров, представляется целесообразным изучить возможности оптимизации матрицы этих коэффициентов с целью получения машины с минимальной чувствительностью к качеству технологического процесса.

Исследование показало, что при заданных технических требованиях (число полюсов, коэффициент мощности, к. п. д., кратности пускового и максимального моментов и пускового тока) такие показатели, как  $r_k$ ,  $x_k$  и  $x_m$ , определяются почти однозначно. Это обстоятельство накладывает ряд связей на коэффициенты влияния  $\alpha_{ij}$ . Например, для первой строки матрицы  $A$  (для пускового момента) имеем следующие связи:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} &= -1, \\ |\alpha_{12}| - |\alpha_{11}| &= \frac{x_k^2 - r_k^2}{r_k^2 + x_k^2}, \\ |\alpha_{13}| + |\alpha_{14}| &= \frac{2x_k^2}{r_k^2 + x_k^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, имеется возможность лишь перераспределить активные сопротивления ротора и статора в пределах заданного  $r_k$ , причем минимум суммы  $|\alpha_{11}|$  и  $|\alpha_{12}|$  наступает при  $r_1 = 0$  и  $r_2' = r_k$ .

Наличие связей типа (14) резко ограничивает возможности минимизации вектора  $\Delta u$  вариацией коэффициентов влияния.

В том случае, если  $x_k$  и  $r_k$  не заданы, а подлежат выбору при проектировании с учетом требований обеспечения заданной точности, имеются значительно большие возможности минимизации коэффициентов матрицы  $A$ . Установлено, что при изменении  $r_k$  и  $x_k$  коэффициенты  $\alpha_{ij}$  изменяются в различной степени, а именно:  $\alpha_{11}$  изменяется сильнее по сравнению с  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{13}$ ,  $\alpha_{14}$ . Кроме того, величина изменения  $\alpha_{ij}$  сильно зависит от отношения  $\frac{r_k}{x_k}$ , т. е. от мощности машины.

В частности, для пускового момента

$$\sum_1^4 |\alpha_{1j}| = \frac{r_k^2 + 3x_k^2}{r_k^2 + x_k^2}. \quad (15)$$

Для рассматриваемых машин  $\frac{r_k}{x_k} = 1,045 \dots 0,289$ , а  $\sum_1^4 |\alpha_{1j}| = 2,18 \dots 2,86$ , т. е. с увеличением мощности в среднем возрастает чувствительность пускового момента к колебаниям параметров схемы замещения.

Для второй строки матрицы  $A$  (для пускового тока) имеем следующие связи с первой строкой:

$$\begin{aligned} \alpha_{21} &= 0,5 \alpha_{11}, \\ \alpha_{23} &= 0,5 \alpha_{13}, \\ \alpha_{24} &= 0,5 \alpha_{14}. \end{aligned} \quad (17)$$

Кроме того,

$$\sum_1 \alpha_{2j} = -1. \quad (17)$$

Поскольку число связей равно числу коэффициентов второй строки, то при фиксированном  $\Delta z$  вторая строка жестко связана с первой. Для третьей строки средние значения коэффициентов

$$\alpha_{31} = 0,486; \alpha_{32} = 0,220.$$

В соразмерной машине эти коэффициенты должны быть равны. Стличие объясняется отклонением плотностей токов в обмотках от идеальных. Для заданного габарита при увеличении длины машины сумма  $\alpha_{31}$  и  $\alpha_{32}$ , как правило, уменьшается.

Из сорока членов матрицы  $B$  22 члена равны нулю, 9 постоянны и только 9 зависят от номинальных величин входных параметров. Величина последних членов определяется локальной геометрией и электромагнитными нагрузками.

Таким образом, использование матриц коэффициентов влияния входных и выходных параметров позволяет наметить пути решения вопросов повышения точности.

### Выводы

1. Обеспечение точности электрических и механических величин электрических машин является решающим фактором повышения качества и надежности.

2. Обеспечение точности является комплексной проблемой, решать которую надо поэтапно, начиная от эскизного проектирования и кончая контролем продукции. Наиболее эффективным представляется учет требований точности уже на начальном этапе конструирования.

3. Применение математического аппарата теории погрешностей к анализу точности электрических машин позволяет установить взаимосвязи между входными и выходными параметрами, научно и экономически обоснованно выбрать путь повышения точности и надежности в каждом конкретном случае.

4. При выборе пути повышения точности необходим дифференциальный подход в зависимости от стадии конструирования и производства, от возможности изменения конструктивных и технологических решений.

5. Возможности повышения точности за счет вариации коэффициентов влияния сильно ограничены заданными выходными параметрами и электромагнитными нагрузками, так как в этом случае коэффициенты влияния мало зависят от локальной геометрии.

6. Различные машины и параметры даже в пределах участка серии имеют различную чувствительность к колебаниям входных параметров; в частности, при увеличении  $\frac{r_k}{x_k}$  чувствительность выходных параметров уменьшается при заданном технологическом процессе.

7. Использование матрицы  $C$ , представляющей связь между входными и выходными параметрами, значительно облегчает анализ точности асинхронных двигателей, позволяет назначать научно и экономически обоснованные допуски на электрические и технологические показатели.

8. Применимость использованной методологии не ограничивается асинхронными двигателями. Она может быть успешно применена также и к другим типам машин, особенно к микромашинам систем авто-

матики и отдельным узлам, например, при анализе надежности коллекторно-щеточного узла.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Бородачев. О нерешенных теоретических, методических и организационных вопросах, тормозящих широкое внедрение точностных технологических расчетов. Сборник «Основные вопросы точности, взаимозаменяемости и технических измерений в машиностроении», Машгиз, 1958.

2. И. А. Сыромятников. Режимы работы асинхронных и синхронных электродвигателей. ГЭИ, 1963.

3. О. П. Муравлев, Д. И. Санников, Э. К. Стрельбицкий. О теоретико-вероятностном методе изучения надежности электрических машин. Вестник электропромышленности, № 3, 1963.

4. Н. В. Смирнов, И. В. Дуин-Барковский. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, 1959.

5. Т. Г. Сорокер, О. Д. Гольдберг. Статистический контроль качества асинхронных электродвигателей в серийном производстве. Вестник электропромышленности, № 5, 1956.

---