

## О РАСЧЕТЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ МАШИН

Е. В. КОНОНЕНКО, А. Н. АЙФЕРТ

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин  
и общей электротехники.)

Одним из основных элементов при проектировании и расчете электрических машин является расчет магнитных полей. Знание магнитных полей дает возможность рассчитать магнитную цепь и индуктивные сопротивления машины. Однако в теории синхронных реактивных машин этот вопрос не имеет достаточно удовлетворительного решения.

В настоящей статье рассматриваются вопросы расчета магнитного поля в воздушном зазоре синхронной реактивной машины, имеющей обычный явнополюсный ротор и работающей в установившемся синхронном режиме.

При исследованиях и расчете синхронных реактивных машин используется теория двух реакций, что обуславливает применение принципа наложения магнитных полей. Последнее строго справедливо только для ненасыщенных магнитных цепей. Поэтому при расчете магнитных полей в воздушном зазоре принимаются следующие допущения:

- 1) магнитная проницаемость стали бесконечно велика по сравнению с проницаемостью воздуха [1, 2];
  - 2) при учете насыщения стали предполагается, что насыщение влияет только на величину магнитного потока.
- Уменьшение величины магнитного потока учитывается так же, как и зубчатость поверхностей статора и ротора — увеличением воздушного зазора посредством коэффициента насыщения [3];
- 3) при расчетах учитывается лишь первая гармоническая намагничивающей силы (н. с.), созданная обмотками;
  - 4) магнитное поле рассматривается как плоскопараллельное.

Магнитные поля в зависимости от конфигурации воздушного зазора обычно характеризуются различными коэффициентами. Эти коэффициенты должны определять связь между максимальной индукцией в воздушном зазоре, полным магнитным потоком и его первой гармонической составляющей, а также учесть уменьшение магнитного потока вследствие явнополюсности ротора. Коэффициенты магнитного поля должны быть определены как по продольной, так и по поперечной осям ротора.

Магнитное поле в воздушном зазоре синхронной реактивной машины может быть охарактеризовано следующей системой коэффициентов:

1. Расчетные коэффициенты полюсной дуги по продольной ( $\alpha_d$ ) и поперечной ( $\alpha_q$ ) осям, определяющие связь между максимальной ин-

дукцией в воздушном зазоре и полным магнитным потоком (рис. 1 и 2)

$$\alpha_d = \frac{\Phi_d}{\tau l B_{ad}}; \quad \alpha_q = \frac{\Phi_q}{\tau l B_{qm}}, \quad (1)$$

где  $\tau$  — полюсное деление,  
 $l$  — расчетная длина сердечника статора.

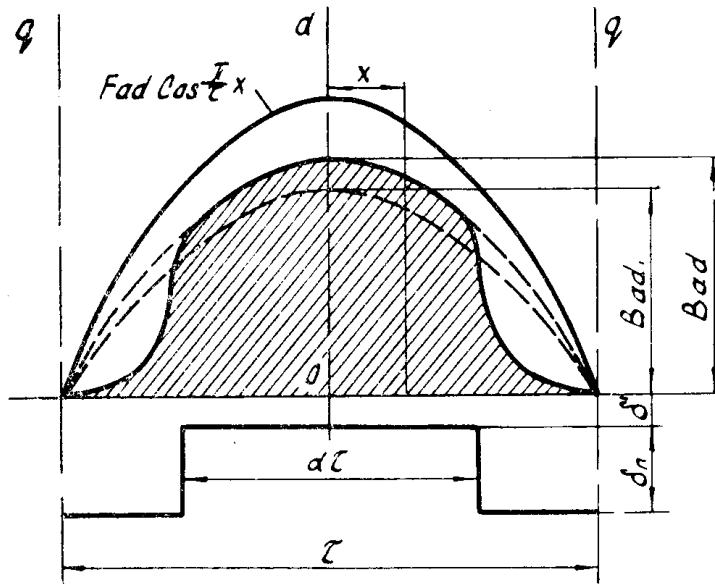


Рис. 1. Картина распределения магнитного поля в воздушном зазоре синхронной реактивной машины по продольной оси.

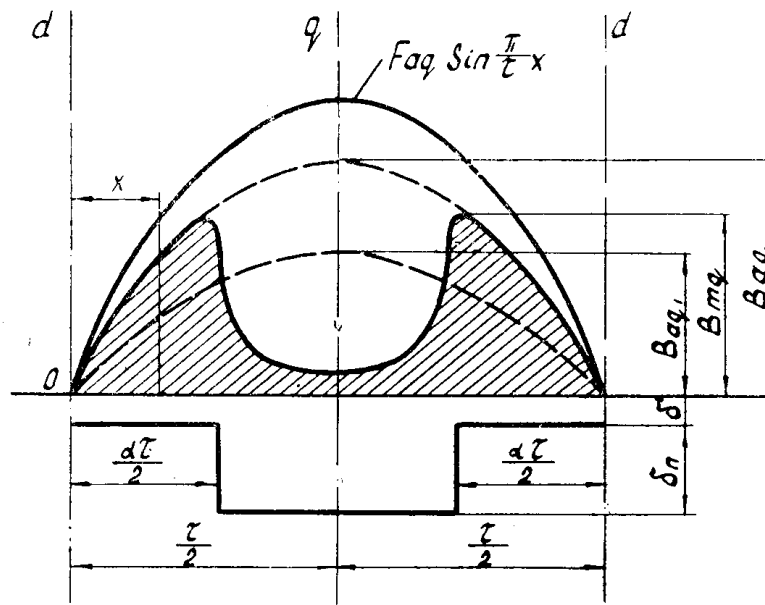


Рис. 2. Картина распределения магнитного поля в воздушном зазоре синхронной реактивной машины по поперечной оси.

2. Первые гармонические потоки по осям определяются коэффициентами

$$\kappa_{\Phi d} = \frac{\Phi_d}{\Phi_{d1}}; \quad \kappa_{\Phi q} = \frac{\Phi_q}{\Phi_{q1}}. \quad (2)$$

3. Коэффициенты формы поля по продольной ( $\kappa_d$ ) и поперечной ( $\kappa_q$ ) осям, определяющие уменьшение амплитуды первой гармонической поля из-за явнополюсности ротора

$$\kappa_d = \frac{B_{ad1}}{B_{ad}}; \quad \kappa_q = \frac{B_{aq1}}{B_{aq}}. \quad (3)$$

Коэффициенты  $\kappa_d$ ,  $\kappa_q$  синхронной реактивной машины аналогичны таким же коэффициентам явнополюсной синхронной машины.

Нетрудно установить, что при принятых допущениях

$$\kappa_{\psi d} = \frac{\alpha_d \cdot \tau l B_{ad}}{\frac{2}{\pi} \tau l B_{ad1}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\alpha_d}{\kappa_d}, \quad (4)$$

$$\kappa_{\psi q} = \frac{\alpha_q \tau l B_{qm}}{\frac{2}{\pi} \tau l B_{aq1}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\alpha_q}{\kappa_q} \sin \frac{\alpha\pi}{2}, \quad (5)$$

где предполагается, что  $B_{qm} = B_{aq} \cdot \sin \frac{\alpha\pi}{2}$ .

Из уравнений (4), (5) следует, что для расчета магнитного поля из введенных выше шести коэффициентов достаточно определить только четыре ( $\alpha_d$ ,  $\alpha_q$ ,  $\kappa_d$ ,  $\kappa_q$ ).

Для того чтобы рассчитать эти коэффициенты, необходимо найти картину распределения магнитного поля в воздушном зазоре машины, которое описывается уравнением Лапласа. При определенных допущениях аналитическое решение уравнения поля для синхронных реактивных машин может быть получено с помощью метода конформных отображений или собственных функций. При конструкции ротора любой сложности картину поля можно получить, решая уравнение Лапласа методом конечных разностей с использованием автоматической цифровой вычислительной машины или электронинтегратора, а также проводя экспериментальные исследования поля методом моделирования.

В первом приближении при определении коэффициентов можно воспользоваться упрощенной картиной поля [4, 5]. При этом предполагается, что силовые линии идут радиально на участке воздушного зазора и по дуге окружности (с центром в вершине полюса) в междуполюсном пространстве.

Индукцию в любой точке воздушного зазора по продольной оси в этом случае можно определить из уравнения

$$B_d = \frac{U_0}{\delta_x} F_{ad} \cos \frac{\pi}{\tau} x, \quad (6)$$

где  $F_{ad}$  — амплитуда н.с. по продольной оси,  
 $\delta_x$  — длина силовых линий в воздушном зазоре.

При сделанных допущениях  $\delta_x$  принимается равным:

а) в пределах полюса

$$\delta_x = \delta' = \kappa_\delta \cdot \kappa_\mu \cdot \delta, \quad (7)$$

б) в междуполюсном пространстве

$$\delta_x = \delta' + \varepsilon x_1, \quad (8)$$

где  $\delta$  — действительная величина воздушного зазора;

$\kappa_\delta$  — коэффициент воздушного зазора;

$\kappa_{\mu}$  — коэффициент насыщения, равный отношению н.с. магнитной цепи к н.с. воздушного зазора,

$$x_1 = x - \frac{\alpha\tau}{2};$$

$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{4\delta_n}{(1-\alpha)\tau}$  — эмпирический коэффициент.

Полный магнитный поток по продольной оси определяется интегралом

$$\Phi_d = 2l \int_0^{\frac{\tau}{2}} B_d dx$$

и может быть представлен в виде суммы двух составляющих; первая из которых ( $\Phi_d'$ ) равна магнитному потоку под полюсным наконечником, вторая ( $\Phi_d''$ ) — потоку в междупольсном пространстве:

$$\Phi_d = \Phi_d' + \Phi_d'' = \frac{2l\mu_0 F_{ad}}{\kappa_{\delta} \cdot \kappa_{\mu} \cdot \delta} \int_0^{\frac{\alpha\tau}{2}} \cos \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx + \frac{2l\mu_0 F_{ad}}{\kappa_{\delta} \cdot \kappa_{\mu} \cdot \delta} \int_{\frac{\alpha\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx}{1 + \frac{\varepsilon}{\delta^1} x_1}.$$

Произведя почленное интегрирование, получим

$$\Phi_d' = \frac{2}{\pi} \tau l B_{ad} \cdot \sin \frac{\alpha\pi}{2}, \quad (9)$$

$$\Phi_d'' = 2l B_{ad} \frac{\delta'}{\varepsilon} \cdot A, \quad (10)$$

где

$$A = \cos \left( \frac{\alpha\pi}{2} - b \right) \left[ \operatorname{Ci} \left( \frac{1-\alpha}{2} \pi + b \right) - \operatorname{Ci} (b) \right] - \sin \left( \frac{\alpha\pi}{2} - b \right) \times \\ \times \left[ \operatorname{Si} \left( \frac{1-\alpha}{2} \pi + b \right) - \operatorname{Si} (b) \right]; \\ b = \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{\delta'}{\varepsilon}; \quad B_{ad} = \frac{\mu_0 F_{ad}}{\kappa_{\delta} \cdot \kappa_{\mu} \cdot \delta}.$$

Тогда расчетный коэффициент полюсной дуги по продольной оси будет иметь вид

$$\alpha_d = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\alpha\pi}{2} + \frac{2\delta'}{\tau\varepsilon} A. \quad (11)$$

Разлагая кривую индукции (6) в ряд, для амплитуды первой гармонической получим

$$B_{ad1} = \frac{4}{\tau} \mu_0 F_{ad} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos^2 \frac{\pi}{\tau} x}{\delta x} dx$$

или

$$B_{ad1} = B_{ad1}' + B_{ad1}'' = \frac{4}{\tau} B_{ad} \int_0^{\frac{\alpha\tau}{2}} \cos^2 \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx + \frac{4}{\tau} B_{ad} \int_{\frac{\alpha\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos^2 \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx}{1 + \frac{\varepsilon}{\delta'} x_1}.$$

Интегрируя, получим

$$B'_{ad1} = B_{ad} \frac{\alpha\pi + \sin \alpha\pi}{\pi}, \quad (12)$$

$$B''_{ad1} = B_{ad} \frac{2\delta'}{\tau\varepsilon} \left\{ \ln \left[ 1 + \frac{1-\alpha}{2b} \pi \right] + A_1 \right\}, \quad (13)$$

где

$$A_1 = \cos 2 \left( \frac{\alpha\pi}{2} - b \right) \left[ \text{Ci} 2 \left( \frac{1-\alpha}{2} \pi + b \right) - \text{Ci} (2b) \right] - \\ - \sin 2 \left( \frac{\alpha\pi}{2} - b \right) \left[ \text{Si} 2 \left( \frac{1-\alpha}{2} \pi + b \right) - \text{Si} (2b) \right].$$

Коэффициент формы поля по продольной оси

$$\kappa_d = \frac{B'_{ad1}}{B_{ad}} = \frac{\alpha\pi + \sin \alpha\pi}{\pi} + \frac{2\delta'}{\tau\varepsilon} \left\{ \ln \left[ 1 + \frac{1-\alpha}{2b} \pi \right] + A_1 \right\}. \quad (14)$$

Распределение индукции в воздушном зазоре по поперечной оси определяется уравнением

$$B_q = \frac{\mu_0}{\delta_x} F_{aq} \sin \frac{\pi}{\tau} x. \quad (15)$$

Полный магнитный поток по поперечной оси равен

$$\Phi_q = 2l \int_0^{\frac{\tau}{2}} B_q dx$$

или

$$\Phi_q = \Phi'_q + \Phi''_q = 2lB_{aq} \int_0^{\frac{\alpha\tau}{2}} \sin \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx + 2lB_{aq} \int_{\frac{\alpha\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\sin \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx}{1 + \frac{\varepsilon}{\delta'} x_1},$$

где

$$B_{aq} = \frac{\mu_0 F_{aq}}{\kappa_\delta \cdot \kappa_\mu \cdot \delta}.$$

Интегрируя, получим

$$\Phi'_q = \frac{2}{\pi} \tau l B_{aq} \left( 1 - \cos \frac{\alpha\pi}{2} \right), \quad (16)$$

$$\Phi''_q = 2lB_{aq} \frac{\delta'}{\varepsilon} A_2, \quad (17)$$

где

$$A_2 = \cos \left( \frac{\alpha\pi}{2} - b \right) \left[ \text{Si} \left( \frac{1-\alpha}{2} \pi + b \right) - \text{Si} (b) \right] + \\ + \sin \left( \frac{\alpha\pi}{2} - b \right) \left[ \text{Ci} \left( \frac{1-\alpha}{2} \pi + b \right) - \text{Ci} (b) \right].$$

Расчетный коэффициент полюсной дуги по поперечной оси

$$\alpha_q = \frac{\Phi_q}{\tau \cdot l B_{aq} \sin \frac{\pi\alpha}{2}} = \frac{2}{\pi} \frac{\left( 1 - \cos \frac{\alpha\pi}{2} \right)}{\sin \frac{\alpha\pi}{2}} + \frac{2\delta'}{\tau\varepsilon} \cdot \frac{A_2}{\sin \frac{\alpha\pi}{2}}. \quad (18)$$

Разлагая кривую индукции (15) в ряд, для амплитуды первой гармонической получим

$$B_{aq1} = \frac{4}{\pi} \mu_0 F_{aq} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\tau} x}{\delta_x} dx$$

или

$$B_{aq1} = B'_{aq1} + B''_{aq1} = \frac{4}{\tau} B_{aq} \int_0^{\frac{\alpha\tau}{2}} \sin \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx + \frac{4}{\tau} B_{aq} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx}{1 + \frac{\varepsilon}{\delta'} x_1}$$

Произведя интегрирование, получим

$$B'_{aq1} = B_{aq} \frac{\alpha\pi - \sin \alpha\pi}{\pi}, \quad (19)$$

$$B''_{aq1} = B_{aq} \frac{2\delta'}{\tau\varepsilon} \left\{ \ln \left[ 1 + \frac{1-\alpha}{2b} \pi \right] - A_1 \right\}. \quad (20)$$

Тогда

$$\kappa_q = \frac{B_{aq1}}{B_{aq}} = \frac{\alpha\pi - \sin \alpha\pi}{\pi} + \frac{2\delta'}{\tau\varepsilon} \left\{ \ln \left[ 1 + \frac{1-\alpha}{2b} \pi \right] - A_1 \right\}. \quad (21)$$

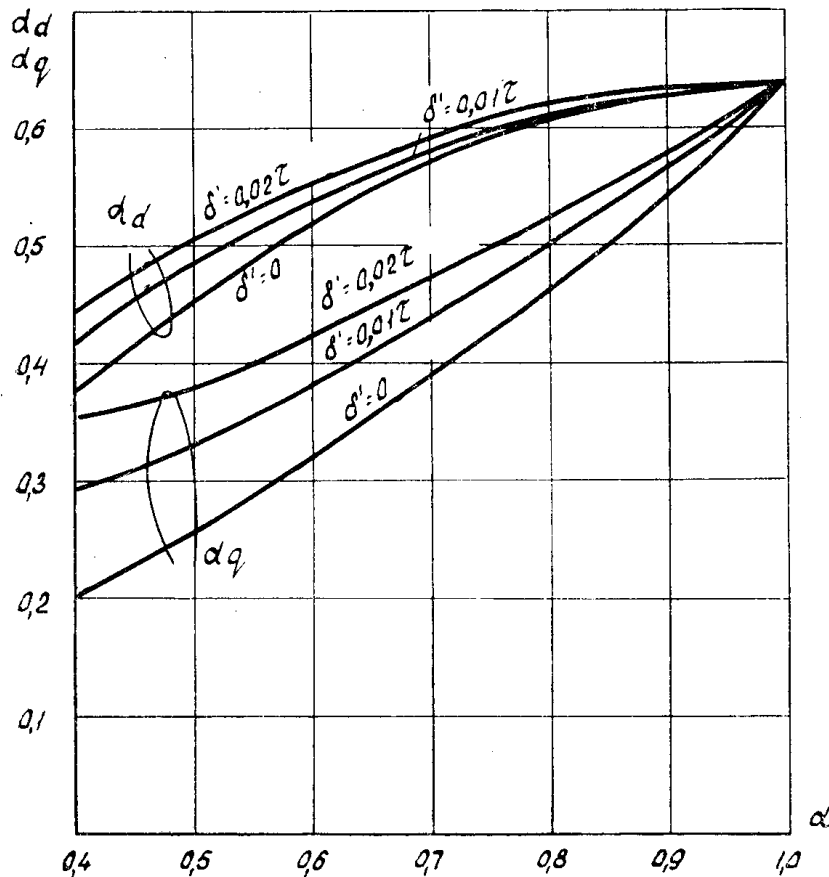


Рис. 3. Кривые для определения коэффициентов  $\alpha_d$  и  $\alpha_q$  при  $\delta_n = 0,2\tau$ .

Приведенные выше уравнения позволяют рассчитать все интересные нас коэффициенты магнитного поля для различной величины воздушного зазора и конфигурации полюса ротора. Как следует из уравнений (11), (14), (18), (21), каждый коэффициент предоставляется в виде суммы двух составляющих: первая составляющая определяется магнитным потоком под полюсом, вторая — потоком в междуполюсном пространстве.

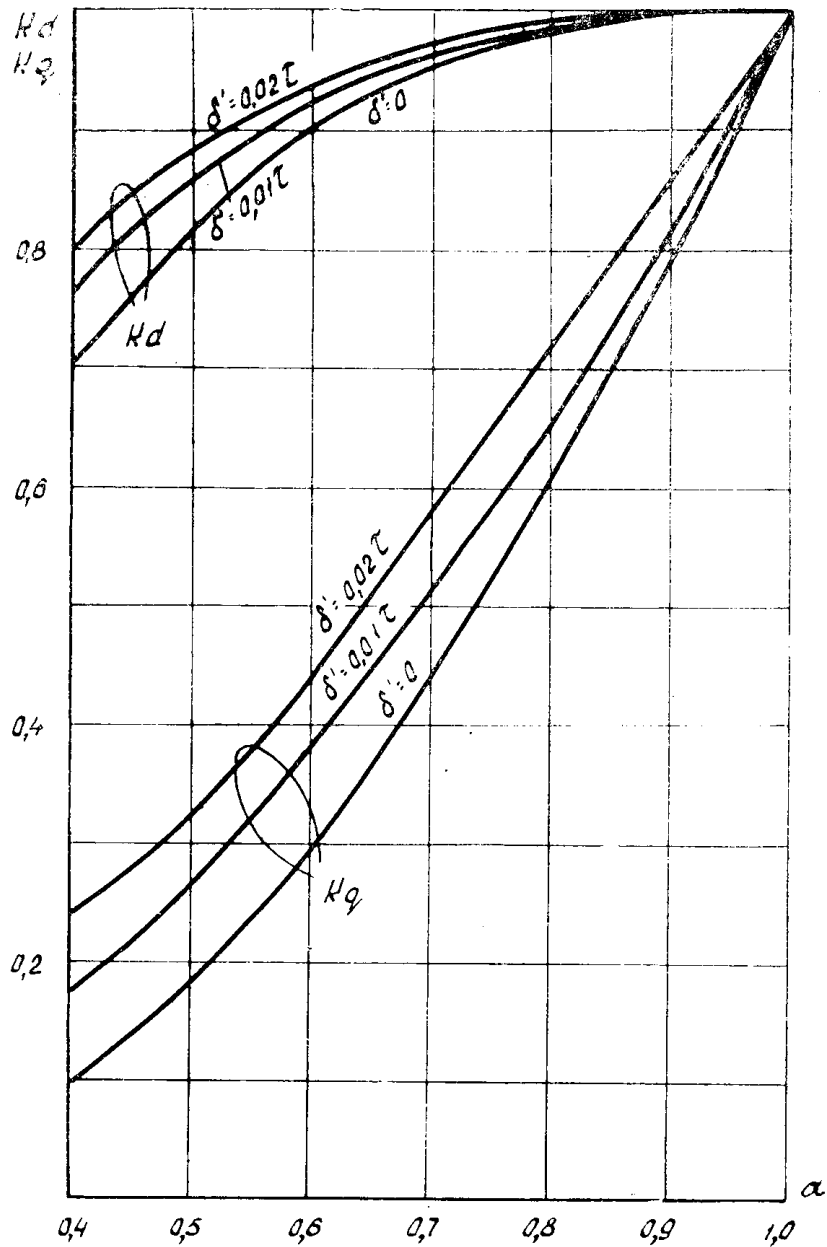


Рис. 4. Кривые для определения коэффициентов  $K_d$  и  $K_q$  при  $\delta_n = 0,2\tau$ .

На рис. 3 представлены зависимости  $\alpha_d$  и  $\alpha_q = f(\alpha, \delta')$  при постоянной высоте полюса ротора. Из приведенных данных следует, что в синхронных реактивных машинах  $\alpha_d$  всегда меньше  $\frac{2}{\pi}$ , а  $\alpha_d > \alpha_q$ .

Кривые  $\kappa_d$  и  $\kappa_q = f(\alpha_1 \delta')$ , приведенные на рис. 4, дают по сравнению с данными [1] несколько завышенные значения. Объясняется это тем, что в синхронных реактивных машинах высота полюса сравнительно невелика, а в [1] она принимается бесконечно большой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. П. Костенко, Б. Е. Коник. Определение основной и третьей гармоник поля якоря и поля полюсов явнополюсной синхронной машины. Электричество, № 3, 1951.
  2. Т. Г. Сорокер, И. И. Горжевский. Расчет магнитных полей в зазоре явнополюсной синхронной машины. Электричество, № 6, 1952.
  3. М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. Электрические машины. Часть II, ГЭИ, 1958.
  4. Pohl, R. Theory of pulsating — field machines. Journ. IEE, 93, № 31, 1946.
  5. М. М. Ланген. Двухскоростной синхронно-реактивный электродвигатель. ВЭП, № 11, 1960.
-