

## ВОПРОСЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СОВМЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

А. И. СКОРОСПЕШКИН

(Рекомендовано семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники.)

Необходимость разработки общей теории электрических машин диктуется потребностью в решении практических задач электромашиностроения, дальнейшем развитии теории электрических машин и сравнении различных классов электрических машин.

Следует отметить, что развитие общей теории ведется применительно к машинам нормального исполнения (асинхронным, синхронным, машинам постоянного тока). Причем обычно каждая из этих машин приводится к идеализированной двухполюсной и двухфазной, и для нее проводится весь необходимый анализ [1, 2, 3, 4].

Совмещенные машины типа преобразователей, бесколлекторных электромашинных усилителей, насколько нам известно, не рассматриваются с позиций общей теории электрических машин. Поэтому нами сделана попытка провести их рассмотрение на базе общей теории электрических машин.

Разрабатываемые нами бесколлекторные электромашинные усилители (БЭМУ) постоянного и переменного тока, преобразователи являются двухкаскадными. Оба каскада совмещены в одном магнитопроводе, при этом выполнены условия совмещения [5, 6, 7]. Основными из них являются:

1) отсутствие сил односторонних магнитных притяжений, которое удовлетворяется при

$$P_2 \pm P_1 \neq \pm 1, \quad (1)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  — числа пар полюсов соответственно первого и второго каскадов;

2) отсутствие трансформаторных связей между двумя обмотками, расположенными в одном магнитопроводе.

Выполнение таких условий позволяет рассматривать вначале каждый каскад как отдельную машину, устанавливая затем взаимосвязь между отдельными каскадами.

Общий подход к рассмотрению совмещенных электрических машин, по нашему мнению, может быть разработан на базе теории электромагнитных явлений Максвелла и уравнений Лагранжа [8, 9, 10]. При этом представляется возможным рассматривать электрическую систему (машину) состоящую из двух групп обмоток: одна из них (2—3 обмотки) неподвижная и располагается на статоре, другая (1—2 обмотки) — вращающаяся и располагается на роторе. В этом случае каждая из обмоток может рассматриваться в отдельности, и для нее уравнения Ла-

гранжа второго рода представляются в виде двух уравнений:  
для электромеханических сил

$$M_{\text{эм}} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{ab} i_a i_b \right)}{\partial h} - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{ab} i_a i_b \right)}{\partial h} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial m_{ab}}{\partial h}; \quad (2)$$

для электродвижущих сил

$$e_k = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} i_k^2 r_k \right)}{\partial i_k} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{ab} i_a i_b \right)}{\partial i_k} - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{ab} i_a i_b \right)}{\partial q_k} = \\ = i_k r_k + \frac{d(l_k i_k)}{dt} + m_{ка} \frac{di_a}{dt} + i_a \frac{dm_{ка}}{dt}. \quad (3)$$

Здесь  $M_{\text{эм}}$  — обобщенная внешняя электромеханическая сила,

$e_k$  — обобщенная э. д. с.,

$h$  — обобщенная геометрическая координата,

$\dot{h} = \frac{dh}{dt}$  — обобщенная геометрическая скорость,

$q_k$  — обобщенная электрическая координата,

$\dot{q}_k = \frac{dq_k}{dt} = i_k$  — ток контура (обобщенная скорость),

$r_k$ ,  $e_k$ ,  $m_{ab}$ ,  $m_{ка}$ ,  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_k$  — активное сопротивление, индуктивности, взаимоиндуктивности и токи рассматриваемых обмоток.

В общем, для каждого каскада совмещенной машины могут быть записаны уравнения электродвижущих сил и электрических мощностей для каждой из обмоток и уравнения электромеханических сил и электромеханических мощностей с учетом взаимодействия обмоток статора и ротора.

Общие уравнения записываются в следующем виде:

1. Уравнения э. д. с.

$$e_k = i_k r_k + \frac{d(l_k i_k)}{dt} + \Sigma \frac{d(m_{ка} i_a)}{dt}. \quad (4)$$

2. Уравнения электрических мощностей

$$P_{\text{эл}} = e_k i_k = i_k^2 r_k + i_k \frac{d(l_k i_k)}{dt} + i_k \Sigma \frac{d(m_{ка} i_a)}{dt}. \quad (5)$$

3. Уравнения электромеханических сил

$$M_{\text{эм}} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial m_{ab}}{\partial h}. \quad (6)$$

4. Уравнения электромеханических мощностей

$$P_{\text{эм}} = M_{\text{эм}} \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial m_{ab}}{\partial h} \frac{dh}{dt}. \quad (7)$$

В электрических машинах за обобщенную геометрическую координату  $h$  выбирается угол поворота  $\alpha$ , тогда при установившемся режиме

$$h = \alpha = \omega t. \quad (8)$$

В этом случае обобщенной электромеханической силой будет момент вращения.

Поскольку индуктивности зависят от геометрических координат, а электрическая машина характеризуется одной геометрической координатой  $\alpha$ , то частные производные  $\frac{\partial m}{\partial \alpha}$  будут равны полным производным  $\frac{dm}{d\alpha}$ . Поэтому (6) и (7) принимают вид:

$$M_{эм} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{dm_{ab}}{d\alpha}; \quad (9)$$

$$P_{эм} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{dm_{ab}}{dt}. \quad (10)$$

Необходимо отметить, что в неявнополюсной машине индуктивности и взаимоиндуктивности между фазами можно считать постоянными, а изменяются лишь взаимоиндуктивности между обмотками статора и ротора, что является обязательным условием преобразования механической энергии в электрическую энергию переменного тока или наоборот.

Из системы уравнений (4) — (7) можно определить токи, моменты, мощности и установить таким образом взаимосвязь между отдельными каскадами.

В настоящей статье рассматриваются вопросы, связанные лишь с расчетом магнитного поля в воздушном зазоре и определением магнитной энергии.

Возможность рассмотрения каждой обмотки в отдельности позволяет вести расчет магнитного поля, создаваемого каждой обмоткой, а затем уже определять результирующее магнитное поле зазора и вести расчет магнитной цепи.

При проведении расчета магнитного поля в зазоре можно принять следующие допущения:

1. Насыщение отсутствует. Магнитный материал статора и ротора имеет линейную характеристику с очень высокой магнитной проницаемостью.

2. Влияние пазов незначительно, и запас магнитной энергии имеется лишь в воздушном зазоре.

3. Для определения напряженности и магнитной индукции в воздушном зазоре можно считать поверхности статора и ротора гладкими и рассматривать токовые слои (линейные нагрузки), создаваемые каждой из обмоток в отдельности, считая, что питается лишь одна из обмоток, а остальные разомкнуты.

Рассматривать будем лишь основные гармонические составляющие у всех кривых.

При таких условиях магнитное поле в воздушном зазоре можно рассматривать как потенциальное ( $\text{rot } \vec{H} = 0$ ), описываемое уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 U_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_m}{\partial l^2} = 0, \quad (11)$$

где  $U_m$  — скалярный магнитный потенциал, причем

$$\vec{H} = -\text{grad } U_m. \quad (12)$$

Решение уравнения Лапласа методом Фурье может быть представлено общим выражением

$$U_m = \sum_n A_n^{\sin} m x_{\text{ch}}^{\text{sh}} m y + \sum_n B_n^{\text{sh}} m x_{\text{cos}}^{\sin} m y. \quad (13)$$

При учете граничных условий из (13) выбираются необходимые функции. Для расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины достаточно выбрать лишь одно слагаемое

$$U_m = \sum_n B_{nch}^{sh} m y_{\cos}^{\sin} mx. \quad (14)$$

Расчет магнитного поля проведем на примере бесколлекторного электромашинного усилителя или преобразователя с регулируемой частотой (рис. 1). Обозначения на рисунке: 1 — обмотка управления,

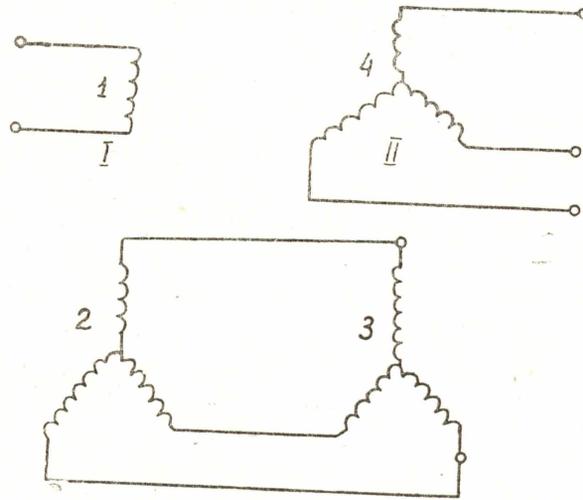


Рис. 1.

3 — обмотка ротора II каскада, 2 — обмотка ротора I каскада, 4 — выходная обмотка статора II каскада.

Обмотка 1

Ток обмотки управления

$$I_1 = \frac{U}{R}, \quad (15)$$

где  $U$  — постоянное напряжение, приложенное к обмотке управления;  
 $R$  — сопротивление обмотки управления.

Линейная нагрузка

$$A_{1m} = \frac{I_1 W_1}{\tau_1}, \quad (16)$$

где  $W_1$  — число витков обмотки управления,  
 $\tau_1$  — полюсное деление.

Поле обмотки управления вращается либо с помощью полупроводникового, либо механического коллектора с угловой скоростью  $\omega_1$ . Для линейной нагрузки запишется следующее выражение:

$$A_{1рез} = A_{1m} \sin(\omega_1 t - nx), \quad (17)$$

здесь  $n = \frac{\pi}{\tau_1}$ . Для определения граничных условий оси координат выбираем на статоре (рис. 2).

Уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial l^2} = 0. \quad (18)$$

Напряженность

$$\bar{H}_1 = -\text{grad } U_1. \quad (19)$$

Решение уравнения Лапласа для первой гармоники в общем виде определяется выражением (14).

Граничные условия

$$H_x = -\left. \frac{\partial U_1}{\partial x} \right|_{y=0} = A_{1\text{рез}}; \quad (20)$$

$$H_x = -\left. \frac{\partial U_1}{\partial x} \right|_{y=\delta} = 0; \quad -\left. \frac{\partial U_1}{\partial x} \right|_{y=\delta} = S \text{ ch } n\delta \sin nx + C \text{ sh } n\delta \cos nx.$$

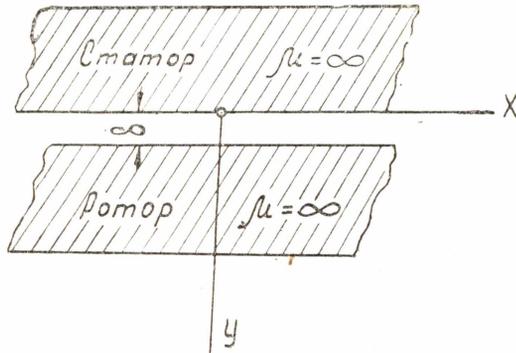


Рис. 2.

Число слагаемых в (20) выбирается с учетом известных граничных условий. Постоянные  $S$  и  $C$  определяются из граничных условий:

$$S = \frac{A_{1m} \sin(\omega_1 t - nx)}{\sin nx}, \quad (21)$$

$$C = -\frac{A_{1m} \sin(\omega_1 t - nx) \text{ ch } n\delta}{\text{sh } n\delta \cos nx}.$$

Подставляя (21) в (20) и интегрируя по  $x$ , получаем

$$U_1 = -\frac{A_{1m} \cos(\omega_1 t - nx)}{n} \text{ ch } n\delta + \frac{A_{1m} \cos(\omega_1 t - nx) \text{ ch } n\delta}{n \text{ sh } n\delta} \text{ sh } n\delta. \quad (22)$$

Радиальная составляющая напряженности магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_1 = -\frac{\partial U_1}{\partial y} = \left( A_{1m} \text{ sh } n\delta - \frac{A_{1m} \text{ ch } n\delta}{\text{sh } n\delta} \text{ ch } n\delta \right) \cos(\omega_1 t - nx). \quad (23)$$

#### Обмотка 2

Токи в фазах

$$\begin{aligned} i_{21} &= I_{2m} \sin \omega_2 t, \\ i_{22} &= I_{2m} \sin \left( \omega_2 t - \frac{2\pi}{3} \right), \\ i_{23} &= I_{2m} \sin \left( \omega_2 t - \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Линейные нагрузки

$$\begin{aligned} A_{21} &= \frac{I_{2m} W_2}{\tau_2/3} \sin \omega_2 t \cos \frac{\pi}{\tau_2} x, \\ A_{22} &= \frac{I_{2m} W_2}{\tau_2/3} \sin \left( \omega_2 t - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left( \frac{\pi}{\tau_2} x - \frac{2\pi}{3} \right), \\ A_{23} &= \frac{I_{2m} W_2}{\tau_2/3} \sin \left( \omega_2 t - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left( \frac{\pi}{\tau_2} x - \frac{4\pi}{3} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$A_{2\text{рез}} = \frac{3}{2} \frac{I_{2m} W_2}{\tau_2/3} \sin \left( \omega_2 t - \frac{\pi}{\tau_2} x \right) = A_{2m} \sin (\omega_2 t - ax),$$

где  $W_2$  — число витков фазы,

$$\tau_2 — \text{полюсное деление, } a = \frac{\pi}{\tau_2},$$

$\omega_2$  — угловая скорость вращения поля обмотки 2.

После проведения решения, аналогичного предыдущему, находим радиальную составляющую напряженности магнитного поля в воздушном зазоре от обмотки 2

$$H_2 = \frac{A_{2m} \operatorname{ch} ay}{\operatorname{sh} a\delta} \cos (\omega_2 t - ax). \quad (26)$$

По аналогии с обмоткой 2 для обмотки 3 получим

$$H_3 = \frac{A_{3m} \operatorname{ch} by}{\operatorname{sh} b\delta} \cos (\omega_3 t - bx). \quad (27)$$

Здесь  $\omega_3$  — угловая скорость вращения поля обмотки 3,

$$b = \frac{\pi}{\tau_3}.$$

Для обмотки 4, расположенной на статоре, получаем

$$H_4 = \left( A_{4m} \operatorname{sh} cy - \frac{A_{4m} \operatorname{ch} c\delta}{\operatorname{sh} c\delta} \operatorname{ch} cy \right) \cos (\omega_4 t - cx), \quad (28)$$

где

$$c = \frac{\pi}{\tau_4},$$

$\omega_4$  — угловая скорость вращения поля обмотки 4.

Мгновенное значение результирующей напряженности магнитного поля в воздушном зазоре равно

$$H_\delta = H_1 + H_2 + H_3 + H_4. \quad (29)$$

Мгновенное значение результирующей индукции в воздушном зазоре будет равно

$$B_\delta = \nu_0 H_\delta. \quad (30)$$

При неподвижном поле обмотки управления несколько изменится лишь выражение для напряженности поля обмотки управления.

Оно примет вид

$$H_1 = \left( A_{1m} \operatorname{sh} ny - \frac{A_{1m} \operatorname{ch} n\delta}{\operatorname{sh} n\delta} \operatorname{ch} ny \right) \sin nx. \quad (31)$$

Остальные выражения для напряженностей останутся без изменения, имея в виду, что количественные значения угловых скоростей вращения и других величин будут иные.

После определения напряженности и индукции в воздушном зазоре можно приступить к расчету магнитной цепи, учитывая совмещение двух магнитных полей в одном магнитопроводе.

Приведенное выше определение напряженности и индукции в воздушном зазоре, создаваемое каждой обмоткой, позволяет определить запасенную магнитную энергию через пространственный интеграл по объему воздушного зазора

$$W_m = \int_0^e \int_0^\delta \int_0^{2\pi R} \frac{1}{2} B H dz dy dx. \quad (32)$$

Тогда мгновенное значение энергии, создаваемое обмоткой 1, получается равным

$$W_{m1} = \frac{1}{2} \nu_0 l \left[ \pi R + \frac{1}{2n} \cos(\omega_1 t - \pi R n) \sin 2\pi R n \right] \times \\ \times \left[ A_{1m}^2 \frac{th^2 n \delta}{2} \left( \frac{1}{2n} \operatorname{sh} 2n \delta + \delta \right) - \frac{A_{1m}^2}{4} (\operatorname{sh} 2n \delta + 2\delta) \right];$$

для 2 обмотки

$$W_{m2} = \frac{1}{4} \nu_0 l \frac{A_{2m}^2}{\operatorname{sh}^2 a \delta} \left[ \pi R + \frac{1}{2a} \cos(\omega_2 t - \pi R a) \sin 2\pi R a \right] \times \\ \times \left[ \frac{1}{2a} \operatorname{sh} 2a \delta + \delta \right]; \quad (33)$$

для 3 и 4 обмоток

$$W_{m3} = \frac{1}{4} \nu_0 l \frac{A_{3m}^2}{\operatorname{sh}^2 b \delta} \left[ \pi R + \frac{1}{2b} \cos(\omega_3 t - \pi R b) \sin 2\pi R b \right] \times \\ \times \left[ \frac{1}{2b} \operatorname{sh} 2b \delta + \delta \right]; \\ W_{m4} = \frac{1}{2} \nu_0 l \left[ \pi R + \frac{1}{2c} \cos(\omega_4 t - \pi R c) \sin 2\pi R c \right] \times \\ \times \left[ A_{4m}^2 \frac{th^2 c \delta}{2} \left( \frac{1}{2c} \operatorname{sh} 2c \delta + \delta \right) - \frac{A_{4m}^2}{4} (\operatorname{sh} 2c \delta + 2\delta) \right].$$

Полная энергия в воздушном зазоре

$$W_m = W_{m1} + W_{m2} + W_{m3} + W_{m4}. \quad (34)$$

Таким образом, общий подход к совмещенным электрическим машинам на основе уравнений Лагранжа—Максвелла позволит решить целый ряд теоретических и практических вопросов, связанных с исследованием режимов работы и проектированием совмещенных электрических машин.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Адкинс. Общая теория электрических машин. ГЭИ, 1960.
2. Д. Уайт и Г. Вудсон. Электромеханическое преобразование энергии. Киев, 1964.
3. И. М. Постников. Электрические машины (учебное пособие по спецкурсу). 1960.
4. М. И. Алябьев. Общая теория судовых электрических машин. Судостроение, 1965.
5. Р. Рихтер. Электрические машины. Т. IV, ОНТИ, 1939.
6. В. С. Новокшенов. Исследование бесщеточного преобразователя частоты. Диссертация, Томск, 1960.
7. М. С. Михайлов-Микулинский. Расчет магнитных цепей электрических машин с двумя вращающимися полями. Электромеханика, № 10, 1962.
8. А. Г. Каплянский. Введение в общую теорию электрических машин. ГЭИ, 1941.
9. В. В. Базилевич. К вопросу общей теории электрических машин. Электричество, № 2, 1930.
10. И. М. Садовский. Электродинамика коллекторных электрических машин. Электричество, № 4, 1949.